

第6章その2： 八方陣概説（最新）： 撰田 寛二

ここでは、八次の魔方陣の概要を解説する。最新研究の収穫を反映させて、八次の豊穡な世界の大きなスケッチを試みたい。一つ一つのトピックについては余り深入りしないことにして、言わば「八方陣ワールドのガイドマップ」みたいな記事を書きたいと思う。

八次の魔方陣には、様々なタイプのものが存在する。標準的なものから個性的魅力に溢れた「珠玉」の魔方陣まで、考えられる全てのものがあり得る。真に不思議の世界である。

スケールが大きく、扱わなければならないデータ量が膨大だが、読者諸君はどうかそれにひるまず、少しでも長くこの世界に留まって、研究を続けてほしい。

各タイプの定義と解の実例は、必ず示そう

早速具体的な説明に入るが、この際各タイプの定義はなるべく詳細に書き記そう。説明を手抜きすると、概念までもが曖昧になり、今後の諸議論に混乱が起きやすいと思うからだ。解の実例もなるべく添付するようにしよう。

第1節：補数対称型魔方陣（またの名を「対称八方陣」）

次のような「補数ペア」の存在が、このタイプを決定する最大の特徴だ。

(1, 64), (2, 63), (3, 62), (4, 61), (5, 60), (6, 59), (7, 58), ..., (m, n), ..., (30, 35), (31, 34), (32, 33): [m+n=65]

足して65になる各2数が点対称の位置に居なければならないというのが、このタイプの基本概念であり、約束だ。

定義には、次のような基本図と連立方程式群を用意する。

* 対称八方陣の基本図と基本定義式 *

[基本図]	[基本定義式 1 : C=260]
<pre> n8 --- n1 n2 n3 n4 n5 n6 n7 n8 n1 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 16 n9 10 11 12 13 14 15 16 n9 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 24 17 18 19 20 21 22 23 24 17 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 32 25 26 27 28 29 30 31 32 25 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 40 33 34 35 36 37 38 39 40 33 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 48 41 42 43 44 45 46 47 48 41 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 56 49 50 51 52 53 54 55 56 49 --- --- --- --- --- --- --- --- --- 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 </pre>	<pre> n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C ... rw1; n9+n10+n11+n12+n13+n14+n15+n16=C ... rw2; n17+n18+n19+n20+n21+n22+n23+n24=C ... rw3; n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32=C ... rw4; n33+n34+n35+n36+n37+n38+n39+n40=C ... rw5; n41+n42+n43+n44+n45+n46+n47+n48=C ... rw6; n49+n50+n51+n52+n53+n54+n55+n56=C ... rw7; n57+n58+n59+n60+n61+n62+n63+n64=C ... rw8; n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C ... cl1; n2+n10+n18+n26+n34+n42+n50+n58=C ... cl2; n3+n11+n19+n27+n35+n43+n51+n59=C ... cl3; n4+n12+n20+n28+n36+n44+n52+n60=C ... cl4; n5+n13+n21+n29+n37+n45+n53+n61=C ... cl5; n6+n14+n22+n30+n38+n46+n54+n62=C ... cl6; n7+n15+n23+n31+n39+n47+n55+n63=C ... cl7; n8+n16+n24+n32+n40+n48+n56+n64=C ... cl8; </pre>

[定義式 2 : 補数ペアの対称配置: CC=65]

$n1+n64=n2+n63=n3+n62=n4+n61=n5+n60=n6+n59=n7+n58=n8+n57=$
 $n9+n56=n10+n55=n11+n54=n12+n53=n13+n52=n14+n51=n15+n50=n16+n49=$
 $n17+n48=n18+n47=n19+n46=n20+n45=n21+n44=n22+n43=n23+n42=n24+n41=$
 $n25+n40=n26+n39=n27+n38=n28+n37=n29+n36=n30+n35=n31+n34=n32+n33=CC \quad \dots scc$

「基本図」は、 8×8 の基本配列の各ポジションの名前を示すとともに、変数名を表している。「基本定義式 1」は、八方陣の全行全列の定和を表す。「基本定義式 2」は、補数定和とペアの対称配置を表している。この式あるが故に、補数対称型八方陣となる。

解の実例を、少数ではあるが、次に示そう。補数ペアの対称配置を確かめてほしい。

* リスト 1 : 八次の補数対称型魔方陣の解の実例 *

1/S								2/S								3/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	42	19	33	36	31	49	30	20	42	19	31	40	26	49	33	20	42	19	30	38	33	47	31
40	27	47	28	41	21	39	17	44	24	48	28	35	27	36	18	48	25	44	28	36	16	39	24
48	26	44	24	37	18	38	25	47	29	38	30	37	17	41	21	41	26	49	29	37	21	40	17
35	16	34	29	32	46	23	45	32	16	39	25	34	46	23	45	34	18	32	27	35	46	23	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

4/S								5/S								6/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	42	19	29	39	33	48	30	20	42	19	29	39	30	48	33	20	42	19	29	41	31	48	30
47	27	44	28	34	16	40	24	44	25	49	28	34	24	38	18	49	25	44	28	32	18	38	26
41	25	49	31	37	21	38	18	47	27	41	31	37	16	40	21	39	27	47	33	37	21	40	16
35	17	32	26	36	46	23	45	32	17	35	26	36	46	23	45	35	17	34	24	36	46	23	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

7/S								8/S								9/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	40	19	31	42	35	49	24	20	39	19	36	42	32	41	31	20	39	19	36	47	31	38	30
44	26	48	28	33	18	36	27	40	30	44	28	38	17	47	16	48	24	42	28	33	16	44	25
38	29	47	32	37	17	39	21	49	18	48	27	37	21	35	25	40	21	49	32	37	23	41	17
41	16	30	23	34	46	25	45	34	24	33	23	29	46	26	45	35	27	34	18	29	46	26	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

10/S								11/S								12/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	39	19	36	47	23	49	27	20	39	19	32	42	36	48	24	20	39	19	32	47	31	48	24
41	25	48	28	33	30	34	21	44	25	49	28	34	18	35	27	44	25	49	28	29	23	35	27
44	31	35	32	37	17	40	24	38	30	47	31	37	16	40	21	38	30	42	36	37	16	40	21
38	16	42	18	29	46	26	45	41	17	29	23	33	46	26	45	41	17	34	18	33	46	26	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

13/S								14/S								15/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	38	19	34	48	29	39	33	20	38	19	34	48	23	49	29	20	36	19	39	41	31	49	25
44	24	49	28	30	25	42	18	40	33	44	28	30	26	41	18	35	32	47	28	42	21	38	17
47	23	40	35	37	16	41	21	47	24	39	35	37	21	32	25	48	27	44	23	37	18	33	30
32	26	36	17	31	46	27	45	36	16	42	17	31	46	27	45	40	16	34	24	26	46	29	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

16/S								17/S								18/S							
1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57	1	63	3	61	5	59	11	57
58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15	58	10	56	12	52	14	43	15
20	36	19	39	49	23	47	27	20	36	19	32	41	31	42	39	20	35	19	38	42	33	47	26
41	25	48	28	34	30	33	21	49	25	47	28	35	21	38	17	48	24	44	28	40	16	31	29
44	32	35	31	37	17	40	24	48	27	44	30	37	18	40	16	36	34	49	25	37	21	41	17
38	18	42	16	26	46	29	45	26	23	34	24	33	46	29	45	39	18	32	23	27	46	30	45
50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7	50	22	51	13	53	9	55	7
8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64	8	54	6	60	4	62	2	64

.....

この型の解の総数は、まだわかっていない。無限ではないにしても、無数にありそうだ。総数をへたに数えようと思わない方が良い。時間ばかり食って、とても最後までたどり着けない。何か特別の方法を発明しない限り、計数は無理だと思う。

解の総数が多過ぎても、分類・分析に適さない。試みて無意味に感じざるを得ない。

構造研究を、前もって代数的方法で行う手はある。既に前稿第6章その1で一部示したような方法だ。しかし、それでも暗中模索から抜け出せない。目覚ましい成果にはとても到達できそうにない。

第2節：完全型汎魔方陣（またの名を「完全八方陣」）

『完全八方陣』とは、古い言い方だが、昔はいわゆる汎対角線型の八方陣（短縮して「汎八方陣」）のことをそう言った。この呼称を復活させて、新しい意味で使いたい。

汎八方陣の中でも、特に65の補数ペアが全て汎対角線の上に並ぶものを「完全八方陣」と呼ぶようにしたい。日本の研究者の間では、昔から熱心に研究されて来たタイプだが、欧米ではどういいうわけか余り注目されていなかった。ここは我が国の伝統を継承したい。

例によって、基本図と基本条件式を用いて、このタイプを次のように定義する。

* 基本図（拡張方阵空間） *

61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4

* 基本条件式 1：行列の定和：C=260 *

$$\begin{array}{l}
 n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8=C \quad \dots \text{rw1}; \quad | \quad n_1+n_9+n_{17}+n_{25}+n_{33}+n_{41}+n_{49}+n_{57}=C \quad \dots \text{c11}; \\
 n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16}=C \quad \dots \text{rw2}; \quad | \quad n_2+n_{10}+n_{18}+n_{26}+n_{34}+n_{42}+n_{50}+n_{58}=C \quad \dots \text{c12}; \\
 n_{17}+n_{18}+n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}=C \quad \dots \text{rw3}; \quad | \quad n_3+n_{11}+n_{19}+n_{27}+n_{35}+n_{43}+n_{51}+n_{59}=C \quad \dots \text{c13}; \\
 n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32}=C \quad \dots \text{rw4}; \quad | \quad n_4+n_{12}+n_{20}+n_{28}+n_{36}+n_{44}+n_{52}+n_{60}=C \quad \dots \text{c14}; \\
 n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36}+n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40}=C \quad \dots \text{rw5}; \quad | \quad n_5+n_{13}+n_{21}+n_{29}+n_{37}+n_{45}+n_{53}+n_{61}=C \quad \dots \text{c15}; \\
 n_{41}+n_{42}+n_{43}+n_{44}+n_{45}+n_{46}+n_{47}+n_{48}=C \quad \dots \text{rw6}; \quad | \quad n_6+n_{14}+n_{22}+n_{30}+n_{38}+n_{46}+n_{54}+n_{62}=C \quad \dots \text{c16}; \\
 n_{49}+n_{50}+n_{51}+n_{52}+n_{53}+n_{54}+n_{55}+n_{56}=C \quad \dots \text{rw7}; \quad | \quad n_7+n_{15}+n_{23}+n_{31}+n_{39}+n_{47}+n_{55}+n_{63}=C \quad \dots \text{c17}; \\
 n_{57}+n_{58}+n_{59}+n_{60}+n_{61}+n_{62}+n_{63}+n_{64}=C \quad \dots \text{rw8}; \quad | \quad n_8+n_{16}+n_{24}+n_{32}+n_{40}+n_{48}+n_{56}+n_{64}=C \quad \dots \text{c18};
 \end{array}$$

* 基本条件式 2：補数定和の配置：CC=65 *

$$\begin{array}{l}
 n_1+n_{37}=n_2+n_{38}=n_3+n_{39}=n_4+n_{40}=n_5+n_{33}=n_6+n_{34}=n_7+n_{35}=n_8+n_{36}= \\
 n_9+n_{45}=n_{10}+n_{46}=n_{11}+n_{47}=n_{12}+n_{48}=n_{13}+n_{41}=n_{14}+n_{42}=n_{15}+n_{43}=n_{16}+n_{44}= \\
 n_{17}+n_{53}=n_{18}+n_{54}=n_{19}+n_{55}=n_{20}+n_{56}=n_{21}+n_{49}=n_{22}+n_{50}=n_{23}+n_{51}=n_{24}+n_{52}= \\
 n_{25}+n_{61}=n_{26}+n_{62}=n_{27}+n_{63}=n_{28}+n_{64}=n_{29}+n_{57}=n_{30}+n_{58}=n_{31}+n_{59}=n_{32}+n_{60}= \\
 n_{33}+n_5=n_{34}+n_6=n_{35}+n_7=n_{36}+n_8=n_{37}+n_1=n_{38}+n_2=n_{39}+n_3=n_{40}+n_4= \dots = CC \quad \dots \text{cmplt}
 \end{array}$$

何故こういうタイプのものを取り立てて研究するかという理由は、追々説明する。

先ず第6章その1の代数的研究で試みた「補数表現形」をここでも用いて、次のように

基本図・基本定義式を書き換えて見よう。

$n1+n37=CC$ を変形して $n37=CC-n1$; ここで $\underline{n1}$ を用いて $n37$ を表す。その意味は, $\underline{n1}=CC-n1=n37$;
 $n2+n38=CC$ を変形して $n38=CC-n2$; ここで $\underline{n2}$ を用いて $n38$ を表す。その意味は, $\underline{n2}=CC-n2=n38$;
 $n3+n39=CC$ を変形して $n39=CC-n3$; ここで $\underline{n3}$ を用いて $n39$ を表す。その意味は, $\underline{n3}=CC-n3=n39$;
 $n4+n40=CC$ を変形して $n40=CC-n4$; ここで $\underline{n4}$ を用いて $n40$ を表す。その意味は, $\underline{n4}=CC-n4=n40$;
 $n5+n33=CC$ を変形して $n33=CC-n5$; ここで $\underline{n5}$ を用いて $n33$ を表す。その意味は, $\underline{n5}=CC-n5=n33$;
 $n6+n34=CC$ を変形して $n34=CC-n6$; ここで $\underline{n6}$ を用いて $n34$ を表す。その意味は, $\underline{n6}=CC-n6=n34$;

 $n27+n63=CC$ を変形して $n63=CC-n27$; $\underline{n27}$ を用いて $n63$ を表す。その意味は, $\underline{n27}=CC-n27=n63$;
 $n28+n64=CC$ を変形して $n64=CC-n28$; $\underline{n28}$ を用いて $n64$ を表す。その意味は, $\underline{n28}=CC-n28=n64$;
 $n29+n57=CC$ を変形して $n57=CC-n29$; $\underline{n29}$ を用いて $n57$ を表す。その意味は, $\underline{n29}=CC-n29=n57$;
 $n30+n58=CC$ を変形して $n58=CC-n30$; $\underline{n30}$ を用いて $n58$ を表す。その意味は, $\underline{n30}=CC-n30=n58$;
 $n31+n59=CC$ を変形して $n59=CC-n31$; $\underline{n31}$ を用いて $n59$ を表す。その意味は, $\underline{n31}=CC-n31=n59$;
 $n32+n60=CC$ を変形して $n60=CC-n32$; $\underline{n32}$ を用いて $n60$ を表す。その意味は, $\underline{n32}=CC-n32=n60$;

*** 完全八方位の基本図と基本定義式を新しい「補数表現形」によって表す ***

7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3
15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11
23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	17
31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	25
39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7
47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15
55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23
63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31

補数表現形

*** 基本条件式 1 : 行列の定和 ***

$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C$.. rw1;
 $n9+n10+n11+n12+n13+n14+n15+n16=C$.. rw2;
 $n17+n18+n19+n20+n21+n22+n23+n24=C$.. rw3;
 $n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32=C$.. rw4;
 $n33+n34+n35+n36+n37+n38+n39+n40=C$.. rw5;
 $n41+n42+n43+n44+n45+n46+n47+n48=C$.. rw6;
 $n49+n50+n51+n52+n53+n54+n55+n56=C$.. rw7;
 $n57+n58+n59+n60+n61+n62+n63+n64=C$.. rw8;

*** 補数表現形によって表すと ***

$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C$.. rw1';
 $n9+n10+n11+n12+n13+n14+n15+n16=C$.. rw2';
 $n17+n18+n19+n20+n21+n22+n23+n24=C$.. rw3';
 $n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32=C$.. rw4';
 $n5+n6+n7+n8+n1+n2+n3+n4=C$.. rw5';
 $n13+n14+n15+n16+n9+n10+n11+n12=C$.. rw6';
 $n21+n22+n23+n24+n17+n18+n19+n20=C$.. rw7';
 $n29+n30+n31+n32+n25+n26+n27+n28=C$.. rw8';

$n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C$.. c11; | $n1+n9+n17+n25+n5+n13+n21+n29=C$.. c11';
 $n2+n10+n18+n26+n34+n42+n50+n58=C$.. c12; | $n2+n10+n18+n26+n6+n14+n22+n30=C$.. c12';
 $n3+n11+n19+n27+n35+n43+n51+n59=C$.. c13; | $n3+n11+n19+n27+n7+n15+n23+n31=C$.. c13';
 $n4+n12+n20+n28+n36+n44+n52+n60=C$.. c14; | $n4+n12+n20+n28+n8+n16+n24+n32=C$.. c14';
 $n5+n13+n21+n29+n37+n45+n53+n61=C$.. c15; | $n5+n13+n21+n29+n1+n9+n17+n25=C$.. c15';
 $n6+n14+n22+n30+n38+n46+n54+n62=C$.. c16; | $n6+n14+n22+n30+n2+n10+n18+n26=C$.. c16';
 $n7+n15+n23+n31+n39+n47+n55+n63=C$.. c17; | $n7+n15+n23+n31+n3+n11+n19+n27=C$.. c17';
 $n8+n16+n24+n32+n40+n48+n56+n64=C$.. c18; | $n8+n16+n24+n32+n4+n12+n20+n28=C$.. c18';

*** 基本条件式 2 : 補数定和と配置 : 補数表現形によって表すと ***

$n1+n1=n2+n2=n3+n3=n4+n4=n5+n5= \dots = n30+n30=n31+n31=n32+n32=CC \dots \text{cmlpt}$

「補数表現形」を使って、汎対角線の定和を証明してみよう。

pd1: $n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=n1+n10+n19+n28+n1+n10+n19+n28$
 $= (n1+n1) + (n10+n10) + (n19+n19) + (n28+n28) = 4*CC=C$

pb1: $n1+n16+n23+n30+n37+n44+n51+n58=n1+n16+n23+n30+n1+n16+n23+n30=4*CC=C$

pd2: $n2+n11+n20+n29+n38+n47+n56+n57=n2+n11+n20+n29+n2+n11+n20+n29=4*CC=C$

pb2: $n2+n9+n24+n31+n38+n45+n52+n59=n2+n9+n24+n31+n2+n9+n24+n31=4*CC=C$
 pd3: $n3+n12+n21+n30+n39+n48+n49+n58=n3+n12+n21+n30+n3+n12+n21+n30=4*CC=C$

 pd7: $n7+n16+n17+n26+n35+n44+n53+n62=n7+n16+n17+n26+n7+n16+n17+n26=4*CC=C$
 pb7: $n7+n14+n21+n28+n35+n42+n49+n64=n7+n14+n21+n28+n7+n14+n21+n28=4*CC=C$
 pd8: $n8+n9+n18+n27+n36+n45+n54+n63=n8+n9+n18+n27+n8+n9+n18+n27=4*CC=C$
 pb8: $n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=n8+n15+n22+n29+n8+n15+n22+n29=4*CC=C$

これによってわかるように、完全八方陣は全て汎八方陣なのである。汎八方陣の中でも、特別のタイプと言うことができる。
 実際の解がどんなものか、次に実例を示そう。前の対称八方陣と比較して見てほしい。

