

第4部：『魔方陣の最新研究』 撰田 寛二

第4章：『魔方陣研究の諸技法』 II

第13節：『完全オイラー型』の対称汎十一方阵を構成する

0. この節では、十一次の補数対称型かつ汎対角線型の連立型魔方陣の構成に挑戦する。

しかし、普通に作ったのでは、超高次方阵の解を簡単には集められない。いかに稀少の連立型といえども、たとえコンピューターに計算させたとしても、時間ばかり食う。とても最後まで数え尽くすことができない。標準解がいったい幾つあるのか、想像さえ付かない。

仕方が無いので、「完全オイラー型」のものを作ろうと思う。今までの経験からして、このタイプなら、より稀少価値の高い解集合を高速に求めることができるはずだ。

準備万端整えて『新オイラー法』で構成に挑戦したが、合成の基礎となる「ラテン方阵」を全数作ろうにも、えらい時間がかかる。今まで五次では {0, 1, 2, 3, 4} の5数、七次では {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} の7数を扱うだけだったから、高速に作れた。だが、十一次では {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A} の11数を扱い、それを121個所に並べる。十一進法の有り難みはそれほど無い感じだ。しかも、11は素数なので、二進法や三進法、五進法が使えない。十一進法でやるしかない。前途多難を思わされる展開となった。

高速の構成法は他にあるか。五次や七次で成功した『桂馬跳び法』はどうか？ 十一次ではどうか。昔調べた時には、基準の主対角線1本について、桂馬の跳び方に標準の4通りを超える多様さがあった。少なくとも8通りが可能らしい。しかし、それで全部を尽くしているかどうか。その辺が良くわからないので、あらためて詳しく調べ直さなければならない。

いろいろ試みて、桂馬の標準的な跳び方を知るのに『新オイラー法』を使い、更に基準の主対角線を決定するのも『新オイラー法』を使うのが良いとわかった。そして、その後は専ら『桂馬跳び法』を使う。跳び方が多様に過ぎて、もはや元の将棋の駒の動き方を連想し難くなってしまったが、名前はそのままに概念を拡張した形で使う。『桂馬跳び法』の本質は変換法なので、無駄な探索を繰り返さずに高速に目的方阵を構成することができる。

それでも扱うデータ量が多い。メモリーが少ない我が旧式コンピューターでは何かと心配だったが、とにかくにも結果が出たので、それをこれから詳しく報告したい。

1. 先ずは、最終的に作ろうと目指している方阵の定義を、いつもの通りに示そう。

** 基本図と基本定義式 **

119	120	121	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	111	112	113
9	10	11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3
20	21	22	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	12	13	14
31	32	33	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	23	24	25
42	43	44	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	34	35	36
53	54	55	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	45	46	47
64	65	66	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	56	57	58
75	76	77	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	67	68	69
86	87	88	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	78	79	80
97	98	99	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	89	90	91
108	109	110	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	100	101	102
119	120	121	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	111	112	113
9	10	11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3

** 行列定和の条件式: C=671 **

$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8+n9+n10+n11=C$... row1;
 $n12+n13+n14+n15+n16+n17+n18+n19+n20+n21+n22=C$... row2;
 $n23+n24+n25+n26+n27+n28+n29+n30+n31+n32+n33=C$... row3;
 $n34+n35+n36+n37+n38+n39+n40+n41+n42+n43+n44=C$... row4;
 $n45+n46+n47+n48+n49+n50+n51+n52+n53+n54+n55=C$... row5;
 $n56+n57+n58+n59+n60+n61+n62+n63+n64+n65+n66=C$... row6;
 $n67+n68+n69+n70+n71+n72+n73+n74+n75+n76+n77=C$... row7;
 $n78+n79+n80+n81+n82+n83+n84+n85+n86+n87+n88=C$... row8;
 $n89+n90+n91+n92+n93+n94+n95+n96+n97+n98+n99=C$... row9;
 $n100+n101+n102+n103+n104+n105+n106+n107+n108+n109+n110=C$... row10;
 $n111+n112+n113+n114+n115+n116+n117+n118+n119+n120+n121=C$... row11;

$n1+n12+n23+n34+n45+n56+n67+n78+n89+n100+n111=C$... c1m1;
 $n2+n13+n24+n35+n46+n57+n68+n79+n90+n101+n112=C$... c1m2;
 $n3+n14+n25+n36+n47+n58+n69+n80+n91+n102+n113=C$... c1m3;
 $n4+n15+n26+n37+n48+n59+n70+n81+n92+n103+n114=C$... c1m4;
 $n5+n16+n27+n38+n49+n60+n71+n82+n93+n104+n115=C$... c1m5;
 $n6+n17+n28+n39+n50+n61+n72+n83+n94+n105+n116=C$... c1m6;
 $n7+n18+n29+n40+n51+n62+n73+n84+n95+n106+n117=C$... c1m7;
 $n8+n19+n30+n41+n52+n63+n74+n85+n96+n107+n118=C$... c1m8;
 $n9+n20+n31+n42+n53+n64+n75+n86+n97+n108+n119=C$... c1m9;
 $n10+n21+n32+n43+n54+n65+n76+n87+n98+n109+n120=C$... c1m10;
 $n11+n22+n33+n44+n55+n66+n77+n88+n99+n110+n121=C$... c1m11;

** 汎対角線定和の条件式: C=671 **

$n1+n13+n25+n37+n49+n61+n73+n85+n97+n109+n121=C$... pd1;
 $n2+n14+n26+n38+n50+n62+n74+n86+n98+n110+n111=C$... pd2;
 $n3+n15+n27+n39+n51+n63+n75+n87+n99+n100+n112=C$... pd3;
 $n4+n16+n28+n40+n52+n64+n76+n88+n89+n101+n113=C$... pd4;
 $n5+n17+n29+n41+n53+n65+n77+n78+n90+n102+n114=C$... pd5;
 $n6+n18+n30+n42+n54+n66+n67+n79+n91+n103+n115=C$... pd6;
 $n7+n19+n31+n43+n55+n56+n68+n80+n92+n104+n116=C$... pd7;
 $n8+n20+n32+n44+n45+n57+n69+n81+n93+n105+n117=C$... pd8;
 $n9+n21+n33+n34+n46+n58+n70+n82+n94+n106+n118=C$... pd9;
 $n10+n22+n23+n35+n47+n59+n71+n83+n95+n107+n119=C$... pd10;
 $n11+n12+n24+n36+n48+n60+n72+n84+n96+n108+n120=C$... pd11;

$n1+n22+n32+n42+n52+n62+n72+n82+n92+n102+n112=C$... pb1;
 $n2+n12+n33+n43+n53+n63+n73+n83+n93+n103+n113=C$... pb2;
 $n3+n13+n23+n44+n54+n64+n74+n84+n94+n104+n114=C$... pb3;
 $n4+n14+n24+n34+n55+n65+n75+n85+n95+n105+n115=C$... pb4;
 $n5+n15+n25+n35+n45+n66+n76+n86+n96+n106+n116=C$... pb5;
 $n6+n16+n26+n36+n46+n56+n77+n87+n97+n107+n117=C$... pb6;
 $n7+n17+n27+n37+n47+n57+n67+n88+n98+n108+n118=C$... pb7;
 $n8+n18+n28+n38+n48+n58+n68+n78+n99+n109+n119=C$... pb8;
 $n9+n19+n29+n39+n49+n59+n69+n79+n89+n110+n120=C$... pb9;
 $n10+n20+n30+n40+n50+n60+n70+n80+n90+n100+n121=C$... pb10;
 $n11+n21+n31+n41+n51+n61+n71+n81+n91+n101+n111=C$... pb11;

** 対称型補数の定和条件式: CS=122 **

$n1+n121=n2+n120=n3+n119=n4+n118=n5+n117=n6+n116=n7+n115=$
 $n8+n114=n9+n113=n10+n112=n11+n111=n12+n110=n13+n109=n14+n108=$
 $n15+n107=n16+n106=n17+n105=n18+n104=n19+n103=n20+n102=n21+n101=$
 $n22+n100=n23+n99=n24+n98=n25+n97=n26+n96=n27+n95=n28+n94=$
 $n29+n93=n30+n92=n31+n91=n32+n90=n33+n89=n34+n88=n35+n87=$
 $n36+n86=n37+n85=n38+n84=n39+n83=n40+n82=n41+n81=n42+n80=$
 $n43+n79=n44+n78=n45+n77=n46+n76=n47+n75=n48+n74=n49+n73=$
 $n50+n72=n51+n71=n52+n70=n53+n69=n54+n68=n55+n67=n56+n66=$
 $n57+n65=n58+n64=n59+n63=n60+n62=n61+n61=CS$... SCC

上の最後の式でわかるように、方陣中央の n_{61} の値はいつでも 61 である。これは、補数対称型である限り不変不動の量なので、連立型でもそれを継承する。

2. 手順として先ず最初に、十一次の「ラテン方陣」を構成する。これが後ほど「オイラー型」のギリシャ・ラテン方陣を構成する際の基本材料である「単位面」となる。

基本図と基本条件式は、上と殆ど変わらない。定数値が $C=55$; $CS=10$; と変わるのみ。その他の構成条件は、

- (1) 使う数は、 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A\}$ の 11 数に限る。(‘A’ = $10(+)$)
- (2) 各行各列、各汎対角線の構成に「ラテン条件」を持たせる。即ちその各々が、 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A\}$ を各一度ずつ使う。重複も欠落も許さない。この構成からして、目的方陣でも、各行列・各汎対角線の定和が実現する。 $C \times 11 + C = 55 \times 11 + 55 = 660$ (数学的表記法)
各行各列、各汎対角線内で 11 数が並ぶ順序については、特に注文を付けない。
- (3) 対称型補数として、 $(0, A), (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)$ の 6 ペアを点対称の位置に置く。即ち $(n_1, n_{121}), (n_2, n_{120}), (n_3, n_{119}), (n_4, n_{118}), \dots, (n_{59}, n_{63}), (n_{60}, n_{62})$ の位置に置く。方陣中央の n_{61} には必ず 5 を置く。

これらの厳しい条件に従って「ラテン方陣」を構成する。当然どの数も、方陣内で 11 度ずつ平等に使われ、どれかがより多く使われたりより少なく使われるということがない。

また、左右上下および斜め隣りに同じ数字が並ぶということもない。もし並ぶとすると、たちまち(2)の条件に違反する。それらの場所には、自分自身を含む行列および2種類の汎対角線の4本全部が必ず通っているからである。

ラテン方陣のこれらの条件が、上の目的方陣の定義条件式と良く対応していることにお気づきだろうか。そうした含みのある特徴をあえて持たせているのである。

3. 次のリストが、そうした「ラテン方陣」の実例だ。十一進法を使い『新オイラー法』で作ってみた。どの例もが、上の厳しい条件に合致していることを確かめてほしい。

例えば、各行列・各汎対角線の内容。点対称の位置にある2数の定和。あるいは、1つの数に注目してその左右上下・斜め隣りの内容を調べて見られよ。同じ数字が来ていない。

相当珍しい方陣だと思うが、何しろチェックする条件が多い。解の出力が超スローだ。いつ終わるのか、幾つあるのか、全然見当がつかない。全数構成は、諦めざるを得ない。

**** 連立型対称汎十一方陣を構成するための材料である「ラテン方陣」の実例 ****

1/	2/	3/	4/	5/	6/
0A987654321	097531A8642	0852A741963	073A6295184	05A49382716	04815926A37
210A9876543	31A86420975	419630852A7	5184073A629	71605A49382	815926A3704
43210A98765	642097531A8	852A7419630	A6295184073	38271605A49	5926A370481
6543210A987	97531A86420	19630852A74	4073A629518	A4938271605	26A37048159
876543210A9	1A864209753	52A74196308	95184073A62	605A4938271	A3704815926
A9876543210	42097531A86	9630852A741	3A629518407	271605A4938	704815926A3
10A98765432	7531A864209	2A741963085	84073A62951	938271605A4	4815926A370
3210A987654	A8642097531	630852A7419	295184073A6	5A493827160	15926A37048
543210A9876	2097531A864	A7419630852	73A62951840	1605A493827	926A3704815
76543210A98	531A8642097	30852A74196	184073A6295	8271605A493	6A370481592
9876543210A	8642097531A	7419630852A	6295184073A	4938271605A	3704815926A
7/	8/	9/	10/	11/	12/
0369147A258	02468A13579	0A987456321	097531A8462	0852A761943	05A69382714
9147A258036	A1357902468	210A9874563	31A84620975	619430852A7	71405A69382
7A258036914	902468A1357	63210A98745	462097531A8	852A7619430	38271405A69
580369147A2	8A135790246	4563210A987	97531A84620	19430852A76	A6938271405
369147A2580	7902468A135	874563210A9	1A846209753	52A76194308	405A6938271
147A2580369	68A13579024	A9874563210	62097531A84	9430852A761	271405A6938
A2580369147	57902468A13	10A98745632	7531A846209	2A761943085	938271405A6
80369147A25	468A1357902	3210A987456	A8462097531	430852A7619	5A693827140
69147A25803	357902468A1	563210A9874	2097531A846	A7619430852	1405A693827
47A25803691	2468A135790	74563210A98	531A8462097	30852A76194	8271405A693
2580369147A	1357902468A	9874563210A	8462097531A	7619430852A	6938271405A

13/	14/	15/	16/	17/	18/
073A4295186	06815924A37	0349167A258	02648A13579	0A986753421	096541A8732
5186073A429	815924A3706	9167A258034	A1357902648	210A9867534	41A87320965
A4295186073	5924A370681	7A258034916	902648A1357	34210A98675	732096541A8
6073A429518	24A37068159	580349167A2	8A135790264	7534210A986	96541A87320
95186073A42	A3706815924	349167A2580	7902648A135	867534210A9	1A873209654
3A429518607	706815924A3	167A2580349	48A13579026	A9867534210	32096541A87
86073A42951	6815924A370	A2580349167	57902648A13	10A98675342	6541A873209
295186073A4	15924A37068	80349167A25	648A1357902	4210A986753	A8732096541
73A42951860	924A3706815	49167A25803	357902648A1	534210A9867	2096541A873
186073A4295	4A370681592	67A25803491	2648A135790	67534210A98	541A8732096
4295186073A	3706815924A	2580349167A	1357902648A	9867534210A	8732096541A
19/	20/	21/	22/	23/	24/
064A7295183	0852A631974	03815927A46	05A39482617	0479136A258	02378A14569
5183064A729	319740852A6	815927A4603	61705A39482	9136A258047	A1456902378
A7295183064	852A6319740	5927A460381	48261705A39	6A258047913	902378A1456
3064A729518	19740852A63	27A46038159	A3948261705	580479136A2	8A145690237
95183064A72	52A63197408	A4603815927	705A3948261	479136A2580	6902378A145
4A729518306	9740852A631	603815927A4	261705A3948	136A2580479	78A14569023
83064A72951	2A631974085	3815927A460	948261705A3	A2580479136	56902378A14
295183064A7	740852A6319	15927A46038	5A394826170	80479136A25	378A1456902
64A72951830	A6319740852	927A4603815	1705A394826	79136A25804	456902378A1
183064A7295	40852A63197	7A460381592	8261705A394	36A25804791	2378A145690
7295183064A	6319740852A	4603815927A	3948261705A	2580479136A	1456902378A

.....

