

第3部：『魔方陣の新研究』： 摂田 寛二

第6章：八方陣の代数的研究（2000, 2008年版の清書稿）

七方陣より先に八方陣の論考がまとまったので、対称型、完全型、正方連結型の3種類の八方陣についての研究成果を報告する（2000, 2008年に発表したままを再録した）。

第1節：補数対称型八方陣の代数的研究

0. 先ず補数対称型八方陣。略称して「対称八方陣」と言うが、方陣の幾何学的な中心を中心点として、相互に対称の位置にあるどの2数の間にも定和を要請する方陣である。今回も「点对称型」のみを調べる。行列の定和や対角線の定和など一般的な方陣の特徴については、すべてこれを兼ね備えているものとする。

いつものように図と式で基本条件を定義する。1～64の自然数を全数個欠落なく重複なく用いて、全条件を満たさなくてはならない。

1. 基本ポジションと変数名

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

2. 定義の連立方程式群

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 &= K \dots (1) \\ n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} &= K \dots (2) \\ n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} &= K \dots (3) \\ n_{25} + n_{26} + n_{27} + n_{28} + n_{29} + n_{30} + n_{31} + n_{32} &= K \dots (4) \\ n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} &= K \dots (5) \\ n_{41} + n_{42} + n_{43} + n_{44} + n_{45} + n_{46} + n_{47} + n_{48} &= K \dots (6) \\ n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} &= K \dots (7) \\ n_{57} + n_{58} + n_{59} + n_{60} + n_{61} + n_{62} + n_{63} + n_{64} &= K \dots (8) \\ n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57} &= K \dots (9) \\ n_2 + n_{10} + n_{18} + n_{26} + n_{34} + n_{42} + n_{50} + n_{58} &= K \dots (10) \\ n_3 + n_{11} + n_{19} + n_{27} + n_{35} + n_{43} + n_{51} + n_{59} &= K \dots (11) \\ n_4 + n_{12} + n_{20} + n_{28} + n_{36} + n_{44} + n_{52} + n_{60} &= K \dots (12) \\ n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29} + n_{37} + n_{45} + n_{53} + n_{61} &= K \dots (13) \\ n_6 + n_{14} + n_{22} + n_{30} + n_{38} + n_{46} + n_{54} + n_{62} &= K \dots (14) \\ n_7 + n_{15} + n_{23} + n_{31} + n_{39} + n_{47} + n_{55} + n_{63} &= K \dots (15) \\ n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32} + n_{40} + n_{48} + n_{56} + n_{64} &= K \dots (16) \\ n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} &= K \dots (17) \\ n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57} &= K \dots (18) \end{aligned}$$

(17), (18)式は、対角線上の8数を示す。n₈ + n₁₅ + n₂₂ + n₂₉ + n₃₆ + n₄₃ + n₅₀ + n₅₇ = K ... (18)
 点对称八方陣では、この18式の他に次の32組の補数ペアを持つ。

$$\begin{aligned} n_1 + n_{64} = n_2 + n_{63} = n_3 + n_{62} = n_4 + n_{61} = n_5 + n_{60} = n_6 + n_{59} = n_7 + n_{58} = n_8 + n_{57} = \\ n_9 + n_{56} = n_{10} + n_{55} = n_{11} + n_{54} = n_{12} + n_{53} = n_{13} + n_{52} = n_{14} + n_{51} = n_{15} + n_{50} = n_{16} + n_{49} = \\ n_{17} + n_{48} = n_{18} + n_{47} = n_{19} + n_{46} = n_{20} + n_{45} = n_{21} + n_{44} = n_{22} + n_{43} = n_{23} + n_{42} = n_{24} + n_{41} = \\ n_{25} + n_{40} = n_{26} + n_{39} = n_{27} + n_{38} = n_{28} + n_{37} = n_{29} + n_{36} = n_{30} + n_{35} = n_{31} + n_{34} = n_{32} + n_{33} = C \\ \dots (19) \end{aligned}$$

K, Cの値を予め計算しておこう。(1)～(8)の辺々を加える。

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64} = 8 * K$$

左辺には1～64の自然数が全個重複なく入るから、その総和は

$$64 \times 65 \div 2 = 8 * K$$

$$\therefore K = 260 \dots (20)$$

(19)式から、次の4式を選んで辺々を加える。

$$n_1 + n_{64} = C, \quad n_{10} + n_{55} = C, \quad n_{19} + n_{46} = C, \quad n_{28} + n_{37} = C$$

$$n_1 + n_{64} + n_{10} + n_{55} + n_{19} + n_{46} + n_{28} + n_{37} = 4 * C$$

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = 4 * C$$

左辺は、(17)式と同じ内容であるから、 $K = 4 * C$
 $\therefore C = 260 \div 4 = 65 \dots (21)$

(19)式の 32 ペアは、すべて 65 の補数群であるとわかった。

3. 具体的な方陣構成では、何といても(19)式の補数ペアが役に立つ。 n_1 を決めれば、 n_{64} が決まる。 n_2 を決めれば、 n_{63} が決まる。 n_3 を決めれば、 n_{62} が決まる。……
 n_{32} を決めれば、 n_{33} が決まる。 n_N を決めれば、 $n_{(65-N)}$ が決まるという関係は、積極的に活用すると、探索・構成の手間ひまを劇的に減らしてくれる。

しかも、(19)式は、うまく組み合わせると、対称方陣の様々な性質を説明してくれる。

$$\begin{aligned} n_1 + n_{64} = C \quad n_8 + n_{57} = C \quad \text{から} \quad n_1 + n_8 + n_{57} + n_{64} = 130 \\ n_{10} + n_{55} = C \quad n_{15} + n_{50} = C \quad \text{から} \quad n_{10} + n_{15} + n_{50} + n_{55} = 130 \\ n_{19} + n_{46} = C \quad n_{22} + n_{43} = C \quad \text{から} \quad n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46} = 130 \\ n_{28} + n_{37} = C \quad n_{29} + n_{36} = C \quad \text{から} \quad n_{28} + n_{29} + n_{36} + n_{37} = 130 \dots (22) \end{aligned}$$

これらの式は、方陣内部で対角線の交点を同じくする大小 4 種類の正方形の頂点連結 4 数の定和を示している。

下図のような補数表現を用いると、一々(19)式を参照しなくても、関係が直観的に見て取れる。

[補数表現]

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>32</u>	<u>31</u>	<u>30</u>	<u>29</u>	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>26</u>	<u>25</u>
<u>24</u>	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>21</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>18</u>	<u>17</u>
<u>16</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>9</u>
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>

左図では、 $n_{64} = C - n_1 = \underline{n_1}$
 同様にして $n_{63} = C - n_2 = \underline{n_2}$
 $n_{62} = C - n_3 = \underline{n_3}$
 ……………
 $n_{34} = C - n_{31} = \underline{n_{31}}$
 $n_{33} = C - n_{32} = \underline{n_{32}}$ と表している。
 もちろん $n_1 + \underline{n_1} = C$, $n_2 + \underline{n_2} = C$,
 $n_3 + \underline{n_3} = C$, ……………, $n_{30} + \underline{n_{30}} = C$,
 $n_{31} + \underline{n_{31}} = C$, $n_{32} + \underline{n_{32}} = C$ である。
 だから、例えば、対角線の式(17)は、
 $n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} =$
 $n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + \underline{n_{28}} + \underline{n_{19}} + \underline{n_{10}} + \underline{n_1} =$
 $(n_1 + \underline{n_1}) + (n_{10} + \underline{n_{10}}) + (n_{19} + \underline{n_{19}}) + (n_{28} + \underline{n_{28}}) =$
 $C + C + C + C = 260 = K$
 と説明することができる。

↑ ↑
 ところが、 $(n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25}) + (n_{25} + \underline{n_{17}} + \underline{n_9} + \underline{n_1}) = 4 * C = K$
 また、 $(n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32}) + (n_{32} + \underline{n_{24}} + \underline{n_{16}} + \underline{n_8}) = 4 * C = K$
 よって、 $n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} = n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32}$
 および $n_{25} + \underline{n_{17}} + \underline{n_9} + \underline{n_1} = n_{32} + \underline{n_{24}} + \underline{n_{16}} + \underline{n_8}$ が言えてしまう。

同様にして $n_2 + n_{10} + n_{18} + n_{26} = n_7 + n_{15} + n_{23} + n_{31}$
 $\underline{n_{26}} + \underline{n_{18}} + \underline{n_{10}} + \underline{n_2} = \underline{n_{31}} + \underline{n_{23}} + \underline{n_{15}} + \underline{n_7}$
 また $n_3 + n_{11} + n_{19} + n_{27} = n_6 + n_{14} + n_{22} + n_{30}$
 $\underline{n_{27}} + \underline{n_{19}} + \underline{n_{11}} + \underline{n_3} = \underline{n_{30}} + \underline{n_{22}} + \underline{n_{14}} + \underline{n_6}$
 また $n_4 + n_{12} + n_{20} + n_{28} = n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29}$
 $\underline{n_{28}} + \underline{n_{20}} + \underline{n_{12}} + \underline{n_4} = \underline{n_{29}} + \underline{n_{21}} + \underline{n_{13}} + \underline{n_5}$
 横の行でも $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = \underline{n_8} + \underline{n_7} + \underline{n_6} + \underline{n_5}$
 $n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = \underline{n_4} + \underline{n_3} + \underline{n_2} + \underline{n_1}$
 また $n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} = \underline{n_{16}} + \underline{n_{15}} + \underline{n_{14}} + \underline{n_{13}}$