*** リスト 2 : 八次の完全型魔方陣の実例 ***

1/S								2/S								3/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	42	19	33	30	49	31	36	20	42	19	31	33	49	26	40	20	42	19	30	31	47	33	38
40	27	47	28	17	39	21	41	44	24	48	28	18	36	27	35	48	25	44	28	24	39	16	36
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
35	16	34	29	45	23	46	32	32	16	39	25	45	23	46	34	34	18	32	27	45	23	46	35
48	26	44	24	25	38	18	37	47	29	38	30	21	41	17	37	41	26	49	29	17	40	21	37
4/S								5/S								6/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	42	19	29	30	48	33	39	20	42	19	29	33	48	30	39	20	42	19	29	30	48	31	41
47	27	44	28	24	40	16	34	44	25	49	28	18	38	24	34	49	25	44	28	26	38	18	32
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
35	17	32	26	45	23	46	36	32	17	35	26	45	23	46	36	35	17	34	24	45	23	46	36
41	25	49	31	18	38	21	37	47	27	41	31	21	40	16	37	39	27	47	33	16	40	21	37
7/S								8/S								9/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	40	19	31	24	49	35	42	20	39	19	36	31	41	32	42	20	39	19	36	30	38	31	47
44	26	48	28	27	36	18	33	40	30	44	28	16	47	17	38	48	24	42	28	25	44	16	33
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
41	16	30	23	45	25	46	34	34	24	33	23	45	26	46	29	35	27	34	18	45	26	46	29
38	29	47	32	21	39	17	37	49	18	48	27	25	35	21	37	40	21	49	32	17	41	23	37
10/S								11/S								12/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	39	19	36	27	49	23	47	20	39	19	32	24	48	36	42	20	39	19	32	24	48	31	47
41	25	48	28	21	34	30	33	44	25	49	28	27	35	18	34	44	25	49	28	27	35	23	29
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
38	16	42	18	45	26	46	29	41	17	29	23	45	26	46	33	41	17	34	18	45	26	46	33
44	31	35	32	24	40	17	37	38	30	47	31	21	40	16	37	38	30	42	36	21	40	16	37
13/S								14/S								15/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	38	19	34	33	39	29	48	20	38	19	34	29	49	23	48	20	36	19	39	25	49	31	41
44	24	49	28	18	42	25	30	40	33	44	28	18	41	26	30	35	32	47	28	17	38	21	42
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
32	26	36	17	45	27	46	31	36	16	42	17	45	27	46	31	40	16	34	24	45	29	46	26
47	23	40	35	21	41	16	37	47	24	39	35	25	32	21	37	48	27	44	23	30	33	18	37

16/S								17/S								18/S							
1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5	1	63	3	61	57	11	59	5
58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52	58	10	56	12	15	43	14	52
20	36	19	39	27	47	23	49	20	36	19	32	39	42	31	41	20	35	19	38	26	47	33	42
41	25	48	28	21	33	30	34	49	25	47	28	17	38	21	35	48	24	44	28	29	31	16	40
8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4	8	54	6	60	64	2	62	4
50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53	50	22	51	13	7	55	9	53
38	18	42	16	45	29	46	26	26	23	34	24	45	29	46	33	39	18	32	23	45	30	46	27
44	32	35	31	24	40	17	37	48	27	44	30	16	40	18	37	36	34	49	25	17	41	21	37

対称型と比較すると、同じ番号の解がお互いに非常に良く似ている。規則的なデータの移動があり、「変換の規則」が簡単に見つけられそうだ。それによって「一対一対応」の関係もすぐに見つかりそうだ。第6章その1の研究報告を読んでほしい。

確かに対称型と完全型の間には、解集合の間に一対一対応の関係がある。

それ故に対称型と完全型の解は同数あり、解の総数は一致する。そう推理される。

従って、一方を求めれば、変換法によって、同時に他方を求めることができる。

今その全てを具体的な計数によって実際に検証することはできない（数が多過ぎて事実上不可能）が、理論的に考えて間違いないことと思われる。

第3節：汎対角線型魔方陣（またの名を「汎八方陣」）

汎八方陣は、完全八方陣よりはもう少し広く緩い概念である。65の補数の配置について、条件を一切付けない。ただ全汎対角線について、定和が成り立てば良い。

そうすれば、行列の逐次移動が可能になる。移動した後でも、汎八方陣に変わりはない。

例によって、この型の八方陣を基本図と基本条件式を用いて定義しよう。

* 汎八方陣の定義：基本図（拡張方陣空間） *

61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4

* 基本定義式1：行列の定和：C=260 *

$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C$.. rw1;	$n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C$.. cl1;
$n9+n10+n11+n12+n13+n14+n15+n16=C$.. rw2;	$n2+n10+n18+n26+n34+n42+n50+n58=C$.. cl2;
$n17+n18+n19+n20+n21+n22+n23+n24=C$.. rw3;	$n3+n11+n19+n27+n35+n43+n51+n59=C$.. cl3;
$n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32=C$.. rw4;	$n4+n12+n20+n28+n36+n44+n52+n60=C$.. cl4;
$n33+n34+n35+n36+n37+n38+n39+n40=C$.. rw5;	$n5+n13+n21+n29+n37+n45+n53+n61=C$.. cl5;
$n41+n42+n43+n44+n45+n46+n47+n48=C$.. rw6;	$n6+n14+n22+n30+n38+n46+n54+n62=C$.. cl6;
$n49+n50+n51+n52+n53+n54+n55+n56=C$.. rw7;	$n7+n15+n23+n31+n39+n47+n55+n63=C$.. cl7;
$n57+n58+n59+n60+n61+n62+n63+n64=C$.. rw8;	$n8+n16+n24+n32+n40+n48+n56+n64=C$.. cl8;

* 基本定義式2：汎対角線の定和：C=260 *

$n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C$.. pd1;	$n1+n16+n23+n30+n37+n44+n51+n58=C$.. pb1;
$n2+n11+n20+n29+n38+n47+n56+n57=C$.. pd2;	$n2+n9+n24+n31+n38+n45+n52+n59=C$.. pb2;

$n3+n12+n21+n30+n39+n48+n49+n58=C$.. pd3;	$n3+n10+n17+n32+n39+n46+n53+n60=C$.. pb3;
$n4+n13+n22+n31+n40+n41+n50+n59=C$.. pd4;	$n4+n11+n18+n25+n40+n47+n54+n61=C$.. pb4;
$n5+n14+n23+n32+n33+n42+n51+n60=C$.. pd5;	$n5+n12+n19+n26+n33+n48+n55+n62=C$.. pb5;
$n6+n15+n24+n25+n34+n43+n52+n61=C$.. pd6;	$n6+n13+n20+n27+n34+n41+n56+n63=C$.. pb6;
$n7+n16+n17+n26+n35+n44+n53+n62=C$.. pd7;	$n7+n14+n21+n28+n35+n42+n49+n64=C$.. pb7;
$n8+n9+n18+n27+n36+n45+n54+n63=C$.. pd8;	$n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C$.. pb8;

四次の場合は、汎対角線型も完全型も、そう定義して実際に解を求めても、実は全く同じ解集合を得る。汎四角陣と完全四角陣は、同値の概念になる。

ところが、八次の場合にはそうはならず、別々の解集合を作る。完全型よりも汎対角線型の解の方が、遥かに多い。総数が幾つになるのか、まるで見当が付かない。

次に、少数ではあるが、汎八角陣の解の実例を示そう。

* リスト3：八次の汎対角線型魔方陣の実例 *

1/			2/			3/		
1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	29 36 30 35 32 33 31 34	29 36 42 23 32 33 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34
60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10
40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	29 36 42 23 32 33 43 22
53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	29 36 42 23 32 33 43 22
16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47
41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	29 36 42 23 32 33 43 22
20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47
4/			5/			6/		
1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	41 24 42 23 44 21 43 22	28 37 30 35 32 33 31 34	28 37 42 23 32 33 43 22
60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10
40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	40 25 39 26 37 28 38 27	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	29 36 30 35 32 33 31 34	29 36 30 35 32 33 31 34	29 36 30 35 45 20 31 34
53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	20 45 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 45 20 31 34	21 44 19 46 17 48 18 47
16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47
41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 45 20 31 34	21 44 19 46 17 48 18 47
20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47	20 45 19 46 17 48 18 47
7/			8/			9/		
1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	41 24 30 35 45 20 31 34	41 24 42 23 45 20 43 22	28 37 30 35 44 21 31 34
60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	40 25 39 26 36 29 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	40 25 39 26 24 41 38 27
40 25 39 26 36 29 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	40 25 39 26 36 29 38 27	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	28 37 42 23 32 33 43 22	28 37 30 35 44 21 31 34	53 12 54 11 56 9 55 10
53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	28 37 42 23 32 33 43 22	28 37 30 35 32 33 31 34	28 37 30 35 32 33 31 34	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	16 49 15 50 13 52 14 51
16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	28 37 42 23 32 33 43 22	28 37 30 35 45 20 43 22	29 36 42 23 45 20 43 22
41 24 42 23 32 33 43 22	41 24 30 35 32 33 31 34	41 24 30 35 32 33 31 34	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47
21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 32 33 43 22	41 24 30 35 32 33 31 34	41 24 30 35 32 33 31 34	21 44 19 46 17 48 18 47	21 44 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47
10/			11/			12/		
1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	28 37 42 23 44 21 43 22	29 36 30 35 45 20 31 34	29 36 42 23 45 20 43 22
60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	40 25 39 26 24 41 38 27	40 25 39 26 24 41 38 27	40 25 39 26 24 41 38 27	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	40 25 39 26 24 41 38 27
40 25 39 26 24 41 38 27	40 25 39 26 24 41 38 27	40 25 39 26 24 41 38 27	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	29 36 30 35 45 20 31 34	29 36 30 35 45 20 31 34	53 12 54 11 56 9 55 10
53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	29 36 30 35 45 20 31 34	28 37 42 23 44 21 43 22	28 37 42 23 44 21 43 22	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	16 49 15 50 13 52 14 51
16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	28 37 42 23 44 21 43 22	28 37 30 35 44 21 31 34	28 37 30 35 44 21 31 34
29 36 30 35 45 20 31 34	28 37 42 23 44 21 43 22	28 37 42 23 44 21 43 22	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47
33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 31 34	41 24 30 35 44 21 31 34	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47	33 32 19 46 17 48 18 47
13/			14/			15/		
1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	1 64 2 63 4 61 3 62	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	41 24 42 23 44 21 43 22	41 24 30 35 44 21 32 33	1 64 2 63 4 61 3 62
60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	60 5 59 6 57 8 58 7	29 36 30 35 31 34 32 33	29 36 41 24 31 34 43 22	30 35 29 36 32 33 31 34	40 25 39 26 38 27 37 28	40 25 39 26 38 27 37 28	60 5 59 6 57 8 58 7
29 36 30 35 31 34 32 33	29 36 41 24 31 34 43 22	30 35 29 36 32 33 31 34	40 25 39 26 38 27 37 28	40 25 39 26 38 27 37 28	40 25 39 26 38 27 37 28	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	29 36 42 23 43 22 44 21
40 25 39 26 38 27 37 28	40 25 39 26 38 27 37 28	40 25 39 26 38 27 37 28	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	42 23 41 24 44 21 43 22	42 23 30 35 44 21 32 33	19 46 20 45 17 48 18 47
53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	53 12 54 11 56 9 55 10	42 23 41 24 44 21 43 22	42 23 30 35 44 21 32 33	41 24 42 23 43 22 44 21	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47
16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	16 49 15 50 13 52 14 51	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47
42 23 41 24 44 21 43 22	42 23 30 35 44 21 32 33	41 24 42 23 43 22 44 21	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47
19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	41 24 42 23 43 22 44 21	41 24 30 35 44 21 32 33	41 24 30 35 44 21 32 33	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47	19 46 20 45 17 48 18 47

16/	17/	18/
1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 30 35 42 23 32 33 44 21 40 25 39 26 38 27 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 41 24 29 36 43 22 31 34 19 46 20 45 17 48 18 47	1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 41 24 29 36 43 22 31 34 40 25 39 26 38 27 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 30 35 42 23 32 33 44 21 19 46 20 45 17 48 18 47	1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 41 24 42 23 43 22 44 21 40 25 39 26 38 27 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 30 35 29 36 32 33 31 34 19 46 20 45 17 48 18 47
19/	20/	21/
1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 42 23 30 35 44 21 32 33 40 25 39 26 38 27 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 29 36 41 24 31 34 43 22 19 46 20 45 17 48 18 47	1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 42 23 41 24 44 21 43 22 40 25 39 26 38 27 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 29 36 30 35 31 34 32 33 19 46 20 45 17 48 18 47	1 64 2 63 4 61 3 62 60 5 59 6 57 8 58 7 27 38 30 35 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 37 28 53 12 54 11 56 9 55 10 16 49 15 50 13 52 14 51 42 23 41 24 46 19 43 22 21 44 20 45 17 48 18 47

解の総数を実際に数えようと試みるなかれ。解は無数にあつて、とても最後までたどり着かない。解が多過ぎて、分類もできない。解のリスト出力も、紙の無駄になる。

第4節：八次の多重四方陣型魔方陣（またの名を「多重型八方陣」）

次に、多重型を取り上げる。八方陣の内部に4×4の四方陣が4個含まれるタイプだ。4個の四方陣は、行列のみ定和を追求し、4項の対角線については一切定義しない。しかし、それだけでは、八方陣全体を見た場合に必ずしも魔方陣になるとは限らないので、最低でも八方陣の8項の主対角線2本については、定和を追求することにする。

例の如く、基本図と基本条件式を用いて、このタイプを定義しよう。

*** 多重四方陣型八方陣の定義：基本図 ***

61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60		61 62 63 64 57 58 59 60
5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4		1 2 3 4
13 14 15 16 9 10 11 12 13 14 15 16 9 10 11 12		9 10 11 12
21 22 23 24 17 18 19 20 21 22 23 24 17 18 19 20		17 18 19 20
29 30 31 32 25 26 27 28 29 30 31 32 25 26 27 28		25 26 27 28
37 38 39 40 33 34 35 36 37 38 39 40 33 34 35 36		33 34 35 36
45 46 47 48 41 42 43 44 45 46 47 48 41 42 43 44		41 42 43 44
53 54 55 56 49 50 51 52 53 54 55 56 49 50 51 52		49 50 51 52
61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60		57 58 59 60
5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4		1 2 3 4
拡張方阵空間		

*** 基本条件式 ***

(SC=130)	
n1+n2+n3+n4=SC;	n1+n9+n17+n25=SC;
n9+n10+n11+n12=SC;	n2+n10+n18+n26=SC;
n17+n18+n19+n20=SC;	n3+n11+n19+n27=SC;
n25+n26+n27+n28=SC;	n4+n12+n20+n28=SC;
n5+n6+n7+n8=SC;	n5+n13+n21+n29=SC;
n13+n14+n15+n16=SC;	n6+n14+n22+n30=SC;
n21+n22+n23+n24=SC;	n7+n15+n23+n31=SC;
n29+n30+n31+n32=SC;	n8+n16+n24+n32=SC;
n33+n34+n35+n36=SC;	n33+n41+n49+n57=SC;
n41+n42+n43+n44=SC;	n34+n42+n50+n58=SC;
n49+n50+n51+n52=SC;	n35+n43+n51+n59=SC;
n57+n58+n59+n60=SC;	n36+n44+n52+n60=SC;
n37+n38+n39+n40=SC;	n37+n45+n53+n61=SC;
n45+n46+n47+n48=SC;	n38+n46+n54+n62=SC;
n53+n54+n55+n56=SC;	n39+n47+n55+n63=SC;
n61+n62+n63+n64=SC;	n40+n48+n56+n64=SC;

これで、八方陣全体を見ても、行列の定和が成り立つ。主対角線2本については、
 $n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C$; | $n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C$;
 を定義式に加える。我々の目標は、あくまで八方陣にあるのだから。

具体的にどのような解が作れるか。それは全部で幾つあるのか。
 解はどんどん出来るが、とても簡単には終わりそうにない。無数にありそうだ。

* リスト4：多重四方陣型八方陣の解の実例 *

1/								2/								3/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	44	22	41	23	60	6	57	7	44	33	30	23	60	6	57	7	44	21	41	24
13	51	16	50	29	35	32	34	13	51	16	50	29	24	43	34	13	51	16	50	29	36	32	33
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9
31	33	30	36	15	49	14	52	31	22	41	36	15	49	14	52	31	34	30	35	15	49	14	52
42	24	43	21	58	8	59	5	42	35	32	21	58	8	59	5	42	23	43	22	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64
4/								5/								6/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	44	21	30	35	60	6	57	7	43	22	42	23	60	6	57	7	43	21	42	24
13	51	16	50	29	36	43	22	13	51	16	50	30	35	31	34	13	51	16	50	30	36	31	33
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9
31	34	41	24	15	49	14	52	32	33	29	36	15	49	14	52	32	34	29	35	15	49	14	52
42	23	32	33	58	8	59	5	41	24	44	21	58	8	59	5	41	23	44	22	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64
7/								8/								9/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	43	34	29	24	60	6	57	7	43	22	29	36	60	6	57	7	32	33	42	23
13	51	16	50	30	23	44	33	13	51	16	50	30	35	44	21	13	51	16	50	41	24	31	34
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9
32	21	42	35	15	49	14	52	32	33	42	23	15	49	14	52	43	22	29	36	15	49	14	52
41	36	31	22	58	8	59	5	41	24	31	34	58	8	59	5	30	35	44	21	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64
10/								11/								12/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	32	21	42	35	60	6	57	7	32	34	29	35	60	6	57	7	32	33	29	36
13	51	16	50	41	36	31	22	13	51	16	50	41	23	44	22	13	51	16	50	41	24	44	21
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9
43	34	29	24	15	49	14	52	43	21	42	24	15	49	14	52	43	22	42	23	15	49	14	52
30	23	44	33	58	8	59	5	30	36	31	33	58	8	59	5	30	35	31	34	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64
13/								14/								15/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	31	34	41	24	60	6	57	7	31	34	30	35	60	6	57	7	31	22	41	36
13	51	16	50	42	23	32	33	13	51	16	50	42	23	43	22	13	51	16	50	42	35	32	21
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9
44	21	30	35	15	49	14	52	44	21	41	24	15	49	14	52	44	33	30	23	15	49	14	52
29	36	43	22	58	8	59	5	29	36	32	33	58	8	59	5	29	24	43	34	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64
16/								17/								18/							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46
60	6	57	7	31	33	30	36	60	6	57	7	44	22	41	23	60	6	57	7	44	33	30	23
13	51	16	50	42	24	43	21	13	51	16	50	29	35	32	34	13	51	16	50	29	24	43	34
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	38	31	36	25	54	12	55	9	38	31	36	25	54	12	55	9
44	22	41	23	15	49	14	52	28	33	30	39	15	49	14	52	28	22	41	39	15	49	14	52
29	35	32	34	58	8	59	5	45	24	43	18	58	8	59	5	45	35	32	18	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	19	42	21	48	3	61	2	64	19	42	21	48	3	61	2	64