上の方陣は、左上から右下へ走る主対角線を共通の起点にして、そこから構成してある。「桂馬跳び法」のことを考えてそうしてみた。約 90 例ほど調べてみたが、同じ主対角線に対して 8 個ずつの「異形」が存在する。しかも、その異形の出来方が良く似ている。決まったパターンに従って出来ているようだ。... これならば、8 通りの「桂馬跳び法」を抽出できるのではないかと。それを主対角線からの「変換法」として記述してみよう。

上の例で言うと、1 番解、9 番解、17 番解に先ず注目しよう。主対角線の一番上にある n1 の値 0 が、他の場所でどう現れているかを調べてほしい。「右へ 2 下へ 1」の移動で次々に見つかるのではないかと。その下の n13 の 1 も、「右へ 2 下へ 1」の移動で見つかる。その下の n25 の 2 も同じように次々に見つかる。n37 の値は、17 番解では違ってしまいが、値それ自身は、やはり「右へ 2 下へ 1」の移動で次々に見つかる。...

1 番解、9 番解、17 番解には、かくの如き共通の特徴があり、主対角線上の各数が「右へ 2 下へ 1」という方向にコピーされている。そうして方陣全体が構成されている。

2 番解、10 番解、18 番解ではどうか？ 少しわかりづらいが、主対角線上の各数が「右へ 3 下へ 2」という方向にコピーされている。そうして方陣全体が構成されている。

3 番解、11 番解、19 番解ではどうか？ 主対角線上の各数が「右へ 4 下へ 1」という方向にコピーされている。そうして方陣全体が構成されている。

4 番解、12 番解、20 番解ではどうか？ 主対角線上の各数が「左へ 1 下へ 2」という方向にコピーされている。そうして方陣全体が構成されている。

.....

「右へ 2 下へ 1」という方向は、「左へ 2 上へ 1」の方向と言っても構わない。今必要なのは「方向」そのものではなくて、どのライン上にあるかという結果の方だから。

4. 以上の構造解析で明らかのように、主対角線一本を決めさえすれば、決まった型に従って 8 個の異形方陣が自動的に構成される。しからば、その「パターン」を 8 個の変換法としてぜひ記述してみよう。例えば、次のように。

主対角線のデータは、配列 p[11] 上に置くようにする。その 11 個のデータを各々あるべき場所にコピーして行くというのが、この変換法の目的だ。

/**/

```
/** 主対角線上の11数から「ラテン方陣」を構成するための8つの変換法 **/
```

```
void tp1(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[14]=v; n[27]=v; n[40]=v; n[53]=v; n[66]=v; n[68]=v; n[81]=v; n[94]=v; n[107]=v; n[120]=v;
v=p[2]; n[11]=v; n[13]=v; n[26]=v; n[39]=v; n[52]=v; n[65]=v; n[67]=v; n[80]=v; n[93]=v; n[106]=v; n[119]=v;
v=p[3]; n[10]=v; n[12]=v; n[25]=v; n[38]=v; n[51]=v; n[64]=v; n[77]=v; n[79]=v; n[92]=v; n[105]=v; n[118]=v;
v=p[4]; n[9]=v; n[22]=v; n[24]=v; n[37]=v; n[50]=v; n[63]=v; n[76]=v; n[78]=v; n[91]=v; n[104]=v; n[117]=v;
v=p[5]; n[8]=v; n[21]=v; n[23]=v; n[36]=v; n[49]=v; n[62]=v; n[75]=v; n[88]=v; n[90]=v; n[103]=v; n[116]=v;
v=p[6]; n[7]=v; n[20]=v; n[33]=v; n[35]=v; n[48]=v; n[61]=v; n[74]=v; n[87]=v; n[89]=v; n[102]=v; n[115]=v;
v=p[7]; n[6]=v; n[19]=v; n[32]=v; n[34]=v; n[47]=v; n[60]=v; n[73]=v; n[86]=v; n[99]=v; n[101]=v; n[114]=v;
v=p[8]; n[5]=v; n[18]=v; n[31]=v; n[44]=v; n[46]=v; n[59]=v; n[72]=v; n[85]=v; n[98]=v; n[100]=v; n[113]=v;
v=p[9]; n[4]=v; n[17]=v; n[30]=v; n[43]=v; n[45]=v; n[58]=v; n[71]=v; n[84]=v; n[97]=v; n[110]=v; n[112]=v;
v=p[10]; n[3]=v; n[16]=v; n[29]=v; n[42]=v; n[55]=v; n[57]=v; n[70]=v; n[83]=v; n[96]=v; n[109]=v; n[111]=v;
v=p[11]; n[2]=v; n[15]=v; n[28]=v; n[41]=v; n[54]=v; n[56]=v; n[69]=v; n[82]=v; n[95]=v; n[108]=v; n[121]=v;
}

void tp2(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[19]=v; n[26]=v; n[44]=v; n[51]=v; n[58]=v; n[76]=v; n[83]=v; n[90]=v; n[108]=v; n[115]=v;
v=p[2]; n[6]=v; n[13]=v; n[31]=v; n[38]=v; n[45]=v; n[63]=v; n[70]=v; n[88]=v; n[95]=v; n[102]=v; n[120]=v;
v=p[3]; n[11]=v; n[18]=v; n[25]=v; n[43]=v; n[50]=v; n[57]=v; n[75]=v; n[82]=v; n[89]=v; n[107]=v; n[114]=v;
v=p[4]; n[5]=v; n[12]=v; n[30]=v; n[37]=v; n[55]=v; n[62]=v; n[69]=v; n[87]=v; n[94]=v; n[101]=v; n[119]=v;
v=p[5]; n[10]=v; n[17]=v; n[24]=v; n[42]=v; n[49]=v; n[56]=v; n[74]=v; n[81]=v; n[99]=v; n[106]=v; n[113]=v;
v=p[6]; n[4]=v; n[22]=v; n[29]=v; n[36]=v; n[54]=v; n[61]=v; n[68]=v; n[86]=v; n[93]=v; n[100]=v; n[118]=v;
v=p[7]; n[9]=v; n[16]=v; n[23]=v; n[41]=v; n[48]=v; n[66]=v; n[73]=v; n[80]=v; n[98]=v; n[105]=v; n[112]=v;
v=p[8]; n[3]=v; n[21]=v; n[28]=v; n[35]=v; n[53]=v; n[60]=v; n[67]=v; n[85]=v; n[92]=v; n[110]=v; n[117]=v;
v=p[9]; n[8]=v; n[15]=v; n[33]=v; n[40]=v; n[47]=v; n[65]=v; n[72]=v; n[79]=v; n[97]=v; n[104]=v; n[111]=v;
v=p[10]; n[2]=v; n[20]=v; n[27]=v; n[34]=v; n[52]=v; n[59]=v; n[77]=v; n[84]=v; n[91]=v; n[109]=v; n[116]=v;
v=p[11]; n[7]=v; n[14]=v; n[32]=v; n[39]=v; n[46]=v; n[64]=v; n[71]=v; n[78]=v; n[96]=v; n[103]=v; n[121]=v;
}

void tp3(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[17]=v; n[33]=v; n[38]=v; n[54]=v; n[59]=v; n[75]=v; n[80]=v; n[96]=v; n[101]=v; n[117]=v;
v=p[2]; n[8]=v; n[13]=v; n[29]=v; n[34]=v; n[50]=v; n[66]=v; n[71]=v; n[87]=v; n[92]=v; n[108]=v; n[113]=v;
v=p[3]; n[4]=v; n[20]=v; n[25]=v; n[41]=v; n[46]=v; n[62]=v; n[67]=v; n[83]=v; n[99]=v; n[104]=v; n[120]=v;
v=p[4]; n[11]=v; n[16]=v; n[32]=v; n[37]=v; n[53]=v; n[58]=v; n[74]=v; n[79]=v; n[95]=v; n[100]=v; n[116]=v;
v=p[5]; n[7]=v; n[12]=v; n[28]=v; n[44]=v; n[49]=v; n[65]=v; n[70]=v; n[86]=v; n[91]=v; n[107]=v; n[112]=v;
v=p[6]; n[3]=v; n[19]=v; n[24]=v; n[40]=v; n[45]=v; n[61]=v; n[77]=v; n[82]=v; n[98]=v; n[103]=v; n[119]=v;
v=p[7]; n[10]=v; n[15]=v; n[31]=v; n[36]=v; n[52]=v; n[57]=v; n[73]=v; n[78]=v; n[94]=v; n[110]=v; n[115]=v;
v=p[8]; n[6]=v; n[22]=v; n[27]=v; n[43]=v; n[48]=v; n[64]=v; n[69]=v; n[85]=v; n[90]=v; n[106]=v; n[111]=v;
v=p[9]; n[2]=v; n[18]=v; n[23]=v; n[39]=v; n[55]=v; n[60]=v; n[76]=v; n[81]=v; n[97]=v; n[102]=v; n[118]=v;
v=p[10]; n[9]=v; n[14]=v; n[30]=v; n[35]=v; n[51]=v; n[56]=v; n[72]=v; n[88]=v; n[93]=v; n[109]=v; n[114]=v;
v=p[11]; n[5]=v; n[21]=v; n[26]=v; n[42]=v; n[47]=v; n[63]=v; n[68]=v; n[84]=v; n[89]=v; n[105]=v; n[121]=v;
}

void tp4(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[16]=v; n[31]=v; n[35]=v; n[50]=v; n[65]=v; n[69]=v; n[84]=v; n[99]=v; n[103]=v; n[118]=v;
v=p[2]; n[9]=v; n[13]=v; n[28]=v; n[43]=v; n[47]=v; n[62]=v; n[77]=v; n[81]=v; n[96]=v; n[100]=v; n[115]=v;
v=p[3]; n[6]=v; n[21]=v; n[25]=v; n[40]=v; n[55]=v; n[59]=v; n[74]=v; n[78]=v; n[93]=v; n[108]=v; n[112]=v;
v=p[4]; n[3]=v; n[18]=v; n[33]=v; n[37]=v; n[52]=v; n[56]=v; n[71]=v; n[86]=v; n[90]=v; n[105]=v; n[120]=v;
v=p[5]; n[11]=v; n[15]=v; n[30]=v; n[34]=v; n[49]=v; n[64]=v; n[68]=v; n[83]=v; n[98]=v; n[102]=v; n[117]=v;
v=p[6]; n[8]=v; n[12]=v; n[27]=v; n[42]=v; n[46]=v; n[61]=v; n[76]=v; n[80]=v; n[95]=v; n[110]=v; n[114]=v;
v=p[7]; n[5]=v; n[20]=v; n[24]=v; n[39]=v; n[54]=v; n[58]=v; n[73]=v; n[88]=v; n[92]=v; n[107]=v; n[111]=v;
v=p[8]; n[2]=v; n[17]=v; n[32]=v; n[36]=v; n[51]=v; n[66]=v; n[70]=v; n[85]=v; n[89]=v; n[104]=v; n[119]=v;
v=p[9]; n[10]=v; n[14]=v; n[29]=v; n[44]=v; n[48]=v; n[63]=v; n[67]=v; n[82]=v; n[97]=v; n[101]=v; n[116]=v;
v=p[10]; n[7]=v; n[22]=v; n[26]=v; n[41]=v; n[45]=v; n[60]=v; n[75]=v; n[79]=v; n[94]=v; n[109]=v; n[113]=v;
v=p[11]; n[4]=v; n[19]=v; n[23]=v; n[38]=v; n[53]=v; n[57]=v; n[72]=v; n[87]=v; n[91]=v; n[106]=v; n[121]=v;
}

void tp5(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[15]=v; n[29]=v; n[43]=v; n[46]=v; n[60]=v; n[74]=v; n[88]=v; n[91]=v; n[105]=v; n[119]=v;
v=p[2]; n[10]=v; n[13]=v; n[27]=v; n[41]=v; n[55]=v; n[58]=v; n[72]=v; n[86]=v; n[89]=v; n[103]=v; n[117]=v;
v=p[3]; n[8]=v; n[22]=v; n[25]=v; n[39]=v; n[53]=v; n[56]=v; n[70]=v; n[84]=v; n[98]=v; n[101]=v; n[115]=v;
v=p[4]; n[6]=v; n[20]=v; n[23]=v; n[37]=v; n[51]=v; n[65]=v; n[68]=v; n[82]=v; n[96]=v; n[110]=v; n[113]=v;
v=p[5]; n[4]=v; n[18]=v; n[32]=v; n[35]=v; n[49]=v; n[63]=v; n[77]=v; n[80]=v; n[94]=v; n[108]=v; n[111]=v;
v=p[6]; n[2]=v; n[16]=v; n[30]=v; n[44]=v; n[47]=v; n[61]=v; n[75]=v; n[78]=v; n[92]=v; n[106]=v; n[120]=v;
v=p[7]; n[11]=v; n[14]=v; n[28]=v; n[42]=v; n[45]=v; n[59]=v; n[73]=v; n[87]=v; n[90]=v; n[104]=v; n[118]=v;
v=p[8]; n[9]=v; n[12]=v; n[26]=v; n[40]=v; n[54]=v; n[57]=v; n[71]=v; n[85]=v; n[99]=v; n[102]=v; n[116]=v;
v=p[9]; n[7]=v; n[21]=v; n[24]=v; n[38]=v; n[52]=v; n[66]=v; n[69]=v; n[83]=v; n[97]=v; n[100]=v; n[114]=v;
v=p[10]; n[5]=v; n[19]=v; n[33]=v; n[36]=v; n[50]=v; n[64]=v; n[67]=v; n[81]=v; n[95]=v; n[109]=v; n[112]=v;
v=p[11]; n[3]=v; n[17]=v; n[31]=v; n[34]=v; n[48]=v; n[62]=v; n[76]=v; n[79]=v; n[93]=v; n[107]=v; n[121]=v;
}
```

```

}
void tp6O(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[21]=v; n[30]=v; n[39]=v; n[48]=v; n[57]=v; n[77]=v; n[86]=v; n[95]=v; n[104]=v; n[113]=v;
v=p[2]; n[4]=v; n[13]=v; n[33]=v; n[42]=v; n[51]=v; n[60]=v; n[69]=v; n[78]=v; n[98]=v; n[107]=v; n[116]=v;
v=p[3]; n[7]=v; n[16]=v; n[25]=v; n[34]=v; n[54]=v; n[63]=v; n[72]=v; n[81]=v; n[90]=v; n[110]=v; n[119]=v;
v=p[4]; n[10]=v; n[19]=v; n[28]=v; n[37]=v; n[46]=v; n[66]=v; n[75]=v; n[84]=v; n[93]=v; n[102]=v; n[111]=v;
v=p[5]; n[2]=v; n[22]=v; n[31]=v; n[40]=v; n[49]=v; n[58]=v; n[67]=v; n[87]=v; n[96]=v; n[105]=v; n[114]=v;
v=p[6]; n[5]=v; n[14]=v; n[23]=v; n[43]=v; n[52]=v; n[61]=v; n[70]=v; n[79]=v; n[99]=v; n[108]=v; n[117]=v;
v=p[7]; n[8]=v; n[17]=v; n[26]=v; n[35]=v; n[55]=v; n[64]=v; n[73]=v; n[82]=v; n[91]=v; n[100]=v; n[120]=v;
v=p[8]; n[11]=v; n[20]=v; n[29]=v; n[38]=v; n[47]=v; n[56]=v; n[76]=v; n[85]=v; n[94]=v; n[103]=v; n[112]=v;
v=p[9]; n[3]=v; n[12]=v; n[32]=v; n[41]=v; n[50]=v; n[59]=v; n[68]=v; n[88]=v; n[97]=v; n[106]=v; n[115]=v;
v=p[10]; n[6]=v; n[15]=v; n[24]=v; n[44]=v; n[53]=v; n[62]=v; n[71]=v; n[80]=v; n[89]=v; n[109]=v; n[118]=v;
v=p[11]; n[9]=v; n[18]=v; n[27]=v; n[36]=v; n[45]=v; n[65]=v; n[74]=v; n[83]=v; n[92]=v; n[101]=v; n[121]=v;
}
void tp7O(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[20]=v; n[28]=v; n[36]=v; n[55]=v; n[63]=v; n[71]=v; n[79]=v; n[98]=v; n[106]=v; n[114]=v;
v=p[2]; n[5]=v; n[13]=v; n[32]=v; n[40]=v; n[48]=v; n[56]=v; n[75]=v; n[83]=v; n[91]=v; n[110]=v; n[118]=v;
v=p[3]; n[9]=v; n[17]=v; n[25]=v; n[44]=v; n[52]=v; n[60]=v; n[68]=v; n[87]=v; n[95]=v; n[103]=v; n[111]=v;
v=p[4]; n[2]=v; n[21]=v; n[29]=v; n[37]=v; n[45]=v; n[64]=v; n[72]=v; n[80]=v; n[99]=v; n[107]=v; n[115]=v;
v=p[5]; n[6]=v; n[14]=v; n[33]=v; n[41]=v; n[49]=v; n[57]=v; n[76]=v; n[84]=v; n[92]=v; n[100]=v; n[119]=v;
v=p[6]; n[10]=v; n[18]=v; n[26]=v; n[34]=v; n[53]=v; n[61]=v; n[69]=v; n[88]=v; n[96]=v; n[104]=v; n[112]=v;
v=p[7]; n[3]=v; n[22]=v; n[30]=v; n[38]=v; n[46]=v; n[65]=v; n[73]=v; n[81]=v; n[89]=v; n[108]=v; n[116]=v;
v=p[8]; n[7]=v; n[15]=v; n[23]=v; n[42]=v; n[50]=v; n[58]=v; n[77]=v; n[85]=v; n[93]=v; n[101]=v; n[120]=v;
v=p[9]; n[11]=v; n[19]=v; n[27]=v; n[35]=v; n[54]=v; n[62]=v; n[70]=v; n[78]=v; n[97]=v; n[105]=v; n[113]=v;
v=p[10]; n[4]=v; n[12]=v; n[31]=v; n[39]=v; n[47]=v; n[66]=v; n[74]=v; n[82]=v; n[90]=v; n[109]=v; n[117]=v;
v=p[11]; n[8]=v; n[16]=v; n[24]=v; n[43]=v; n[51]=v; n[59]=v; n[67]=v; n[86]=v; n[94]=v; n[102]=v; n[121]=v;
}
void tp8O(){
short v;
v=p[1]; n[1]=v; n[18]=v; n[24]=v; n[41]=v; n[47]=v; n[64]=v; n[70]=v; n[87]=v; n[93]=v; n[110]=v; n[116]=v;
v=p[2]; n[7]=v; n[13]=v; n[30]=v; n[36]=v; n[53]=v; n[59]=v; n[76]=v; n[82]=v; n[99]=v; n[105]=v; n[111]=v;
v=p[3]; n[2]=v; n[19]=v; n[25]=v; n[42]=v; n[48]=v; n[65]=v; n[71]=v; n[88]=v; n[94]=v; n[100]=v; n[117]=v;
v=p[4]; n[8]=v; n[14]=v; n[31]=v; n[37]=v; n[54]=v; n[60]=v; n[77]=v; n[83]=v; n[89]=v; n[106]=v; n[112]=v;
v=p[5]; n[3]=v; n[20]=v; n[26]=v; n[43]=v; n[49]=v; n[66]=v; n[72]=v; n[78]=v; n[95]=v; n[101]=v; n[118]=v;
v=p[6]; n[9]=v; n[15]=v; n[32]=v; n[38]=v; n[55]=v; n[61]=v; n[67]=v; n[84]=v; n[90]=v; n[107]=v; n[113]=v;
v=p[7]; n[4]=v; n[21]=v; n[27]=v; n[44]=v; n[50]=v; n[56]=v; n[73]=v; n[79]=v; n[96]=v; n[102]=v; n[119]=v;
v=p[8]; n[10]=v; n[16]=v; n[33]=v; n[39]=v; n[45]=v; n[62]=v; n[68]=v; n[85]=v; n[91]=v; n[108]=v; n[114]=v;
v=p[9]; n[5]=v; n[22]=v; n[28]=v; n[34]=v; n[51]=v; n[57]=v; n[74]=v; n[80]=v; n[97]=v; n[103]=v; n[120]=v;
v=p[10]; n[11]=v; n[17]=v; n[23]=v; n[40]=v; n[46]=v; n[63]=v; n[69]=v; n[86]=v; n[92]=v; n[109]=v; n[115]=v;
v=p[11]; n[6]=v; n[12]=v; n[29]=v; n[35]=v; n[52]=v; n[58]=v; n[75]=v; n[81]=v; n[98]=v; n[104]=v; n[121]=v;
}
/**/