また $n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16}=\underline{n_{12}}+\underline{n_{11}}+\underline{n_{10}}+\underline{n_9}$
 また $n_{17}+n_{18}+n_{19}+n_{20}=\underline{n_{24}}+\underline{n_{23}}+\underline{n_{22}}+\underline{n_{21}}$
 また $n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}=\underline{n_{20}}+\underline{n_{19}}+\underline{n_{18}}+\underline{n_{17}}$
 また $n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}=\underline{n_{32}}+\underline{n_{31}}+\underline{n_{30}}+\underline{n_{29}}$
 $n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32}=\underline{n_{28}}+\underline{n_{27}}+\underline{n_{26}}+\underline{n_{25}} \dots (23)$ も言える。

補数表現を元に戻せば、当然 $\underline{n_{28}}=n_{37}$, $\underline{n_{27}}=n_{38}$, $\underline{n_{26}}=n_{39}$, $\underline{n_{25}}=n_{40}$ のことである。
 だから、例えば最後の式は、 $n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32}=n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40}$ を言っている。

4. 対称方陣では、いつでも行列の規則的な交換が可能である。交換しても、方陣の対称性は変わらず、様々な定和が成り立つ。そのために異形・派生形の生成が容易である。それらのチェックにもこの補数表現形は役立つ。

下図を見てほしい。いまは上下方向の行交換のみを示すが、左右方向の列交換も同様に可能である。

交換した後も、対称性が破られておらず、行列の定和が成り立つことを確かめてほしい。

対称八方陣 [補数表現] 原型

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>32</u>	<u>31</u>	<u>30</u>	<u>29</u>	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>26</u>	<u>25</u>
<u>24</u>	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>21</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>18</u>	<u>17</u>
<u>16</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>9</u>
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>

→ 上下方向の (1-8) 交換

<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>32</u>	<u>31</u>	<u>30</u>	<u>29</u>	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>26</u>	<u>25</u>
<u>24</u>	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>21</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>18</u>	<u>17</u>
<u>16</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>9</u>
1	2	3	4	5	6	7	8

↓ 上下方向の (2-7) 交換

1	2	3	4	5	6	7	8
<u>16</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>9</u>
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>32</u>	<u>31</u>	<u>30</u>	<u>29</u>	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>26</u>	<u>25</u>
<u>24</u>	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>21</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>18</u>	<u>17</u>
9	10	11	12	13	14	15	16
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>

上下方向の (3-6) 交換

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
<u>24</u>	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>21</u>	<u>20</u>	<u>19</u>	<u>18</u>	<u>17</u>
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>32</u>	<u>31</u>	<u>30</u>	<u>29</u>	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>26</u>	<u>25</u>
17	18	19	20	21	22	23	24
<u>16</u>	<u>15</u>	<u>14</u>	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>9</u>
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>

上下方向の (4-5) 交換

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16

(1-4) & (5-8) 交換

25	26	27	28	29	30	31	32
9	10	11	12	13	14	15	16

17	18	19	20	21	22	23	24		17	18	19	20	21	22	23	24	
32	31	30	29	28	27	26	25	←	1	2	3	4	5	6	7	8	←
25	26	27	28	29	30	31	32	←	8	7	6	5	4	3	2	1	←
24	23	22	21	20	19	18	17		24	23	22	21	20	19	18	17	
16	15	14	13	12	11	10	9		16	15	14	13	12	11	10	9	
8	7	6	5	4	3	2	1		32	31	30	29	28	27	26	25	←

(1-3) & (6-8) 交換

(1-2) & (7-8) 交換

17	18	19	20	21	22	23	24	←	9	10	11	12	13	14	15	16	←
9	10	11	12	13	14	15	16		1	2	3	4	5	6	7	8	←
1	2	3	4	5	6	7	8	←	17	18	19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	31	32		25	26	27	28	29	30	31	32	
32	31	30	29	28	27	26	25		32	31	30	29	28	27	26	25	
8	7	6	5	4	3	2	1	←	24	23	22	21	20	19	18	17	
16	15	14	13	12	11	10	9		8	7	6	5	4	3	2	1	←
24	23	22	21	20	19	18	17	←	16	15	14	13	12	11	10	9	←

一度に2行ずつそっくり交換することもできる。3行ずつも可。4行も可だ。

この交換を適宜連続して行えば、n1にあった数値を他のどのポジションにも移動することが可能であるばかりでなく、必要ならば、数値1をn1のホームポジションにいつでも戻すことができる。たとえ、他のどのポジションにあらうとも。

ということは、基本解を求める時に、n1 = 1 の場合を標準状態と仮定して良いことになり、その場合の全てを調べれば、他の場合の全てを調べたことと同じになる。

n1 = 1 と決めれば、例えば(1-8)交換はもう起こらない。

そして、あらためて左右上下ともに無用の行列交換を禁止するために不等式を立てる。

n2 > n7; n3 < n6; n4 > n5; n9 > n49; n17 < n41; n25 > n33; また n2 > n3; n3 < n4; という不等式も立てる。

方陣の左右反転や回転移動が起こらないようにするために、例えば n2 > n9 とすることも忘れてはならない。

不等号の向きはどう決めてもかまわないが、一度決めた条件を途中で変えてはいけない。

5. 解は、無数にある。パソコンで何百万個数えても、全然先が見えない。時間がかかり過ぎて、途中で探索を諦めざるを得ない。

もう八方陣程の規模になると、1個ずつのカウンタアップ法は用を成さない。解の総数の計算には、もっと賢い全体的考察とマクロなアルゴリズムが必要とされる。

解の一部のリストを次々頁に付す。変換した補数65型の完全八方陣も逐一添えよう。

その理由は、点対称八方陣の解の一つ一つが補数65型の完全八方陣の解と一対一に対応するからで、この2種類の解の間には相互にトランスフォームすることが可能な変換構成法が存在するのである。次ページの概念図と付録のデータ・リストを見てほしい。

先ず補数表現の対称八方陣からスタートする。

左右第5列～第8列を下図のように反転した形に入れ替える。次に上下第5行～第8行を反転した形に入れ替える。

4行ごとの交換を縦横に施すだけで、対称八方陣が完全八方陣に書き変わるのである。

次の拡張空間図を見てほしい。行列の定和だけでなく汎対角線の定和も成り立っている。

$n1 + n1 = 65$ は、元の対称方陣で成り立つから、この完全方陣では $n1 + n37 = 65$ が成り立つ。つまり、補数 65 型の完全八方陣が成り立つのである。

この変換構成法は、逆もまた可なり。完全方陣を点对称方陣に書き換えることができる。

つまり、この2種類の解の間には一対一の対応関係を想定して良いわけで、それゆえにこの2種類の方陣の解の総数は同じであると、推理することができる。

四方陣の時は48個。六方陣の時は0個しかなかったが、八方陣では、両方の解が無数に見つかる。しかも、同数個！

対称八方陣 [補数表現] 原型

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
32	31	30	29	28	27	26	25
24	23	22	21	20	19	18	17
16	15	14	13	12	11	10	9
8	7	6	5	4	3	2	1

→

1	2	3	4	8	7	6	5
9	10	11	12	16	15	14	13
17	18	19	20	24	23	22	21
25	26	27	28	32	31	30	29
32	31	30	29	25	26	27	28
24	23	22	21	17	18	19	20
16	15	14	13	9	10	11	12
8	7	6	5	1	2	3	4

↓ ↓ ↓ ↓

← ← ← ←

下図に続く ↓

[出来上がり図を拡張した]

25	26	27	28	32	31	30	29	25	26	27	28	32	31	30	29	25
8	7	6	5	1	2	3	4	8	7	6	5	1	2	3	4	8
16	15	14	13	9	10	11	12	16	15	14	13	9	10	11	12	16
24	23	22	21	17	18	19	20	24	23	22	21	17	18	19	20	24
32	31	30	29	25	26	27	28	32	31	30	29	25	26	27	28	32
1	2	3	4	8	7	6	5	1	2	3	4	8	7	6	5	1
9	10	11	12	16	15	14	13	9	10	11	12	16	15	14	13	9
17	18	19	20	24	23	22	21	17	18	19	20	24	23	22	21	17
25	26	27	28	32	31	30	29	25	26	27	28	32	31	30	29	25
8	7	6	5	1	2	3	4	8	7	6	5	1	2	3	4	8

[点对称八方陣 ↔ 補数 65 型完全八方陣の変換構成法]

(On November 6, 2000(初稿): MacOS9 & MWCW による計数;
 August 16, 2008(清書稿): MacOSX & Xcode3.0: by 撰田 寛二(Kanji Setsuda);
 August 2, 2017(再計算清書稿): macOS Sierra 10.12.6 & Xcode7.3;)

