

第3部：『魔方陣の新研究』 撰田 寛二  
 第2章：四角陣の代数的研究（新）  
 第1節：対称四角陣の代数的研究（新）

0. 「対称方陣」とは、方陣の幾何学的な中心を中心点として対称の位置にある全ての2数の和がいつも同じ値を取るタイプを言う。特に断らなければ、いわゆる「点対称型」をさす。対称四角陣の基本条件を下図と連立方程式群によって定義する。1～16の自然数を全個重複なく欠落なく用いて方陣を構成する。

1. 基本ポジション（変数名）と連立方程式群：

n1	n2	n3	n4
n5	n6	n7	n8
n9	n10	n11	n12
n13	n14	n15	n16

$n1 + n2 + n3 + n4 = K$	..... (1)
$n5 + n6 + n7 + n8 = K$	..... (2)
$n9 + n10 + n11 + n12 = K$	..... (3)
$n13 + n14 + n15 + n16 = K$	..... (4)
$n1 + n5 + n9 + n13 = K$	..... (5)
$n2 + n6 + n10 + n14 = K$	..... (6)
$n3 + n7 + n11 + n15 = K$	..... (7)
$n4 + n8 + n12 + n16 = K$	..... (8)
$n1 + n6 + n11 + n16 = K$	..... (9)
$n4 + n7 + n10 + n13 = K$	..... (10)

(9), (10)式は、主対角線4数の定和を示している。ここまでは、普通の四角陣と全く同じだ。

(1)～(4)の辺々を加えると、

$$n1 + n2 + n3 + \dots + n15 + n16 = 4 * K$$

左辺には 1～16 の自然数が全個重複なく欠落なく入る。その総和は、

$$16 * (16 + 1) \div 2 = 4 * K$$

$$\therefore K = 34 \quad \dots (11)$$

さらに対称四角陣では、次の各式もまた同時に成り立たなければならない。

$$\begin{aligned} n1 + n16 = n2 + n15 = n3 + n14 = n4 + n13 = \\ n5 + n12 = n6 + n11 = n7 + n10 = n8 + n9 = C \quad \dots (12) \end{aligned}$$

(9), (12)から、 $(n1 + n16) + (n6 + n11) = K$

$$\begin{aligned} C + C = K = 34 \\ \therefore C = 17 \quad \dots (13) \end{aligned}$$

(12)式に含まれる8組のペアは、全て和が 17 になる。こうした組合わせの2数を“17の補数”と言う。配置を下図で確かめておこう。特に右図が便利だ。

n16 には、n1 の補数(足して17になる数)が入るが、そのことを n1 と表した図だ。n15 には、n2 の補数が入る。n14 には、n3 の補数が入る。……

n10 には n7 の補数が入る。n9 には n8 の補数が入る。

17の補数ペアがかくのごとく点対称に配置されるタイプの方陣のことを「補数対称型」と我々は呼ぶ。補数定和と対称配置が、このタイプの一番の特徴だから。

[基本図]

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

[補数表現]

1	2	3	4
5	6	7	8
<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>
<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>

$$\begin{aligned} n1 + n\underline{1} &= 17 \\ n2 + n\underline{2} &= 17 \\ n3 + n\underline{3} &= 17 \\ n4 + n\underline{4} &= 17 \\ n5 + n\underline{5} &= 17 \\ n6 + n\underline{6} &= 17 \\ n7 + n\underline{7} &= 17 \\ n8 + n\underline{8} &= 17 \end{aligned}$$

この表を使うと、例えば、対角線4数の和は、

$$\begin{aligned} n1 + n6 + n11 + n16 &= n1 + n6 + n\underline{6} + n\underline{1} \\ &= (n1 + n\underline{1}) + (n6 + n\underline{6}) = 17 + 17 = 34 = K \\ n4 + n7 + n10 + n13 &= n4 + n7 + n\underline{7} + n\underline{4} \end{aligned}$$