```

この変換法を使えば、主対角線 1 本から 8 個の「ラテン方陣」を構成することができる。例えば、お互いに内容が異なる主対角線が今 10 本出来たとする。そこから我々は、80 個のラテン方陣を作ることができる。100 本ならば、800 個のラテン方陣が出来たわけだ。ずいぶんと都合の良い図々しい方法だが、もしそれが本当にできれば素晴らしい。

5. では、ラテン方陣構成の基準となる第一主対角線そのものは、どう作れば良いか。今回、その主対角線を『新オイラー法』で作る。

```
n1+n13+n25+n37+n49+n61+n73+n85+n97+n109+n121=C ... pd1;
```

(n1, n121), (n13, n109), (n25, n97), (n37, n85), (n49, n73): 5 ペアの補数和を 10 として、同時に作って行く。n61=5 は不変量だ。最初から決まっている。

ラテン方陣の「掟」には厳しく従わなければならないので、各変数に入る数は {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A} のみ。各 1 回ずつ使う。重複使用や欠落は許されない。

5 ペアの並び方は、 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 通り。ペア内部の前後の入れ替え方が 2^5 通りあるから、 $120 \times 32 = 3840$ 通りの主対角線ができる勘定となる。

これでは多過ぎるので、最初から n1=0 の場合に限定しよう。n121=10; 残りの 4 ペアの並び方は、 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通り。前後の入れ替えが 2^4 通り。主対角線は、 $24 \times 16 = 384$ 本出来る。ラテン方陣は、 $384 \times 8 = 3072$ 個出来るわけだ。これならば、何とか扱えそうだ。

次に示すリストで、プログラムの実際例を見てほしい。

```

/* 主対角線を構成するプログラム */
/* Set N1 & n121=CC-N1 */
void stp01(){
  short a,b;
  for(a=0;a<1;a++){b=CC-a;
    if((pdf[a]==0)&&(pdf[b]==0)){
      nm[1]=a; nm[121]=b;
      pdf[a]=1; pdf[b]=1;
      stp02();
      pdf[b]=0; pdf[a]=0;}
    }
}
/* Set N13 & n109=CC-N13 */
void stp02(){
  short a,b;
  for(a=0;a<11;a++){b=CC-a;
    if((pdf[a]==0)&&(pdf[b]==0)){
      nm[13]=a; nm[109]=b;
      pdf[a]=1; pdf[b]=1;
      stp03();
      pdf[b]=0; pdf[a]=0;}
    }
}
/* Set N25 & n97=CC-N25 */
void stp03(){
  short a,b;
  for(a=0;a<11;a++){b=CC-a;
    if((pdf[a]==0)&&(pdf[b]==0)){
      nm[25]=a; nm[97]=b;
      pdf[a]=1; pdf[b]=1;
      stp04();
      pdf[b]=0; pdf[a]=0;}
    }
}
/* Set N37 & n85=CC-N37 */
void stp04(){
  short a,b;
  for(a=0;a<11;a++){b=CC-a;
    if((pdf[a]==0)&&(pdf[b]==0)){
      nm[37]=a; nm[85]=b;
      pdf[a]=1; pdf[b]=1;
      stp05();
      pdf[b]=0; pdf[a]=0;}
    }
}
/* Set N49 & n73=CC-N49 */
void stp05(){
  short a,b;
  for(a=0;a<11;a++){b=CC-a;
    if((pdf[a]==0)&&(pdf[b]==0)){
      nm[49]=a; nm[73]=b;
      pdf[a]=1; pdf[b]=1;
      recpd();
      pdf[b]=0; pdf[a]=0;}
    }
}
/**/
/* 構成された主対角線のデータを専用の配列にリザーブする */
void recpd(){

```

//(a, b)は、対称型補数。n1=0 に限定した場合。
//フラグを見てその値が未使用であることを確かめる
//未使用の対称型補数を同時にセットする
//フラグを「使用中」にセットする
//次のプロシージャをコールする
//リターンしたら、フラグを「未使用」にリセットする

```

short n,n12;
p[cnt][0]=cnt+1;
for(n=0;n<11;n++){n12=n*12;
  p[cnt][n+1]=nm[n12+1];
}
cnt++;
}
/**/

```

6. こうして 384 本の主対角線ができれば、「桂馬跳び構成法」によって $384 \times 8 = 3072$ 個の「ラテン方陣」が構成できる。この構成法は、変換法そのものなので、仕事ぶりが高速だ。あっという間に全数を作り出してしまおう。

その後をどうするか。

いよいよ目的方陣の実物を構成する手順に入る。

(1) 任意の 2 面のラテン方陣を組み合わせて上位/下位の「単位面」とし、その 2 面から計算によって目的方陣を合成する。その仕方は、先ず次の実例を見てほしい。

1/H	28/L		1	117	104	99	81	69	65	50	35	31	19
0A987654321	064A3295187		1	117	104	99	81	69	65	50	35	31	19
210A9876543	5187064A329		28	13	9	118	100	95	82	77	59	47	43
43210A98765	A3295187064		55	37	25	21	6	112	108	96	78	73	60
6543210A987	7064A329518		74	56	51	38	33	15	3	120	105	90	86
876543210A9	95187064A32		98	83	68	64	52	34	29	16	11	114	102
A9876543210	4A329518706		115	110	92	80	76	61	46	42	30	12	7
10A98765432	87064A32951		20	8	111	106	93	88	70	58	54	39	24
3210A987654	295187064A3		36	32	17	2	119	107	89	84	71	66	48
543210A9876	64A32951870		62	49	44	26	14	10	116	101	97	85	67
76543210A98	187064A3295		79	75	63	45	40	27	22	4	113	109	94
9876543210A	3295187064A		103	91	87	72	57	53	41	23	18	5	121

上の 3 図の対応する各点の間には、次のような計算式が成り立つ。

$V_{nh} \times 11 + V_{n1} + 1 = V_n$ (古典的表記の場合 1 を加える) ...CEuler
 (上位の n の値) $\times 11 +$ (下位の n の値) $+ 1 =$ (目的方陣の n の値)

$0 \times 11 + 0 + 1 = 1$; $A \times 11 + 6 + 1 = 117$; $9 \times 11 + 4 + 1 = 104$; $8 \times 11 + A + 1 = 99$;
 $7 \times 11 + 3 + 1 = 81$; $6 \times 11 + 2 + 1 = 69$; $5 \times 11 + 9 + 1 = 65$; $4 \times 11 + 5 + 1 = 50$;
 $3 \times 11 + 1 + 1 = 35$; $2 \times 11 + 8 + 1 = 31$; $1 \times 11 + 7 + 1 = 19$; $2 \times 11 + 5 + 1 = 28$;
 ; $A \times 11 + A + 1 = 10 \times 11 + 10 + 1 = 121$;
 ;