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

【データ・リスト】

* 補数対称型八方陣の標準解の実例 (部分) : 変換した完全八方陣も併記した *

1/S /C		5701/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 31 33 35 29 43 25	16 48 31 33 25 43 29 35	16 46 29 33 35 31 42 28	16 46 29 33 28 42 31 35
45 26 38 23 37 24 46 21	45 26 38 23 21 46 24 37	48 24 38 26 40 20 43 21	48 24 38 26 21 43 20 40
44 19 41 28 42 27 39 20	7 55 6 60 64 2 62 4	44 22 45 25 39 27 41 17	7 55 6 60 64 2 62 4
40 22 36 30 32 34 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53	37 23 34 30 32 36 19 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	40 22 36 30 49 17 34 32	50 18 51 13 53 11 56 8	37 23 34 30 49 19 36 32
7 55 6 60 4 62 2 64	44 19 41 28 20 39 27 42	7 55 6 60 4 62 2 64	44 22 45 25 17 41 27 39
10933/S /C		14829/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 45 28 33 34 30 48 26	16 45 28 33 26 48 30 34	16 44 27 33 36 31 43 30	16 44 27 33 30 43 31 36
46 29 40 23 38 22 41 21	46 29 40 23 21 41 22 38	48 23 45 24 37 25 39 19	48 23 45 24 19 39 25 37
44 24 43 27 42 25 36 19	7 55 6 60 64 2 62 4	46 26 40 28 41 20 42 17	7 55 6 60 64 2 62 4
39 17 35 31 32 37 20 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 22 34 29 32 38 21 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	39 17 35 31 49 20 37 32	50 18 51 13 53 11 56 8	35 22 34 29 49 21 38 32
7 55 6 60 4 62 2 64	44 24 43 27 19 36 25 42	7 55 6 60 4 62 2 64	46 26 40 28 17 42 20 41
21501/S /C		25761/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 43 26 33 36 31 48 27	16 43 26 33 27 48 31 36	16 42 25 33 38 31 45 30	16 42 25 33 30 45 31 38
46 30 42 24 37 21 40 20	46 30 42 24 20 40 21 37	48 24 44 28 39 22 36 19	48 24 44 28 19 36 22 39
45 25 44 28 41 23 35 19	7 55 6 60 64 2 62 4	46 29 43 26 37 21 41 17	7 55 6 60 64 2 62 4
38 17 34 29 32 39 22 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 34 27 32 40 23 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	38 17 34 29 49 22 39 32	50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 34 27 49 23 40 32
7 55 6 60 4 62 2 64	45 25 44 28 19 35 23 41	7 55 6 60 4 62 2 64	46 29 43 26 17 41 21 37
39149/S /C		43573/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 41 25 34 45 27 42 30	16 41 25 34 30 42 27 45	16 40 26 36 37 31 44 30	16 40 26 36 30 44 31 37
48 29 39 28 33 21 43 19	48 29 39 28 19 43 21 33	48 22 45 27 42 24 33 19	48 22 45 27 19 33 24 42
46 22 44 32 37 26 36 17	7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 41 23 38 20 43 17	7 55 6 60 64 2 62 4
35 23 38 20 31 40 24 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 21 34 28 29 39 25 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	35 23 38 20 49 24 40 31	50 18 51 13 53 11 56 8	35 21 34 28 49 25 39 29
7 55 6 60 4 62 2 64	46 22 44 32 17 36 26 37	7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 41 23 17 43 20 38
56341/S /C		63301/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 39 25 36 38 31 45 30	16 39 25 36 30 45 31 38	16 38 25 37 39 31 44 30	16 38 25 37 30 44 31 39
48 24 44 28 42 22 33 19	48 24 44 28 19 33 22 42	48 32 42 22 36 20 41 19	48 32 42 22 19 41 20 36
46 32 43 23 37 21 41 17	7 55 6 60 64 2 62 4	46 24 45 29 43 23 33 17	7 55 6 60 64 2 62 4
35 20 34 27 29 40 26 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 21 34 26 28 40 27 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 34 27 49 26 40 29	50 18 51 13 53 11 56 8	35 21 34 26 49 27 40 28
7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 43 23 17 41 21 37	7 55 6 60 4 62 2 64	46 24 45 29 17 33 23 43

77225/S /C					87257/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 37 25 38 44 32 39 29	16 37 25 38 29 39 32 44	16 36 25 39 41 32 43 28	16 36 25 39 28 43 32 41	16 36 25 39 41 32 43 28	16 36 25 39 28 43 32 41				
48 30 42 24 34 19 43 20	48 30 42 24 20 43 19 34	48 30 46 20 34 23 38 21	48 30 46 20 21 38 23 34	48 30 46 20 34 23 38 21	48 30 46 20 21 38 23 34				
45 22 46 31 41 23 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4	44 27 42 31 45 19 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4	44 27 42 31 45 19 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4				
36 26 33 21 27 40 28 49	50 18 51 13 8 56 11 53	37 22 33 24 26 40 29 49	50 18 51 13 8 56 11 53	37 22 33 24 26 40 29 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	36 26 33 21 49 28 40 27	50 18 51 13 53 11 56 8	37 22 33 24 49 29 40 26	50 18 51 13 53 11 56 8	37 22 33 24 49 29 40 26				
7 55 6 60 4 62 2 64	45 22 46 31 17 35 23 41	7 55 6 60 4 62 2 64	44 27 42 31 17 35 19 45	7 55 6 60 4 62 2 64	44 27 42 31 17 35 19 45				
109853/S /C					119573/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 35 25 38 44 34 46 22	16 35 25 38 22 46 34 44	16 34 25 41 42 27 45 30	16 34 25 41 30 45 27 42	16 34 25 41 42 27 45 30	16 34 25 41 30 45 27 42				
45 33 42 26 36 17 37 24	45 33 42 26 24 37 17 36	48 29 39 28 43 21 33 19	48 29 39 28 19 33 21 43	48 29 39 28 43 21 33 19	48 29 39 28 19 33 21 43				
41 28 48 29 39 23 32 20	7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 44 22 37 26 36 17	7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 44 22 37 26 36 17	7 55 6 60 64 2 62 4				
43 19 31 21 27 40 30 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 38 23 24 40 31 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 38 23 24 40 31 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	43 19 31 21 49 30 40 27	50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 38 23 49 31 40 24	50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 38 23 49 31 40 24				
7 55 6 60 4 62 2 64	41 28 48 29 20 32 23 39	7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 44 22 17 36 26 37	7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 44 22 17 36 26 37				
132517/S /C					139369/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 33 25 42 45 31 38 30	16 33 25 42 30 38 31 45	16 32 25 39 42 36 43 27	16 32 25 39 27 43 36 42	16 32 25 39 42 36 43 27	16 32 25 39 27 43 36 42				
48 29 43 24 37 21 39 19	48 29 43 24 19 39 21 37	46 30 48 24 37 21 34 20	46 30 48 24 20 34 21 37	46 30 48 24 37 21 34 20	46 30 48 24 20 34 21 37				
46 26 44 28 41 22 36 17	7 55 6 60 64 2 62 4	45 31 44 28 41 17 35 19	7 55 6 60 64 2 62 4	45 31 44 28 41 17 35 19	7 55 6 60 64 2 62 4				
35 27 34 20 23 40 32 49	50 18 51 13 8 56 11 53	38 22 29 23 26 40 33 49	50 18 51 13 8 56 11 53	38 22 29 23 26 40 33 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	35 27 34 20 49 32 40 23	50 18 51 13 53 11 56 8	38 22 29 23 49 33 40 26	50 18 51 13 53 11 56 8	38 22 29 23 49 33 40 26				
7 55 6 60 4 62 2 64	46 26 44 28 17 36 22 41	7 55 6 60 4 62 2 64	45 31 44 28 19 35 17 41	7 55 6 60 4 62 2 64	45 31 44 28 19 35 17 41				
158069/S /C					166977/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 31 26 43 46 25 44 29	16 31 26 43 29 44 25 46	16 30 25 42 46 31 41 29	16 30 25 42 29 41 31 46	16 30 25 42 46 31 41 29	16 30 25 42 29 41 31 46				
48 30 42 24 37 27 32 20	48 30 42 24 20 32 27 37	48 28 44 27 39 22 32 20	48 28 44 27 20 32 22 39	48 28 44 27 39 22 32 20	48 28 44 27 20 32 22 39				
45 33 38 28 41 23 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4	45 33 43 26 38 21 37 17	7 55 6 60 64 2 62 4	45 33 43 26 38 21 37 17	7 55 6 60 64 2 62 4				
36 21 40 19 22 39 34 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 24 34 19 23 40 35 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 24 34 19 23 40 35 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	36 21 40 19 49 34 39 22	50 18 51 13 53 11 56 8	36 24 34 19 49 35 40 23	50 18 51 13 53 11 56 8	36 24 34 19 49 35 40 23				
7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 38 28 17 35 23 41	7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 43 26 17 37 21 38	7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 43 26 17 37 21 38				
177977/S /C					184517/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 29 26 43 48 31 40 27	16 29 26 43 27 40 31 48	16 28 26 43 46 31 41 29	16 28 26 43 29 41 31 46	16 28 26 43 46 31 41 29	16 28 26 43 29 41 31 46				
46 28 42 30 41 21 32 20	46 28 42 30 20 32 21 41	48 30 44 25 38 23 32 20	48 30 44 25 20 32 23 38	48 30 44 25 38 23 32 20	48 30 44 25 20 32 23 38				
45 33 44 24 35 23 37 19	7 55 6 60 64 2 62 4	45 33 42 27 40 21 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4	45 33 42 27 40 21 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4				
38 25 34 17 22 39 36 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 24 34 19 22 39 37 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 24 34 19 22 39 37 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	38 25 34 17 49 36 39 22	50 18 51 13 53 11 56 8	36 24 34 19 49 37 39 22	50 18 51 13 53 11 56 8	36 24 34 19 49 37 39 22				
7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 44 24 19 37 23 35	7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 42 27 17 35 21 40	7 55 6 60 4 62 2 64	45 33 42 27 17 35 21 40				
195513/S /C					201293/S /C				
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5				
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52				
16 27 28 45 48 30 41 25	16 27 28 45 25 41 30 48	16 26 27 42 46 31 43 29	16 26 27 42 29 43 31 46	16 26 27 42 46 31 43 29	16 26 27 42 29 43 31 46				
46 31 44 23 36 26 32 22	46 31 44 23 22 32 26 36	48 32 44 25 37 24 30 20	48 32 44 25 20 30 24 37	48 32 44 25 37 24 30 20	48 32 44 25 20 30 24 37				
43 33 39 29 42 21 34 19	7 55 6 60 64 2 62 4	45 35 41 28 40 21 33 17	7 55 6 60 64 2 62 4	45 35 41 28 40 21 33 17	7 55 6 60 64 2 62 4				
40 24 35 17 20 37 38 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 22 34 19 23 38 39 49	50 18 51 13 8 56 11 53	36 22 34 19 23 38 39 49	50 18 51 13 8 56 11 53				
50 18 51 13 53 11 56 8	40 24 35 17 49 38 37 20	50 18 51 13 53 11 56 8	36 22 34 19 49 39 38 23	50 18 51 13 53 11 56 8	36 22 34 19 49 39 38 23				
7 55 6 60 4 62 2 64	43 33 39 29 19 34 21 42	7 55 6 60 4 62 2 64	45 35 41 28 17 33 21 40	7 55 6 60 4 62 2 64	45 35 41 28 17 33 21 40				