19/	20/	21/
1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 43 18 45 24 13 51 16 50 30 36 31 33 56 10 53 11 40 29 34 27 38 28 39 25 54 12 55 9 32 37 26 35 15 49 14 52 41 23 44 22 58 8 59 5 19 42 21 48 3 61 2 64	1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 32 18 45 35 13 51 16 50 41 36 31 22 56 10 53 11 40 29 34 27 38 28 39 25 54 12 55 9 43 37 26 24 15 49 14 52 30 23 44 33 58 8 59 5 19 42 21 48 3 61 2 64	1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 28 22 41 39 13 51 16 50 45 35 32 18 56 10 53 11 40 26 37 27 38 31 36 25 54 12 55 9 44 33 30 23 15 49 14 52 29 24 43 34 58 8 59 5 19 42 21 48 3 61 2 64
22/	23/	24/
1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 28 33 30 39 13 51 16 50 45 24 43 18 56 10 53 11 40 26 37 27 38 31 36 25 54 12 55 9 44 22 41 23 15 49 14 52 29 35 32 34 58 8 59 5 19 42 21 48 3 61 2 64	1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 44 18 45 23 13 51 16 50 29 35 32 34 56 10 53 11 40 30 33 27 38 28 39 25 54 12 55 9 31 37 26 36 15 49 14 52 42 24 43 21 58 8 59 5 19 41 22 48 3 61 2 64	1 63 4 62 17 47 20 46 60 6 57 7 43 21 42 24 13 51 16 50 30 36 31 33 56 10 53 11 40 26 37 27 38 32 35 25 54 12 55 9 28 34 29 39 15 49 14 52 45 23 44 18 58 8 59 5 19 41 22 48 3 61 2 64

第5節：八次の正方連結型汎魔方陣（またの名を「相結汎八方陣」）

次は、正方連結汎八方陣だ。任意の場所の行列 2×2 の正方連結四数定和を求める汎八方陣で、下図のような基本図と基本条件式を用いて定義する。

* 正方連結汎八方陣の定義：基本図 *

5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7 8	1 2 3 4	* 基本条件式 1 : $C=260$ *
13 14 15 16	9 10 11 12 13 14 15 16	9 10 11 12	$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C$.. rw1;
21 22 23 24	17 18 19 20 21 22 23 24	17 18 19 20	$n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C$.. cl1;
29 30 31 32	25 26 27 28 29 30 31 32	25 26 27 28	$n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C$.. pd1;
37 38 39 40	33 34 35 36 37 38 39 40	33 34 35 36	$n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C$.. pb8;
45 46 47 48	41 42 43 44 45 46 47 48	41 42 43 44	
53 54 55 56	49 50 51 52 53 54 55 56	49 50 51 52	
61 62 63 64	57 58 59 60 61 62 63 64	57 58 59 60	
5 6 7 8	1 2 3 4	5 6 7 8	1 2 3 4

* 基本条件式 2 : 正方連結四数の定和 : $SS=130$ *

$n1+n2+n9+n10=SS$... c01	$n22+n23+n30+n31=SS$... c22	$n43+n44+n51+n52=SS$... c43
$n2+n3+n10+n11=SS$... c02	$n23+n24+n31+n32=SS$... c23	$n44+n45+n52+n53=SS$... c44
$n3+n4+n11+n12=SS$... c03	$n24+n17+n32+n25=SS$... c24	$n45+n46+n53+n54=SS$... c45
$n4+n5+n12+n13=SS$... c04	$n25+n26+n33+n34=SS$... c25	$n46+n47+n54+n55=SS$... c46
$n5+n6+n13+n14=SS$... c05	$n26+n27+n34+n35=SS$... c26	$n47+n48+n55+n56=SS$... c47
$n6+n7+n14+n15=SS$... c06	$n27+n28+n35+n36=SS$... c27	$n48+n41+n56+n49=SS$... c48
$n7+n8+n15+n16=SS$... c07	$n28+n29+n36+n37=SS$... c28	$n49+n50+n57+n58=SS$... c49
$n8+n1+n16+n9=SS$... c08	$n29+n30+n37+n38=SS$... c29	$n50+n51+n58+n59=SS$... c50
$n9+n10+n17+n18=SS$... c09	$n30+n31+n38+n39=SS$... c30	$n51+n52+n59+n60=SS$... c51
$n10+n11+n18+n19=SS$... c10	$n31+n32+n39+n40=SS$... c31	$n52+n53+n60+n61=SS$... c52
$n11+n12+n19+n20=SS$... c11	$n32+n25+n40+n33=SS$... c32	$n53+n54+n61+n62=SS$... c53
$n12+n13+n20+n21=SS$... c12	$n33+n34+n41+n42=SS$... c33	$n54+n55+n62+n63=SS$... c54
$n13+n14+n21+n22=SS$... c13	$n34+n35+n42+n43=SS$... c34	$n55+n56+n63+n64=SS$... c55
$n14+n15+n22+n23=SS$... c14	$n35+n36+n43+n44=SS$... c35	$n56+n49+n64+n57=SS$... c56
$n15+n16+n23+n24=SS$... c15	$n36+n37+n44+n45=SS$... c36	$n57+n58+n1+n2=SS$... c57
$n16+n9+n24+n17=SS$... c16	$n37+n38+n45+n46=SS$... c37	$n58+n59+n2+n3=SS$... c58

n17+n18+n25+n26=SS ... c17		n38+n39+n46+n47=SS ... c38		n59+n60+n3+n4=SS ... c59
n18+n19+n26+n27=SS ... c18		n39+n40+n47+n48=SS ... c39		n60+n61+n4+n5=SS ... c60
n19+n20+n27+n28=SS ... c19		n40+n33+n48+n41=SS ... c40		n61+n62+n5+n6=SS ... c61
n20+n21+n28+n29=SS ... c20		n41+n42+n49+n50=SS ... c41		n62+n63+n6+n7=SS ... c62
n21+n22+n29+n30=SS ... c21		n42+n43+n50+n51=SS ... c42		n63+n64+n7+n8=SS ... c63
and n64+n57+n8+n1=SS ... c64				

正方連結四数定和の条件式が 64 本と多いわりに、基本条件式が 4 本と随分少ないのに驚かれるかも知れない。前者が多数あるので、後者を少数に絞れるのである。これでも、全ての行列と全ての汎対角線で定和が実現する。汎八方陣になるのである。

* リスト 5 : 正方連結汎八方陣の解の実例 *

1/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 41 24 42 23 45 20 46 19 22 43 21 44 18 47 17 48 51 14 52 13 55 10 56 9 16 49 15 50 12 53 11 54	2/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 41 24 42 23 45 20 46 19 16 49 15 50 12 53 11 54 51 14 52 13 55 10 56 9 22 43 21 44 18 47 17 48	3/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 43 22 44 21 47 18 48 17 24 41 23 42 20 45 19 46 49 16 50 15 53 12 54 11 14 51 13 52 10 55 9 56
4/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 43 22 44 21 47 18 48 17 14 51 13 52 10 55 9 56 49 16 50 15 53 12 54 11 24 41 23 42 20 45 19 46	5/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 49 16 50 15 53 12 54 11 24 41 23 42 20 45 19 46 43 22 44 21 47 18 48 17 14 51 13 52 10 55 9 56	6/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 49 16 50 15 53 12 54 11 14 51 13 52 10 55 9 56 43 22 44 21 47 18 48 17 24 41 23 42 20 45 19 46
7/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 51 14 52 13 55 10 56 9 22 43 21 44 18 47 17 48 41 24 42 23 45 20 46 19 16 49 15 50 12 53 11 54	8/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 27 38 28 37 31 34 32 33 40 25 39 26 36 29 35 30 51 14 52 13 55 10 56 9 16 49 15 50 12 53 11 54 41 24 42 23 45 20 46 19 22 43 21 44 18 47 17 48	9/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 41 24 42 23 45 20 46 19 40 25 39 26 36 29 35 30 27 38 28 37 31 34 32 33 22 43 21 44 18 47 17 48 51 14 52 13 55 10 56 9 16 49 15 50 12 53 11 54
10/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 41 24 42 23 45 20 46 19 40 25 39 26 36 29 35 30 27 38 28 37 31 34 32 33 16 49 15 50 12 53 11 54 51 14 52 13 55 10 56 9 22 43 21 44 18 47 17 48	11/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 41 24 42 23 45 20 46 19 40 25 39 26 36 29 35 30 51 14 52 13 55 10 56 9 22 43 21 44 18 47 17 48 27 38 28 37 31 34 32 33 16 49 15 50 12 53 11 54	12/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 41 24 42 23 45 20 46 19 40 25 39 26 36 29 35 30 51 14 52 13 55 10 56 9 16 49 15 50 12 53 11 54 27 38 28 37 31 34 32 33 22 43 21 44 18 47 17 48
13/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 43 22 44 21 47 18 48 17 40 25 39 26 36 29 35 30 27 38 28 37 31 34 32 33 24 41 23 42 20 45 19 46 49 16 50 15 53 12 54 11 14 51 13 52 10 55 9 56	14/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 43 22 44 21 47 18 48 17 40 25 39 26 36 29 35 30 27 38 28 37 31 34 32 33 14 51 13 52 10 55 9 56 49 16 50 15 53 12 54 11 24 41 23 42 20 45 19 46	15/ 1 64 2 63 5 60 6 59 62 3 61 4 58 7 57 8 43 22 44 21 47 18 48 17 40 25 39 26 36 29 35 30 49 16 50 15 53 12 54 11 24 41 23 42 20 45 19 46 27 38 28 37 31 34 32 33 14 51 13 52 10 55 9 56

16/								17/								18/											
1 64 2 63 5 60 6 59	1 64 2 63 5 60 6 59	1 64 2 63 5 60 6 59	62 3 61 4 58 7 57 8	62 3 61 4 58 7 57 8	62 3 61 4 58 7 57 8	43 22 44 21 47 18 48 17	49 16 50 15 53 12 54 11	49 16 50 15 53 12 54 11	49 16 50 15 53 12 54 11	40 25 39 26 36 29 35 30	40 25 39 26 36 29 35 30	40 25 39 26 36 29 35 30	49 16 50 15 53 12 54 11	27 38 28 37 31 34 32 33	27 38 28 37 31 34 32 33	27 38 28 37 31 34 32 33	14 51 13 52 10 55 9 56	24 41 23 42 20 45 19 46	24 41 23 42 20 45 19 46	14 51 13 52 10 55 9 56	27 38 28 37 31 34 32 33	43 22 44 21 47 18 48 17	43 22 44 21 47 18 48 17	43 22 44 21 47 18 48 17	24 41 23 42 20 45 19 46	24 41 23 42 20 45 19 46	24 41 23 42 20 45 19 46
.																											

条件が多いので、解を比較的求めやすいのだが、無数にある。解の総数はわからない。後に二進法を用いた『新オイラー法』で、このタイプの計数を試みたが、何と標準解が119439360個も見つかった。ノン・オイラー型を含めて一般解が幾つあるのか、見当も付かない。今までの研究結果によると、正方連結型は全てオイラー型であったから、ノン・オイラー型は無く、解の総数はこの1億2千万弱個が良いのではないかという気もする。

第6節：連立型八方陣各タイプの概説

八方陣には、様々なタイプがある。連立型のものも、少なからずある。

下表に、理論的に可能な「連立型」の八方陣を思いつく限りあげてみた。3タイプと5タイプを組み合わせると15+1タイプを考えてみたのだが、この中には論理的に「同値」の概念も含まれている。例えば、*印をつけた4つは、どこから始めても、同じ解集合に行き着いてしまう。その同値関係を、定義式から代数的方法で導くこともできる。

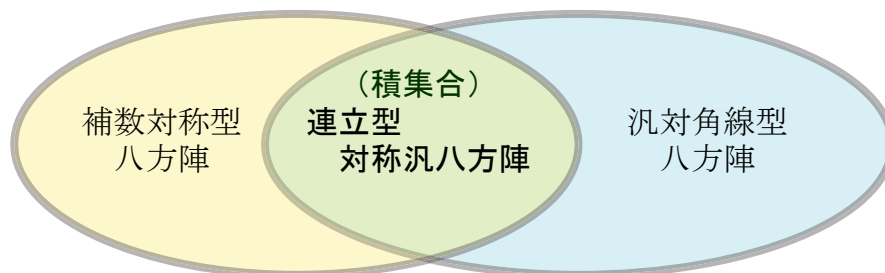
各個別に詳しく研究する必要がある。どういう方陣ができるか、解の総数は幾つあるかを詳しく調べなければならない。

表1：理論的に可能な「連立型」八方陣の様々なタイプ

	多重四方陣型	正方連結型	連立型の多重型正方連結方陣
一般型	多重四方陣型八方陣	正方連結型八方陣	多重型正方連結八方陣
補数対称型	多重四方陣型 対称八方陣	正方連結型 * 対称八方陣	多重型正方連結 * 対称八方陣
完全型	多重四方陣型 完全八方陣	正方連結型 完全八方陣	多重型正方連結 完全八方陣
汎対角線型	多重四方陣型 汎八方陣	正方連結型 汎八方陣	多重型正方連結 汎八方陣
連立型の 対称汎魔方陣	多重四方陣型 対称汎八方陣	正方連結型 * 対称汎八方陣	多重型正方連結 * 対称汎八方陣

#6-1：補数対称型かつ汎対角線型の魔方陣（「対称汎八方陣」）

連立型としては、最も古くから良く知られている「対称汎八方陣」を先ず取り上げよう。補数対称型と汎対角線型の両方の性質を併せ持っているものを「連立型」と言う。



解集合の関係で言えば、上図の積集合に相当する。積集合を求めるには、

- (1) 対称型と汎対角線型の解集合を別々に求め、両集合に共通の解を選び出す。
 (2) 定義の段階から条件式を全部揃え、独立に対称汎八方陣を求める。
 という方法があるが、通常は(2)を行う。その方が実行速度が速い。

* 「補数対称型」かつ「汎対角線型」の連立型八方陣の定義 *

* 基本条件式 1 : 行列の定和: C=260 *

$$\begin{array}{l}
 n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C \quad \dots \text{rw1}; \\
 n9+n10+n11+n12+n13+n14+n15+n16=C \quad \dots \text{rw2}; \\
 n17+n18+n19+n20+n21+n22+n23+n24=C \quad \dots \text{rw3}; \\
 n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32=C \quad \dots \text{rw4}; \\
 n33+n34+n35+n36+n37+n38+n39+n40=C \quad \dots \text{rw5}; \\
 n41+n42+n43+n44+n45+n46+n47+n48=C \quad \dots \text{rw6}; \\
 n49+n50+n51+n52+n53+n54+n55+n56=C \quad \dots \text{rw7}; \\
 n57+n58+n59+n60+n61+n62+n63+n64=C \quad \dots \text{rw8}; \\
 n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C \quad \dots \text{c1}; \\
 n2+n10+n18+n26+n34+n42+n50+n58=C \quad \dots \text{c2}; \\
 n3+n11+n19+n27+n35+n43+n51+n59=C \quad \dots \text{c3}; \\
 n4+n12+n20+n28+n36+n44+n52+n60=C \quad \dots \text{c4}; \\
 n5+n13+n21+n29+n37+n45+n53+n61=C \quad \dots \text{c5}; \\
 n6+n14+n22+n30+n38+n46+n54+n62=C \quad \dots \text{c6}; \\
 n7+n15+n23+n31+n39+n47+n55+n63=C \quad \dots \text{c7}; \\
 n8+n16+n24+n32+n40+n48+n56+n64=C \quad \dots \text{c8};
 \end{array}$$

* 基本図 (拡張方阵空間) *

61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4

* 基本条件式 2 : 汎対角線の定和: C=260 *

$$\begin{array}{l}
 n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C \quad \dots \text{pd1}; \\
 n2+n11+n20+n29+n38+n47+n56+n57=C \quad \dots \text{pd2}; \\
 n3+n12+n21+n30+n39+n48+n49+n58=C \quad \dots \text{pd3}; \\
 n4+n13+n22+n31+n40+n41+n50+n59=C \quad \dots \text{pd4}; \\
 n5+n14+n23+n32+n33+n42+n51+n60=C \quad \dots \text{pd5}; \\
 n6+n15+n24+n25+n34+n43+n52+n61=C \quad \dots \text{pd6}; \\
 n7+n16+n17+n26+n35+n44+n53+n62=C \quad \dots \text{pd7}; \\
 n8+n9+n18+n27+n36+n45+n54+n63=C \quad \dots \text{pd8}; \\
 n1+n16+n23+n30+n37+n44+n51+n58=C \quad \dots \text{pb1}; \\
 n2+n9+n24+n31+n38+n45+n52+n59=C \quad \dots \text{pb2}; \\
 n3+n10+n17+n32+n39+n46+n53+n60=C \quad \dots \text{pb3}; \\
 n4+n11+n18+n25+n40+n47+n54+n61=C \quad \dots \text{pb4}; \\
 n5+n12+n19+n26+n33+n48+n55+n62=C \quad \dots \text{pb5}; \\
 n6+n13+n20+n27+n34+n41+n56+n63=C \quad \dots \text{pb6}; \\
 n7+n14+n21+n28+n35+n42+n49+n64=C \quad \dots \text{pb7}; \\
 n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C \quad \dots \text{pb8};
 \end{array}$$

* 基本条件式 3 : 補数定和と対称配置: CC=65 **

$$\begin{array}{l}
 n1+n64=n2+n63=n3+n62=n4+n61=n5+n60=n6+n59=n7+n58=n8+n57= \\
 n9+n56=n10+n55=n11+n54=n12+n53=n13+n52=n14+n51=n15+n50=n16+n49= \\
 n17+n48=n18+n47=n19+n46=n20+n45=n21+n44=n22+n43=n23+n42=n24+n41= \\
 n25+n40=n26+n39=n27+n38=n28+n37=n29+n36=n30+n35=n31+n34=n32+n33=CC \quad \dots \text{sc}
 \end{array}$$

上の条件式の全てが成り立つと仮定するのである。そうして解を求める。
 実際に解を求めてみたが、とても最後までたどり着けなかった。解は数え切れないくらい無数にある。二進法を使う「新オイラー法」でも試したが、単位面が多過ぎて諦めた。
 四次の場合は、連立型の対称汎魔方陣は存在しない。六次の場合は、そもそも対称方阵も汎魔方陣も存在しない。従って連立型も存在しない。五次では、16個の連立型が存在する。七次では、まだ数え切れていないが、多数存在する。『完全オイラー型』の対称汎七方陣を求めてみたら、3456個あった。連立型は、希少価値の高い「宝石」のような方阵だ。
 しかし、八次となると、もう珍しくも何ともない。希少価値が薄い。これには驚いた。

以下に解の実例の一部を示そう。

* リスト6 : 「補数対称型」かつ「汎対角線型」の連立型八方陣の解の実例 *

1/								49/								97/							
1	63	4	62	17	46	20	47	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	17	47	22	44
60	6	57	7	44	23	41	22	60	6	57	7	44	22	41	23	60	6	57	7	46	20	41	23
15	49	14	52	30	33	31	36	15	49	14	52	31	33	30	36	15	49	14	52	31	33	28	38
54	12	55	9	39	28	38	25	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	55	9	36	30	39	25
40	27	37	26	56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	35	29	56	10	53	11
29	34	32	35	13	51	16	50	29	35	32	34	13	51	16	50	27	37	32	34	13	51	16	50
43	24	42	21	58	8	59	5	42	24	43	21	58	8	59	5	42	24	45	19	58	8	59	5
18	45	19	48	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	21	43	18	48	3	61	2	64