上の計算式 CEuler を用いて計算しながら目的方陣を合成するのである。

(2) ラテン方陣の「任意の 2 面」を組み合わせる場合、同一の面や「補数面」を組み合わせると、誤答が生じる。似過ぎていて 2 面や似なさ過ぎる 2 面の組み合わせを避けるべきだ。合成結果に同じ数が何度も登場したり、使われていない数が生じてしまったりする。

(3) 標準解を出力しようとする場合、不等式: $n1 < n121$; $n1 < n11$; $n1 < n111$; $n2 > n12$; を上位の単位面に反映させることができる。時間とメモリーの節約になる。

$n1 = 0$; $n2 > n12$; として、解出力を絞る仕方もある。下位の単位面は、 $n1 = 0$; のみ。

実際にそのようにして絞ると、上位面を半数の 1536 個に減らすことができた。

以上の注意は、五次や七次の時と同じだ。詳しい説明は、[以前の記事を参照](#)してほしい。

7. いよいよ結果を公表する。 $n1 = 1$ の場合の標準解のみを構成して出力することにした。最初に「ラテン方陣」を上位/下位に分けて出力した。全数ではなく、サンプルのみだ。

次にラテン方陣どうしの「相性表」を一部掲げた。誤答が生じる組み合わせを避けるためにお互いがどのくらい似ているかを計数したものだ。11 となる組み合わせを選ぶと良い。

次が私が合成した解のリストである。種々の検査を施して「正解」を出力した。

** 「完全オイラー型」の対称汎十一方陣を構成する **

** 単位面となる「ラテン方陣」の構成 **

[上位]

1/ 0A987654321 210A9876543 43210A98765 6543210A987 876543210A9 A9876543210 10A98765432 3210A987654 543210A9876 76543210A98 9876543210A	2/ 097531A8642 31A86420975 642097531A8 97531A86420 1A864209753 42097531A86 7531A864209 A8642097531 2097531A864 531A8642097 8642097531A	3/ 0852A741963 419630852A7 852A7419630 19630852A74 52A74196308 9630852A741 2A741963085 630852A7419 A7419630852 30852A74196 7419630852A	4/ 073A6295184 5184073A629 A6295184073 4073A629518 95184073A62 3A629518407 84073A62951 295184073A6 73A62951840 184073A6295 6295184073A	5/ 0A987456321 210A9874563 63210A98745 4563210A987 874563210A9 A9874563210 10A98745632 3210A987456 563210A9874 74563210A98 9874563210A	6/ 097531A8462 31A84620975 462097531A8 97531A84620 1A846209753 62097531A84 7531A846209 A8462097531 2097531A846 531A8462097 8462097531A
257/ 0A869753142 420A8697531 31420A86975 7531420A869 697531420A8 A8697531420 20A86975314 1420A869753 531420A8697 97531420A86 8697531420A	258/ 089512A6734 12A67340895 734089512A6 89512A67340 2A673408951 34089512A67 9512A673408 A6734089512 4089512A673 512A6734089 6734089512A	259/ 0654A932871 328710654A9 654A9328710 28710654A93 54A93287106 8710654A932 4A932871065 710654A9328 A9328710654 10654A93287 9328710654A	260/ 091A7485263 5263091A748 A7485263091 3091A748526 85263091A74 1A748526309 63091A74852 485263091A7 91A74852630 263091A7485 7485263091A	261/ 0A869357142 420A8693571 71420A86935 3571420A869 693571420A8 A8693571420 20A86935714 1420A869357 571420A8693 93571420A86 8693571420A	262/ 089512A6374 12A63740895 374089512A6 89512A63740 2A637408951 74089512A63 9512A637408 A6374089512 4089512A637 512A6374089 6374089512A
513/ 0A729654183 830A7296541 41830A72965 6541830A729 296541830A7 A7296541830 30A72965418 1830A729654 541830A7296 96541830A72 7296541830A	514/ 079513A2648 13A26480795 648079513A2 79513A26480 3A264807951 48079513A26 9513A264807 A2648079513 8079513A264 513A2648079 2648079513A	515/ 091A6875324 5324091A687 A6875324091 4091A687532 75324091A68 1A687532409 24091A68753 875324091A6 91A68753240 324091A6875 6875324091A	516/ 04235786A19 235786A1904 5786A190423 86A19042357 A1904235786 904235786A1 4235786A190 35786A19042 786A1904235 6A190423578 1904235786A	517/ 0A729456183 830A7294561 61830A72945 4561830A729 294561830A7 A7294561830 30A72945618 1830A729456 561830A7294 94561830A72 7294561830A	518/ 079513A2468 13A24680795 468079513A2 79513A24680 3A246807951 68079513A24 9513A246807 A2468079513 8079513A246 513A2468079 2468079513A
769/ 0A498753216 160A4987532 32160A49875 7532160A498 987532160A4 A4987532160 60A49875321 2160A498753 532160A4987 87532160A49 4987532160A	770/ 048526A9731 26A97310485 731048526A9 48526A97310 6A973104852 31048526A97 8526A973104 A9731048526 1048526A973 526A9731048 9731048526A	771/ 0951A836472 364720951A8 951A8364720 64720951A83 51A83647209 4720951A836 1A836472095 720951A8364 A8364720951 20951A83647 8364720951A	772/ 082A7145693 5693082A714 A7145693082 3082A714569 45693082A71 2A714569308 93082A71456 145693082A7 82A71456930 693082A7145 7145693082A	773/ 0A498357216 160A4983572 72160A49835 3572160A498 983572160A4 A4983572160 60A49835721 2160A498357 572160A4983 83572160A49 4983572160A	774/ 048526A9371 26A93710485 371048526A9 48526A93710 6A937104852 71048526A93 8526A937104 A9371048526 1048526A937 526A9371048 9371048526A
1025/ 0A369852147 470A3698521 21470A36985 8521470A369 698521470A3 A3698521470 70A36985214 1470A369852 521470A3698 98521470A36 3698521470A	1026/ 039517A6824 17A68240395 824039517A6 39517A68240 7A682403951 24039517A68 9517A682403 A6824039517 4039517A682 517A6824039 6824039517A	1027/ 0654A927381 273810654A9 654A9273810 73810654A92 54A92738106 3810654A927 4A927381065 810654A9273 A9273810654 10654A92738 9273810654A	1028/ 091A8435762 5762091A843 A8435762091 2091A843576 35762091A84 1A843576209 62091A84357 435762091A8 91A84357620 762091A8435 8435762091A	1029/ 0A369258147 470A3692581 81470A36925 2581470A369 692581470A3 A3692581470 70A36925814 1470A369258 581470A3692 92581470A36 3692581470A	1030/ 039517A6284 17A62840395 284039517A6 39517A62840 7A628403951 84039517A62 9517A628403 A6284039517 4039517A628 517A6284039 6284039517A
1281/ 0A239654178	1282/ 029518A3647	1283/ 091A6725834	1284/ 04385276A19	1285/ 0A239456178	1286/ 029518A3467

780A2396541	18A36470295	5834091A672	385276A1904	780A2394561	18A34670295
41780A23965	647029518A3	A6725834091	5276A190438	61780A23945	467029518A3
6541780A239	29518A36470	4091A672583	76A19043852	4561780A239	29518A34670
396541780A2	8A364702951	25834091A67	A1904385276	394561780A2	8A346702951
A2396541780	47029518A36	1A672583409	904385276A1	A2394561780	67029518A34
80A23965417	9518A364702	34091A67258	4385276A190	80A23945617	9518A346702
1780A239654	A3647029518	725834091A6	85276A19043	1780A239456	A3467029518
541780A2396	7029518A364	91A67258340	276A1904385	561780A2394	7029518A346
96541780A23	518A3647029	834091A6725	6A190438527	94561780A23	518A3467029
2396541780A	3647029518A	6725834091A	1904385276A	2394561780A	3467029518A

[下位]

1/	2/	3/	4/	5/	6/
0A987654321	097531A8642	0852A741963	073A6295184	05A49382716	04815926A37
210A9876543	31A86420975	419630852A7	5184073A629	71605A49382	815926A3704
43210A98765	642097531A8	852A7419630	A6295184073	38271605A49	5926A370481
6543210A987	97531A86420	19630852A74	4073A629518	A4938271605	26A37048159
876543210A9	1A864209753	52A74196308	95184073A62	605A4938271	A3704815926
A9876543210	42097531A86	9630852A741	3A629518407	271605A4938	704815926A3
10A98765432	7531A864209	2A741963085	84073A62951	938271605A4	4815926A370
3210A987654	A8642097531	630852A7419	295184073A6	5A493827160	15926A37048
543210A9876	2097531A864	A7419630852	73A62951840	1605A493827	926A3704815
76543210A98	531A8642097	30852A74196	184073A6295	8271605A493	6A370481592
9876543210A	8642097531A	7419630852A	6295184073A	4938271605A	3704815926A
513/	514/	515/	516/	517/	518/
0A869753142	089512A6734	0654A932871	091A7485263	05A38164927	03625847A19
420A8697531	12A67340895	328710654A9	5263091A748	92705A38164	625847A1903
31420A86975	734089512A6	654A9328710	A7485263091	16492705A38	5847A190362
7531420A869	89512A67340	28710654A93	3091A748526	A3816492705	47A19036258
697531420A8	2A673408951	54A93287106	85263091A74	705A3816492	A1903625847
A8697531420	34089512A67	8710654A932	1A748526309	492705A3816	903625847A1
20A86975314	9512A673408	4A932871065	63091A74852	816492705A3	3625847A190
1420A869753	A6734089512	710654A9328	485263091A7	5A381649270	25847A19036
531420A8697	4089512A673	A9328710654	91A74852630	2705A381649	847A1903625
97531420A86	512A6734089	10654A93287	263091A7485	6492705A381	7A190362584
8697531420A	6734089512A	9328710654A	7485263091A	3816492705A	1903625847A
1025/	1026/	1027/	1028/	1029/	1030/
0A729654183	079513A2648	0258A943761	091A6875324	05A47128936	04235786A19
830A7296541	13A26480795	437610258A9	5324091A687	93605A47128	235786A1904
41830A72965	648079513A2	258A9437610	A6875324091	12893605A47	5786A190423
6541830A729	79513A26480	37610258A94	4091A687532	A4712893605	86A19042357
296541830A7	3A264807951	58A94376102	75324091A68	605A4712893	A1904235786
A7296541830	48079513A26	7610258A943	1A687532409	893605A4712	904235786A1
30A72965418	9513A264807	8A943761025	24091A68753	712893605A4	4235786A190
1830A729654	A2648079513	610258A9437	875324091A6	5A471289360	35786A19042
541830A7296	8079513A264	A9437610258	91A68753240	3605A471289	786A1904235
96541830A72	513A2648079	10258A94376	324091A6875	2893605A471	6A190423578
7296541830A	2648079513A	9437610258A	6875324091A	4712893605A	1904235786A
1537/	1538/	1539/	1540/	1541/	1542/
0A498753216	048526A9731	0951A836472	082A7145693	05A34291867	03965417A28
160A4987532	26A97310485	364720951A8	5693082A714	86705A34291	965417A2803
32160A49875	731048526A9	951A8364720	A7145693082	29186705A34	5417A280396
7532160A498	48526A97310	64720951A83	3082A714569	A3429186705	17A28039654
987532160A4	6A973104852	51A83647209	45693082A71	705A3429186	A2803965417
A4987532160	31048526A97	4720951A836	2A714569308	186705A3429	803965417A2
60A49875321	8526A973104	1A836472095	93082A71456	429186705A3	3965417A280
2160A498753	A9731048526	720951A8364	145693082A7	5A342918670	65417A28039
532160A4987	1048526A973	A8364720951	82A71456930	6705A342918	417A2803965
87532160A49	526A9731048	20951A83647	693082A7145	9186705A342	7A280396541
4987532160A	9731048526A	8364720951A	7145693082A	3429186705A	2803965417A
2049/	2050/	2051/	2052/	2053/	2054/
0A369852147	039517A6824	0654A927381	091A8435762	05A23164978	02675348A19
470A3698521	17A68240395	273810654A9	5762091A843	97805A23164	675348A1902
21470A36985	824039517A6	654A9273810	A8435762091	16497805A23	5348A190267

8521470A369	39517A68240	73810654A92	2091A843576	A2316497805	48A19026753
698521470A3	7A682403951	54A92738106	35762091A84	805A2316497	A1902675348
A3698521470	24039517A68	3810654A927	1A843576209	497805A2316	902675348A1
70A36985214	9517A682403	4A927381065	62091A84357	316497805A2	2675348A190
1470A369852	A6824039517	810654A9273	435762091A8	5A231649780	75348A19026
521470A3698	4039517A682	A9273810654	91A84357620	7805A231649	348A1902675
98521470A36	517A6824039	10654A92738	762091A8435	6497805A231	8A190267534
3698521470A	6824039517A	9273810654A	8435762091A	2316497805A	1902675348A
2561/	2562/	2563/	2564/	2565/	2566/
0A239654178	029518A3647	0357A948261	091A6725834	05A42137986	04385276A19
780A2396541	18A36470295	482610357A9	5834091A672	98605A42137	385276A1904
41780A23965	647029518A3	357A9482610	A6725834091	13798605A42	5276A190438
6541780A239	29518A36470	82610357A94	4091A672583	A4213798605	76A19043852
396541780A2	8A364702951	57A94826103	25834091A67	605A4213798	A1904385276
A2396541780	47029518A36	2610357A948	1A672583409	798605A4213	904385276A1
80A23965417	9518A364702	7A948261035	34091A67258	213798605A4	4385276A190
1780A239654	A3647029518	610357A9482	725834091A6	5A421379860	85276A19043
541780A2396	7029518A364	A9482610357	91A67258340	8605A421379	276A1904385
96541780A23	518A3647029	10357A94826	834091A6725	3798605A421	6A190438527
2396541780A	3647029518A	9482610357A	6725834091A	4213798605A	1904385276A

[単位面のカウント = 1536H/3072L]

[任意の2面の間の相性表: 4128768 通りの場合を調べた結果の実例]

#1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1H	121	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
2H	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
3H	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
4H	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11
5H	99	11	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
6H	11	99	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
7H	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11
8H	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11
9H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11
10H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11	11
11H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11	11
12H	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11121	11	11	11	11	11	11
13H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11
14H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11
15H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11
16H	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11
17H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11
18H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11
19H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11
20H	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11
21H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
22H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
23H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
24H	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
#2	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
2H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
3H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
4H	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
5H	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
6H	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
7H	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
8H	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11
9H	99	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
10H	11	99	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11	11
11H	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11	11
12H	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	11	99	11	11	11	11	11	11	77	11	11	11	11	11

13H|121 11 11 11 11 11 11 11 77 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11 11
 14H| 11121 11 11 11 11 11 11 11 11 77 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11
 15H| 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 11 77 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11
 16H| 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 11 77 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11
 17H| 77 11 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11
 18H| 11 77 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11
 19H| 11 11 77 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11
 20H| 11 11 11 11 77 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11
 21H| 99 11 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11
 22H| 11 99 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11 11
 23H| 11 11 99 11 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11 11
 24H| 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 99 11 11 11 11 11 11 11121 11 11 11 11 11

.