$= (n_4 + n_4) + (n_7 + n_7) = 17 + 17 = 34 = K$   
 と表される。定和の条件を満たしていることが一目瞭然である。

2. 連立方程式を幾つか関わらせて、重要な関係式を求めよう。

(1) + (2) + (5) + (6)

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 &= 34 \quad \dots\dots\dots (1) \\ n_5 + n_6 + n_7 + n_8 &= 34 \quad \dots\dots\dots (2) \\ n_1 + n_5 + n_9 + n_{13} &= 34 \quad \dots\dots\dots (5) \\ +) n_2 + n_6 + n_{10} + n_{14} &= 34 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 * \{n_1 + n_2 + n_5 + n_6\} + \{n_3 + n_{14}\} + \{n_4 + n_{13}\} + \{n_7 + n_{10}\} + \{n_8 + n_9\} &= 136 \\ 2 * \{n_1 + n_2 + n_5 + n_6\} + 17 + 17 + 17 + 17 &= 136 \end{aligned}$$

ゆえに  $n_1 + n_2 + n_5 + n_6 = 34 \quad \dots\dots\dots (14)$

同様に (1) + (2) + (7) + (8)

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 &= 34 \quad \dots\dots\dots (1) \\ n_5 + n_6 + n_7 + n_8 &= 34 \quad \dots\dots\dots (2) \\ n_3 + n_7 + n_{11} + n_{15} &= 34 \quad \dots\dots\dots (7) \\ +) n_4 + n_8 + n_{12} + n_{16} &= 34 \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$2 * \{n_3 + n_4 + n_7 + n_8\} + \{n_1 + n_{16}\} + \{n_2 + n_{15}\} + \{n_5 + n_{12}\} + \{n_6 + n_{11}\} = 136$$

ゆえに  $n_3 + n_4 + n_7 + n_8 = 34 \quad \dots\dots\dots (15)$

同様に  $n_9 + n_{10} + n_{13} + n_{14} = 34 \quad \dots\dots\dots (16)$

$n_{11} + n_{12} + n_{15} + n_{16} = 34 \quad \dots\dots\dots (17)$

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(14)-(17)式の意味は、左図を見れば、一目瞭然である。  
 対称四方陣を4数ずつのブロックに分けた場合、どの  
 ブロックの総和も定和 34 に等しくなる。  
 代数計算によって、このような面白い性質が、次々と  
 解明される。しかも、これらはみな「内在的性質」なので、  
 対称四方陣そのものを変質させたりはしない。(14)-(17)式  
 を加えて方陣を構成しても、解の総数は変わらない。

3. ここで先ず対称四方陣の解の総数をコンピュータに数えさせておこう。プログラミングに慣れておくためと、何の研究がさらに必要なかを知るために。

最初から我がプログラムをお見せしよう。リスト出力用の不等式を一切加えていないので、計数結果はどうしても多くなる。結果のリストの方を一部割愛する。

```
/** Self-Complementary Magic Squares of Order 4 */
/** 'MS445C384.c' built by Kanji Setsuda */
/** on Dec.18, 2004; Jan.10, 2005; */
/** Worked on MacOSX and Xcode 1.5 */
/*
```