OK!

** Original versions were dictated by Kanji Setsuda in 2000, 2006, 2008;
 Recompiled by 撰田 寛二 on July 31, 2017 with macOS Sierra 10.12.6 and Xcode 7.3: **

第2節：完全八方陣の代数的研究

0. 「完全八方陣」とは古い呼称で、今は「八次の汎対角線型魔方陣」の方が通りが良いが、行列の逐次移動が可能な方陣のことを言う。最上行を最下行の下に持って来て新しい八方陣を作っても、諸条件を満たす。最下行を最上行の上に持って来て良い。また最左列を最右列の右に持って来て、諸条件を満たす。逆に最右列を最左列の左に移しても良い。これらの移動を何回繰り返しても良い。混合して行っても良い。

新しく出来た方陣の対角線の定和が全て成り立つために、元の方陣の対角線と平行な斜めの8数の定和がすべて成り立つ必要がある。この多数の対角線のことを「汎対角線」と言う。汎魔方陣の名の由来である。

いつものように基本条件を図と式によって下のように定義する。1～64の自然数を全個重複なく用いて、次の諸条件を全て満たさなければならない。

1. 基本ポジションを拡張空間にして示す。数字は、 nN の n を省いたポジション名で、下の連立方程式では変数名になるものだ。

59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6
11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14
19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22
27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30
35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38
43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54
59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6

2. 定義の連立方程式群 [(17)～(32)式は、汎対角線の8数定和を表している。

- $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = K \dots (1)$
- $n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} = K \dots (2)$
- $n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = K \dots (3)$
- $n_{25} + n_{26} + n_{27} + n_{28} + n_{29} + n_{30} + n_{31} + n_{32} = K \dots (4)$
- $n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} = K \dots (5)$
- $n_{41} + n_{42} + n_{43} + n_{44} + n_{45} + n_{46} + n_{47} + n_{48} = K \dots (6)$
- $n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} = K \dots (7)$
- $n_{57} + n_{58} + n_{59} + n_{60} + n_{61} + n_{62} + n_{63} + n_{64} = K \dots (8)$
- $n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57} = K \dots (9)$
- $n_2 + n_{10} + n_{18} + n_{26} + n_{34} + n_{42} + n_{50} + n_{58} = K \dots (10)$
- $n_3 + n_{11} + n_{19} + n_{27} + n_{35} + n_{43} + n_{51} + n_{59} = K \dots (11)$
- $n_4 + n_{12} + n_{20} + n_{28} + n_{36} + n_{44} + n_{52} + n_{60} = K \dots (12)$
- $n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29} + n_{37} + n_{45} + n_{53} + n_{61} = K \dots (13)$
- $n_6 + n_{14} + n_{22} + n_{30} + n_{38} + n_{46} + n_{54} + n_{62} = K \dots (14)$
- $n_7 + n_{15} + n_{23} + n_{31} + n_{39} + n_{47} + n_{55} + n_{63} = K \dots (15)$
- $n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32} + n_{40} + n_{48} + n_{56} + n_{64} = K \dots (16)$
- $n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = K \dots (17)$
- $n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K \dots (18)$

$$n_2 + n_9 + n_{24} + n_{31} + n_{38} + n_{45} + n_{52} + n_{59} = K \dots (19)$$

$$n_2 + n_{11} + n_{20} + n_{29} + n_{38} + n_{47} + n_{56} + n_{57} = K \dots (20)$$

$$n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60} = K \dots (21)$$

$$n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58} = K \dots (22)$$

$$n_4 + n_{11} + n_{18} + n_{25} + n_{40} + n_{47} + n_{54} + n_{61} = K \dots (23)$$

$$n_4 + n_{13} + n_{22} + n_{31} + n_{40} + n_{41} + n_{50} + n_{59} = K \dots (24)$$

$$n_5 + n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{33} + n_{48} + n_{55} + n_{62} = K \dots (25)$$

$$n_5 + n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{33} + n_{42} + n_{51} + n_{60} = K \dots (26)$$

$$n_6 + n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{34} + n_{41} + n_{56} + n_{63} = K \dots (27)$$

$$n_6 + n_{15} + n_{24} + n_{25} + n_{34} + n_{43} + n_{52} + n_{61} = K \dots (28)$$

$$n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64} = K \dots (29)$$

$$n_7 + n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{35} + n_{44} + n_{53} + n_{62} = K \dots (30)$$

$$n_8 + n_9 + n_{18} + n_{27} + n_{36} + n_{45} + n_{54} + n_{63} = K \dots (31)$$

$$n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57} = K \dots (32)$$

先にKの値を計算しておこう。(1)～(8)の辺々を加える。

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64} = 8 * K$$

この式の左辺には1～64の自然数が全個重複なく入るから、その総数は、

$$64 \times 65 \div 2 = 8 * K$$

$$\therefore K = 260 \dots (33)$$

3. 複数の方程式を関わらせて、関係式をさがす。

最初に愚痴を言っておくが、八方陣ともなると、全ての条件が最初から(…+…+…+…+…+…+…+…+…+…)の形で与えられる。途中の計算でも、この長い連鎖を扱うために作業がとかく煩雑になりがちだ。狙いとしては少しでも式を短くしたいのだが、たいていが{(…+…+…+…+…)+(…+…+…+…+…)}=Kや(…+…+…)の和の形になるだけで、必ずしも簡単にはならない。

仕方が無いから、例えば4項ずつをまとめて、S1, S2, S3, …, S9などと置いて、大局的に論じるしかなくなる。

それでも、必ずしも扱いやすくないのが、高次方陣の頭の痛い点だ。

先ず汎対角線の意味を理解することに努めよう。

n1を通る対角線は(17), (18)式だが、

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = K \dots (17) \lrcorner$$

$$n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K \dots (18) \llcorner$$

この2本の汎対角線が交錯する所に n37 があるから、n1と n37 を共通項として含む。よって、

$$n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = K - (n_1 + n_{37}) \dots (17)'$$

$$n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K - (n_1 + n_{37}) \dots (18)'$$

$$\therefore n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K - (n_1 + n_{37}) \dots (34)$$

同様にして n2, n3, …, n8 を通る汎対角線の式から、

$$n_9 + n_{24} + n_{31} + n_{45} + n_{52} + n_{59} = n_{11} + n_{20} + n_{29} + n_{47} + n_{56} + n_{57} = K - (n_2 + n_{38}) \dots (35)$$

$$n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{46} + n_{53} + n_{60} = n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{48} + n_{49} + n_{58} = K - (n_3 + n_{39}) \dots (36)$$

$$n_{11} + n_{18} + n_{25} + n_{47} + n_{54} + n_{61} = n_{13} + n_{22} + n_{31} + n_{41} + n_{50} + n_{59} = K - (n_4 + n_{40}) \dots (37)$$

$$n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{48} + n_{55} + n_{62} = n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{42} + n_{51} + n_{60} = K - (n_5 + n_{33}) \dots (38)$$

$$n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{41} + n_{56} + n_{63} = n_{15} + n_{24} + n_{25} + n_{43} + n_{52} + n_{61} = K - (n_6 + n_{34}) \dots (39)$$

$$n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{42} + n_{49} + n_{64} = n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{44} + n_{53} + n_{62} = K - (n_7 + n_{35}) \dots (40)$$

$$n_9 + n_{18} + n_{27} + n_{45} + n_{54} + n_{63} = n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{43} + n_{50} + n_{57} = K - (n_8 + n_{36}) \dots (41)$$