**** 「完全オイラー型」対称汎十一方陣の標準解のリスト(部分): チェックサム付き ****

1/H	2/L												1 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	097531A8642	1	120	107	94	81	68	66	53	40	27	14	=671 671\671/671
210A9876543	31A86420975	26	13	11	119	106	93	80	67	65	52	39	=671 671\671/671
43210A98765	642097531A8	51	38	25	12	10	118	105	92	79	77	64	=671 671\671/671
6543210A987	97531A86420	76	63	50	37	24	22	9	117	104	91	78	=671 671\671/671
876543210A9	1A864209753	90	88	75	62	49	36	23	21	8	116	103	=671 671\671/671
A9876543210	42097531A86	115	102	89	87	74	61	48	35	33	20	7	=671 671\671/671
10A98765432	7531A864209	19	6	114	101	99	86	73	60	47	34	32	=671 671\671/671
3210A987654	A8642097531	44	31	18	5	113	100	98	85	72	59	46	=671 671\671/671
543210A9876	2097531A864	58	45	43	30	17	4	112	110	97	84	71	=671 671\671/671
76543210A98	531A8642097	83	70	57	55	42	29	16	3	111	109	96	=671 671\671/671
9876543210A	8642097531A	108	95	82	69	56	54	41	28	15	2	121	=671 671\671/671

1/H	3/L											2 =Row C1m\PD1/PD2	
0A987654321	0852A741963	1	119	105	91	88	74	60	46	43	29	15	=671 671\671/671
210A9876543	419630852A7	27	13	10	117	103	89	86	72	58	55	41	=671 671\671/671
43210A98765	852A7419630	53	39	25	22	8	115	101	98	84	70	56	=671 671\671/671
6543210A987	19630852A74	68	65	51	37	23	20	6	113	110	96	82	=671 671\671/671
876543210A9	52A74196308	94	80	77	63	49	35	32	18	4	111	108	=671 671\671/671
A9876543210	9630852A741	120	106	92	78	75	61	47	44	30	16	2	=671 671\671/671
10A98765432	2A741963085	14	11	118	104	90	87	73	59	45	42	28	=671 671\671/671
3210A987654	630852A7419	40	26	12	9	116	102	99	85	71	57	54	=671 671\671/671
543210A9876	A7419630852	66	52	38	24	21	7	114	100	97	83	69	=671 671\671/671
76543210A98	30852A74196	81	67	64	50	36	33	19	5	112	109	95	=671 671\671/671
9876543210A	7419630852A	107	93	79	76	62	48	34	31	17	3	121	=671 671\671/671

1/H	4/L										3 =Row C1m\PD1/PD2		
0A987654321	073A6295184	1	118	103	99	84	69	65	50	35	31	16	=671 671\671/671
210A9876543	5184073A629	28	13	9	115	100	96	81	77	62	47	43	=671 671\671/671
43210A98765	A6295184073	55	40	25	21	6	112	108	93	78	74	59	=671 671\671/671
6543210A987	4073A629518	71	56	52	37	33	18	3	120	105	90	86	=671 671\671/671
876543210A9	95184073A62	98	83	68	64	49	34	30	15	11	117	102	=671 671\671/671
A9876543210	3A629518407	114	110	95	80	76	61	46	42	27	12	8	=671 671\671/671
10A98765432	84073A62951	20	5	111	107	92	88	73	58	54	39	24	=671 671\671/671
3210A987654	295184073A6	36	32	17	2	119	104	89	85	70	66	51	=671 671\671/671
543210A9876	73A62951840	63	48	44	29	14	10	116	101	97	82	67	=671 671\671/671
76543210A98	184073A6295	79	75	60	45	41	26	22	7	113	109	94	=671 671\671/671
9876543210A	6295184073A	106	91	87	72	57	53	38	23	19	4	121	=671 671\671/671

1/H	5/L									4 =Row C1m\PD1/PD2			
0A987654321	05A49382716	1	116	110	93	87	70	64	47	41	24	18	=671 671\671/671
210A9876543	71605A49382	30	13	7	111	105	99	82	76	59	53	36	=671 671\671/671
43210A98765	38271605A49	48	42	25	19	2	117	100	94	88	71	65	=671 671\671/671
6543210A987	A4938271605	77	60	54	37	31	14	8	112	106	89	83	=671 671\671/671
876543210A9	605A4938271	95	78	72	66	49	43	26	20	3	118	101	=671 671\671/671
A9876543210	271605A4938	113	107	90	84	67	61	55	38	32	15	9	=671 671\671/671
10A98765432	938271605A4	21	4	119	102	96	79	73	56	50	44	27	=671 671\671/671
3210A987654	5A493827160	39	33	16	10	114	108	91	85	68	62	45	=671 671\671/671
543210A9876	1605A493827	57	51	34	28	22	5	120	103	97	80	74	=671 671\671/671
76543210A98	8271605A493	86	69	63	46	40	23	17	11	115	109	92	=671 671\671/671
9876543210A	4938271605A	104	98	81	75	58	52	35	29	12	6	121	=671 671\671/671

1/H	6/L												5 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	04815926A37	1	115	108	90	83	76	58	51	44	26	19	=671 671\671/671
210A9876543	815926A3704	31	13	6	120	102	95	88	70	63	45	38	=671 671\671/671
43210A98765	5926A370481	50	43	25	18	11	114	107	89	82	75	57	=671 671\671/671
6543210A987	26A37048159	69	62	55	37	30	12	5	119	101	94	87	=671 671\671/671
876543210A9	A3704815926	99	81	74	56	49	42	24	17	10	113	106	=671 671\671/671
A9876543210	704815926A3	118	100	93	86	68	61	54	36	29	22	4	=671 671\671/671
10A98765432	4815926A370	16	9	112	105	98	80	73	66	48	41	23	=671 671\671/671
3210A987654	15926A37048	35	28	21	3	117	110	92	85	67	60	53	=671 671\671/671
543210A9876	926A3704815	65	47	40	33	15	8	111	104	97	79	72	=671 671\671/671
76543210A98	6A370481592	84	77	59	52	34	27	20	2	116	109	91	=671 671\671/671
9876543210A	3704815926A	103	96	78	71	64	46	39	32	14	7	121	=671 671\671/671

1/H	7/L												6 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	0369147A258	1	114	106	98	79	71	63	55	36	28	20	=671 671\671/671
210A9876543	9147A258036	32	13	5	118	110	91	83	75	56	48	40	=671 671\671/671
43210A98765	7A258036914	52	44	25	17	9	111	103	95	87	68	60	=671 671\671/671
6543210A987	580369147A2	72	64	45	37	29	21	2	115	107	99	80	=671 671\671/671
876543210A9	369147A2580	92	84	76	57	49	41	33	14	6	119	100	=671 671\671/671
A9876543210	147A2580369	112	104	96	88	69	61	53	34	26	18	10	=671 671\671/671
10A98765432	A2580369147	22	3	116	108	89	81	73	65	46	38	30	=671 671\671/671
3210A987654	80369147A25	42	23	15	7	120	101	93	85	77	58	50	=671 671\671/671
543210A9876	69147A25803	62	54	35	27	19	11	113	105	97	78	70	=671 671\671/671
76543210A98	47A25803691	82	74	66	47	39	31	12	4	117	109	90	=671 671\671/671
9876543210A	2580369147A	102	94	86	67	59	51	43	24	16	8	121	=671 671\671/671

1/H	8/L												7 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	02468A13579	1	113	104	95	86	77	57	48	39	30	21	=671 671\671/671
210A9876543	A1357902468	33	13	4	116	107	98	78	69	60	51	42	=671 671\671/671
43210A98765	902468A1357	54	34	25	16	7	119	110	90	81	72	63	=671 671\671/671
6543210A987	8A135790246	75	66	46	37	28	19	10	111	102	93	84	=671 671\671/671
876543210A9	7902468A135	96	87	67	58	49	40	31	22	2	114	105	=671 671\671/671
A9876543210	68A13579024	117	108	99	79	70	61	52	43	23	14	5	=671 671\671/671
10A98765432	57902468A13	17	8	120	100	91	82	73	64	55	35	26	=671 671\671/671
3210A987654	468A1357902	38	29	20	11	112	103	94	85	76	56	47	=671 671\671/671
543210A9876	357902468A1	59	50	41	32	12	3	115	106	97	88	68	=671 671\671/671
76543210A98	2468A135790	80	71	62	53	44	24	15	6	118	109	89	=671 671\671/671
9876543210A	1357902468A	101	92	83	74	65	45	36	27	18	9	121	=671 671\671/671

1/H	10/L												8 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	097531A8462	1	120	107	94	81	68	66	53	38	29	14	=671 671\671/671
210A9876543	31A84620975	26	13	11	119	104	95	80	67	65	52	39	=671 671\671/671
43210A98765	462097531A8	49	40	25	12	10	118	105	92	79	77	64	=671 671\671/671
6543210A987	97531A84620	76	63	50	37	24	22	9	115	106	91	78	=671 671\671/671
876543210A9	1A846209753	90	88	75	60	51	36	23	21	8	116	103	=671 671\671/671
A9876543210	62097531A84	117	102	89	87	74	61	48	35	33	20	5	=671 671\671/671
10A98765432	7531A846209	19	6	114	101	99	86	71	62	47	34	32	=671 671\671/671
3210A987654	A8462097531	44	31	16	7	113	100	98	85	72	59	46	=671 671\671/671
543210A9876	2097531A846	58	45	43	30	17	4	112	110	97	82	73	=671 671\671/671
76543210A98	531A8462097	83	70	57	55	42	27	18	3	111	109	96	=671 671\671/671
9876543210A	8462097531A	108	93	84	69	56	54	41	28	15	2	121	=671 671\671/671

1/H	11/L												9 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	0852A761943	1	119	105	91	88	74	62	46	43	27	15	=671 671\671/671
210A9876543	619430852A7	29	13	10	115	103	89	86	72	58	55	41	=671 671\671/671
43210A98765	852A7619430	53	39	25	22	8	117	101	98	82	70	56	=671 671\671/671
6543210A987	19430852A76	68	65	49	37	23	20	6	113	110	96	84	=671 671\671/671
876543210A9	52A76194308	94	80	77	63	51	35	32	16	4	111	108	=671 671\671/671
A9876543210	9430852A761	120	104	92	78	75	61	47	44	30	18	2	=671 671\671/671
10A98765432	2A761943085	14	11	118	106	90	87	71	59	45	42	28	=671 671\671/671
3210A987654	430852A7619	38	26	12	9	116	102	99	85	73	57	54	=671 671\671/671
543210A9876	A7619430852	66	52	40	24	21	5	114	100	97	83	69	=671 671\671/671
76543210A98	30852A76194	81	67	64	50	36	33	19	7	112	109	93	=671 671\671/671
9876543210A	7619430852A	107	95	79	76	60	48	34	31	17	3	121	=671 671\671/671

1/H	12/L												10 =Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	073A4295186	1	118	103	99	82	69	65	50	35	31	18	=671 671\671/671
210A9876543	5186073A429	28	13	9	117	100	96	81	77	60	47	43	=671 671\671/671