145/								193/								241/							
1	63	4	62	17	47	34	32	1	63	4	62	18	45	19	48	1	63	4	62	18	48	19	45
60	6	57	7	46	20	29	35	60	6	57	7	43	24	42	21	60	6	57	7	44	22	41	23
15	49	14	52	43	21	28	38	15	49	14	52	29	34	32	35	15	49	14	52	31	33	30	36
54	12	55	9	24	42	39	25	54	12	55	9	40	27	37	26	54	12	55	9	37	27	40	26
40	26	23	41	56	10	53	11	39	28	38	25	56	10	53	11	39	25	38	28	56	10	53	11
27	37	44	22	13	51	16	50	30	33	31	36	13	51	16	50	29	35	32	34	13	51	16	50
30	36	45	19	58	8	59	5	44	23	41	22	58	8	59	5	42	24	43	21	58	8	59	5
33	31	18	48	3	61	2	64	17	46	20	47	3	61	2	64	20	46	17	47	3	61	2	64

289/								337/								385/							
1	63	4	62	18	48	21	43	1	63	4	62	18	48	33	31	1	63	4	62	19	45	18	48
60	6	57	7	46	20	41	23	60	6	57	7	46	20	29	35	60	6	57	7	42	24	43	21
15	49	14	52	31	33	28	38	15	49	14	52	43	21	28	38	15	49	14	52	29	35	32	34
54	12	55	9	35	29	40	26	54	12	55	9	23	41	40	26	54	12	55	9	40	26	37	27
39	25	36	30	56	10	53	11	39	25	24	42	56	10	53	11	38	28	39	25	56	10	53	11
27	37	32	34	13	51	16	50	27	37	44	22	13	51	16	50	31	33	30	36	13	51	16	50
42	24	45	19	58	8	59	5	30	36	45	19	58	8	59	5	44	22	41	23	58	8	59	5
22	44	17	47	3	61	2	64	34	32	17	47	3	61	2	64	17	47	20	46	3	61	2	64

433/								481/								529/							
1	63	4	62	19	48	18	45	1	63	4	62	19	48	21	42	1	63	4	62	19	48	33	30
60	6	57	7	44	23	41	22	60	6	57	7	47	20	41	22	60	6	57	7	47	20	29	34
15	49	14	52	30	33	31	36	15	49	14	52	30	33	28	39	15	49	14	52	42	21	28	39
54	12	55	9	37	26	40	27	54	12	55	9	34	29	40	27	54	12	55	9	22	41	40	27
38	25	39	28	56	10	53	11	38	25	36	31	56	10	53	11	38	25	24	43	56	10	53	11
29	34	32	35	13	51	16	50	26	37	32	35	13	51	16	50	26	37	44	23	13	51	16	50
43	24	42	21	58	8	59	5	43	24	45	18	58	8	59	5	31	36	45	18	58	8	59	5
20	47	17	46	3	61	2	64	23	44	17	46	3	61	2	64	35	32	17	46	3	61	2	64

577/								769/								961/							
1	63	4	62	20	46	17	47	1	63	4	62	21	43	18	48	1	63	4	62	22	44	17	47
60	6	57	7	42	24	43	21	60	6	57	7	42	24	45	19	60	6	57	7	42	24	45	19
15	49	14	52	29	35	32	34	15	49	14	52	27	37	32	34	15	49	14	52	27	37	32	34
54	12	55	9	39	25	38	28	54	12	55	9	40	26	35	29	54	12	55	9	39	25	36	30
37	27	40	26	56	10	53	11	36	30	39	25	56	10	53	11	35	29	40	26	56	10	53	11
31	33	30	36	13	51	16	50	31	33	28	38	13	51	16	50	31	33	28	38	13	51	16	50
44	22	41	23	58	8	59	5	46	20	41	23	58	8	59	5	46	20	41	23	58	8	59	5
18	48	19	45	3	61	2	64	17	47	22	44	3	61	2	64	18	48	21	43	3	61	2	64

1153/								1345/								1537/							
1	63	4	62	23	44	17	46	1	63	4	62	24	44	17	45	1	63	4	62	33	31	18	48
60	6	57	7	43	24	45	18	60	6	57	7	43	23	46	18	60	6	57	7	30	36	45	19
15	49	14	52	26	37	32	35	15	49	14	52	26	38	31	35	15	49	14	52	27	37	44	22
54	12	55	9	38	25	36	31	54	12	55	9	37	25	36	32	54	12	55	9	40	26	23	41
34	29	40	27	56	10	53	11	33	29	40	28	56	10	53	11	24	42	39	25	56	10	53	11
30	33	28	39	13	51	16	50	30	34	27	39	13	51	16	50	43	21	28	38	13	51	16	50
47	20	41	22	58	8	59	5	47	19	42	22	58	8	59	5	46	20	29	35	58	8	59	5
19	48	21	42	3	61	2	64	20	48	21	41	3	61	2	64	17	47	34	32	3	61	2	64

1729/	1921/	2113/
1 63 4 62 34 32 17 47 60 6 57 7 30 36 45 19 15 49 14 52 27 37 44 22 54 12 55 9 39 25 24 42 23 41 40 26 56 10 53 11 43 21 28 38 13 51 16 50 46 20 29 35 58 8 59 5 18 48 33 31 3 61 2 64	1 63 4 62 35 32 17 46 60 6 57 7 31 36 45 18 15 49 14 52 26 37 44 23 54 12 55 9 38 25 24 43 22 41 40 27 56 10 53 11 42 21 28 39 13 51 16 50 47 20 29 34 58 8 59 5 19 48 33 30 3 61 2 64	1 63 4 62 36 32 17 45 60 6 57 7 31 35 46 18 15 49 14 52 26 38 43 23 54 12 55 9 37 25 24 44 21 41 40 28 56 10 53 11 42 22 27 39 13 51 16 50 47 19 30 34 58 8 59 5 20 48 33 29 3 61 2 64
2305/	2497/	2689/
1 63 4 62 37 32 17 44 60 6 57 7 31 35 46 18 15 49 14 52 26 38 43 23 54 12 55 9 36 25 24 45 20 41 40 29 56 10 53 11 42 22 27 39 13 51 16 50 47 19 30 34 58 8 59 5 21 48 33 28 3 61 2 64	1 63 4 62 38 32 17 43 60 6 57 7 31 36 45 18 15 49 14 52 26 37 44 23 54 12 55 9 35 25 24 46 19 41 40 30 56 10 53 11 42 21 28 39 13 51 16 50 47 20 29 34 58 8 59 5 22 48 33 27 3 61 2 64	1 63 4 62 39 32 17 42 60 6 57 7 30 36 45 19 15 49 14 52 27 37 44 22 54 12 55 9 34 25 24 47 18 41 40 31 56 10 53 11 43 21 28 38 13 51 16 50 46 20 29 35 58 8 59 5 23 48 33 26 3 61 2 64
2737/	2785/	2833/
1 63 4 62 39 44 17 30 60 6 57 7 42 24 45 19 15 49 14 52 27 37 32 34 54 12 55 9 22 25 36 47 18 29 40 43 56 10 53 11 31 33 28 38 13 51 16 50 46 20 41 23 58 8 59 5 35 48 21 26 3 61 2 64	1 63 4 62 39 46 17 28 60 6 57 7 42 24 43 21 15 49 14 52 29 35 32 34 54 12 55 9 20 25 38 47 18 27 40 45 56 10 53 11 31 33 30 36 13 51 16 50 44 22 41 23 58 8 59 5 37 48 19 26 3 61 2 64	1 63 4 62 39 46 20 25 60 6 57 7 44 23 41 22 15 49 14 52 30 33 31 36 54 12 55 9 17 28 38 47 18 27 37 48 56 10 53 11 29 34 32 35 13 51 16 50 43 24 42 21 58 8 59 5 40 45 19 26 3 61 2 64

これからは、もう少し希少価値の高い、珍しい八方陣を作らなければならない。

#6-2: 三連立型の多重四方陣型対称汎八方陣

対称汎八方陣の中から、多重四方陣型のものをさがしてみよう。
今度もまた、条件式を増やして、独立に三連立型の多重型対称汎八方陣を作る。
#6-1の対称汎八方陣の基本条件式1を、次のように変える。

* 多重四方陣型対称汎八方陣の定義: 基本図 *

61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60	* 基本条件式 1 : 行列の定和 *																																																																																																																																																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td> </tr> <tr> <td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td> </tr> <tr> <td>29</td><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td> </tr> <tr> <td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td> </tr> <tr> <td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td> </tr> <tr> <td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>49</td><td>50</td><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>49</td><td>50</td><td>51</td><td>52</td> </tr> <tr> <td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td> </tr> <tr> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td> </tr> </table>	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	$n1+n2+n3+n4=SC;$ $n1+n9+n17+n25=SC;$ $n9+n10+n11+n12=SC;$ $n2+n10+n18+n26=SC;$ $n17+n18+n19+n20=SC;$ $n3+n11+n19+n27=SC;$ $n25+n26+n27+n28=SC;$ $n4+n12+n20+n28=SC;$ $n5+n6+n7+n8=SC;$ $n5+n13+n21+n29=SC;$ $n13+n14+n15+n16=SC;$ $n6+n14+n22+n30=SC;$ $n21+n22+n23+n24=SC;$ $n7+n15+n23+n31=SC;$ $n29+n30+n31+n32=SC;$ $n8+n16+n24+n32=SC;$ $n33+n34+n35+n36=SC;$ $n33+n41+n49+n57=SC;$ $n41+n42+n43+n44=SC;$ $n34+n42+n50+n58=SC;$ $n49+n50+n51+n52=SC;$ $n35+n43+n51+n59=SC;$ $n57+n58+n59+n60=SC;$ $n36+n44+n52+n60=SC;$ $n37+n38+n39+n40=SC;$ $n37+n45+n53+n61=SC;$ $n45+n46+n47+n48=SC;$ $n38+n46+n54+n62=SC;$ $n53+n54+n55+n56=SC;$ $n39+n47+n55+n63=SC;$ $n61+n62+n63+n64=SC;$ $n40+n48+n56+n64=SC;$
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4																																																																																																																																																		
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12																																																																																																																																																		
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20																																																																																																																																																		
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28																																																																																																																																																		
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36																																																																																																																																																		
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44																																																																																																																																																		
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52																																																																																																																																																		
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60																																																																																																																																																		
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4																																																																																																																																																		
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12																																																																																																																																																		

汎対角線定和と補数定和・対称配置に関しては、#6-1の基本条件式をそのまま使う。

* リスト7：三連立型の多重四方陣型の対称汎八方陣の解の実例 *

1#								529#								625#							
1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	11	53	18	48	1	63	4	62	11	53	20	46
60	6	57	7	44	22	41	23	60	6	57	7	44	22	37	27	60	6	57	7	50	16	41	23
13	51	16	50	29	35	32	34	13	51	20	46	33	31	36	30	13	51	22	44	29	35	32	34
56	10	53	11	40	26	37	27	56	10	49	15	42	24	39	25	56	10	47	17	40	26	37	27
38	28	39	25	54	12	55	9	40	26	41	23	50	16	55	9	38	28	39	25	48	18	55	9
31	33	30	36	15	49	14	52	35	29	34	32	19	45	14	52	31	33	30	36	21	43	14	52
42	24	43	21	58	8	59	5	38	28	43	21	58	8	59	5	42	24	49	15	58	8	59	5
19	45	18	48	3	61	2	64	17	47	12	54	3	61	2	64	19	45	12	54	3	61	2	64
721#								817#								3889#							
1	63	4	62	11	53	20	46	1	63	4	62	17	47	20	46	1	63	4	62	9	55	20	46
60	6	57	7	50	16	41	23	60	6	57	7	44	22	41	23	60	6	57	7	52	14	41	23
13	51	38	28	29	35	48	18	15	49	14	52	31	33	30	36	15	49	22	44	31	33	30	36
56	10	31	33	40	26	21	43	54	12	55	9	38	28	39	25	54	12	47	17	38	28	39	25
22	44	39	25	32	34	55	9	40	26	37	27	56	10	53	11	40	26	37	27	48	18	53	11
47	17	30	36	37	27	14	52	29	35	32	34	13	51	16	50	29	35	32	34	21	43	16	50
42	24	49	15	58	8	59	5	42	24	43	21	58	8	59	5	42	24	51	13	58	8	59	5
19	45	12	54	3	61	2	64	19	45	18	48	3	61	2	64	19	45	10	56	3	61	2	64
3985#								4081#								4177#							
1	63	4	62	9	55	18	48	1	63	4	62	9	55	18	48	1	63	4	62	9	55	20	46
60	6	57	7	52	14	43	21	60	6	57	7	52	14	43	21	60	6	57	7	52	14	41	23
15	49	24	42	29	35	32	34	15	49	38	28	29	35	46	20	15	49	40	26	31	33	48	18
54	12	45	19	40	26	37	27	54	12	31	33	40	26	23	41	54	12	29	35	38	28	21	43
38	28	39	25	46	20	53	11	24	42	39	25	32	34	53	11	22	44	37	27	30	36	53	11
31	33	30	36	23	41	16	50	45	19	30	36	37	27	16	50	47	17	32	34	39	25	16	50
44	22	51	13	58	8	59	5	44	22	51	13	58	8	59	5	42	24	51	13	58	8	59	5
17	47	10	56	3	61	2	64	17	47	10	56	3	61	2	64	19	45	10	56	3	61	2	64
4273#								4369#								4465#							
1	63	4	62	17	47	12	54	1	63	4	62	19	45	12	54	1	63	4	62	9	55	12	54
60	6	57	7	38	28	43	21	60	6	57	7	42	24	49	15	60	6	57	7	52	14	49	15
19	45	14	52	33	31	36	30	21	43	14	52	29	35	32	34	21	43	24	42	29	35	32	34
50	16	55	9	42	24	39	25	48	18	55	9	40	26	37	27	48	18	45	19	40	26	37	27
40	26	41	23	56	10	49	15	38	28	39	25	56	10	47	17	38	28	39	25	46	20	47	17
35	29	34	32	13	51	20	46	31	33	30	36	13	51	22	44	31	33	30	36	23	41	22	44
44	22	37	27	58	8	59	5	50	16	41	23	58	8	59	5	50	16	51	13	58	8	59	5
11	53	18	48	3	61	2	64	11	53	20	46	3	61	2	64	11	53	10	56	3	61	2	64
4993#								5089#								5185#							
1	63	4	62	9	55	12	54	1	63	4	62	17	47	12	54	1	63	4	62	17	47	10	56
60	6	57	7	52	14	49	15	60	6	57	7	44	22	49	15	60	6	57	7	44	22	51	13
21	43	38	28	29	35	46	20	23	41	14	52	31	33	30	36	23	41	16	50	29	35	32	34
48	18	31	33	40	26	23	41	46	20	55	9	38	28	39	25	46	20	53	11	40	26	37	27
24	42	39	25	32	34	47	17	40	26	37	27	56	10	45	19	38	28	39	25	54	12	45	19
45	19	30	36	37	27	22	44	29	35	32	34	13	51	24	42	31	33	30	36	15	49	24	42
50	16	51	13	58	8	59	5	50	16	43	21	58	8	59	5	52	14	43	21	58	8	59	5
11	53	10	56	3	61	2	64	11	53	18	48	3	61	2	64	9	55	18	48	3	61	2	64
5281#								8353#								8449#							
1	63	4	62	9	55	12	54	1	63	4	62	11	53	10	56	1	63	4	62	9	55	12	54
60	6	57	7	52	14	49	15	60	6	57	7	50	16	51	13	60	6	57	7	52	14	49	15
23	41	22	44	31	33	30	36	23	41	38	28	29	35	48	18	23	41	40	26	31	33	48	18
46	20	47	17	38	28	39	25	46	20	31	33	40	26	21	43	46	20	29	35	38	28	21	43
40	26	37	27	48	18	45	19	22	44	39	25	32	34	45	19	22	44	37	27	30	36	45	19
29	35	32	34	21	43	24	42	47	17	30	36	37	27	24	42	47	17	32	34	39	25	24	42
50	16	51	13	58	8	59	5	52	14	49	15	58	8	59	5	50	16	51	13	58	8	59	5
11	53	10	56	3	61	2	64	9	55	12	54	3	61	2	64	11	53	10	56	3	61	2	64

8545#	8593#	8689#
1 63 4 62 9 55 14 52	1 63 4 62 17 47 12 54	1 63 4 62 9 55 12 54
60 6 57 7 48 22 39 21	60 6 57 7 44 22 49 15	60 6 57 7 52 14 49 15
28 36 16 50 42 18 32 38	37 27 14 52 45 19 30 36	37 27 22 44 45 19 30 36
41 25 53 11 31 35 45 19	32 34 55 9 24 42 39 25	32 34 47 17 24 42 39 25
46 20 30 34 54 12 40 24	40 26 23 41 56 10 31 33	40 26 23 41 48 18 31 33
27 33 47 23 15 49 29 37	29 35 46 20 13 51 38 28	29 35 46 20 21 43 38 28
44 26 43 17 58 8 59 5	50 16 43 21 58 8 59 5	50 16 51 13 58 8 59 5
13 51 10 56 3 61 2 64	11 53 18 48 3 61 2 64	11 53 10 56 3 61 2 64
.....		