などが言える。

次に2本ずつの汎対角線の式を加えてみる。

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = K \dots (17)$$

$$+) n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K \dots (18)$$

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} + n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = 2 * K$$

共通項を 左辺から右辺に移項し、左辺に残った項を組み換えてみる。

$$(n_{10}+n_{16}+n_{58}+n_{64}) + (n_{19}+n_{23}+n_{51}+n_{55}) + (n_{28}+n_{30}+n_{44}+n_{46}) = 2 * \{K - (n_1 + n_{37})\} \dots (42)$$

これは、 n_1 および n_{37} を対角線の交点とする大小の正方形の頂点連結 4 数の和に関する式だ。

同様にして、

$$n_5 + n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{33} + n_{48} + n_{55} + n_{62} = K \dots (25)$$

$$+) n_5 + n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{33} + n_{42} + n_{51} + n_{60} = K \dots (26)$$

$$\{n_{12}+n_{14}+n_{60}+n_{62}\} + (n_{19}+n_{23}+n_{51}+n_{55}) + (n_{26}+n_{32}+n_{42}+n_{48}) = 2 * \{K - (n_5 + n_{33})\} \dots (46)$$

25 26 27 28 29 30 31 32 25 26 27 28 29 30 31 32 25

33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33
41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41
49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49
57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57
1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1
9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9
17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17
25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25
33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33
41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41

ここで方陣内部の五方陣サイズの正方形 16 個の頂点 4 数を連結させて、次のようにまとめる。

$$\begin{aligned} n_1 + n_5 + n_{33} + n_{37} &= S_{01}, & n_2 + n_6 + n_{34} + n_{38} &= S_{02}, & n_3 + n_7 + n_{35} + n_{39} &= S_{03}, \\ n_4 + n_8 + n_{36} + n_{40} &= S_{04}, & n_9 + n_{13} + n_{41} + n_{45} &= S_{09}, & n_{10} + n_{14} + n_{42} + n_{46} &= S_{10}, \\ n_{11} + n_{15} + n_{43} + n_{47} &= S_{11}, & n_{12} + n_{16} + n_{44} + n_{48} &= S_{12}, & n_{17} + n_{21} + n_{49} + n_{63} &= S_{17}, \\ n_{18} + n_{22} + n_{50} + n_{54} &= S_{18}, & n_{19} + n_{23} + n_{51} + n_{55} &= S_{19}, & n_{20} + n_{24} + n_{52} + n_{56} &= S_{20}, \\ n_{25} + n_{29} + n_{57} + n_{61} &= S_{25}, & n_{26} + n_{30} + n_{58} + n_{62} &= S_{26}, & n_{27} + n_{31} + n_{59} + n_{63} &= S_{27}, \\ n_{28} + n_{32} + n_{60} + n_{64} &= S_{28} \end{aligned}$$

試みにこれによって (42), (46) 式を書き換えながら、加えてみる。

$$(n_{10}+n_{16}+n_{58}+n_{64}) + S_{19} + (n_{28}+n_{30}+n_{44}+n_{46}) = 2 * \{K - (n_1 + n_{37})\} \dots (42)'$$

$$\{n_{12}+n_{14}+n_{60}+n_{62}\} + S_{19} + (n_{26}+n_{32}+n_{42}+n_{48}) = 2 * \{K - (n_5 + n_{33})\} \dots (46)'$$

$$2 * S_{19} + (n_{10}+n_{16}+n_{58}+n_{64}+n_{28}+n_{30}+n_{44}+n_{46}) + (n_{12}+n_{14}+n_{60}+n_{62}+n_{26}+n_{32}+n_{42}+n_{48}) = 4 * K - 2 * (n_1 + n_5 + n_{37} + n_{33})$$

$$2 * S_{19} + (n_{10}+n_{14}+n_{42}+n_{46}) + (n_{12}+n_{16}+n_{44}+n_{48}) + (n_{26}+n_{30}+n_{58}+n_{62}) + (n_{28}+n_{32}+n_{60}+n_{64}) = 4 * K - 2 * (n_1 + n_5 + n_{37} + n_{33})$$

$$2 * S_{01} + 2 * S_{19} + S_{10} + S_{12} + S_{26} + S_{28} = 4 * K \dots (48)$$

次に 10 本の式を選んで辺々を加える。

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = K \dots (1)$$

$$n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = K \dots (3)$$

$$n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} = K \dots (5)$$

$$n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} = K \dots (7)$$

$$n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57} = K \dots (9)$$

$$n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29} + n_{37} + n_{45} + n_{53} + n_{61} = K \dots (13)$$

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = K \dots (17)$$

$$n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = K \dots (18)$$

$$n_5 + n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{33} + n_{48} + n_{55} + n_{62} = K \dots (25)$$

$$+) n_5 + n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{33} + n_{42} + n_{51} + n_{60} = K \dots (26)$$

$$3*(n_1 + n_5 + n_{33} + n_{37}) + 2*(n_{19} + n_{23} + n_{51} + n_{55}) + (n_{17} + n_{21} + n_{49} + n_{53}) + \{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{25} + n_{26} + n_{28} + n_{29} + n_{30} + n_{32} + n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} + n_{41} + n_{44} + n_{42} + n_{45} + n_{46} + n_{48} + n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} + n_{57} + n_{58} + n_{60} + n_{61} + n_{62} + n_{64}\} = 10*K$$

両辺に $\{n_{11} + n_{15} + n_{27} + n_{31} + n_{43} + n_{47} + n_{59} + n_{63}\}$ を加える。

$$3*S_{01} + 2*S_{19} + S_{17} + \{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64}\}$$

$$= 10*K + \{n_{11} + n_{15} + n_{27} + n_{31} + n_{43} + n_{47} + n_{59} + n_{63}\}$$

$$\{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64}\} = (64 \text{ 個の自然数の総和}) = 8*K \text{ だから,}$$

$$3*S_{01} + 2*S_{19} + S_{17} + 8*K = 10*K + (n_{11} + n_{15} + n_{43} + n_{47}) + (n_{27} + n_{31} + n_{59} + n_{63})$$

$$\text{つまり, } 3*S_{01} + 2*S_{19} + S_{17} = 2*K + S_{11} + S_{27} \dots (49)$$

同様に

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = K \dots (1)$$

$$n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = K \dots (3)$$

$$n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} = K \dots (5)$$

$$n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} = K \dots (7)$$

$$n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57} = K \dots (9)$$

$$n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29} + n_{37} + n_{45} + n_{53} + n_{61} = K \dots (13)$$

$$n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60} = K \dots (21)$$

$$n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58} = K \dots (22)$$

$$n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64} = K \dots (29)$$

$$+) n_7 + n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{35} + n_{44} + n_{53} + n_{62} = K \dots (30)$$

$$3*(n_{17} + n_{21} + n_{49} + n_{53}) + 2*(n_3 + n_7 + n_{35} + n_{39}) + (n_1 + n_5 + n_{33} + n_{37}) + \{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{25} + n_{26} + n_{28} + n_{29} + n_{30} + n_{32} + n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} + n_{41} + n_{42} + n_{44} + n_{45} + n_{46} + n_{48} + n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} + n_{57} + n_{58} + n_{60} + n_{61} + n_{62} + n_{64}\} = 10*K$$

両辺に $\{n_{11} + n_{15} + n_{27} + n_{31} + n_{43} + n_{47} + n_{59} + n_{63}\}$ を加える。

$$3*S_{17} + 2*S_{03} + S_{01} + \{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64}\}$$

$$= 10*K + \{n_{11} + n_{15} + n_{27} + n_{31} + n_{43} + n_{47} + n_{59} + n_{63}\} \quad \uparrow (=8*K)$$

$$3*S_{17} + 2*S_{03} + S_{01} = 2*K + (n_{11} + n_{15} + n_{43} + n_{47}) + (n_{27} + n_{31} + n_{59} + n_{63})$$

$$\text{つまり, } 3*S_{17} + 2*S_{03} + S_{01} = 2*K + S_{11} + S_{27} \dots (50) \text{ ということ。}$$

$$(49)-(50) \text{ は, } 3*S_{01} + 2*S_{19} + S_{17} = 2*K + S_{11} + S_{27} \dots (49)'$$

$$-) 3*S_{17} + 2*S_{03} + S_{01} = 2*K + S_{11} + S_{27} \dots (50)'$$

$$2*S_{01} - 2*S_{17} + 2*S_{19} - 2*S_{03} = 0$$

$$\therefore S_{01} + S_{19} = S_{03} + S_{17} \dots (51)$$

同様に

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = K \dots (1)$$

$$n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} = K \dots (3)$$

$$n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} = K \dots (5)$$

$$n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} = K \dots (7)$$

$$n_3 + n_{11} + n_{19} + n_{27} + n_{35} + n_{43} + n_{51} + n_{59} = K \dots (11)$$

$$n_7 + n_{15} + n_{23} + n_{31} + n_{39} + n_{47} + n_{55} + n_{63} = K \dots (15)$$

$$n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60} = K \dots (21)$$

$$n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58} = K \dots (22)$$

$$n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64} = K \dots (29)$$

$$+) n_7 + n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{35} + n_{44} + n_{53} + n_{62} = K \dots (30)$$

$$3*(n_3 + n_7 + n_{35} + n_{39}) + 2*(n_{17} + n_{21} + n_{49} + n_{53}) + (n_{19} + n_{23} + n_{51} + n_{55}) + \{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{26} + n_{27} + n_{28} + n_{30} + n_{31} + n_{32} + n_{33} + n_{34} + n_{35} + n_{36} + n_{37} + n_{38} + n_{39} + n_{40} + n_{42} + n_{43} + n_{44} + n_{46} + n_{47} + n_{48} + n_{49} + n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} + n_{54} + n_{55} + n_{56} + n_{58} + n_{59} + n_{60} + n_{62} + n_{63} + n_{64}\} = 10*K$$