43210A98765	A4295186073	55	38	25	21	6	112	108	95	78	74	59	=671	671\671/671
6543210A987	6073A429518	73	56	52	37	33	16	3	120	105	90	86	=671	671\671/671
876543210A9	95186073A42	98	83	68	64	51	34	30	15	11	115	102	=671	671\671/671
A9876543210	3A429518607	114	110	93	80	76	61	46	42	29	12	8	=671	671\671/671
10A98765432	86073A42951	20	7	111	107	92	88	71	58	54	39	24	=671	671\671/671
3210A987654	295186073A4	36	32	17	2	119	106	89	85	70	66	49	=671	671\671/671
543210A9876	73A42951860	63	48	44	27	14	10	116	101	97	84	67	=671	671\671/671
76543210A98	186073A4295	79	75	62	45	41	26	22	5	113	109	94	=671	671\671/671
9876543210A	4295186073A	104	91	87	72	57	53	40	23	19	4	121	=671	671\671/671
1/H	13/L												11	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	05A69382714	1	116	110	95	87	70	64	47	41	24	16	=671	671\671/671
210A9876543	71405A69382	30	13	5	111	105	99	84	76	59	53	36	=671	671\671/671
43210A98765	38271405A69	48	42	25	19	2	115	100	94	88	73	65	=671	671\671/671
6543210A987	A6938271405	77	62	54	37	31	14	8	112	104	89	83	=671	671\671/671
876543210A9	405A6938271	93	78	72	66	51	43	26	20	3	118	101	=671	671\671/671
A9876543210	271405A6938	113	107	90	82	67	61	55	40	32	15	9	=671	671\671/671
10A98765432	938271405A6	21	4	119	102	96	79	71	56	50	44	29	=671	671\671/671
3210A987654	5A693827140	39	33	18	10	114	108	91	85	68	60	45	=671	671\671/671
543210A9876	1405A693827	57	49	34	28	22	7	120	103	97	80	74	=671	671\671/671
76543210A98	8271405A693	86	69	63	46	38	23	17	11	117	109	92	=671	671\671/671
9876543210A	6938271405A	106	98	81	75	58	52	35	27	12	6	121	=671	671\671/671
1/H	14/L												12	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	06815924A37	1	117	108	90	83	76	58	49	44	26	19	=671	671\671/671
210A9876543	815924A3706	31	13	6	120	102	93	88	70	63	45	40	=671	671\671/671
43210A98765	5924A370681	50	43	25	16	11	114	107	89	84	75	57	=671	671\671/671
6543210A987	24A37068159	69	60	55	37	30	12	7	119	101	94	87	=671	671\671/671
876543210A9	A3706815924	99	81	74	56	51	42	24	17	10	113	104	=671	671\671/671
A9876543210	706815924A3	118	100	95	86	68	61	54	36	27	22	4	=671	671\671/671
10A98765432	6815924A370	18	9	112	105	98	80	71	66	48	41	23	=671	671\671/671
3210A987654	15924A37068	35	28	21	3	115	110	92	85	67	62	53	=671	671\671/671
543210A9876	924A3706815	65	47	38	33	15	8	111	106	97	79	72	=671	671\671/671
76543210A98	4A370681592	82	77	59	52	34	29	20	2	116	109	91	=671	671\671/671
9876543210A	3706815924A	103	96	78	73	64	46	39	32	14	5	121	=671	671\671/671
1/H	15/L												13	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	0349167A258	1	114	104	98	79	73	63	55	36	28	20	=671	671\671/671
210A9876543	9167A258034	32	13	7	118	110	91	83	75	56	48	38	=671	671\671/671
43210A98765	7A258034916	52	44	25	17	9	111	103	93	87	68	62	=671	671\671/671
6543210A987	580349167A2	72	64	45	37	27	21	2	117	107	99	80	=671	671\671/671
876543210A9	349167A2580	92	82	76	57	51	41	33	14	6	119	100	=671	671\671/671
A9876543210	167A2580349	112	106	96	88	69	61	53	34	26	16	10	=671	671\671/671
10A98765432	A2580349167	22	3	116	108	89	81	71	65	46	40	30	=671	671\671/671
3210A987654	80349167A25	42	23	15	5	120	101	95	85	77	58	50	=671	671\671/671
543210A9876	49167A25803	60	54	35	29	19	11	113	105	97	78	70	=671	671\671/671
76543210A98	67A25803491	84	74	66	47	39	31	12	4	115	109	90	=671	671\671/671
9876543210A	2580349167A	102	94	86	67	59	49	43	24	18	8	121	=671	671\671/671
1/H	16/L												14	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	02648A13579	1	113	106	93	86	77	57	48	39	30	21	=671	671\671/671
210A9876543	A1357902648	33	13	4	116	107	98	78	69	62	49	42	=671	671\671/671
43210A98765	902648A1357	54	34	25	18	5	119	110	90	81	72	63	=671	671\671/671
6543210A987	8A135790264	75	66	46	37	28	19	10	111	102	95	82	=671	671\671/671
876543210A9	7902648A135	96	87	67	58	51	38	31	22	2	114	105	=671	671\671/671
A9876543210	48A13579026	115	108	99	79	70	61	52	43	23	14	7	=671	671\671/671
10A98765432	57902648A13	17	8	120	100	91	84	71	64	55	35	26	=671	671\671/671
3210A987654	648A1357902	40	27	20	11	112	103	94	85	76	56	47	=671	671\671/671
543210A9876	357902648A1	59	50	41	32	12	3	117	104	97	88	68	=671	671\671/671
76543210A98	2648A135790	80	73	60	53	44	24	15	6	118	109	89	=671	671\671/671
9876543210A	1357902648A	101	92	83	74	65	45	36	29	16	9	121	=671	671\671/671
1/H	18/L												15	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	096541A8732	1	120	106	94	82	68	66	53	41	26	14	=671	671\671/671
210A9876543	41A87320965	27	13	11	119	107	92	80	67	65	51	39	=671	671\671/671
43210A98765	732096541A8	52	37	25	12	10	117	105	93	79	77	64	=671	671\671/671
6543210A987	96541A87320	76	62	50	38	24	22	9	118	103	91	78	=671	671\671/671
876543210A9	1A873209654	90	88	75	63	48	36	23	21	7	116	104	=671	671\671/671

A9876543210	32096541A87	114	102	89	87	73	61	49	35	33	20	8	=671	671\671/671
10A98765432	6541A873209	18	6	115	101	99	86	74	59	47	34	32	=671	671\671/671
3210A987654	A8732096541	44	31	19	4	113	100	98	84	72	60	46	=671	671\671/671
543210A9876	2096541A873	58	45	43	29	17	5	112	110	97	85	70	=671	671\671/671
76543210A98	541A8732096	83	71	57	55	42	30	15	3	111	109	95	=671	671\671/671
9876543210A	8732096541A	108	96	81	69	56	54	40	28	16	2	121	=671	671\671/671
	1/H		19/L										16	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	0852A631974	1	119	105	91	88	73	59	46	43	30	16	=671	671\671/671
210A9876543	319740852A6	26	13	10	118	104	89	86	72	58	55	40	=671	671\671/671
43210A98765	852A6319740	53	39	25	22	7	114	101	98	85	71	56	=671	671\671/671
6543210A987	19740852A63	68	65	52	38	23	20	6	113	110	95	81	=671	671\671/671
876543210A9	52A63197408	94	80	77	62	48	35	32	19	5	111	108	=671	671\671/671
A9876543210	9740852A631	120	107	93	78	75	61	47	44	29	15	2	=671	671\671/671
10A98765432	2A631974085	14	11	117	103	90	87	74	60	45	42	28	=671	671\671/671
3210A987654	740852A6319	41	27	12	9	116	102	99	84	70	57	54	=671	671\671/671
543210A9876	A6319740852	66	51	37	24	21	8	115	100	97	83	69	=671	671\671/671
76543210A98	40852A63197	82	67	64	50	36	33	18	4	112	109	96	=671	671\671/671
9876543210A	6319740852A	106	92	79	76	63	49	34	31	17	3	121	=671	671\671/671
	1/H		20/L										17	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	064A7295183	1	117	104	99	85	69	65	50	35	31	15	=671	671\671/671
210A9876543	5183064A729	28	13	9	114	100	95	82	77	63	47	43	=671	671\671/671
43210A98765	A7295183064	55	41	25	21	6	112	108	92	78	73	60	=671	671\671/671
6543210A987	3064A729518	70	56	51	38	33	19	3	120	105	90	86	=671	671\671/671
876543210A9	95183064A72	98	83	68	64	48	34	29	16	11	118	102	=671	671\671/671
A9876543210	4A729518306	115	110	96	80	76	61	46	42	26	12	7	=671	671\671/671
10A98765432	83064A72951	20	4	111	106	93	88	74	58	54	39	24	=671	671\671/671
3210A987654	295183064A7	36	32	17	2	119	103	89	84	71	66	52	=671	671\671/671
543210A9876	64A72951830	62	49	44	30	14	10	116	101	97	81	67	=671	671\671/671
76543210A98	183064A7295	79	75	59	45	40	27	22	8	113	109	94	=671	671\671/671
9876543210A	7295183064A	107	91	87	72	57	53	37	23	18	5	121	=671	671\671/671
	1/H		21/L										18	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	05A39482617	1	116	110	92	87	71	64	47	40	24	19	=671	671\671/671
210A9876543	61705A39482	29	13	8	111	105	99	81	76	60	53	36	=671	671\671/671
43210A98765	48261705A39	49	42	25	18	2	118	100	94	88	70	65	=671	671\671/671
6543210A987	A3948261705	77	59	54	38	31	14	7	112	107	89	83	=671	671\671/671
876543210A9	705A3948261	96	78	72	66	48	43	27	20	3	117	101	=671	671\671/671
A9876543210	261705A3948	113	106	90	85	67	61	55	37	32	16	9	=671	671\671/671
10A98765432	948261705A3	21	5	119	102	95	79	74	56	50	44	26	=671	671\671/671
3210A987654	5A394826170	39	33	15	10	115	108	91	84	68	63	45	=671	671\671/671
543210A9876	1705A394826	57	52	34	28	22	4	120	104	97	80	73	=671	671\671/671
76543210A98	8261705A394	86	69	62	46	41	23	17	11	114	109	93	=671	671\671/671
9876543210A	3948261705A	103	98	82	75	58	51	35	30	12	6	121	=671	671\671/671
	1/H		22/L										19	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	03815927A46	1	114	108	90	83	76	58	52	44	27	18	=671	671\671/671
210A9876543	815927A4603	31	13	6	120	102	96	88	71	62	45	37	=671	671\671/671
43210A98765	5927A460381	50	43	25	19	11	115	106	89	81	75	57	=671	671\671/671
6543210A987	27A46038159	69	63	55	38	29	12	4	119	101	94	87	=671	671\671/671
876543210A9	A4603815927	99	82	73	56	48	42	24	17	10	113	107	=671	671\671/671
A9876543210	603815927A4	117	100	92	86	68	61	54	36	30	22	5	=671	671\671/671
10A98765432	3815927A460	15	9	112	105	98	80	74	66	49	40	23	=671	671\671/671
3210A987654	15927A46038	35	28	21	3	118	110	93	84	67	59	53	=671	671\671/671
543210A9876	927A4603815	65	47	41	33	16	7	111	103	97	79	72	=671	671\671/671
76543210A98	7A460381592	85	77	60	51	34	26	20	2	116	109	91	=671	671\671/671
9876543210A	4603815927A	104	95	78	70	64	46	39	32	14	8	121	=671	671\671/671
	1/H		23/L										20	=Row C1m\PD1/PD2
0A987654321	0479136A258	1	115	107	98	79	70	62	55	36	28	20	=671	671\671/671
210A9876543	9136A258047	32	13	4	117	110	91	83	75	56	49	41	=671	671\671/671
43210A98765	6A258047913	51	44	25	17	9	111	104	96	87	68	59	=671	671\671/671
6543210A987	580479136A2	72	64	45	38	30	21	2	114	106	99	80	=671	671\671/671
876543210A9	479136A2580	93	85	76	57	48	40	33	14	6	119	100	=671	671\671/671
A9876543210	136A2580479	112	103	95	88	69	61	53	34	27	19	10	=671	671\671/671
10A98765432	A2580479136	22	3	116	108	89	82	74	65	46	37	29	=671	671\671/671
3210A987654	80479136A25	42	23	16	8	120	101	92	84	77	58	50	=671	671\671/671

543210A9876	79136A25804	63	54	35	26	18	11	113	105	97	78	71	=671 671\671/671
76543210A98	36A25804791	81	73	66	47	39	31	12	5	118	109	90	=671 671\671/671
9876543210A	2580479136A	102	94	86	67	60	52	43	24	15	7	121	=671 671\671/671
1/H 24/L		21 =Row C1m\PD1/PD2											
0A987654321	02378A14569	1	113	103	96	86	77	57	49	39	29	21	=671 671\671/671
210A9876543	A1456902378	33	13	5	116	106	98	78	69	59	52	42	=671 671\671/671
43210A98765	902378A1456	54	34	25	15	8	119	110	90	82	72	62	=671 671\671/671
6543210A987	8A145690237	75	66	46	38	28	18	10	111	102	92	85	=671 671\671/671
876543210A9	6902378A145	95	87	67	58	48	41	31	22	2	115	105	=671 671\671/671
A9876543210	78A14569023	118	108	99	79	71	61	51	43	23	14	4	=671 671\671/671
10A98765432	56902378A14	17	7	120	100	91	81	74	64	55	35	27	=671 671\671/671
3210A987654	378A1456902	37	30	20	11	112	104	94	84	76	56	47	=671 671\671/671
543210A9876	456902378A1	60	50	40	32	12	3	114	107	97	88	68	=671 671\671/671
76543210A98	2378A145690	80	70	63	53	44	24	16	6	117	109	89	=671 671\671/671
9876543210A	1456902378A	101	93	83	73	65	45	36	26	19	9	121	=671 671\671/671

1/H 26/L		22/				1/H		27/L				23/									
1	120	106	94	82	68	66	53	37	30	14	1	119	105	91	88	73	63	46	43	26	16
27	13	11	119	103	96	80	67	65	51	39	30	13	10	114	104	89	86	72	58	55	40
48	41	25	12	10	117	105	93	79	77	64	53	39	25	22	7	118	101	98	81	71	56
76	62	50	38	24	22	9	114	107	91	78	68	65	48	38	23	20	6	113	110	95	85
90	88	75	59	52	36	23	21	7	116	104	94	80	77	62	52	35	32	15	5	111	108
118	102	89	87	73	61	49	35	33	20	4	120	103	93	78	75	61	47	44	29	19	2
18	6	115	101	99	86	70	63	47	34	32	14	11	117	107	90	87	70	60	45	42	28
44	31	15	8	113	100	98	84	72	60	46	37	27	12	9	116	102	99	84	74	57	54
58	45	43	29	17	5	112	110	97	81	74	66	51	41	24	21	4	115	100	97	83	69
83	71	57	55	42	26	19	3	111	109	95	82	67	64	50	36	33	18	8	112	109	92
108	92	85	69	56	54	40	28	16	2	121	106	96	79	76	59	49	34	31	17	3	121

2/H		1/L				2689/				2/H		3/L				2690/					
1	110	87	64	41	18	116	93	70	47	24	1	108	83	58	44	19	115	90	76	51	26
36	13	111	99	76	53	30	7	105	82	59	38	13	120	95	70	45	31	6	102	88	63
71	48	25	2	100	88	65	42	19	117	94	75	50	25	11	107	82	57	43	18	114	89
106	83	60	37	14	112	89	77	54	31	8	101	87	62	37	12	119	94	69	55	30	5
20	118	95	72	49	26	3	101	78	66	43	17	113	99	74	49	24	10	106	81	56	42
55	32	9	107	84	61	38	15	113	90	67	54	29	4	100	86	61	36	22	118	93	68
79	56	44	21	119	96	73	50	27	4	102	80	66	41	16	112	98	73	48	23	9	105
114	91	68	45	33	10	108	85	62	39	16	117	92	67	53	28	3	110	85	60	35	21
28	5	103	80	57	34	22	120	97	74	51	33	8	104	79	65	40	15	111	97	72	47
63	40	17	115	92	69	46	23	11	109	86	59	34	20	116	91	77	52	27	2	109	84
98	75	52	29	6	104	81	58	35	12	121	96	71	46	32	7	103	78	64	39	14	121