しかし、これまた多数ある。希少では全然無い。もう少し珍しいものを追求しよう。

#6-3: 連立型の正方連結完全八方阵 (またの名を『相結完全八方阵』)

正方連結完全八方阵を作る。その定義は、次のようにする。

*** 正方連結完全八方阵の定義：基本図 (拡張方阵空間) ***

61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60																	
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>5 6 7 8</td><td>1 2 3 4 5 6 7 8</td></tr> <tr><td>13 14 15 16</td><td>9 10 11 12 13 14 15 16</td></tr> <tr><td>21 22 23 24</td><td>17 18 19 20 21 22 23 24</td></tr> <tr><td>29 30 31 32</td><td>25 26 27 28 29 30 31 32</td></tr> <tr><td>37 38 39 40</td><td>33 34 35 36 37 38 39 40</td></tr> <tr><td>45 46 47 48</td><td>41 42 43 44 45 46 47 48</td></tr> <tr><td>53 54 55 56</td><td>49 50 51 52 53 54 55 56</td></tr> <tr><td>61 62 63 64</td><td>57 58 59 60 61 62 63 64</td></tr> </table>	5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7 8	13 14 15 16	9 10 11 12 13 14 15 16	21 22 23 24	17 18 19 20 21 22 23 24	29 30 31 32	25 26 27 28 29 30 31 32	37 38 39 40	33 34 35 36 37 38 39 40	45 46 47 48	41 42 43 44 45 46 47 48	53 54 55 56	49 50 51 52 53 54 55 56	61 62 63 64	57 58 59 60 61 62 63 64	1 2 3 4
5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7 8																
13 14 15 16	9 10 11 12 13 14 15 16																
21 22 23 24	17 18 19 20 21 22 23 24																
29 30 31 32	25 26 27 28 29 30 31 32																
37 38 39 40	33 34 35 36 37 38 39 40																
45 46 47 48	41 42 43 44 45 46 47 48																
53 54 55 56	49 50 51 52 53 54 55 56																
61 62 63 64	57 58 59 60 61 62 63 64																
5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4																	

*** 基本条件式 1：正方連結四数の定和 ***

$n1+n2+n9+n10=SS$... c01	$n22+n23+n30+n31=SS$... c22	$n43+n44+n51+n52=SS$... c43
$n2+n3+n10+n11=SS$... c02	$n23+n24+n31+n32=SS$... c23	$n44+n45+n52+n53=SS$... c44
$n3+n4+n11+n12=SS$... c03	$n24+n17+n32+n25=SS$... c24	$n45+n46+n53+n54=SS$... c45
$n4+n5+n12+n13=SS$... c04	$n25+n26+n33+n34=SS$... c25	$n46+n47+n54+n55=SS$... c46
$n5+n6+n13+n14=SS$... c05	$n26+n27+n34+n35=SS$... c26	$n47+n48+n55+n56=SS$... c47
$n6+n7+n14+n15=SS$... c06	$n27+n28+n35+n36=SS$... c27	$n48+n41+n56+n49=SS$... c48
$n7+n8+n15+n16=SS$... c07	$n28+n29+n36+n37=SS$... c28	$n49+n50+n57+n58=SS$... c49
$n8+n1+n16+n9=SS$... c08	$n29+n30+n37+n38=SS$... c29	$n50+n51+n58+n59=SS$... c50
$n9+n10+n17+n18=SS$... c09	$n30+n31+n38+n39=SS$... c30	$n51+n52+n59+n60=SS$... c51
$n10+n11+n18+n19=SS$... c10	$n31+n32+n39+n40=SS$... c31	$n52+n53+n60+n61=SS$... c52
$n11+n12+n19+n20=SS$... c11	$n32+n25+n40+n33=SS$... c32	$n53+n54+n61+n62=SS$... c53
$n12+n13+n20+n21=SS$... c12	$n33+n34+n41+n42=SS$... c33	$n54+n55+n62+n63=SS$... c54
$n13+n14+n21+n22=SS$... c13	$n34+n35+n42+n43=SS$... c34	$n55+n56+n63+n64=SS$... c55
$n14+n15+n22+n23=SS$... c14	$n35+n36+n43+n44=SS$... c35	$n56+n49+n64+n57=SS$... c56
$n15+n16+n23+n24=SS$... c15	$n36+n37+n44+n45=SS$... c36	$n57+n58+n1+n2=SS$... c57
$n16+n9+n24+n17=SS$... c16	$n37+n38+n45+n46=SS$... c37	$n58+n59+n2+n3=SS$... c58
$n17+n18+n25+n26=SS$... c17	$n38+n39+n46+n47=SS$... c38	$n59+n60+n3+n4=SS$... c59
$n18+n19+n26+n27=SS$... c18	$n39+n40+n47+n48=SS$... c39	$n60+n61+n4+n5=SS$... c60
$n19+n20+n27+n28=SS$... c19	$n40+n33+n48+n41=SS$... c40	$n61+n62+n5+n6=SS$... c61
$n20+n21+n28+n29=SS$... c20	$n41+n42+n49+n50=SS$... c41	$n62+n63+n6+n7=SS$... c62
$n21+n22+n29+n30=SS$... c21	$n42+n43+n50+n51=SS$... c42	$n63+n64+n7+n8=SS$... c63
and $n64+n57+n8+n1=SS$... c64		

*** 基本条件式 2：行列の定和 ***

$$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C \quad \dots \text{rw1}$$

$$n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C \quad \dots \quad c11$$

* 基本条件式 3 : 補数定和と独自配置 *

$$\begin{aligned} n1+n37=n2+n38=n3+n39=n4+n40=n5+n33=n6+n34=n7+n35=n8+n36= \\ n9+n45=n10+n46=n11+n47=n12+n48=n13+n41=n14+n42=n15+n43=n16+n44= \\ n17+n53=n18+n54=n19+n55=n20+n56=n21+n49=n22+n50=n23+n51=n24+n52= \\ n25+n61=n26+n62=n27+n63=n28+n64=n29+n57=n30+n58=n31+n59=n32+n60= \\ n33+n5=n34+n6=n35+n7=n36+n8=n37+n1=n38+n2=n39+n3=n40+n4= \dots = CC \quad \dots \quad cmlt \end{aligned}$$

行列の定和を定義する基本条件式が少ないのを不安に思うかもしれないが、正方連結四数の定和を定義する基本条件式が多いので、2本あれば十分だ。これで、八方陣の行列は必ず定和になる。加えて、基本条件式3があれば、八方陣の汎対角線は全て定和になり、全ての補数ペアが汎対角線上に来る。つまり、正方連結完全八方陣になる。

このタイプの標準解は、全数個得られた。しかし、何せ数が多いので、一部のみを示す。

* リスト 8 : 正方連結完全八方陣の標準解 (抜粋) *

	1/	3841/	7297/
1 63 4 62 8 58 5 59	1 62 4 63 8 59 5 58	1 61 3 63 8 60 6 58	
56 10 53 11 49 15 52 14	56 11 53 10 49 14 52 15	56 12 54 10 49 13 51 15	
25 39 28 38 32 34 29 35	25 38 28 39 32 35 29 34	25 37 27 39 32 36 30 34	
48 18 45 19 41 23 44 22	48 19 45 18 41 22 44 23	48 20 46 18 41 21 43 23	
57 7 60 6 64 2 61 3	57 6 60 7 64 3 61 2	57 5 59 7 64 4 62 2	
16 50 13 51 9 55 12 54	16 51 13 50 9 54 12 55	16 52 14 50 9 53 11 55	
33 31 36 30 40 26 37 27	33 30 36 31 40 27 37 26	33 29 35 31 40 28 38 26	
24 42 21 43 17 47 20 46	24 43 21 42 17 46 20 47	24 44 22 42 17 45 19 47	
	8833/	11713/	13057/
1 60 3 63 8 61 6 58	1 59 4 63 8 62 5 58	1 58 4 62 8 63 5 59	
56 13 54 10 49 12 51 15	56 14 53 10 49 11 52 15	56 15 53 11 49 10 52 14	
25 36 27 39 32 37 30 34	25 35 28 39 32 38 29 34	25 34 28 38 32 39 29 35	
48 21 46 18 41 20 43 23	48 22 45 18 41 19 44 23	48 23 45 19 41 18 44 22	
57 4 59 7 64 5 62 2	57 3 60 7 64 6 61 2	57 2 60 6 64 7 61 3	
16 53 14 50 9 52 11 55	16 54 13 50 9 51 12 55	16 55 13 51 9 50 12 54	
33 28 35 31 40 29 38 26	33 27 36 31 40 30 37 26	33 26 36 30 40 31 37 27	
24 45 22 42 17 44 19 47	24 46 21 42 17 43 20 47	24 47 21 43 17 42 20 46	
	14401/	16513/	17537/
1 56 3 63 12 61 10 54	1 55 4 63 12 62 9 54	1 54 4 62 12 63 9 55	
48 25 46 18 37 20 39 27	48 26 45 18 37 19 40 27	48 27 45 19 37 18 40 26	
21 36 23 43 32 41 30 34	21 35 24 43 32 42 29 34	21 34 24 42 32 43 29 35	
60 13 58 6 49 8 51 15	60 14 57 6 49 7 52 15	60 15 57 7 49 6 52 14	
53 4 55 11 64 9 62 2	53 3 56 11 64 10 61 2	53 2 56 10 64 11 61 3	
28 45 26 38 17 40 19 47	28 46 25 38 17 39 20 47	28 47 25 39 17 38 20 46	
33 24 35 31 44 29 42 22	33 23 36 31 44 30 41 22	33 22 36 30 44 31 41 23	
16 57 14 50 5 52 7 59	16 58 13 50 5 51 8 59	16 59 13 51 5 50 8 58	
	18561/	19585/	20737/
1 52 6 60 14 63 9 55	1 48 3 63 20 61 18 46	1 47 4 63 20 62 17 46	
48 29 43 21 35 18 40 26	32 49 30 34 13 36 15 51	32 50 29 34 13 35 16 51	
19 34 24 42 32 45 27 37	9 40 11 55 28 53 26 38	9 39 12 55 28 54 25 38	
62 15 57 7 49 4 54 12	60 21 58 6 41 8 43 23	60 22 57 6 41 7 44 23	
51 2 56 10 64 13 59 5	45 4 47 19 64 17 62 2	45 3 48 19 64 18 61 2	
30 47 25 39 17 36 22 44	52 29 50 14 33 16 35 31	52 30 49 14 33 15 36 31	
33 20 38 28 46 31 41 23	37 12 39 27 56 25 54 10	37 11 40 27 56 26 53 10	
16 61 11 53 3 50 8 58	24 57 22 42 5 44 7 59	24 58 21 42 5 43 8 59	

21313/								21889/								22465/							
1	46	4	62	20	63	17	47	1	44	6	60	22	63	17	47	1	40	10	56	26	63	17	47
32	51	29	35	13	34	16	50	32	53	27	37	11	34	16	50	32	57	23	41	7	34	16	50
9	38	12	54	28	55	25	39	9	36	14	52	30	55	25	39	5	36	14	52	30	59	21	43
60	23	57	7	41	6	44	22	62	23	57	7	41	4	46	20	62	27	53	11	37	4	46	20
45	2	48	18	64	19	61	3	43	2	48	18	64	21	59	5	39	2	48	18	64	25	55	9
52	31	49	15	33	14	36	30	54	31	49	15	33	12	38	28	58	31	49	15	33	8	42	24
37	10	40	26	56	27	53	11	35	10	40	26	56	29	51	13	35	6	44	22	60	29	51	13
24	59	21	43	5	42	8	58	24	61	19	45	3	42	8	58	28	61	19	45	3	38	12	54
23041/								26881/								28417/							
2	64	4	62	7	57	5	59	2	62	4	64	7	59	5	57	2	61	3	64	7	60	6	57
55	9	53	11	50	16	52	14	55	11	53	9	50	14	52	16	55	12	54	9	50	13	51	16
26	40	28	38	31	33	29	35	26	38	28	40	31	35	29	33	26	37	27	40	31	36	30	33
47	17	45	19	42	24	44	22	47	19	45	17	42	22	44	24	47	20	46	17	42	21	43	24
58	8	60	6	63	1	61	3	58	6	60	8	63	3	61	1	58	5	59	8	63	4	62	1
15	49	13	51	10	56	12	54	15	51	13	49	10	54	12	56	15	52	14	49	10	53	11	56
34	32	36	30	39	25	37	27	34	30	36	32	39	27	37	25	34	29	35	32	39	28	38	25
23	41	21	43	18	48	20	46	23	43	21	41	18	46	20	48	23	44	22	41	18	45	19	48
31873/								33217/								36097/							
2	60	3	64	7	61	6	57	2	59	4	64	7	62	5	57	2	57	4	62	7	64	5	59
55	13	54	9	50	12	51	16	55	14	53	9	50	11	52	16	55	16	53	11	50	9	52	14
26	36	27	40	31	37	30	33	26	35	28	40	31	38	29	33	26	33	28	38	31	40	29	35
47	21	46	17	42	20	43	24	47	22	45	17	42	19	44	24	47	24	45	19	42	17	44	22
58	4	59	8	63	5	62	1	58	3	60	8	63	6	61	1	58	1	60	6	63	8	61	3
15	53	14	49	10	52	11	56	15	54	13	49	10	51	12	56	15	56	13	51	10	49	12	54
34	28	35	32	39	29	38	25	34	27	36	32	39	30	37	25	34	25	36	30	39	32	37	27
23	45	22	41	18	44	19	48	23	46	21	41	18	43	20	48	23	48	21	43	18	41	20	46
37441/								38465/								40577/							
2	56	3	64	11	61	10	53	2	55	4	64	11	62	9	53	2	53	4	62	11	64	9	55
47	25	46	17	38	20	39	28	47	26	45	17	38	19	40	28	47	28	45	19	38	17	40	26
22	36	23	44	31	41	30	33	22	35	24	44	31	42	29	33	22	33	24	42	31	44	29	35
59	13	58	5	50	8	51	16	59	14	57	5	50	7	52	16	59	16	57	7	50	5	52	14
54	4	55	12	63	9	62	1	54	3	56	12	63	10	61	1	54	1	56	10	63	12	61	3
27	45	26	37	18	40	19	48	27	46	25	37	18	39	20	48	27	48	25	39	18	37	20	46
34	24	35	32	43	29	42	21	34	23	36	32	43	30	41	21	34	21	36	30	43	32	41	23
15	57	14	49	6	52	7	60	15	58	13	49	6	51	8	60	15	60	13	51	6	49	8	58
41601/								42625/								43201/							
2	51	6	60	13	64	9	55	2	48	3	64	19	61	18	45	2	47	4	64	19	62	17	45
47	30	43	21	36	17	40	26	31	49	30	33	14	36	15	52	31	50	29	33	14	35	16	52
20	33	24	42	31	46	27	37	10	40	11	56	27	53	26	37	10	39	12	56	27	54	25	37
61	16	57	7	50	3	54	12	59	21	58	5	42	8	43	24	59	22	57	5	42	7	44	24
52	1	56	10	63	14	59	5	46	4	47	20	63	17	62	1	46	3	48	20	63	18	61	1
29	48	25	39	18	35	22	44	51	29	50	13	34	16	35	32	51	30	49	13	34	15	36	32
34	19	38	28	45	32	41	23	38	12	39	28	55	25	54	9	38	11	40	28	55	26	53	9
15	62	11	53	4	49	8	58	23	57	22	41	6	44	7	60	23	58	21	41	6	43	8	60
44353/								44929/								45505/							
2	45	4	62	19	64	17	47	2	43	6	60	21	64	17	47	2	39	10	56	25	64	17	47
31	52	29	35	14	33	16	50	31	54	27	37	12	33	16	50	31	58	23	41	8	33	16	50
10	37	12	54	27	56	25	39	10	35	14	52	29	56	25	39	6	35	14	52	29	60	21	43
59	24	57	7	42	5	44	22	61	24	57	7	42	3	46	20	61	28	53	11	38	3	46	20
46	1	48	18	63	20	61	3	44	1	48	18	63	22	59	5	40	1	48	18	63	26	55	9
51	32	49	15	34	13	36	30	53	32	49	15	34	11	38	28	57	32	49	15	34	7	42	24
38	9	40	26	55	28	53	11	36	9	40	26	55	30	51	13	36	5	44	22	59	30	51	13
23	60	21	43	6	41	8	58	23	62	19	45	4	41	8	58	27	62	19	45	4	37	12	54

46081/								49921/								51457/							
3	64	4	63	6	57	5	58	3	63	4	64	6	58	5	57	3	61	2	64	6	60	7	57
54	9	53	10	51	16	52	15	54	10	53	9	51	15	52	16	54	12	55	9	51	13	50	16
27	40	28	39	30	33	29	34	27	39	28	40	30	34	29	33	27	37	26	40	30	36	31	33
46	17	45	18	43	24	44	23	46	18	45	17	43	23	44	24	46	20	47	17	43	21	42	24
59	8	60	7	62	1	61	2	59	7	60	8	62	2	61	1	59	5	58	8	62	4	63	1
14	49	13	50	11	56	12	55	14	50	13	49	11	55	12	56	14	52	15	49	11	53	10	56
35	32	36	31	38	25	37	26	35	31	36	32	38	26	37	25	35	29	34	32	38	28	39	25
22	41	21	42	19	48	20	47	22	42	21	41	19	47	20	48	22	44	23	41	19	45	18	48
54913/								56209/								58993/							
3	60	2	64	6	61	7	57	3	58	4	64	6	63	5	57	3	57	4	63	6	64	5	58
54	13	55	9	51	12	50	16	54	15	53	9	51	10	52	16	54	16	53	10	51	9	52	15
27	36	26	40	30	37	31	33	27	34	28	40	30	39	29	33	27	33	28	39	30	40	29	34
46	21	47	17	43	20	42	24	46	23	45	17	43	18	44	24	46	24	45	18	43	17	44	23
59	4	58	8	62	5	63	1	59	2	60	8	62	7	61	1	59	1	60	7	62	8	61	2
14	53	15	49	11	52	10	56	14	55	13	49	11	50	12	56	14	56	13	50	11	49	12	55
35	28	34	32	38	29	39	25	35	26	36	32	38	31	37	25	35	25	36	31	38	32	37	26
22	45	23	41	19	44	18	48	22	47	21	41	19	42	20	48	22	48	21	42	19	41	20	47
60289/								61281/								63329/							
3	56	2	64	10	61	11	53	3	54	4	64	10	63	9	53	3	53	4	63	10	64	9	54
46	25	47	17	39	20	38	28	46	27	45	17	39	18	40	28	46	28	45	18	39	17	40	27
23	36	22	44	30	41	31	33	23	34	24	44	30	43	29	33	23	33	24	43	30	44	29	34
58	13	59	5	51	8	50	16	58	15	57	5	51	6	52	16	58	16	57	6	51	5	52	15
55	4	54	12	62	9	63	1	55	2	56	12	62	11	61	1	55	1	56	11	62	12	61	2
26	45	27	37	19	40	18	48	26	47	25	37	19	38	20	48	26	48	25	38	19	37	20	47
35	24	34	32	42	29	43	21	35	22	36	32	42	31	41	21	35	21	36	31	42	32	41	22
14	57	15	49	7	52	6	60	14	59	13	49	7	50	8	60	14	60	13	50	7	49	8	59
64321/								65345/								65905/							
3	50	7	60	13	64	9	54	3	48	2	64	18	61	19	45	3	46	4	64	18	63	17	45
46	31	42	21	36	17	40	27	30	49	31	33	15	36	14	52	30	51	29	33	15	34	16	52
20	33	24	43	30	47	26	37	11	40	10	56	26	53	27	37	11	38	12	56	26	55	25	37
61	16	57	6	51	2	55	12	58	21	59	5	43	8	42	24	58	23	57	5	43	6	44	24
52	1	56	11	62	15	58	5	47	4	46	20	62	17	63	1	47	2	48	20	62	19	61	1
29	48	25	38	19	34	23	44	50	29	51	13	35	16	34	32	50	31	49	13	35	14	36	32
35	18	39	28	45	32	41	22	39	12	38	28	54	25	55	9	39	10	40	28	54	27	53	9
14	63	10	53	4	49	8	59	22	57	23	41	7	44	6	60	22	59	21	41	7	42	8	60
67025/								67585/								68161/							
3	45	4	63	18	64	17	46	3	42	7	60	21	64	17	46	3	38	11	56	25	64	17	46
30	52	29	34	15	33	16	51	30	55	26	37	12	33	16	51	30	59	22	41	8	33	16	51
11	37	12	55	26	56	25	38	11	34	15	52	29	56	25	38	7	34	15	52	29	60	21	42
58	24	57	6	43	5	44	23	61	24	57	6	43	2	47	20	61	28	53	10	39	2	47	20
47	1	48	19	62	20	61	2	44	1	48	19	62	23	58	5	40	1	48	19	62	27	54	9
50	32	49	14	35	13	36	31	53	32	49	14	35	10	39	28	57	32	49	14	35	6	43	24
39	9	40	27	54	28	53	10	36	9	40	27	54	31	50	13	36	5	44	23	58	31	50	13
22	60	21	42	7	41	8	59	22	63	18	45	4	41	8	59	26	63	18	45	4	37	12	55
68737/								91393/								113089/							
4	64	3	63	5	57	6	58	5	64	3	63	4	57	6	58	6	64	4	63	3	57	5	58
53	9	54	10	52	16	51	15	52	9	54	10	53	16	51	15	51	9	53	10	54	16	52	15
28	40	27	39	29	33	30	34	29	40	27	39	28	33	30	34	30	40	28	39	27	33	29	34
45	17	46	18	44	24	43	23	44	17	46	18	45	24	43	23	43	17	45	18	46	24	44	23
60	8	59	7	61	1	62	2	61	8	59	7	60	1	62	2	62	8	60	7	59	1	61	2
13	49	14	50	12	56	11	55	12	49	14	50	13	56	11	55	11	49	13	50	14	56	12	55
36	32	35	31	37	25	38	26	37	32	35	31	36	25	38	26	38	32	36	31	35	25	37	26
21	41	22	42	20	48	19	47	20	41	22	42	21	48	19	47	19	41	21	42	22	48	20	47