両辺に $\{n_9 + n_{13} + n_{25} + n_{29} + n_{41} + n_{45} + n_{57} + n_{61}\}$ を加える。

$$3*S_{03} + 2*S_{17} + S_{19} + \{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{63} + n_{64}\}$$

$$=10*K + (n_9 + n_{13} + n_{41} + n_{45}) + (n_{25} + n_{29} + n_{57} + n_{61}) \quad \uparrow (=8*K)$$

$$3*S_{03} + 2*S_{17} + S_{19} + 8*K = 10*K + S_{09} + S_{25}$$

ゆえに、 $3*S_{03} + 2*S_{17} + S_{19} = 2*K + S_{09} + S_{25} \dots (52)$

ここで、 $S_{n+\dots}$ を含む式を集めて、整理してみよう。

(49), (52)式の辺々を加えて整理する。

$$3*S_{01} + 2*S_{19} + S_{17} = 2*K + S_{11} + S_{27} \dots (49)$$

+) $3*S_{03} + 2*S_{17} + S_{19} = 2*K + S_{09} + S_{25} \dots (52)$

$$3*S_{01} + 3*S_{03} + 3*S_{19} + 3*S_{17} = 4*K + S_{09} + S_{11} + S_{25} + S_{27}$$

これを $S_{01} + S_{19} = S_{03} + S_{17} \dots (51)$ を用いて書き換えよう。

$$6*S_{01} + 6*S_{19} = 4*K + S_{09} + S_{11} + S_{25} + S_{27} \dots (53)$$

これと(48)式を加える。

$$2*S_{01} + 2*S_{19} + S_{10} + S_{12} + S_{26} + S_{28} = 4*K \dots (48)$$

+) $6*S_{01} + 6*S_{19} = 4*K + S_{09} + S_{11} + S_{25} + S_{27} \dots (53)$

$$8*S_{01} + 8*S_{19} + (S_{10} + S_{12} + S_{26} + S_{28}) = 8*K + (S_{09} + S_{11} + S_{25} + S_{27})$$

この式の意味は、 $S_{10} + S_{12} + S_{26} + S_{28} = S_{09} + S_{11} + S_{25} + S_{27}$ ならば、
 $8*S_{01} + 8*S_{19} = 8*K$ すなわち $S_{01} + S_{19} = K$ が成り立つということだ。

これを(51)式に戻せば、
 $S_{01} + S_{19} = S_{03} + S_{17} = K \dots (51)'$

すなわち

$$n_1 + n_5 + n_{33} + n_{37} + n_{19} + n_{23} + n_{51} + n_{55} = n_3 + n_7 + n_{35} + n_{39} + n_{17} + n_{21} + n_{49} + n_{53} = K$$

2項ずつ組み合わせれば、

$$(n_1 + n_{37}) + (n_5 + n_{33}) + (n_{19} + n_{55}) + (n_{23} + n_{51})$$

$$= (n_3 + n_{39}) + (n_7 + n_{35}) + (n_{17} + n_{53}) + (n_{21} + n_{49}) = K$$

これが成り立つためには、例えば

$$(n_1 + n_{37}) = (n_5 + n_{33}) = (n_{19} + n_{55}) = (n_{23} + n_{51})$$

$$= (n_3 + n_{39}) = (n_7 + n_{35}) = (n_{17} + n_{53}) = (n_{21} + n_{49}) = K/4 = 65$$

であればよい。

4. こんな計算を繰り返していても、なかなかラチがあかない。混沌の海に溺れ、ついにはびれを切らして、一般的な汎八方阵の個性解析をここで諦める。

今は、こちらからわがままな要求をあえて出すことにしよう。「こんな方阵が作りたいが、可能か」という美学的な問いを出すのである（作成者にはそのくらいの権利がある！）。

さいわい八方阵くらいになると、千手観音ほどに懐が深い。すぐにも願いを聞いてくれそうな豊穡な雰囲気がある。

実際、一般的な汎魔方陣の解の総数は、おそらく億兆を超える幻想的な数字になりそうだ。そう推測される。それを1個ずつ作って行っても、あまり意味があるとも思えない。

それより自分の作りたいものを作りたい。もうそうしても良いのではないか。

三～五方阵では古典主義を守って来たが、六方阵の「虚無の試練」を経て、七～八方阵でそうしたロマン主義が芽生えて来た。それも必然の道筋という気がしている。

というわけで、目標を少し変える。若干高くする。

「補数 65 型の完全八方阵」の構成をあえて目指す。その構造は、点対称八方阵の変換構成法に教わり、下図のような完全方阵をすることにする。

つまり、 $n_1 + n_{37} = 65$, $n_2 + n_{38} = 65$, $n_3 + n_{39} = 65$, $n_4 + n_{40} = 65$, $n_5 + n_{33} = 65$, \dots , $n_{31} + n_{59} = 65$, $n_{32} + n_{60} = 65$ のような補数ペアを 32 組用意する。それを下図のように配置すると、汎対角線の定和が成り立つのである。

【補数 65 型完全八方阵の構成図】

(補数表現型)

31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6
11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14
19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22
27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30
7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2
15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10
23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18
31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6

補数表現形で $n_{37}=n_1, n_{38}=n_2, n_{39}=n_3, n_{40}=n_4, \dots, n_{59}=n_{31}, n_{60}=n_{32}, \dots,$ とした図を用意した。上図で、汎対角線の定和が成り立つことを確かめてほしい。

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + \underline{n_1} + \underline{n_{10}} + \underline{n_{19}} + \underline{n_{28}} = (n_1 + \underline{n_1}) + (n_{10} + \underline{n_{10}}) + (n_{19} + \underline{n_{19}}) + (n_{28} + \underline{n_{28}})$$

$$= C + C + C + C = 4 * C = 4 \times 65 = 260 = K$$

$$n_2 + n_9 + n_{24} + n_{31} + \underline{n_2} + \underline{n_9} + \underline{n_{24}} + \underline{n_{31}} = (n_2 + \underline{n_2}) + (n_9 + \underline{n_9}) + (n_{24} + \underline{n_{24}}) + (n_{31} + \underline{n_{31}})$$

$$= C + C + C + C = K \dots\dots\dots$$

あとは、縦横の行列の定和が成り立ちさえすれば良いのである。

原型

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>

上下(2-6)交換

1	2	3	4	5	6	7	8
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
9	10	11	12	13	14	15	16
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>

上下(3-7)交換

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
25	26	27	28	29	30	31	32

上下(4-8)交換

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>

5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12
17	18	19	20	21	22	23	24
29	30	31	32	25	26	27	28

5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20
25	26	27	28	29	30	31	32

上下(1-5)交換

5	6	7	8	1	2	3	4
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
1	2	3	4	5	6	7	8
13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28

上下(1-4) & (5-8)交換

25	26	27	28	29	30	31	32
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
1	2	3	4	5	6	7	8
29	30	31	32	25	26	27	28
13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20
5	6	7	8	1	2	3	4

原型

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28

上下(2-8) & (3-7) & (4-6)交換

1	2	3	4	5	6	7	8
29	30	31	32	25	26	27	28
21	22	23	24	17	18	19	20
13	14	15	16	9	10	11	12
5	6	7	8	1	2	3	4
25	26	27	28	29	30	31	32
17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16

方陣の具体的な構成は、補数ペアの存在によってずいぶんと楽になる。
 $n1$ を決めれば、 $n1 (=65-n1)$ が決まるので、それを $n37$ に入れれば良い。 $n2$ を決めれば、 $n2 (=65-n2)$ が決まるので、それを $n38$ に入れれば良い。……
 第1行を決めれば、第5行も決まる。第1列を決めれば、第5列も決まる。
 ……というふうにペアで決まって行くので、手間ひまが劇的に減る。

5. 次に方陣の内部で行列の交換がどの程度可能かを考察する。異形・派生形の検討をしないでいると、無用の解を重複計数してしまう心配がある。

上のいずれの交換も可能である。こうした交換を適宜組み合わせることによって、異形・

派生形を多数作ることができる。それらを別々の1個と数えないために、次のような方策を講じる。

(1) 標準状態として $n_1 = 1$ の方陣を仮定する。

(2) 不等式を立てる。左右上下ともに無用の行列交換を禁止するために

$n_2 > n_6, n_3 < n_7, n_4 > n_8, n_9 > n_{41}, n_{17} < n_{49}, n_{25} > n_{57}$ とする。