3/H		1/L				5377/				4/H		1/L				8065/					
1	99	65	31	118	84	50	16	103	69	35	1	88	43	119	74	29	105	60	15	91	46
47	13	100	77	43	9	96	62	28	115	81	58	13	89	55	10	86	41	117	72	27	103
93	59	25	112	78	55	21	108	74	40	6	115	70	25	101	56	22	98	53	8	84	39
18	105	71	37	3	90	56	33	120	86	52	51	6	82	37	113	68	23	110	65	20	96
64	30	117	83	49	15	102	68	34	11	98	108	63	18	94	49	4	80	35	111	77	32
110	76	42	8	95	61	27	114	80	46	12	44	120	75	30	106	61	16	92	47	2	78
24	111	88	54	20	107	73	39	5	92	58	90	45	11	87	42	118	73	28	104	59	14
70	36	2	89	66	32	119	85	51	17	104	26	102	57	12	99	54	9	85	40	116	71
116	82	48	14	101	67	44	10	97	63	29	83	38	114	69	24	100	66	21	97	52	7
41	7	94	60	26	113	79	45	22	109	75	19	95	50	5	81	36	112	67	33	109	64
87	53	19	106	72	38	4	91	57	23	121	76	31	107	62	17	93	48	3	79	34	121

5/H		2/L				10753/				6/H		1/L				13441/					
1	120	107	94	81	46	66	75	40	27	14	1	110	87	64	41	18	116	93	48	69	24
26	13	11	119	106	93	80	45	65	74	39	36	13	111	99	54	75	30	7	105	82	59
73	38	25	12	10	118	105	92	79	55	64	49	70	25	2	100	88	65	42	19	117	94
54	63	72	37	24	22	9	117	104	91	78	106	83	60	37	14	112	89	55	76	31	8
90	88	53	62	71	36	23	21	8	116	103	20	118	95	50	71	26	3	101	78	66	43
115	102	89	87	52	61	70	35	33	20	7	77	32	9	107	84	61	38	15	113	90	45
19	6	114	101	99	86	51	60	69	34	32	79	56	44	21	119	96	51	72	27	4	102
44	31	18	5	113	100	98	85	50	59	68	114	91	46	67	33	10	108	85	62	39	16
58	67	43	30	17	4	112	110	97	84	49	28	5	103	80	57	34	22	120	97	52	73
83	48	57	77	42	29	16	3	111	109	96	63	40	17	115	92	47	68	23	11	109	86
108	95	82	47	56	76	41	28	15	2	121	98	53	74	29	6	104	81	58	35	12	121

	7/H	1/L	16129/	8/H	1/L	18817/
1	99 65 31 118	84 72 16 103	47 35	1 88 43 119	52 29 105 60	15 91 68
69	13 100 55 43	9 96 62 28	115 81	58 13 89 77	10 86 41 117	50 27 103
93	59 25 112 78	77 21 108 52	40 6	115 48 25 101	56 22 98 75	8 84 39
18	105 49 37 3	90 56 33 120	86 74	73 6 82 37	113 46 23 110	65 20 96
64	30 117 83 71	15 102 46 34	11 98	108 63 18 94	71 4 80 35	111 55 32
110	54 42 8 95	61 27 114 80	68 12	44 120 53 30	106 61 16 92	69 2 78
24	111 88 76 20	107 51 39 5	92 58	90 67 11 87	42 118 51 28	104 59 14
48	36 2 89 66	32 119 85 73	17 104	26 102 57 12	99 76 9 85	40 116 49
116	82 70 14 101	45 44 10 97	63 29	83 38 114 47	24 100 66 21	97 74 7
41	7 94 60 26	113 79 67 22	109 53	19 95 72 5	81 36 112 45	33 109 64
87	75 19 106 50	38 4 91 57	23 121	54 31 107 62	17 93 70 3	79 34 121
	9/H	2/L	21505/	10/H	1/L	24193/
1	120 107 94 70	79 66 42 51	27 14	1 110 76 64	52 18 116 93	81 36 24
26	13 11 119 106	93 69 78 65	41 50	47 13 111 99	87 42 30 7	105 71 59
40	49 25 12 10	118 105 92 68	88 64	82 37 25 2	100 77 65 53	19 117 94
87	63 39 48 24	22 9 117 104	91 67	106 72 60 48	14 112 89 88	43 31 8
90	77 86 62 38	47 23 21 8	116 103	20 118 95 83	38 26 3 101	67 66 54
115	102 89 76 85	61 37 46 33	20 7	44 32 9 107	73 61 49 15	113 90 78
19	6 114 101 99	75 84 60 36	45 32	68 56 55 21	119 96 84 39	27 4 102
55	31 18 5 113	100 98 74 83	59 35	114 91 79 34	33 10 108 74	62 50 16
58	34 54 30 17	4 112 110 97	73 82	28 5 103 69	57 45 22 120	97 85 40
72	81 57 44 53	29 16 3 111	109 96	63 51 17 115	92 80 35 23	11 109 75
108	95 71 80 56	43 52 28 15	2 121	98 86 41 29	6 104 70 58	46 12 121
	11/H	1/L	26881/	12/H	1/L	29569/
1	99 65 31 118	73 39 16 103	80 46	1 77 54 119	85 29 105 60	15 91 35
36	13 100 88 54	9 96 62 28	115 70	58 13 89 44	10 75 52 117	83 27 103
93	59 25 112 67	44 21 108 85	51 6	115 81 25 101	56 22 98 42	8 73 50
18	105 82 48 3	90 56 33 120	75 41	40 6 71 48	113 79 23 110	65 20 96
64	30 117 72 38	15 102 79 45	11 98	108 63 18 94	38 4 69 46	111 88 32
110	87 53 8 95	61 27 114 69	35 12	55 120 86 30	106 61 16 92	36 2 67
24	111 77 43 20	107 84 50 5	92 58	90 34 11 76	53 118 84 28	104 59 14
81	47 2 89 66	32 119 74 40	17 104	26 102 57 12	99 43 9 74	51 116 82
116	71 37 14 101	78 55 10 97	63 29	72 49 114 80	24 100 66 21	97 41 7
52	7 94 60 26	113 68 34 22	109 86	19 95 39 5	70 47 112 78	33 109 64
76	42 19 106 83	49 4 91 57	23 121	87 31 107 62	17 93 37 3	68 45 121
	13/H	2/L	32257/	14/H	1/L	34945/
1	120 107 94 70	35 66 86 51	27 14	1 110 76 64	52 18 116 93	37 80 24
26	13 11 119 106	93 69 34 65	85 50	47 13 111 99	43 86 30 7	105 71 59
84	49 25 12 10	118 105 92 68	44 64	38 81 25 2	100 77 65 53	19 117 94
43	63 83 48 24	22 9 117 104	91 67	106 72 60 48	14 112 89 44	87 31 8
90	77 42 62 82	47 23 21 8	116 103	20 118 95 39	82 26 3 101	67 66 54
115	102 89 76 41	61 81 46 33	20 7	88 32 9 107	73 61 49 15	113 90 34
19	6 114 101 99	75 40 60 80	45 32	68 56 55 21	119 96 40 83	27 4 102
55	31 18 5 113	100 98 74 39	59 79	114 91 35 78	33 10 108 74	62 50 16
58	78 54 30 17	4 112 110 97	73 38	28 5 103 69	57 45 22 120	97 41 84
72	37 57 88 53	29 16 3 111	109 96	63 51 17 115	92 36 79 23	11 109 75
108	95 71 36 56	87 52 28 15	2 121	98 42 85 29	6 104 70 58	46 12 121
	15/H	1/L	37633/	16/H	1/L	40321/
1	99 65 31 118	73 83 16 103	36 46	1 77 54 119	41 29 105 60	15 91 79
80	13 100 44 54	9 96 62 28	115 70	58 13 89 88	10 75 52 117	39 27 103
93	59 25 112 67	88 21 108 41	51 6	115 37 25 101	56 22 98 86	8 73 50
18	105 38 48 3	90 56 33 120	75 85	84 6 71 48	113 35 23 110	65 20 96
64	30 117 72 82	15 102 35 45	11 98	108 63 18 94	82 4 69 46	111 44 32
110	43 53 8 95	61 27 114 69	79 12	55 120 42 30	106 61 16 92	80 2 67
24	111 77 87 20	107 40 50 5	92 58	90 78 11 76	53 118 40 28	104 59 14
37	47 2 89 66	32 119 74 84	17 104	26 102 57 12	99 87 9 74	51 116 38
116	71 81 14 101	34 55 10 97	63 29	72 49 114 36	24 100 66 21	97 85 7
52	7 94 60 26	113 68 78 22	109 42	19 95 83 5	70 47 112 34	33 109 64
76	86 19 106 39	49 4 91 57	23 121	43 31 107 62	17 93 81 3	68 45 121
	17/H	2/L	43009/	18/H	1/L	45697/
1	120 107 94 48	79 66 42 73	27 14	1 110 54 64	74 18 116 93	81 36 24
26	13 11 119 106	93 47 78 65	41 72	69 13 111 99	87 42 30 7	105 49 59

55	32	20	118	84	61	38	4	102	90	67	77	87	31	118	18	61	104	4	91	35	45
112	78	66	43	9	107	95	72	49	26	14	112	12	66	109	9	96	40	50	71	81	25
37	3	101	89	77	54	31	19	117	83	60	103	3	90	34	55	76	86	30	117	17	60
94	71	48	25	13	111	88	65	42	8	106	39	49	70	80	24	111	22	65	108	8	95
30	18	116	82	59	36	2	100	99	76	53	85	29	116	16	59	102	2	89	44	54	75
87	64	41	7	105	93	70	47	24	12	121	21	64	107	7	94	38	48	69	79	23	121

	900/H					1/L					2416513/					1000/H					1/L					2685313/				
1	44	32	75	63	51	94	82	114	14	101	1	110	21	119	52	29	39	60	81	91	68									
25	68	56	55	98	86	118	18	105	5	37	58	79	89	77	10	108	19	117	50	27	37									
60	48	91	79	111	22	109	9	41	29	72	115	48	25	35	56	88	98	75	8	106	17									
95	83	115	15	102	2	34	33	76	64	52	73	6	104	15	113	46	23	44	65	86	96									
119	19	106	6	38	26	69	57	45	99	87	42	63	84	94	71	4	102	13	111	55	32									
110	10	42	30	73	61	49	92	80	112	12	22	120	53	30	40	61	82	92	69	2	100									
35	23	77	65	53	96	84	116	16	103	3	90	67	11	109	20	118	51	28	38	59	80									
70	58	46	89	88	120	20	107	7	39	27	26	36	57	78	99	76	9	107	18	116	49									
50	93	81	113	13	100	11	43	31	74	62	105	16	114	47	24	34	66	87	97	74	7									
85	117	17	104	4	36	24	67	66	54	97	85	95	72	5	103	14	112	45	33	43	64									
21	108	8	40	28	71	59	47	90	78	121	54	31	41	62	83	93	70	3	101	12	121									

	1100/H					1/L					2954113/					1200/H					1/L					3222913/				
1	55	109	42	85	18	72	115	92	58	24	1	55	21	31	96	106	72	115	37	58	79									
36	79	12	77	120	97	63	29	6	49	103	25	90	100	77	120	42	63	84	6	49	15									
71	114	91	57	23	11	54	108	41	84	17	71	114	36	57	78	11	54	20	30	95	105									
62	28	5	48	102	35	78	22	76	119	96	62	83	5	48	14	24	89	110	76	119	41									
53	107	40	83	16	70	113	90	56	33	10	53	19	29	94	104	70	113	35	56	88	10									
88	21	75	118	95	61	27	4	47	101	34	99	109	75	118	40	61	82	4	47	13	23									
112	89	66	32	9	52	106	39	82	15	69	112	34	66	87	9	52	18	28	93	103	69									
26	3	46	100	44	87	20	74	117	94	60	81	3	46	12	33	98	108	74	117	39	60									
105	38	81	14	68	111	99	65	31	8	51	17	27	92	102	68	111	44	65	86	8	51									
19	73	116	93	59	25	2	45	110	43	86	107	73	116	38	59	80	2	45	22	32	97									
98	64	30	7	50	104	37	80	13	67	121	43	64	85	7	50	16	26	91	101	67	121									

	1300/H					1/L					3491713/					1400/H					1/L					3760513/				
1	77	109	31	96	18	50	115	81	58	35	1	77	32	20	107	95	50	115	37	58	79									
25	90	12	55	120	86	63	40	6	71	103	14	101	89	55	120	42	63	84	6	71	26									
49	114	80	57	34	11	76	108	30	95	17	49	114	36	57	78	11	76	31	19	106	94									
62	39	5	70	102	24	89	22	54	119	85	62	83	5	70	25	13	100	99	54	119	41									
75	107	29	94	16	48	113	79	56	44	10	75	30	18	105	93	48	113	35	56	88	10									
99	21	53	118	84	61	38	4	69	101	23	110	98	53	118	40	61	82	4	69	24	12									
112	78	66	43	9	74	106	28	93	15	47	112	34	66	87	9	74	29	17	104	92	47									
37	3	68	100	33	98	20	52	117	83	60	81	3	68	23	22	109	97	52	117	39	60									
105	27	92	14	46	111	88	65	42	8	73	28	16	103	91	46	111	44	65	86	8	73									
19	51	116	82	59	36	2	67	110	32	97	96	51	116	38	59	80	2	67	33	21	108									
87	64	41	7	72	104	26	91	13	45	121	43	64	85	7	72	27	15	102	90	45	121									