134785/								156097/								177409/							
7	64	4	62	2	57	5	59	8	63	4	62	1	58	5	59	9	64	3	63	4	53	10	54
50	9	53	11	55	16	52	14	49	10	53	11	56	15	52	14	52	5	58	6	57	16	51	15
31	40	28	38	26	33	29	35	32	39	28	38	25	34	29	35	29	44	23	43	24	33	30	34
42	17	45	19	47	24	44	22	41	18	45	19	48	23	44	22	40	17	46	18	45	28	39	27
63	8	60	6	58	1	61	3	64	7	60	6	57	2	61	3	61	12	55	11	56	1	62	2
10	49	13	51	15	56	12	54	9	50	13	51	16	55	12	54	8	49	14	50	13	60	7	59
39	32	36	30	34	25	37	27	40	31	36	30	33	26	37	27	41	32	35	31	36	21	42	22
18	41	21	43	23	48	20	46	17	42	21	43	24	47	20	46	20	37	26	38	25	48	19	47
195649/								213889/								231745/							
10	64	4	63	3	53	9	54	11	64	4	62	2	53	9	55	12	63	4	62	1	54	9	55
51	5	57	6	58	16	52	15	50	5	57	7	59	16	52	14	49	6	57	7	60	15	52	14
30	44	24	43	23	33	29	34	31	44	24	42	22	33	29	35	32	43	24	42	21	34	29	35
39	17	45	18	46	28	40	27	38	17	45	19	47	28	40	26	37	18	45	19	48	27	40	26
62	12	56	11	55	1	61	2	63	12	56	10	54	1	61	3	64	11	56	10	53	2	61	3
7	49	13	50	14	60	8	59	6	49	13	51	15	60	8	58	5	50	13	51	16	59	8	58
42	32	36	31	35	21	41	22	43	32	36	30	34	21	41	23	44	31	36	30	33	22	41	23
19	37	25	38	26	48	20	47	18	37	25	39	27	48	20	46	17	38	25	39	28	47	20	46
249601/								266497/								283393/							
13	64	6	60	2	51	9	55	14	63	6	60	1	52	9	55	15	62	7	60	1	52	9	54
50	3	57	7	61	16	54	12	49	4	57	7	62	15	54	12	49	4	57	6	63	14	55	12
31	46	24	42	20	33	27	37	32	45	24	42	19	34	27	37	32	45	24	43	18	35	26	37
36	17	43	21	47	30	40	26	35	18	43	21	48	29	40	26	34	19	42	21	48	29	40	27
63	14	56	10	52	1	59	5	64	13	56	10	51	2	59	5	64	13	56	11	50	3	58	5
4	49	11	53	15	62	8	58	3	50	11	53	16	61	8	58	2	51	10	53	16	61	8	59
45	32	38	28	34	19	41	23	46	31	38	28	33	20	41	23	47	30	39	28	33	20	41	22
18	35	25	39	29	48	22	44	17	36	25	39	30	47	22	44	17	36	25	38	31	46	23	44
299905/								316417/								322945/							
16	61	8	59	2	51	10	53	17	64	3	63	4	45	18	46	18	64	4	63	3	45	17	46
50	3	58	5	64	13	56	11	44	5	58	6	57	24	43	23	43	5	57	6	58	24	44	23
32	45	24	43	18	35	26	37	25	56	11	55	12	37	26	38	26	56	12	55	11	37	25	38
34	19	42	21	48	29	40	27	16	33	30	34	29	52	15	51	15	33	29	34	30	52	16	51
63	14	55	12	49	4	57	6	61	20	47	19	48	1	62	2	62	20	48	19	47	1	61	2
1	52	9	54	15	62	7	60	8	41	22	42	21	60	7	59	7	41	21	42	22	60	8	59
47	30	39	28	33	20	41	22	53	28	39	27	40	9	54	10	54	28	40	27	39	9	53	10
17	36	25	38	31	46	23	44	36	13	50	14	49	32	35	31	35	13	49	14	50	32	36	31
329473/								335617/								341761/							
19	64	4	62	2	45	17	47	20	63	4	62	1	46	17	47	21	64	6	60	2	43	17	47
42	5	57	7	59	24	44	22	41	6	57	7	60	23	44	22	42	3	57	7	61	24	46	20
27	56	12	54	10	37	25	39	28	55	12	54	9	38	25	39	29	56	14	52	10	35	25	39
14	33	29	35	31	52	16	50	13	34	29	35	32	51	16	50	12	33	27	37	31	54	16	50
63	20	48	18	46	1	61	3	64	19	48	18	45	2	61	3	63	22	48	18	44	1	59	5
6	41	21	43	23	60	8	58	5	42	21	43	24	59	8	58	4	41	19	45	23	62	8	58
55	28	40	26	38	9	53	11	56	27	40	26	37	10	53	11	55	30	40	26	36	9	51	13
34	13	49	15	51	32	36	30	33	14	49	15	52	31	36	30	34	11	49	15	53	32	38	28
346945/								352129/								356929/							
22	63	6	60	1	44	17	47	23	62	7	60	1	44	17	46	24	61	8	59	2	43	18	45
41	4	57	7	62	23	46	20	41	4	57	6	63	22	47	20	42	3	58	5	64	21	48	19
30	55	14	52	9	36	25	39	31	54	15	52	9	36	25	38	31	54	15	52	9	36	25	38
11	34	27	37	32	53	16	50	10	35	26	37	32	53	16	51	10	35	26	37	32	53	16	51
64	21	48	18	43	2	59	5	64	21	48	19	42	3	58	5	63	22	47	20	41	4	57	6
3	42	19	45	24	61	8	58	2	43	18	45	24	61	8	59	1	44	17	46	23	62	7	60
56	29	40	26	35	10	51	13	56	29	40	27	34	11	50	13	56	29	40	27	34	11	50	13
33	12	49	15	54	31	38	28	33	12	49	14	55	30	39	28	33	12	49	14	55	30	39	28

361729/	363457/	365185/
25 56 10 64 2 47 17 39	26 56 10 63 1 47 17 40	27 56 11 62 1 46 17 40
38 11 53 3 61 20 46 28	37 11 53 4 62 20 46 27	37 10 53 4 63 20 47 26
29 52 14 60 6 43 21 35	30 52 14 59 5 43 21 36	31 52 15 58 5 42 21 36
8 41 23 33 31 50 16 58	7 41 23 34 32 50 16 57	6 41 22 35 32 51 16 57
63 18 48 26 40 9 55 1	64 18 48 25 39 9 55 2	64 19 48 25 38 9 54 3
4 45 19 37 27 54 12 62	3 45 19 38 28 54 12 61	2 45 18 39 28 55 12 61
59 22 44 30 36 13 51 5	60 22 44 29 35 13 51 6	60 23 44 29 34 13 50 7
34 15 49 7 57 24 42 32	33 15 49 8 58 24 42 31	33 14 49 8 59 24 43 30
366529/	367873/	368257/
28 55 12 61 2 45 18 39	29 52 14 60 6 43 21 35	30 52 14 59 5 43 21 36
38 9 54 3 64 19 48 25	40 9 55 1 63 18 48 26	39 9 55 2 64 18 48 25
31 52 15 58 5 42 21 36	27 54 12 62 4 45 19 37	28 54 12 61 3 45 19 38
6 41 22 35 32 51 16 57	8 41 23 33 31 50 16 58	7 41 23 34 32 50 16 57
63 20 47 26 37 10 53 4	59 22 44 30 36 13 51 5	60 22 44 29 35 13 51 6
1 46 17 40 27 56 11 62	2 47 17 39 25 56 10 64	1 47 17 40 26 56 10 63
60 23 44 29 34 13 50 7	61 20 46 28 38 11 53 3	62 20 46 27 37 11 53 4
33 14 49 8 59 24 43 30	34 15 49 7 57 24 42 32	33 15 49 8 58 24 42 31

[Count = 368640] OK!

八方陣としては、解の総数がわかった最初の例になる。決して少数ではないが、それでも希少価値は高い。ヨーロッパでは、“Most-Perfect Pan-magic Square” (極めてパーフェクトな汎魔方陣)と呼んで珍重しているが、我々は『正方連結完全八方陣』と呼びたい。こういう日本式のクールな命名法の方が、連立型の構造がわかって他と識別しやすいと思う。なお、このタイプは、全数が二進法で見て『完全オイラー方陣』である。

#6-4: 三連立型の多重四方陣型正方連結完全八方陣

もう少し、希少なものを追求したい。上のタイプに多重四方陣型の条件を追加したものである。実際の定義は、基本条件式2の2本を下図のような4本に換えるだけで良い。その他の条件式は、#6-3のままを流用する。

* 多重四方陣型正方連結完全八方陣の定義：基本図 *

5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60

* 基本条件式2：行列の定和：SC=130 *

$$n1+n2+n3+n4=SC; \quad n5+n6+n7+n8=SC;$$

$$n1+n9+n17+n25=SC; \quad n33+n41+n49+n57=SC;$$

基本条件式のうち、
 正方連結四数の定和に関するものと
 補数定和と独自配置に関する条件は、
 #6-3のものをそのまま流用する。

これだけで、八方陣内部の4つの四方陣の全行列は、定和130に等しくなる。また八方陣の全行列は、定和260に等しくなる。そして、補数定和と独自配置の定義によって、全汎対角線も定和260に等しくなる。

実際に作ったところ、大変に珍しい貴重な解集合を得ることができた。

原始解が46080個、反転・回転形を省いた標準解が5760個得られた。これは、八方陣としては、理論的に最小の解集合である。真に稀少の宝物を得たわけである。

* リスト9：多重四方陣型正方連結完全八方陣の標準解（抜粋） *

1/

1 63 4 62 36 30 33 31
60 6 57 7 25 39 28 38
13 51 16 50 48 18 45 19
56 10 53 11 21 43 24 42
29 35 32 34 64 2 61 3
40 26 37 27 5 59 8 58
17 47 20 46 52 14 49 15
44 22 41 23 9 55 12 54

25/

1 63 6 60 38 28 33 31
62 4 57 7 25 39 30 36
11 53 16 50 48 18 43 21
56 10 51 13 19 45 24 42
27 37 32 34 64 2 59 5
40 26 35 29 3 61 8 58
17 47 22 44 54 12 49 15
46 20 41 23 9 55 14 52

49/

1 63 10 56 42 24 33 31
62 4 53 11 21 43 30 36
7 57 16 50 48 18 39 25
60 6 51 13 19 45 28 38
23 41 32 34 64 2 55 9
44 22 35 29 3 61 12 54
17 47 26 40 58 8 49 15
46 20 37 27 5 59 14 52

73/

1 63 18 48 50 16 33 31
62 4 45 19 13 51 30 36
7 57 24 42 56 10 39 25
60 6 43 21 11 53 28 38
15 49 32 34 64 2 47 17
52 14 35 29 3 61 20 46
9 55 26 40 58 8 41 23
54 12 37 27 5 59 22 44

97/

1 63 34 32 50 16 17 47
62 4 29 35 13 51 46 20
7 57 40 26 56 10 23 41
60 6 27 37 11 53 44 22
15 49 48 18 64 2 31 33
52 14 19 45 3 61 36 30
9 55 42 24 58 8 25 39
54 12 21 43 5 59 38 28

121/

1 62 4 63 36 31 33 30
60 7 57 6 25 38 28 39
13 50 16 51 48 19 45 18
56 11 53 10 21 42 24 43
29 34 32 35 64 3 61 2
40 27 37 26 5 58 8 59
17 46 20 47 52 15 49 14
44 23 41 22 9 54 12 55

145/

1 62 7 60 39 28 33 30
56 11 50 13 18 45 24 43
10 53 16 51 48 19 42 21
63 4 57 6 25 38 31 36
26 37 32 35 64 3 58 5
47 20 41 22 9 54 15 52
17 46 23 44 55 12 49 14
40 27 34 29 2 61 8 59

163/

1 62 11 56 43 24 33 30
60 7 50 13 18 45 28 39
6 57 16 51 48 19 38 25
63 4 53 10 21 42 31 36
22 41 32 35 64 3 54 9
47 20 37 26 5 58 15 52
17 46 27 40 59 8 49 14
44 23 34 29 2 61 12 55

181/

1 62 19 48 51 16 33 30
60 7 42 21 10 53 28 39
6 57 24 43 56 11 38 25
63 4 45 18 13 50 31 36
14 49 32 35 64 3 46 17
55 12 37 26 5 58 23 44
9 54 27 40 59 8 41 22
52 15 34 29 2 61 20 47

199/

1 62 35 32 51 16 17 46
60 7 26 37 10 53 44 23
6 57 40 27 56 11 22 41
63 4 29 34 13 50 47 20
14 49 48 19 64 3 30 33
55 12 21 42 5 58 39 28
9 54 43 24 59 8 25 38
52 15 18 45 2 61 36 31

217/

1 60 6 63 38 31 33 28
56 13 51 10 19 42 24 45
11 50 16 53 48 21 43 18
62 7 57 4 25 36 30 39
27 34 32 37 64 5 59 2
46 23 41 20 9 52 14 55
17 44 22 47 54 15 49 12
40 29 35 26 3 58 8 61

235/

1 60 7 62 39 30 33 28
56 13 50 11 18 43 24 45
10 51 16 53 48 21 42 19
63 6 57 4 25 36 31 38
26 35 32 37 64 5 58 3
47 22 41 20 9 52 15 54
17 44 23 46 55 14 49 12
40 29 34 27 2 59 8 61

253/

1 60 13 56 45 24 33 28
48 21 36 25 4 57 16 53
18 43 30 39 62 7 50 11
63 6 51 10 19 42 31 38
20 41 32 37 64 5 52 9
61 8 49 12 17 44 29 40
3 58 15 54 47 22 35 26
46 23 34 27 2 59 14 55

265/

1 60 21 48 53 16 33 28
56 13 36 25 4 57 24 45
10 51 30 39 62 7 42 19
63 6 43 18 11 50 31 38
12 49 32 37 64 5 44 17
61 8 41 20 9 52 29 40
3 58 23 46 55 14 35 26
54 15 34 27 2 59 22 47

277/

1 60 37 32 53 16 17 44
56 13 20 41 4 57 40 29
10 51 46 23 62 7 26 35
63 6 27 34 11 50 47 22
12 49 48 21 64 5 28 33
61 8 25 36 9 52 45 24
3 58 39 30 55 14 19 42
54 15 18 43 2 59 38 31

289/

1 56 10 63 42 31 33 24
48 25 39 18 7 50 16 57
19 38 28 45 60 13 51 6
62 11 53 4 21 36 30 43
23 34 32 41 64 9 55 2
58 15 49 8 17 40 26 47
5 52 14 59 46 27 37 20
44 29 35 22 3 54 12 61

337/

1 48 18 63 26 55 9 40
32 49 15 34 7 42 24 57
35 14 52 29 60 21 43 6
62 19 45 4 37 12 54 27
39 10 56 25 64 17 47 2
58 23 41 8 33 16 50 31
5 44 22 59 30 51 13 36
28 53 11 38 3 46 20 61

361/

2 64 3 61 35 29 34 32
59 5 58 8 26 40 27 37
14 52 15 49 47 17 46 20
55 9 54 12 22 44 23 41
30 36 31 33 63 1 62 4
39 25 38 28 6 60 7 57
18 48 19 45 51 13 50 16
43 21 42 24 10 56 11 53

481/	577/	649/
2 61 3 64 35 32 34 29	2 59 5 64 37 32 34 27	2 55 9 64 41 32 34 23
59 8 58 5 26 37 27 40	55 14 52 9 20 41 23 46	47 26 40 17 8 49 15 58
14 49 15 52 47 20 46 17	12 49 15 54 47 22 44 17	20 37 27 46 59 14 52 5
55 12 54 9 22 41 23 44	61 8 58 3 26 35 29 40	61 12 54 3 22 35 29 44
30 33 31 36 63 4 62 1	28 33 31 38 63 6 60 1	24 33 31 42 63 10 56 1
39 28 38 25 6 57 7 60	45 24 42 19 10 51 13 56	57 16 50 7 18 39 25 48
18 45 19 48 51 16 50 13	18 43 21 48 53 16 50 11	6 51 13 60 45 28 38 19
43 24 42 21 10 53 11 56	39 30 36 25 4 57 7 62	43 30 36 21 4 53 11 62

697/	721/	841/
2 47 17 64 25 56 10 39	3 64 2 61 34 29 35 32	3 61 2 64 34 32 35 29
31 50 16 33 8 41 23 58	58 5 59 8 27 40 26 37	58 8 59 5 27 37 26 40
36 13 51 30 59 22 44 5	15 52 14 49 46 17 47 20	15 49 14 52 46 20 47 17
61 20 46 3 38 11 53 28	54 9 55 12 23 44 22 41	54 12 55 9 23 41 22 44
40 9 55 26 63 18 48 1	31 36 30 33 62 1 63 4	31 33 30 36 62 4 63 1
57 24 42 7 34 15 49 32	38 25 39 28 7 60 6 57	38 28 39 25 7 57 6 60
6 43 21 60 29 52 14 35	19 48 18 45 50 13 51 16	19 45 18 48 50 16 51 13
27 54 12 37 4 45 19 62	42 21 43 24 11 56 10 53	42 24 43 21 11 53 10 56

937/	1009/	1057/
3 58 5 64 37 32 35 26	3 54 9 64 41 32 35 22	3 46 17 64 25 56 11 38
54 15 52 9 20 41 22 47	46 27 40 17 8 49 14 59	30 51 16 33 8 41 22 59
12 49 14 55 46 23 44 17	20 37 26 47 58 15 52 5	36 13 50 31 58 23 44 5
61 8 59 2 27 34 29 40	61 12 55 2 23 34 29 44	61 20 47 2 39 10 53 28
28 33 30 39 62 7 60 1	24 33 30 43 62 11 56 1	40 9 54 27 62 19 48 1
45 24 43 18 11 50 13 56	57 16 51 6 19 38 25 48	57 24 43 6 35 14 49 32
19 42 21 48 53 16 51 10	7 50 13 60 45 28 39 18	7 42 21 60 29 52 15 34
38 31 36 25 4 57 6 63	42 31 36 21 4 53 10 63	26 55 12 37 4 45 18 63

1081/	1441/	1801/
4 63 1 62 33 30 36 31	5 64 2 59 34 27 37 32	6 63 1 60 33 28 38 31
57 6 60 7 28 39 25 38	58 3 61 8 29 40 26 35	57 4 62 7 30 39 25 36
16 51 13 50 45 18 48 19	15 54 12 49 44 17 47 22	16 53 11 50 43 18 48 21
53 10 56 11 24 43 21 42	52 9 55 14 23 46 20 41	51 10 56 13 24 45 19 42
32 35 29 34 61 2 64 3	31 38 28 33 60 1 63 6	32 37 27 34 59 2 64 5
37 26 40 27 8 59 5 58	36 25 39 30 7 62 4 57	35 26 40 29 8 61 3 58
20 47 17 46 49 14 52 15	21 48 18 43 50 11 53 16	22 47 17 44 49 12 54 15
41 22 44 23 12 55 9 54	42 19 45 24 13 56 10 51	41 20 46 23 14 55 9 52