また $n_2 > n_3, n_3 < n_4$ とする。

方陣の左右反転や回転移動が起こらないようにするために $n_5 < n_{33}$ とすることも忘れてはならない。

不等号の向きはどう決めてもかまわないが、一度決めた条件を途中で変えてはいけない。

6. 解は、無数に出て来る。その最初の一部をリストにして後の別頁に示す。

パソコンでいくら数えても、まるで先が見えない。総数計数のカウントアップは、いかにせん途中で諦めざるを得ない。

折角の補数 65 型の完全八方陣であるから、補数対称八方陣の場合とプログラムの標準化・共通化をはかり、不等式など条件の立て方を同格にする。そうすると、解の出方が全く同じになる。次の2種類の解のリストは、全然別個のプログラムで求めたものだが、見事に似ている。例の変換構成法によって「一対一対応」を想定して良いことが、これでもわかる。

補数 65 型の完全八方陣を点対称八方陣に作り替える方法は、全く同じ手順を踏む。左右方向でも上下方向でも、第4～8行/列を反転させるだけである。

完全八方陣では、 $n_1 + n_{11} = n_1 + n_{37} = 65$ のことだったが、対称方陣では、 $n_1 + n_{64} = 65$ でなければならない。それが下の右図では実現している。

$$n_2 + n_{22} = n_2 + n_{63} = 65$$

$$n_3 + n_{33} = n_3 + n_{62} = 65$$

.....

$$n_{30} + n_{30} = n_{30} + n_{35} = 65$$

$$n_{31} + n_{31} = n_{31} + n_{34} = 65$$

も成り立っている。

[Program List]

```
//
/** Type Conversion */
/**
// 1 2 3 4 5 6 7 8    1 2 3 4 8 7 6 5
// 9 10 11 12 13 14 15 16    9 10 11 12 16 15 14 13
// 17 18 19 20 21 22 23 24    17 18 19 20 24 23 22 21
// 25 26 27 28 29 30 31 32    25 26 27 28 32 31 30 29
// 33 34 35 36 37 38 39 40    57 58 59 60 64 63 62 61
// 41 42 43 44 45 46 47 48    49 50 51 52 56 55 54 53
// 49 50 51 52 53 54 55 56    41 42 43 44 48 47 46 45
// 57 58 59 60 61 62 63 64    33 34 35 36 40 39 38 37
//
void tconv(void){
    tn[1]=nm[1];    tn[2]=nm[2];    tn[3]=nm[3];    tn[4]=nm[4];
    tn[5]=nm[8];    tn[6]=nm[7];    tn[7]=nm[6];    tn[8]=nm[5];
    tn[9]=nm[9];    tn[10]=nm[10];    tn[11]=nm[11];    tn[12]=nm[12];
    tn[13]=nm[16];    tn[14]=nm[15];    tn[15]=nm[14];    tn[16]=nm[13];
    tn[17]=nm[17];    tn[18]=nm[18];    tn[19]=nm[19];    tn[20]=nm[20];
    tn[21]=nm[24];    tn[22]=nm[23];    tn[23]=nm[22];    tn[24]=nm[21];
}
```

```

tn[25]=nm[25];  tn[26]=nm[26];  tn[27]=nm[27];  tn[28]=nm[28];
tn[29]=nm[32];  tn[30]=nm[31];  tn[31]=nm[30];  tn[32]=nm[29];
tn[33]=nm[57];  tn[34]=nm[58];  tn[35]=nm[59];  tn[36]=nm[60];
tn[37]=nm[64];  tn[38]=nm[63];  tn[39]=nm[62];  tn[40]=nm[61];
tn[41]=nm[49];  tn[42]=nm[50];  tn[43]=nm[51];  tn[44]=nm[52];
tn[45]=nm[56];  tn[46]=nm[55];  tn[47]=nm[54];  tn[48]=nm[53];
tn[49]=nm[41];  tn[50]=nm[42];  tn[51]=nm[43];  tn[52]=nm[44];
tn[53]=nm[48];  tn[54]=nm[47];  tn[55]=nm[46];  tn[56]=nm[45];
tn[57]=nm[33];  tn[58]=nm[34];  tn[59]=nm[35];  tn[60]=nm[36];
tn[61]=nm[40];  tn[62]=nm[39];  tn[63]=nm[38];  tn[64]=nm[37];
}
//

```

もちろん、対角線の定和も行列の定和も保たれている。
変換構成法のこの可逆性が、一対一対応の根拠である。
したがって、いかに解が無数にあらうとも、解の総数は同じであると推理して良い。

補数 65 型の完全八方陣と、補数対称八方陣には、まるで別姓を名乗らされた双児のような関係がある。貴い由緒は、変換構成法という「DNA鑑定」によって証明される。

(On November 7, 2000(初稿): MacOS9 & MWCW による計数;
August 17, 2008(清書稿): MacOSX & Xcode3.0: by 撰田 寛二(Kanji Setsuda);
August 2, 2017(再計算清書稿): macOS Sierra 10.12.6 & Xcode7.3;)

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

【データ・リスト】 次ページをご覧ください。

* 補数 65 型完全八方陣の標準解のリスト(一部分): 変換した対称八方陣も併記した *

1/C /S		5701/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 31 33 25 43 29 35	16 48 31 33 35 29 43 25	16 46 29 33 28 42 31 35	16 46 29 33 35 31 42 28
45 26 38 23 21 46 24 37	45 26 38 23 37 24 46 21	48 24 38 26 21 43 20 40	48 24 38 26 40 20 43 21
7 55 6 60 64 2 62 4	44 19 41 28 42 27 39 20	7 55 6 60 64 2 62 4	44 22 45 25 39 27 41 17
50 18 51 13 8 56 11 53	40 22 36 30 32 34 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53	37 23 34 30 32 36 19 49
40 22 36 30 49 17 34 32	50 18 51 13 53 11 56 8	37 23 34 30 49 19 36 32	50 18 51 13 53 11 56 8
44 19 41 28 20 39 27 42	7 55 6 60 4 62 2 64	44 22 45 25 17 41 27 39	7 55 6 60 4 62 2 64
10933/C /S		14829/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 45 28 33 26 48 30 34	16 45 28 33 34 30 48 26	16 44 27 33 30 43 31 36	16 44 27 33 36 31 43 30
46 29 40 23 21 41 22 38	46 29 40 23 38 22 41 21	48 23 45 24 19 39 25 37	48 23 45 24 37 25 39 19
7 55 6 60 64 2 62 4	44 24 43 27 42 25 36 19	7 55 6 60 64 2 62 4	46 26 40 28 41 20 42 17
50 18 51 13 8 56 11 53	39 17 35 31 32 37 20 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 22 34 29 32 38 21 49
39 17 35 31 49 20 37 32	50 18 51 13 53 11 56 8	35 22 34 29 49 21 38 32	50 18 51 13 53 11 56 8
44 24 43 27 19 36 25 42	7 55 6 60 4 62 2 64	46 26 40 28 17 42 20 41	7 55 6 60 4 62 2 64
21501/C /S		25761/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 43 26 33 27 48 31 36	16 43 26 33 36 31 48 27	16 42 25 33 30 45 31 38	16 42 25 33 38 31 45 30
46 30 42 24 20 40 21 37	46 30 42 24 37 21 40 20	48 24 44 28 19 36 22 39	48 24 44 28 39 22 36 19
7 55 6 60 64 2 62 4	45 25 44 28 41 23 35 19	7 55 6 60 64 2 62 4	46 29 43 26 37 21 41 17
50 18 51 13 8 56 11 53	38 17 34 29 32 39 22 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 34 27 32 40 23 49
38 17 34 29 49 22 39 32	50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 34 27 49 23 40 32	50 18 51 13 53 11 56 8
45 25 44 28 19 35 23 41	7 55 6 60 4 62 2 64	46 29 43 26 17 41 21 37	7 55 6 60 4 62 2 64
39149/C /S		43573/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 41 25 34 30 42 27 45	16 41 25 34 45 27 42 30	16 40 26 36 30 44 31 37	16 40 26 36 37 31 44 30
48 29 39 28 19 43 21 33	48 29 39 28 33 21 43 19	48 22 45 27 19 33 24 42	48 22 45 27 42 24 33 19
7 55 6 60 64 2 62 4	46 22 44 32 37 26 36 17	7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 41 23 38 20 43 17
50 18 51 13 8 56 11 53	35 23 38 20 31 40 24 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 21 34 28 29 39 25 49
35 23 38 20 49 24 40 31	50 18 51 13 53 11 56 8	35 21 34 28 49 25 39 29	50 18 51 13 53 11 56 8
46 22 44 32 17 36 26 37	7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 41 23 17 43 20 38	7 55 6 60 4 62 2 64
56341/C /S		63301/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 39 25 36 30 45 31 38	16 39 25 36 38 31 45 30	16 38 25 37 30 44 31 39	16 38 25 37 39 31 44 30
48 24 44 28 19 33 22 42	48 24 44 28 42 22 33 19	48 32 42 22 19 41 20 36	48 32 42 22 36 20 41 19
7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 43 23 37 21 41 17	7 55 6 60 64 2 62 4	46 24 45 29 43 23 33 17
50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 34 27 29 40 26 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 21 34 26 28 40 27 49
35 20 34 27 49 26 40 29	50 18 51 13 53 11 56 8	35 21 34 26 49 27 40 28	50 18 51 13 53 11 56 8
46 32 43 23 17 41 21 37	7 55 6 60 4 62 2 64	46 24 45 29 17 33 23 43	7 55 6 60 4 62 2 64
77225/C /S		87257/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 37 25 38 29 39 32 44	16 37 25 38 44 32 39 29	16 36 25 39 28 43 32 41	16 36 25 39 41 32 43 28
48 30 42 24 20 43 19 34	48 30 42 24 34 19 43 20	48 30 46 20 21 38 23 34	48 30 46 20 34 23 38 21
7 55 6 60 64 2 62 4	45 22 46 31 41 23 35 17	7 55 6 60 64 2 62 4	44 27 42 31 45 19 35 17
50 18 51 13 8 56 11 53	36 26 33 21 27 40 28 49	50 18 51 13 8 56 11 53	37 22 33 24 26 40 29 49
36 26 33 21 49 28 40 27	50 18 51 13 53 11 56 8	37 22 33 24 49 29 40 26	50 18 51 13 53 11 56 8
45 22 46 31 17 35 23 41	7 55 6 60 4 62 2 64	44 27 42 31 17 35 19 45	7 55 6 60 4 62 2 64
109853/C /S		119573/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 35 25 38 22 46 34 44	16 35 25 38 44 34 46 22	16 34 25 41 30 45 27 42	16 34 25 41 42 27 45 30
45 33 42 26 24 37 17 36	45 33 42 26 36 17 37 24	48 29 39 28 19 33 21 43	48 29 39 28 43 21 33 19
7 55 6 60 64 2 62 4	41 28 48 29 39 23 32 20	7 55 6 60 64 2 62 4	46 32 44 22 37 26 36 17
50 18 51 13 8 56 11 53	43 19 31 21 27 40 30 49	50 18 51 13 8 56 11 53	35 20 38 23 24 40 31 49
43 19 31 21 49 30 40 27	50 18 51 13 53 11 56 8	35 20 38 23 49 31 40 24	50 18 51 13 53 11 56 8
41 28 48 29 20 32 23 39	7 55 6 60 4 62 2 64	46 32 44 22 17 36 26 37	7 55 6 60 4 62 2 64