	1500/H					1/L					4029313/					1536/H					1/L					4126081/				
1	99	76	20	107	51	28	115	81	58	35	1	88	54	20	107	73	39	115	92	58	24									
14	101	45	33	120	86	63	40	6	93	70	14	101	67	44	120	97	63	29	6	82	48									
27	114	80	57	34	11	98	75	19	106	50	38	114	91	57	23	11	87	53	19	106	72									
62	39	5	92	69	13	100	55	32	119	85	62	28	5	81	47	13	100	77	43	119	96									
97	74	18	105	49	26	113	79	56	44	10	86	52	18	105	71	37	113	90	56	33	10									
110	54	31	118	84	61	38	4	91	68	12	110	76	42	118	95	61	27	4	80	46	12									
112	78	66	43	9	96	73	17	104	48	25	112	89	66	32	9	85	51	17	104	70	36									
37	3	90	67	22	109	53	30	117	83	60	26	3	79	45	22	109	75	41	117	94	60									
72	16	103	47	24	111	88	65	42	8	95	50	16	103	69	35	111	99	65	31	8	84									
52	29	116	82	59	36	2	89	77	21	108	74	40	116	93	59	25	2	78	55	21	108									
87	64	41	7	94	71	15	102	46	23	121	98	64	30	7	83	49	15	102	68	34	121									

[解の総数(n1=1の場合/全部) = 4128768/103219200] OK!
 (撰田寛二謹製 on March 31, 2010)

8. 標準解の総数が、n1=1の場合だけでも、実際に数え切れたことが嬉しい。
 $1536 \times 3072 \times (7/8) = 4128768$ という関係になっている。8分の7という割合は、ラテン
 方陣2面の組み合わせの相性から決まる、いわば「正答率」である。全標準解の総数は、
 ${}_5P_5 \times 2^5 \times 8 = 30720$ から $30720 \times 30720 \times (1/8) \times (7/8) = 103219200$ と計算した。

それにしても多い総数である。連立型対称汎魔方陣の場合、五次が 16 個、七次が 3456 個だったのに、十一次では何と 1 億個を超える。「完全オイラー型」だということに。

「ノン・オイラー型」も含めた場合には、どれだけ超多数個になるか想像も付かない。

実際の計数作業では結構苦労を重ねたが、結局ラテン方阵の構造解析が決め手となった。それによって「変換法」を採り入れることができたことが、成功の主たる理由である。

また面倒な細かい作業を、コンピューターにやらせる戦術も功を奏した。メタ言語を利用して、プログラムそのものを書かせてみたのである。未だ単調な繰り返し作業を代行させるだけの技術だが、そのおかげで仕事の精度が上がった。眼の酷使も何とか避けられた。

「メタ言語」と言っても、特別なものを使ったわけではない。同じ「標準 C」で、そういう「関数」を自分で定義しただけである。そして、printf 文でソースコードを出力させた。

十次以上の「超高次」方阵の構成には、そのくらいのテクニックが必須だ。さもないと、作業の過剰さ・煩雑さに悩み辟易して、最後には校正作業で疲労困憊してしまう。

若い研究者諸君も、面倒がらずに何でも工夫して試みてほしい。特に抽象度を上げた代数的記述にぜひ馴染んでほしい。百超個のデータやプロセスをたった 1 つの式や関数で取り仕切るのは、何とも気持ちが良いものだ。その醍醐味をどうか早く味わって、自分の得意技にしてほしい。老婆心ながら、そうお勧めしたい。

(執筆・計数・作表: 撰田 寛二(Kanji Setsuda); 2010年4月6日; MacOSX & Xcode 3)

E-Mail Address: <jag12001@nifty.com>

【付記】

十一次の後は十三次と、誰もが期待すると思う。

私自身もそう期待したが、これが何とも至難の業(わざ)だった。何せ『新オイラー法』が使えない。十三進法を使って「ラテン方阵」を構成しようにも、169 個の数要素の並べ方が大変で、時間ばかり食う。最初の 1 個が中々出て来ない。無理に 1 個を出しても、次の解が幾ら待っても出て来ない。結局諦めざるを得なかった。

残る手だては『桂馬跳び法』だ。候補を手作りしながらトライ&エラー、チェックしながらやるしかない。そこで、とりあえず 8 個の「ラテン方阵」を手作りし、8 個の「変換法」を定義した。それによって十一次の場合と同じ要領で目的方阵を作ることにした。

* 『完全オイラー型』対称汎十三方阵の構成: 「試作品」20個のリスト: 撰田寛二謹製 *

1/H	2/L	1 =RowS C1mS\PD1S/PD2S																			
OCBA987654321	02468AC13579B	1	159	148	137	126	115	104	80	69	58	47	36	25	1	1105	1105\1105/1105				
210CBA9876543	C13579B02468A	39	15	4	162	151	140	129	105	94	83	72	61	50	1	1105	1105\1105/1105				
43210CBA98765	B02468AC13579	64	40	29	18	7	165	154	143	119	108	97	86	75	1	1105	1105\1105/1105				
6543210CBA987	AC13579B02468	89	78	54	43	32	21	10	168	144	133	122	111	100	1	1105	1105\1105/1105				
876543210CBA9	9B02468AC1357	114	103	79	68	57	46	35	24	13	158	147	136	125	1	1105	1105\1105/1105				
A9876543210CB	8AC13579B0246	139	128	117	93	82	71	60	49	38	14	3	161	150	1	1105	1105\1105/1105				
CBA9876543210	79B02468AC135	164	153	142	118	107	96	85	74	63	52	28	17	6	1	1105	1105\1105/1105				
10CBA98765432	68AC13579B024	20	9	167	156	132	121	110	99	88	77	53	42	31	1	1105	1105\1105/1105				
3210CBA987654	579B02468AC13	45	34	23	12	157	146	135	124	113	102	91	67	56	1	1105	1105\1105/1105				
543210CBA9876	468AC13579B02	70	59	48	37	26	2	160	149	138	127	116	92	81	1	1105	1105\1105/1105				
76543210CBA98	3579B02468AC1	95	84	73	62	51	27	16	5	163	152	141	130	106	1	1105	1105\1105/1105				
9876543210CBA	2468AC13579B0	120	109	98	87	76	65	41	30	19	8	166	155	131	1	1105	1105\1105/1105				
BA9876543210C	13579B02468AC	145	134	123	112	101	90	66	55	44	33	22	11	169	1	1105	1105\1105/1105				
1/H	3/L	2 =RowS C1mS\PD1S/PD2S																			
OCBA987654321	0951A62B73C84	1	166	149	132	128	111	94	90	73	56	52	35	18	1	1105	1105\1105/1105				
210CBA9876543	51A62B73C8409	32	15	11	163	146	142	125	108	104	87	70	53	49	1	1105	1105\1105/1105				
43210CBA98765	A62B73C840951	63	46	29	25	8	160	156	139	122	105	101	84	67	1	1105	1105\1105/1105				
6543210CBA987	2B73C840951A6	81	77	60	43	39	22	5	157	153	136	119	115	98	1	1105	1105\1105/1105				
876543210CBA9	73C840951A62B	112	95	91	74	57	40	36	19	2	167	150	133	129	1	1105	1105\1105/1105				
A9876543210CB	C840951A62B73	143	126	109	92	88	71	54	50	33	16	12	164	147	1	1105	1105\1105/1105				
CBA9876543210	40951A62B73C8	161	144	140	123	106	102	85	68	64	47	30	26	9	1	1105	1105\1105/1105				
10CBA98765432	951A62B73C840	23	6	158	154	137	120	116	99	82	78	61	44	27	1	1105	1105\1105/1105				
3210CBA987654	1A62B73C84095	41	37	20	3	168	151	134	130	113	96	79	75	58	1	1105	1105\1105/1105				
543210CBA9876	62B73C840951A	72	55	51	34	17	13	165	148	131	127	110	93	89	1	1105	1105\1105/1105				
76543210CBA98	B73C840951A62	103	86	69	65	48	31	14	10	162	145	141	124	107	1	1105	1105\1105/1105				
9876543210CBA	3C840951A62B7	121	117	100	83	66	62	45	28	24	7	159	155	138	1	1105	1105\1105/1105				
BA9876543210C	840951A62B73C	152	135	118	114	97	80	76	59	42	38	21	4	169	1	1105	1105\1105/1105				

1 159 149 137 125 115 104 80 69 57 48 36 25	1 166 148 132 128 111 94 90 74 56 52 34 19
39 15 4 161 152 140 129 105 94 84 72 60 50	31 15 11 163 146 142 126 108 104 86 71 53 49
64 40 29 19 7 164 154 143 119 108 96 87 75	63 46 29 25 9 160 156 138 123 105 101 83 67
89 78 54 43 31 22 10 168 144 133 123 111 99	81 77 61 43 39 21 6 157 153 135 119 115 98
114 103 79 68 58 46 34 24 13 158 147 135 126	113 95 91 73 58 40 36 18 2 167 150 133 129
138 128 117 93 82 70 61 49 38 14 3 162 150	143 125 110 92 88 70 54 50 33 16 12 165 147
165 153 142 118 107 97 85 73 63 52 28 17 5	162 144 140 122 106 102 85 68 64 48 30 26 8
20 8 167 156 132 121 109 100 88 77 53 42 32	23 5 158 154 137 120 116 100 82 78 60 45 27
44 35 23 12 157 146 136 124 112 102 91 67 56	41 37 20 3 168 152 134 130 112 97 79 75 57
71 59 47 37 26 2 160 148 139 127 116 92 81	72 55 51 35 17 13 164 149 131 127 109 93 89
95 83 74 62 51 27 16 6 163 151 141 130 106	103 87 69 65 47 32 14 10 161 145 141 124 107
120 110 98 86 76 65 41 30 18 9 166 155 131	121 117 99 84 66 62 44 28 24 7 159 155 139
145 134 122 113 101 90 66 55 45 33 21 11 169	151 136 118 114 96 80 76 59 42 38 22 4 169
1 161 154 133 126 117 97 88 67 59 51 30 21	1 162 151 143 121 113 103 81 72 63 41 31 23
36 15 7 168 147 138 118 109 102 81 74 65 45	37 15 5 166 144 136 125 117 95 87 77 55 46
57 50 29 22 13 162 153 132 124 116 95 86 66	61 51 29 20 11 158 148 140 118 110 99 91 69
80 72 64 43 34 14 5 167 146 139 130 110 101	84 73 65 43 35 25 3 163 154 132 122 114 92
115 94 87 78 58 49 28 20 12 160 151 131 122	106 96 88 66 58 47 39 17 9 168 146 137 128
137 129 108 99 79 70 63 42 35 26 6 166 145	142 120 111 102 80 70 62 40 32 21 13 160 152
159 152 143 123 114 93 85 77 56 47 27 18 11	164 156 134 126 116 94 85 76 54 44 36 14 6
25 4 164 144 135 128 107 100 91 71 62 41 33	18 10 157 149 138 130 108 100 90 68 59 50 28
48 39 19 10 158 150 142 121 112 92 83 76 55	42 33 24 2 161 153 131 123 112 104 82 74 64
69 60 40 31 24 3 165 156 136 127 106 98 90	78 56 48 38 16 7 167 145 135 127 105 97 86
104 84 75 54 46 38 17 8 157 148 141 120 113	101 79 71 60 52 30 22 12 159 150 141 119 109
125 105 96 89 68 61 52 32 23 2 163 155 134	124 115 93 83 75 53 45 34 26 4 165 155 133
149 140 119 111 103 82 73 53 44 37 16 9 169	147 139 129 107 98 89 67 57 49 27 19 8 169
1 164 147 142 124 106 101 84 78 61 42 37 18	1 163 156 135 129 110 102 82 75 55 47 28 22
33 15 10 162 156 139 120 115 96 79 73 56 51	34 15 9 157 150 143 122 116 97 89 69 62 42
65 48 29 24 5 157 151 134 129 111 93 88 71	56 49 29 21 2 165 144 137 130 109 103 84 76
83 66 60 43 38 20 2 166 149 143 126 107 102	90 71 63 43 36 16 8 158 152 131 124 117 96
116 98 80 75 58 52 35 16 11 161 144 138 121	111 104 83 77 58 50 30 23 3 164 145 139 118
136 130 113 94 89 70 53 47 30 25 7 158 153	132 126 105 98 91 70 64 45 37 17 10 159 151
167 148 131 125 108 103 85 67 62 45 39 22 3	166 146 138 119 113 92 85 78 57 51 32 24 4
17 12 163 145 140 123 117 100 81 76 57 40 34	19 11 160 153 133 125 106 100 79 72 65 44 38
49 32 26 9 159 154 135 118 112 95 90 72 54	52 31 25 6 167 147 140 120 112 93 87 66 59
68 63 44 27 21 4 168 150 132 127 110 104 87	74 53 46 39 18 12 162 154 134 127 107 99 80
99 82 77 59 41 36 19 13 165 146 141 122 105	94 86 67 61 40 33 26 5 168 149 141 121 114
119 114 97 91 74 55 50 31 14 8 160 155 137	128 108 101 81 73 54 48 27 20 13 161 155 136
152 133 128 109 92 86 69 64 46 28 23 6 169	148 142 123 115 95 88 68 60 41 35 14 7 169

(Calculated and Listed by Kanji Setsuda on April 19, 2010)

上のリストが「試作品」20個の例解である。

私の旧式マシンでは全数はとても作れないので、ダウンサイジングを種々試みた。せいぜい七百万個の解を作ることしかできなかったが、標準解は一体幾つあるのだろうか。

ラテン方陣の主対角線は、 $n1=0$ の場合でも、3840本出来る(= $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2^5$)。

同じ主対角線に対応するラテン方陣の異形は、どうやら10個あるようだ。ゆえに、変換法も10通り存在する。ゆえに、 $3840 \times 10 = 38400$ のラテン方陣が出来るわけだ。そして、任意の2面を取り出して組み合わせる仕方が、少なくとも $19200 \times 38400 = 737280000$ 通り。このうちの10分の9が正解として、6億6千万超個の標準解が合成できるはずだ。

これは、目的方陣を古典的表記で作った $n1=1$ の場合だ。全体では、 $6P_6 \times 2^6 \times 10 = 460800$ から $460800 \times 460800 \times (9/10) \times (1/8) \approx$ 約239億個という計算になると思う。

これが「超高次方陣」の「超高次」たる所以である。「解の総数のインフレーション」がまさに起きている。

実際例に接してただ立ちすくむ自分を、あらためて発見せざるを得ない。

.....

なお九進法による『完全オイラー型』の対称汎九方陣は、構成が不可能である。それについては、[この節を参照してほしい](#)。他のタイプの九方陣は、[こちらで論じている](#)。