2161/	2521/	2881/
7 62 1 60 33 28 39 30	8 61 2 59 34 27 40 29	9 64 2 55 34 23 41 32
57 4 63 6 31 38 25 36	58 3 64 5 32 37 26 35	54 3 61 12 29 44 22 35
16 53 10 51 42 19 48 21	15 54 9 52 41 20 47 22	15 58 8 49 40 17 47 26
50 11 56 13 24 45 18 43	49 12 55 14 23 46 17 44	52 5 59 14 27 46 20 37
32 37 26 35 58 3 64 5	31 38 25 36 57 4 63 6	31 42 24 33 56 1 63 10
34 27 40 29 8 61 2 59	33 28 39 30 7 62 1 60	36 21 43 30 11 62 4 53
23 46 17 44 49 12 55 14	24 45 18 43 50 11 56 13	25 48 18 39 50 7 57 16
41 20 47 22 15 54 9 52	42 19 48 21 16 53 10 51	38 19 45 28 13 60 6 51

3169/	3457/	3745/
10 63 1 56 33 24 42 31	11 62 1 56 33 24 43 30	12 61 2 55 34 23 44 29
53 4 62 11 30 43 21 36	53 4 63 10 31 42 21 36	54 3 64 9 32 41 22 35
16 57 7 50 39 18 48 25	16 57 6 51 38 19 48 25	15 58 5 52 37 20 47 26
51 6 60 13 28 45 19 38	50 7 60 13 28 45 18 39	49 8 59 14 27 46 17 40
32 41 23 34 55 2 64 9	32 41 22 35 54 3 64 9	31 42 21 36 53 4 63 10
35 22 44 29 12 61 3 54	34 23 44 29 12 61 2 55	33 24 43 30 11 62 1 56
26 47 17 40 49 8 58 15	27 46 17 40 49 8 59 14	28 45 18 39 50 7 60 13
37 20 46 27 14 59 5 52	37 20 47 26 15 58 5 52	38 19 48 25 16 57 6 51

<p style="text-align: center;">4033/</p> 13 60 1 56 33 24 45 28 51 6 63 10 31 42 19 38 16 57 4 53 36 21 48 25 50 7 62 11 30 43 18 39 32 41 20 37 52 5 64 9 34 23 46 27 14 59 2 55 29 44 17 40 49 8 61 12 35 22 47 26 15 58 3 54	<p style="text-align: center;">4321/</p> 14 59 2 55 34 23 46 27 52 5 64 9 32 41 20 37 15 58 3 54 35 22 47 26 49 8 61 12 29 44 17 40 31 42 19 38 51 6 63 10 33 24 45 28 13 60 1 56 30 43 18 39 50 7 62 11 36 21 48 25 16 57 4 53	<p style="text-align: center;">4609/</p> 15 58 3 54 35 22 47 26 52 5 64 9 32 41 20 37 14 59 2 55 34 23 46 27 49 8 61 12 29 44 17 40 30 43 18 39 50 7 62 11 33 24 45 28 13 60 1 56 31 42 19 38 51 6 63 10 36 21 48 25 16 57 4 53
<p style="text-align: center;">4897/</p> 16 57 4 53 36 21 48 25 51 6 63 10 31 42 19 38 13 60 1 56 33 24 45 28 50 7 62 11 30 43 18 39 29 44 17 40 49 8 61 12 34 23 46 27 14 59 2 55 32 41 20 37 52 5 64 9 35 22 47 26 15 58 3 54	<p style="text-align: center;">5185/</p> 17 64 2 47 34 15 49 32 46 3 61 20 29 52 14 35 23 58 8 41 40 9 55 26 44 5 59 22 27 54 12 37 31 50 16 33 48 1 63 18 36 13 51 30 19 62 4 45 25 56 10 39 42 7 57 24 38 11 53 28 21 60 6 43	<p style="text-align: center;">5257/</p> 18 63 1 48 33 16 50 31 45 4 62 19 30 51 13 36 24 57 7 42 39 10 56 25 43 6 60 21 28 53 11 38 32 49 15 34 47 2 64 17 35 14 52 29 20 61 3 46 26 55 9 40 41 8 58 23 37 12 54 27 22 59 5 44
<p style="text-align: center;">5329/</p> 19 62 1 48 33 16 51 30 45 4 63 18 31 50 13 36 24 57 6 43 38 11 56 25 42 7 60 21 28 53 10 39 32 49 14 35 46 3 64 17 34 15 52 29 20 61 2 47 27 54 9 40 41 8 59 22 37 12 55 26 23 58 5 44	<p style="text-align: center;">5401/</p> 20 61 2 47 34 15 52 29 46 3 64 17 32 49 14 35 23 58 5 44 37 12 55 26 41 8 59 22 27 54 9 40 31 50 13 36 45 4 63 18 33 16 51 30 19 62 1 48 28 53 10 39 42 7 60 21 38 11 56 25 24 57 6 43	<p style="text-align: center;">5473/</p> 21 60 1 48 33 16 53 28 43 6 63 18 31 50 11 38 24 57 4 45 36 13 56 25 42 7 62 19 30 51 10 39 32 49 12 37 44 5 64 17 34 15 54 27 22 59 2 47 29 52 9 40 41 8 61 20 35 14 55 26 23 58 3 46
<p style="text-align: center;">5545/</p> 22 59 2 47 34 15 54 27 44 5 64 17 32 49 12 37 23 58 3 46 35 14 55 26 41 8 61 20 29 52 9 40 31 50 11 38 43 6 63 18 33 16 53 28 21 60 1 48 30 51 10 39 42 7 62 19 36 13 56 25 24 57 4 45	<p style="text-align: center;">5617/</p> 23 58 3 46 35 14 55 26 44 5 64 17 32 49 12 37 22 59 2 47 34 15 54 27 41 8 61 20 29 52 9 40 30 51 10 39 42 7 62 19 33 16 53 28 21 60 1 48 31 50 11 38 43 6 63 18 36 13 56 25 24 57 4 45	<p style="text-align: center;">5689/</p> 24 57 4 45 36 13 56 25 43 6 63 18 31 50 11 38 21 60 1 48 33 16 53 28 42 7 62 19 30 51 10 39 29 52 9 40 41 8 61 20 34 15 54 27 22 59 2 47 32 49 12 37 44 5 64 17 35 14 55 26 23 58 3 46

[Count = 5760] OK!

#6-5: 三連立型の正方連結型かつ補数対称型かつ汎対角線型魔方陣 (短くして「正方連結対称汎八方陣」とも呼ぶ)

いろいろ調べているうちに、次の4種の連立型八方陣は、どれもが同じ解集合を作り出すことがわかった。定義どうしの関係を代数的方法で調べてみると、相互に書き換えが可能である。つまり、4者の間には論理的に「同値」の関係があることがわかった。

	正方連結型	多重型正方連結方陣
補数対称型	正方連結型 * 対称八方陣	多重型正方連結 * 対称八方陣
連立型の 対称汎魔方陣	正方連結型 * 対称汎八方陣	多重型正方連結 * 対称汎八方陣

ここでは、だから、1つのタイプを作れば良いわけである。4種を代表するものを。しからば、正方連結型かつ補数対称型かつ汎対角線型である三連立型八方陣を作ろう。その定義は、次のようにする。

* 三連立型正方連結対称汎八方陣の定義：基本図 *

5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	* 基本条件式 1 : 行列の定和: C=260 *
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C ... rw1;
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	* 基本条件式 2 : 補数定和と対称配置: CC=65 *
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	n1+n64=n2+n63=n3+n62=n4+n61=
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	n5+n60=n6+n59=n7+n58=n8+n57=
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	n9+n56=n10+n55=n11+n54=n12+n53=
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	n13+n52=n14+n51=n15+n50=n16+n49=
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	n17+n48=n18+n47=n19+n46=n20+n45=
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	n21+n44=n22+n43=n23+n42=n24+n41=
																n25+n40=n26+n39=n27+n38=n28+n37=
																n29+n36=n30+n35=n31+n34=n32+n33=CC
																... SCC

* 基本条件式 3 : 正方連結四数の定和: SS=130 *

n1+n2+n9+n10=SS ... c01	n22+n23+n30+n31=SS ... c22	n43+n44+n51+n52=SS ... c43
n2+n3+n10+n11=SS ... c02	n23+n24+n31+n32=SS ... c23	n44+n45+n52+n53=SS ... c44
n3+n4+n11+n12=SS ... c03	n24+n17+n32+n25=SS ... c24	n45+n46+n53+n54=SS ... c45
n4+n5+n12+n13=SS ... c04	n25+n26+n33+n34=SS ... c25	n46+n47+n54+n55=SS ... c46
n5+n6+n13+n14=SS ... c05	n26+n27+n34+n35=SS ... c26	n47+n48+n55+n56=SS ... c47
n6+n7+n14+n15=SS ... c06	n27+n28+n35+n36=SS ... c27	n48+n41+n56+n49=SS ... c48
n7+n8+n15+n16=SS ... c07	n28+n29+n36+n37=SS ... c28	n49+n50+n57+n58=SS ... c49
n8+n1+n16+n9=SS ... c08	n29+n30+n37+n38=SS ... c29	n50+n51+n58+n59=SS ... c50
n9+n10+n17+n18=SS ... c09	n30+n31+n38+n39=SS ... c30	n51+n52+n59+n60=SS ... c51
n10+n11+n18+n19=SS ... c10	n31+n32+n39+n40=SS ... c31	n52+n53+n60+n61=SS ... c52
n11+n12+n19+n20=SS ... c11	n32+n25+n40+n33=SS ... c32	n53+n54+n61+n62=SS ... c53
n12+n13+n20+n21=SS ... c12	n33+n34+n41+n42=SS ... c33	n54+n55+n62+n63=SS ... c54
n13+n14+n21+n22=SS ... c13	n34+n35+n42+n43=SS ... c34	n55+n56+n63+n64=SS ... c55
n14+n15+n22+n23=SS ... c14	n35+n36+n43+n44=SS ... c35	n56+n49+n64+n57=SS ... c56
n15+n16+n23+n24=SS ... c15	n36+n37+n44+n45=SS ... c36	n57+n58+n1+n2=SS ... c57
n16+n9+n24+n17=SS ... c16	n37+n38+n45+n46=SS ... c37	n58+n59+n2+n3=SS ... c58
n17+n18+n25+n26=SS ... c17	n38+n39+n46+n47=SS ... c38	n59+n60+n3+n4=SS ... c59
n18+n19+n26+n27=SS ... c18	n39+n40+n47+n48=SS ... c39	n60+n61+n4+n5=SS ... c60
n19+n20+n27+n28=SS ... c19	n40+n33+n48+n41=SS ... c40	n61+n62+n5+n6=SS ... c61
n20+n21+n28+n29=SS ... c20	n41+n42+n49+n50=SS ... c41	n62+n63+n6+n7=SS ... c62
n21+n22+n29+n30=SS ... c21	n42+n43+n50+n51=SS ... c42	n63+n64+n7+n8=SS ... c63
and n64+n57+n8+n1=SS ... c64		

* 基本条件式 4 : 汎対角線の定和: C=260 *

n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C ... pd1;	n1+n16+n23+n30+n37+n44+n51+n58=C ... pb1;
n2+n11+n20+n29+n38+n47+n56+n57=C ... pd2;	n2+n9+n24+n31+n38+n45+n52+n59=C ... pb2;
n3+n12+n21+n30+n39+n48+n49+n58=C ... pd3;	n3+n10+n17+n32+n39+n46+n53+n60=C ... pb3;
n4+n13+n22+n31+n40+n41+n50+n59=C ... pd4;	n4+n11+n18+n25+n40+n47+n54+n61=C ... pb4;
n5+n14+n23+n32+n33+n42+n51+n60=C ... pd5;	n5+n12+n19+n26+n33+n48+n55+n62=C ... pb5;
n6+n15+n24+n25+n34+n43+n52+n61=C ... pd6;	n6+n13+n20+n27+n34+n41+n56+n63=C ... pb6;
n7+n16+n17+n26+n35+n44+n53+n62=C ... pd7;	n7+n14+n21+n28+n35+n42+n49+n64=C ... pb7;
n8+n9+n18+n27+n36+n45+n54+n63=C ... pd8;	n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C ... pb8;

実のところ、汎対角線定和を定義する基本条件式 4 は、必要が無い。2 と 3 の条件があれば、汎対角線定和が必ず成り立つからである。次の 2 式を良く見てほしい。

$$n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=(n1+n64)+(n10+n55)+(n19+n46)+(n28+n37)=4*CC=C \dots pd1;$$

$$n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=(n8+n57)+(n15+n50)+(n22+n43)+(n29+n36)=4*CC=C \dots pb8;$$

2 本の主対角線が定和になる。そうすると、正方連結四数の定和条件が効いて、全ての汎対角線の和を 260 にしてくれる。正方連結対称八方陣は、必ず汎八方陣になる。

またこのタイプは、そう定義しなくても、必ず多重四方陣型になる。

次の計算を見てもらえば、その理由が納得していただだけよう。

$$n1+n64=n2+n63=n3+n62=n4+n61=65 \dots SCC$$

辺々を加えて整理すると、次の式のようになる。

$$(n1+n2+n3+n4)+(n61+n62+n63+n64)=65*4=260 \quad \dots \text{sm1}$$

ところが、

$$n61+n62+n5+n6=130 \quad \dots \text{c61} \quad | \quad n63+n64+n7+n8=130 \quad \dots \text{c63}$$

辺々を加えて整理すると、

$$(n5+n6+n7+n8)+(n61+n62+n63+n64)=130*2=260 \quad \dots \text{sm2}$$

sm1 と sm2 と $n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=130$ から、次の式が言える。

$$n1+n2+n3+n4=n5+n6+n7+n8=260/2=130; \quad \dots \text{mul1}$$

同様にして、

$$n1+n64=n9+n56=n17+n48=n25+n40=65 \quad \dots \text{sc3}$$

$$(n1+n9+n17+n25)+(n40+n48+n56+n64)=65*4=260 \quad \dots \text{sm3}$$

$$n40+n33+n48+n41=SS \quad \dots \text{c40} \quad | \quad n56+n49+n64+n57=SS \quad \dots \text{c56}$$

$$(n33+n41+n49+n57)+(n40+n48+n56+n64)=130*2=260 \quad \dots \text{sm4}$$

sm3 と sm4 と $n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=130$ から、

$$n1+n9+n17+n25=n33+n41+n49+n57=260/2=130; \quad \dots \text{mul2}$$

導かれた mul1 と mul2 の両式は、多重四方陣型の基本定義式に他ならない。つまり、最初からそう定義しなくても、このタイプは、必ず多重型になるのである。

この項の最初で述べた4種の連立型八方陣が実はみんな同じものであるという意味は、定義自体が相互に書き換え可能であるという性質からも説明できるのである。

次に、その解のリストを示そう。チェックサム・モニターを添えておいた。

* リスト10：三連立型正方連結対称汎八方陣の標準解（抜粋） *

** Three-type Simultaneous Magic Squares of Order 8: **

** 'Composite', Self-Complementary and Pan-Diagonal **

** List of Standard Solutions with CheckSum Monitor **

1#	Row	Clm	PD1/PD2	25#	Row	Clm	PD1/PD2								
1	63	6	60	18	48	21	43	1	63	4	62	18	48	19	45
62	4	57	7	45	19	42	24	60	6	57	7	43	21	42	24
11	53	16	50	28	38	31	33	13	51	16	50	30	36	31	33
56	10	51	13	39	25	36	30	56	10	53	11	39	25	38	28
35	29	40	26	52	14	55	9	37	27	40	26	54	12	55	9
32	34	27	37	15	49	12	54	32	34	29	35	15	49	14	52
41	23	46	20	58	8	61	3	41	23	44	22	58	8	59	5
22	44	17	47	5	59	2	64	20	46	17	47	3	61	2	64
49#	Row	Clm	PD1/PD2	73#	Row	Clm	PD1/PD2								
1	63	4	62	18	48	19	45	1	63	4	62	10	56	11	53
56	10	53	11	39	25	38	28	48	18	45	19	39	25	38	28
13	51	16	50	30	36	31	33	21	43	24	42	30	36	31	33
60	6	57	7	43	21	42	24	60	6	57	7	51	13	50	16
41	23	44	22	58	8	59	5	49	15	52	14	58	8	59	5
32	34	29	35	15	49	14	52	32	34	29	35	23	41	22	44
37	27	40	26	54	12	55	9	37	27	40	26	46	20	47	17
20	46	17	47	3	61	2	64	12	54	9	55	3	61	2	64
97#	Row	Clm	PD1/PD2	121#	Row	Clm	PD1/PD2								
1	63	4	62	10	56	11	53	1	62	4	63	19	48	18	45
32	34	29	35	23	41	22	44	60	7	57	6	42	21	43	24
37	27	40	26	46	20	47	17	13	50	16	51	31	36	30	33
60	6	57	7	51	13	50	16	56	11	53	10	38	25	39	28
49	15	52	14	58	8	59	5	37	26	40	27	55	12	54	9
48	18	45	19	39	25	38	28	32	35	29	34	14	49	15	52
21	43	24	42	30	36	31	33	41	22	44	23	59	8	58	5
12	54	9	55	3	61	2	64	20	47	17	46	2	61	3	64

145#										Row	Clm	PD1/PD2
1	62	4	63	19	48	18	45	260	260\260/260			
56	11	53	10	38	25	39	28	260	260\260/260			
13	50	16	51	31	36	30	33	260	260\260/260			
60	7	57	6	42	21	43	24	260	260\260/260			
41	22	44	23	59	8	58	5	260	260\260/260			
32	35	29	34	14	49	15	52	260	260\260/260			
37	26	40	27	55	12	54	9	260	260\260/260			
20	47	17	46	2	61	3	64	260	260\260/260			

193#										Row	Clm	PD1/PD2
1	62	4	63	11	56	10	53	260	260\260/260			
32	35	29	34	22	41	23	44	260	260\260/260			
37	26	40	27	47	20	46	17	260	260\260/260			
60	7	57	6	50	13	51	16	260	260\260/260			
49	14	52	15	59	8	58	5	260	260\260/260			
48	19	45	18	38	25	39	28	260	260\260/260			
21	42	24	43	31	36	30	33	260	260\260/260			
12	55	9	54	2	61	3	64	260	260\260/260			

241#										Row	Clm	PD1/PD2
1	60	6	63	13	56	10	51	260	260\260/260			
48	21	43	18	36	25	39	30	260	260\260/260			
19	42	24	45	31	38	28	33	260	260\260/260			
62	7	57	4	50	11	53	16	260	260\260/260			
49	12	54	15	61	8	58	3	260	260\260/260			
32	37	27	34	20	41	23	46	260	260\260/260			
35	26	40	29	47	22	44	17	260	260\260/260			
14	55	9	52	2	59	5	64	260	260\260/260			