* 補数対称型八方陣の解のリスト *

1/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 31 33 35 29 43 25	16 48 31 33 25 43 29 35
45 26 38 23 37 24 46 21	45 26 38 23 21 46 24 37
44 19 41 28 42 27 39 20	7 55 6 60 64 2 62 4
40 22 36 30 32 34 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	40 22 36 30 49 17 34 32
7 55 6 60 4 62 2 64	44 19 41 28 20 39 27 42

513/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 32 34 35 29 40 26	16 48 32 34 26 40 29 35
46 20 41 23 38 28 43 21	46 20 41 23 21 43 28 38
44 22 37 27 42 24 45 19	7 55 6 60 64 2 62 4
39 25 36 30 31 33 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	39 25 36 30 49 17 33 31
7 55 6 60 4 62 2 64	44 22 37 27 19 45 24 42

1461/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 35 34 32 29 40 26	16 48 35 34 26 40 29 32
46 20 38 23 41 28 43 21	46 20 38 23 21 43 28 41
44 22 37 24 42 27 45 19	7 55 6 60 64 2 62 4
39 25 36 33 31 30 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	39 25 36 33 49 17 30 31
7 55 6 60 4 62 2 64	44 22 37 24 19 45 27 42

2005/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 36 34 32 30 39 25	16 48 36 34 25 39 30 32
46 20 37 23 41 27 44 22	46 20 37 23 22 44 27 41
43 21 38 24 42 28 45 19	7 55 6 60 64 2 62 4
40 26 35 33 31 29 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	40 26 35 33 49 17 29 31
7 55 6 60 4 62 2 64	43 21 38 24 19 45 28 42

2787/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 37 34 32 30 39 24	16 48 37 34 24 39 30 32
46 21 36 22 40 27 45 23	46 21 36 22 23 45 27 40
42 20 38 25 43 29 44 19	7 55 6 60 64 2 62 4
41 26 35 33 31 28 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	41 26 35 33 49 17 28 31
7 55 6 60 4 62 2 64	42 20 38 25 19 44 29 43

3381/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 38 34 32 30 39 23	16 48 38 34 23 39 30 32
46 20 36 22 40 28 44 24	46 20 36 22 24 44 28 40
41 21 37 25 43 29 45 19	7 55 6 60 64 2 62 4
42 26 35 33 31 27 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	42 26 35 33 49 17 27 31
7 55 6 60 4 62 2 64	41 21 37 25 19 45 29 43

4125/S /C	
1 63 3 61 5 59 10 58	1 63 3 61 58 10 59 5
57 9 54 12 52 14 47 15	57 9 54 12 15 47 14 52
16 48 39 34 35 28 40 20	16 48 39 34 20 40 28 35
43 19 32 29 44 27 42 24	43 19 32 29 24 42 27 44
41 23 38 21 36 33 46 22	7 55 6 60 64 2 62 4
45 25 37 30 31 26 17 49	50 18 51 13 8 56 11 53
50 18 51 13 53 11 56 8	45 25 37 30 49 17 26 31
7 55 6 60 4 62 2 64	41 23 38 21 22 46 33 36

* 補数 65 型完全八方陣の解のリスト *

1/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 31 33 25 43 29 35	16 48 31 33 35 29 43 25
45 26 38 23 21 46 24 37	45 26 38 23 37 24 46 21
7 55 6 60 64 2 62 4	44 19 41 28 42 27 39 20
50 18 51 13 8 56 11 53	40 22 36 30 32 34 17 49
40 22 36 30 49 17 34 32	50 18 51 13 53 11 56 8
44 19 41 28 20 39 27 42	7 55 6 60 4 62 2 64

513/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 32 34 26 40 29 35	16 48 32 34 35 29 40 26
46 20 41 23 21 43 28 38	46 20 41 23 38 28 43 21
7 55 6 60 64 2 62 4	44 22 37 27 42 24 45 19
50 18 51 13 8 56 11 53	39 25 36 30 31 33 17 49
39 25 36 30 49 17 33 31	50 18 51 13 53 11 56 8
44 22 37 27 19 45 24 42	7 55 6 60 4 62 2 64

1461/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 35 34 26 40 29 32	16 48 35 34 32 29 40 26
46 20 38 23 21 43 28 41	46 20 38 23 41 28 43 21
7 55 6 60 64 2 62 4	44 22 37 24 42 27 45 19
50 18 51 13 8 56 11 53	39 25 36 33 31 30 17 49
39 25 36 33 49 17 30 31	50 18 51 13 53 11 56 8
44 22 37 24 19 45 27 42	7 55 6 60 4 62 2 64

2005/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 36 34 25 39 30 32	16 48 36 34 32 30 39 25
46 20 37 23 22 44 27 41	46 20 37 23 41 27 44 22
7 55 6 60 64 2 62 4	43 21 38 24 42 28 45 19
50 18 51 13 8 56 11 53	40 26 35 33 31 29 17 49
40 26 35 33 49 17 29 31	50 18 51 13 53 11 56 8
43 21 38 24 19 45 28 42	7 55 6 60 4 62 2 64

2787/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 37 34 24 39 30 32	16 48 37 34 32 30 39 24
46 21 36 22 23 45 27 40	46 21 36 22 40 27 45 23
7 55 6 60 64 2 62 4	42 20 38 25 43 29 44 19
50 18 51 13 8 56 11 53	41 26 35 33 31 28 17 49
41 26 35 33 49 17 28 31	50 18 51 13 53 11 56 8
42 20 38 25 19 44 29 43	7 55 6 60 4 62 2 64

3381/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 38 34 23 39 30 32	16 48 38 34 32 30 39 23
46 20 36 22 24 44 28 40	46 20 36 22 40 28 44 24
7 55 6 60 64 2 62 4	41 21 37 25 43 29 45 19
50 18 51 13 8 56 11 53	42 26 35 33 31 27 17 49
42 26 35 33 49 17 27 31	50 18 51 13 53 11 56 8
41 21 37 25 19 45 29 43	7 55 6 60 4 62 2 64

4125/C /S	
1 63 3 61 58 10 59 5	1 63 3 61 5 59 10 58
57 9 54 12 15 47 14 52	57 9 54 12 52 14 47 15
16 48 39 34 20 40 28 35	16 48 39 34 35 28 40 20
43 19 32 29 24 42 27 44	43 19 32 29 44 27 42 24
7 55 6 60 64 2 62 4	41 23 38 21 36 33 46 22
50 18 51 13 8 56 11 53	45 25 37 30 31 26 17 49
45 25 37 30 49 17 26 31	50 18 51 13 53 11 56 8
41 23 38 21 22 46 33 36	7 55 6 60 4 62 2 64