289#										Row	Clm	PD1/PD2
1	56	10	63	13	60	6	51	260	260\260/260			
48	25	39	18	36	21	43	30	260	260\260/260			
19	38	28	45	31	42	24	33	260	260\260/260			
62	11	53	4	50	7	57	16	260	260\260/260			
49	8	58	15	61	12	54	3	260	260\260/260			
32	41	23	34	20	37	27	46	260	260\260/260			
35	22	44	29	47	26	40	17	260	260\260/260			
14	59	5	52	2	55	9	64	260	260\260/260			

337#										Row	Clm	PD1/PD2
1	48	18	63	21	60	6	43	260	260\260/260			
32	49	15	34	12	37	27	54	260	260\260/260			
35	14	52	29	55	26	40	9	260	260\260/260			
62	19	45	4	42	7	57	24	260	260\260/260			
41	8	58	23	61	20	46	3	260	260\260/260			
56	25	39	10	36	13	51	30	260	260\260/260			
11	38	28	53	31	50	16	33	260	260\260/260			
22	59	5	44	2	47	17	64	260	260\260/260			

721#										Row	Clm	PD1/PD2
3	64	5	58	17	46	23	44	260	260\260/260			
61	2	59	8	47	20	41	22	260	260\260/260			
12	55	14	49	26	37	32	35	260	260\260/260			
54	9	52	15	40	27	34	29	260	260\260/260			
36	31	38	25	50	13	56	11	260	260\260/260			
30	33	28	39	16	51	10	53	260	260\260/260			
43	24	45	18	57	6	63	4	260	260\260/260			
21	42	19	48	7	60	1	62	260	260\260/260			

169#										Row	Clm	PD1/PD2
1	62	4	63	11	56	10	53	260	260\260/260			
48	19	45	18	38	25	39	28	260	260\260/260			
21	42	24	43	31	36	30	33	260	260\260/260			
60	7	57	6	50	13	51	16	260	260\260/260			
49	14	52	15	59	8	58	5	260	260\260/260			
32	35	29	34	22	41	23	44	260	260\260/260			
37	26	40	27	47	20	46	17	260	260\260/260			
12	55	9	54	2	61	3	64	260	260\260/260			

217#										Row	Clm	PD1/PD2
1	60	6	63	21	48	18	43	260	260\260/260			
56	13	51	10	36	25	39	30	260	260\260/260			
11	50	16	53	31	38	28	33	260	260\260/260			
62	7	57	4	42	19	45	24	260	260\260/260			
41	20	46	23	61	8	58	3	260	260\260/260			
32	37	27	34	12	49	15	54	260	260\260/260			
35	26	40	29	55	14	52	9	260	260\260/260			
22	47	17	44	2	59	5	64	260	260\260/260			

265#										Row	Clm	PD1/PD2
1	60	6	63	13	56	10	51	260	260\260/260			
32	37	27	34	20	41	23	46	260	260\260/260			
35	26	40	29	47	22	44	17	260	260\260/260			
62	7	57	4	50	11	53	16	260	260\260/260			
49	12	54	15	61	8	58	3	260	260\260/260			
48	21	43	18	36	25	39	30	260	260\260/260			
19	42	24	45	31	38	28	33	260	260\260/260			
14	55	9	52	2	59	5	64	260	260\260/260			

313#										Row	Clm	PD1/PD2
1	56	10	63	13	60	6	51	260	260\260/260			
32	41	23	34	20	37	27	46	260	260\260/260			
35	22	44	29	47	26	40	17	260	260\260/260			
62	11	53	4	50	7	57	16	260	260\260/260			
49	8	58	15	61	12	54	3	260	260\260/260			
48	25	39	18	36	21	43	30	260	260\260/260			
19	38	28	45	31	42	24	33	260	260\260/260			
14	59	5	52	2	55	9	64	260	260\260/260			

361#										Row	Clm	PD1/PD2
2	64	5	59	17	47	22	44	260	260\260/260			
61	3	58	8	46	20	41	23	260	260\260/260			
12	54	15	49	27	37	32	34	260	260\260/260			
55	9	52	14	40	26	35	29	260	260\260/260			
36	30	39	25	51	13	56	10	260	260\260/260			
31	33	28	38	16	50	11	53	260	260\260/260			
42	24	45	19	57	7	62	4	260	260\260/260			
21	43	18	48	6	60	1	63	260	260\260/260			

1081#										Row	Clm	PD1/PD2
4	63	6	57	18	45	24	43	260	260\260/260			
62	1	60	7	48	19	42	21	260	260\260/260			
11	56	13	50	25	38	31	36	260	260\260/260			
53	10	51	16	39	28	33	30	260	260\260/260			
35	32	37	26	49	14	55	12	260	260\260/260			
29	34	27	40	15	52	9	54	260	260\260/260			
44	23	46	17	58	5	64	3	260	260\260/260			
22	41	20	47	8	59	2	61	260	260\260/260			

1441#										Row	CIm\PD1/PD2									
5	64	3	58	17	44	23	46	260	260\260/260											
59	2	61	8	47	22	41	20	260	260\260/260											
14	55	12	49	26	35	32	37	260	260\260/260											
52	9	54	15	40	29	34	27	260	260\260/260											
38	31	36	25	50	11	56	13	260	260\260/260											
28	33	30	39	16	53	10	51	260	260\260/260											
45	24	43	18	57	4	63	6	260	260\260/260											
19	42	21	48	7	62	1	60	260	260\260/260											

1765#										Row	CIm\PD1/PD2									
6	63	4	57	18	43	24	45	260	260\260/260											
60	1	62	7	48	21	42	19	260	260\260/260											
13	56	11	50	25	36	31	38	260	260\260/260											
51	10	53	16	39	30	33	28	260	260\260/260											
37	32	35	26	49	12	55	14	260	260\260/260											
27	34	29	40	15	54	9	52	260	260\260/260											
46	23	44	17	58	3	64	5	260	260\260/260											
20	41	22	47	8	61	2	59	260	260\260/260											

2089#										Row	CIm\PD1/PD2									
7	62	4	57	19	42	24	45	260	260\260/260											
60	1	63	6	48	21	43	18	260	260\260/260											
13	56	10	51	25	36	30	39	260	260\260/260											
50	11	53	16	38	31	33	28	260	260\260/260											
37	32	34	27	49	12	54	15	260	260\260/260											
26	35	29	40	14	55	9	52	260	260\260/260											
47	22	44	17	59	2	64	5	260	260\260/260											
20	41	23	46	8	61	3	58	260	260\260/260											

2413#										Row	CIm\PD1/PD2									
8	61	3	58	20	41	23	46	260	260\260/260											
59	2	64	5	47	22	44	17	260	260\260/260											
14	55	9	52	26	35	29	40	260	260\260/260											
49	12	54	15	37	32	34	27	260	260\260/260											
38	31	33	28	50	11	53	16	260	260\260/260											
25	36	30	39	13	56	10	51	260	260\260/260											
48	21	43	18	60	1	63	6	260	260\260/260											
19	42	24	45	7	62	4	57	260	260\260/260											

2737#										Row	CIm\PD1/PD2									
9	64	3	54	17	40	27	46	260	260\260/260											
55	2	61	12	47	26	37	20	260	260\260/260											
14	59	8	49	22	35	32	41	260	260\260/260											
52	5	58	15	44	29	34	23	260	260\260/260											
42	31	36	21	50	7	60	13	260	260\260/260											
24	33	30	43	16	57	6	51	260	260\260/260											
45	28	39	18	53	4	63	10	260	260\260/260											
19	38	25	48	11	62	1	56	260	260\260/260											

2989#										Row	CIm\PD1/PD2									
10	63	4	53	18	39	28	45	260	260\260/260											
56	1	62	11	48	25	38	19	260	260\260/260											
13	60	7	50	21	36	31	42	260	260\260/260											
51	6	57	16	43	30	33	24	260	260\260/260											
41	32	35	22	49	8	59	14	260	260\260/260											
23	34	29	44	15	58	5	52	260	260\260/260											
46	27	40	17	54	3	64	9	260	260\260/260											
20	37	26	47	12	61	2	55	260	260\260/260											

3241#										Row	CIm\PD1/PD2									
11	62	4	53	19	38	28	45	260	260\260/260											
56	1	63	10	48	25	39	18	260	260\260/260											
13	60	6	51	21	36	30	43	260	260\260/260											
50	7	57	16	42	31	33	24	260	260\260/260											
41	32	34	23	49	8	58	15	260	260\260/260											
22	35	29	44	14	59	5	52	260	260\260/260											
47	26	40	17	55	2	64	9	260	260\260/260											
20	37	27	46	12	61	3	54	260	260\260/260											

3493#										Row	CIm\PD1/PD2									
12	61	3	54	20	37	27	46	260	260\260/260											
55	2	64	9	47	26	40	17	260	260\260/260											
14	59	5	52	22	35	29	44	260	260\260/260											
49	8	58	15	41	32	34	23	260	260\260/260											
42	31	33	24	50	7	57	16	260	260\260/260											
21	36	30	43	13	60	6	51	260	260\260/260											
48	25	39	18	56	1	63	10	260	260\260/260											
19	38	28	45	11	62	4	53	260	260\260/260											

3745#										Row	CIm\PD1/PD2									
13	60	6	51	21	36	30	43	260	260\260/260											
56	1	63	10	48	25	39	18	260	260\260/260											
11	62	4	53	19	38	28	45	260	260\260/260											
50	7	57	16	42	31	33	24	260	260\260/260											
41	32	34	23	49	8	58	15	260	260\260/260											
20	37	27	46	12	61	3	54	260	260\260/260											
47	26	40	17	55	2	64	9	260	260\260/260											
22	35	29	44	14	59	5	52	260	260\260/260											

3961#										Row	CIm\PD1/PD2									
14	59	5	52	22	35	29	44	260	260\260/260											
55	2	64	9	47	26	40	17	260	260\260/260											
12	61	3	54	20	37	27	46	260	260\260/260											
49	8	58	15	41	32	34	23	260	260\260/260											
42	31	33	24	50	7	57	16	260	260\260/260											
19	38	28	45	11	62	4	53	260	260\260/260											
48	25	39	18	56	1	63	10	260	260\260/260											
21	36	30	43	13	60	6	51	260	260\260/260											

4177#										Row	CIm\PD1/PD2									
15	58	5	52	23	34	29	44	260	260\260/260											
54	3	64	9	46	27	40	17	260	260\260/260											
12	61	2	55	20	37	26	47	260	260\260/260											
49	8	59	14	41	32	35	22	260	260\260/260											
43	30	33	24	51	6	57	16	260	260\260/260											
18	39	28	45	10	63	4	53	260	260\260/260											
48	25	38	19	56	1	62	11	260	260\260/260											
21	36	31	42	13	60	7	50	260	260\260/260											

4393#										Row	CIm\PD1/PD2									
16	57	6	51	24	33	30	43	260	260\260/260											
53	4	63	10	45	28	39	18	260	260\260/260											
11	62	1	56	19	38	25	48	260	260\260/260											
50	7	60	13	42	31	36	21	260	260\260/260											
44	29	34	23	52	5	58	15	260	260\260/260											
17	40	27	46	9	64	3	54	260	260\260/260											
47	26	37	20	55	2	61	12	260	260\260/260											
22	35	32	41	14	59	8	49	260	260\260/260											

										4609#	Row	CIm\PD1/PD2	
17	64	3	46	33	16	51	30	260	260\260/260				
47	2	61	20	31	50	13	36	260	260\260/260				
22	59	8	41	38	11	56	25	260	260\260/260				
44	5	58	23	28	53	10	39	260	260\260/260				
26	55	12	37	42	7	60	21	260	260\260/260				
40	9	54	27	24	57	6	43	260	260\260/260				
29	52	15	34	45	4	63	18	260	260\260/260				
35	14	49	32	19	62	1	48	260	260\260/260				

										4753#	Row	CIm\PD1/PD2	
18	63	4	45	34	15	52	29	260	260\260/260				
48	1	62	19	32	49	14	35	260	260\260/260				
21	60	7	42	37	12	55	26	260	260\260/260				
43	6	57	24	27	54	9	40	260	260\260/260				
25	56	11	38	41	8	59	22	260	260\260/260				
39	10	53	28	23	58	5	44	260	260\260/260				
30	51	16	33	46	3	64	17	260	260\260/260				
36	13	50	31	20	61	2	47	260	260\260/260				

										4897#	Row	CIm\PD1/PD2	
19	62	4	45	35	14	52	29	260	260\260/260				
48	1	63	18	32	49	15	34	260	260\260/260				
21	60	6	43	37	12	54	27	260	260\260/260				
42	7	57	24	26	55	9	40	260	260\260/260				
25	56	10	39	41	8	58	23	260	260\260/260				
38	11	53	28	22	59	5	44	260	260\260/260				
31	50	16	33	47	2	64	17	260	260\260/260				
36	13	51	30	20	61	3	46	260	260\260/260				

										5041#	Row	CIm\PD1/PD2	
20	61	3	46	36	13	51	30	260	260\260/260				
47	2	64	17	31	50	16	33	260	260\260/260				
22	59	5	44	38	11	53	28	260	260\260/260				
41	8	58	23	25	56	10	39	260	260\260/260				
26	55	9	40	42	7	57	24	260	260\260/260				
37	12	54	27	21	60	6	43	260	260\260/260				
32	49	15	34	48	1	63	18	260	260\260/260				
35	14	52	29	19	62	4	45	260	260\260/260				

										5185#	Row	CIm\PD1/PD2	
21	60	6	43	37	12	54	27	260	260\260/260				
48	1	63	18	32	49	15	34	260	260\260/260				
19	62	4	45	35	14	52	29	260	260\260/260				
42	7	57	24	26	55	9	40	260	260\260/260				
25	56	10	39	41	8	58	23	260	260\260/260				
36	13	51	30	20	61	3	46	260	260\260/260				
31	50	16	33	47	2	64	17	260	260\260/260				
38	11	53	28	22	59	5	44	260	260\260/260				

										5293#	Row	CIm\PD1/PD2	
22	59	5	44	38	11	53	28	260	260\260/260				
47	2	64	17	31	50	16	33	260	260\260/260				
20	61	3	46	36	13	51	30	260	260\260/260				
41	8	58	23	25	56	10	39	260	260\260/260				
26	55	9	40	42	7	57	24	260	260\260/260				
35	14	52	29	19	62	4	45	260	260\260/260				
32	49	15	34	48	1	63	18	260	260\260/260				
37	12	54	27	21	60	6	43	260	260\260/260				

										5401#	Row	CIm\PD1/PD2	
23	58	5	44	39	10	53	28	260	260\260/260				
46	3	64	17	30	51	16	33	260	260\260/260				
20	61	2	47	36	13	50	31	260	260\260/260				
41	8	59	22	25	56	11	38	260	260\260/260				
27	54	9	40	43	6	57	24	260	260\260/260				
34	15	52	29	18	63	4	45	260	260\260/260				
32	49	14	35	48	1	62	19	260	260\260/260				
37	12	55	26	21	60	7	42	260	260\260/260				

										5509#	Row	CIm\PD1/PD2	
24	57	6	43	40	9	54	27	260	260\260/260				
45	4	63	18	29	52	15	34	260	260\260/260				
19	62	1	48	35	14	49	32	260	260\260/260				
42	7	60	21	26	55	12	37	260	260\260/260				
28	53	10	39	44	5	58	23	260	260\260/260				
33	16	51	30	17	64	3	46	260	260\260/260				
31	50	13	36	47	2	61	20	260	260\260/260				
38	11	56	25	22	59	8	41	260	260\260/260				

										5617#	Row	CIm\PD1/PD2	
25	56	1	48	41	8	49	32	260	260\260/260				
39	10	63	18	23	58	15	34	260	260\260/260				
28	53	4	45	44	5	52	29	260	260\260/260				
38	11	62	19	22	59	14	35	260	260\260/260				
30	51	6	43	46	3	54	27	260	260\260/260				
36	13	60	21	20	61	12	37	260	260\260/260				
31	50	7	42	47	2	55	26	260	260\260/260				
33	16	57	24	17	64	9	40	260	260\260/260				

										5653#	Row	CIm\PD1/PD2	
26	55	2	47	42	7	50	31	260	260\260/260				
40	9	64	17	24	57	16	33	260	260\260/260				
27	54	3	46	43	6	51	30	260	260\260/260				
37	12	61	20	21	60	13	36	260	260\260/260				
29	52	5	44	45	4	53	28	260	260\260/260				
35	14	59	22	19	62	11	38	260	260\260/260				
32	49	8	41	48	1	56	25	260	260\260/260				
34	15	58	23	18	63	10	39	260	260\260/260				

										5689#	Row	CIm\PD1/PD2	
27	54	3	46	43	6	51	30	260	260\260/260				
40	9	64	17	24	57	16	33	260	260\260/260				
26	55	2	47	42	7	50	31	260	260\260/260				
37	12	61	20	21	60	13	36	260	260\260/260				
29	52	5	44	45	4	53	28	260	260\260/260				
34	15	58	23	18	63	10	39	260	260\260/260				
32	49	8	41	48	1	56	25	260	260\260/260				
35	14	59	22	19	62	11	38	260	260\260/260				

										5725#	Row	CIm\PD1/PD2	
28	53	4	45	44	5	52	29	260	260\260/260				
39	10	63	18	23	58	15	34	260	260\260/260				
25	56	1	48	41	8	49	32	260	260\260/260				
38	11	62	19	22	59	14	35	260	260\260/260				
30	51	6	43	46	3	54	27	260	260\260/260				
33	16	57	24	17	64	9	40	260	260\260/260				
31	50	7	42	47	2	55	26	260	260\260/260				
36	13	60	21	20	61	12	37	260	260\260/260				

[Count = 5760]

** Calculated and listed by Kanji Setsuda
on Feb. 14, 2010 and Aug. 13, 2013 with Xcode 4.6.3 **

今度もまた、原始解が 46080個、反転形・回転形を省いた標準解が 5760個得られた。理論的に言って、八方陣としては最小の、稀少で貴重な解集合ということになる。

「基本解」と言われるものには、もっと少ない解集合もあり得るが、ごくスタンダードな八方陣の原始解・標準解のレベルでは、これ以上少ない解集合はあり得ない。

また、このタイプの「完全オイラー方陣」を新オイラー法で求めてみたら、同じ解集合を得られた。つまり、このタイプの解は全て完全オイラー方陣であるということになる。

前項で求めた多重四方陣型正方連結完全八方陣も、解の総数が同じであったが、各解の中身は違う。お互いに良く似てはいるが、微妙に違う。解の総数だけが同じなのである。この一致には、何か意味があるのであろうか。

もう一つ、三次元の正方連結完全立体四方陣の原始解も 46080個だった。標準解は 960個だが、数字の配置に良く似た部分がある。何か内的な関係があるのであろうか。

いろいろな追求を積み重ねた結果、この三者：(1) 多重型正方連結完全八方陣、(2) 三連立型正方連結対称汎八方陣、(3) 正方連結完全立体四方陣には、特別な内的連関があり、「同じ実体の違った3つの顔」とも言うべきファミリーを形成することがわかった。

この報告については、第4部第7章を是非読んでいただきたい。

(英語版 Written on Nov. 2, 2006 with MacOSX and Xcode 2.2.1;

日本語版 Written on May 5, 2007 with MacOSX and Xcode 2.2.1;

清書稿 on August 13, 2013 with MacOSX 10.8.4 and Xcode 4.6.3)

By Kanji Setsuda: jag12001@nifty.com: E-Mail Address