2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
6	7	8	5	6	7	8	5	6	7
10	11	12	9	10	11	12	9	10	11
14	15	16	13	14	15	16	13	14	15

```

[Basic Conditions]           [Self-Complementary Conditions]
n1+n2+n3+n4=C           ... rw1; | n1+n16=CC           ... Cmp1;
n5+n6+n7+n8=C           ... rw2; | n2+n15=CC           ... Cmp2;
n9+n10+n11+n12=C        ... rw3; | n3+n14=CC           ... Cmp3;
n13+n14+n15+n16=C       ... rw4; | n4+n13=CC           ... Cmp4;
n1+n5+n9+n13=C          ... cl1; | n5+n12=CC           ... Cmp5;
n2+n6+n10+n14=C         ... cl2; | n6+n11=CC           ... Cmp6;
n3+n7+n11+n15=C         ... cl3; | n7+n10=CC           ... Cmp7;
n4+n8+n12+n16=C         ... cl4; | n8+n9=CC            ... Cmp8;
*/
/**/
#include <stdio.h>
/**/
short cnt, cnt3;
short LSM, PSM;
short nm[17], uflg[17];
short anm[9][17];
/**/
void stp01(void), stp02(void), stp03(void), stp04(void);
void stp05(void), stp06(void), stp07(void), stp08(void);
void ansprint(void);
void printans(short x);
/**/
/* Main Program */
int main(){
  short n;
  printf("\n** Self-Complementary Magic Squares of Order 4 **\n");
  printf(" ** List of the 384 Primitive Solutions: **\n");
  for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0; uflg[n]=0;}
  LSM=34; PSM=17; cnt=0; cnt3=0;
  stp01(); /* Begin the Calculations */
  if(cnt3>0){printans(cnt3);}
  printf("\n [Count = %d] OK!\n",cnt);
  return 0;
}
/* Begin the Calculations */
/* Set n1 & n16=PSM-n1 */
void stp01(){
  short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[1]=a; nm[16]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp02();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n2 & n15=PSM-n2 */
void stp02(){
  short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[2]=a; nm[15]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp03();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
}

```

```

/* Set n4 & n13=PSM-n4 */
void stp03(){
  short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[4]=a; nm[13]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp04();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n3=LSM-n1-n2-n4 & n14=PSM-n3 */
void stp04(){
  short a,b;
  a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[4];
  if((0<a)&&(a<17)){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[3]=a; nm[14]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp05();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* Set n5 & n12=PSM-n5 */
void stp05(){
  short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[5]=a; nm[12]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp06();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n6 & n11=PSM-n6 */
void stp06(){
  short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[6]=a; nm[11]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp07();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n9=LSM-n1-n5-n13 & n8=LSM-n4-n12-n16 */
/* & Check n8+n9==PSM? */
void stp07(){
  short a,b;
  a=LSM-nm[1]-nm[5]-nm[13];
  b=LSM-nm[4]-nm[12]-nm[16];
  if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==PSM)){
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[9]=a; nm[8]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp08();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* Set n7=LSM-n5-n6-n8 & n10=LSM-n2-n6-n14 */
/* & Check n7+n10==PSM? */

```

```

void stp08(){
short a,b;
a=LSM-nm[5]-nm[6]-nm[8];
b=LSM-nm[2]-nm[6]-nm[14];
if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==PSM)){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[7]=a; nm[10]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
ansprint();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/**/
/* Print the Answers */
void ansprint(){
short n;
cnt++;
anm[cnt3][0]=cnt; anm[cnt3+1][0]=0;
for(n=1;n<17;n++){anm[cnt3][n]=nm[n]; anm[cnt3+1][n]=0;}
cnt3++;
if(cnt3==6){printans(cnt3); cnt3=0;}
}
/* Print 6 Answers */
void printans(short x){
short l,l4,m,n;
for(m=0;m<x;m++){printf("%12d/",anm[m][0]);}
printf("\n");
for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
for(m=0;m<x;m++){printf(" ");
for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",anm[m][l4+n]);}
}
printf("\n");
}
}
}
/**/

```

\* 補数対称型四方陣の原始解 384 個のリスト (部分) \*

1/		2/		3/		4/		5/		6/													
1	8	15	10	1	8	15	10	1	8	14	11	1	8	14	11	1	8	12	13	1	8	12	13
12	13	6	3	14	11	4	5	12	13	7	2	15	10	4	5	14	11	7	2	15	10	6	3
14	11	4	5	12	13	6	3	15	10	4	5	12	13	7	2	15	10	6	3	14	11	7	2
7	2	9	16	7	2	9	16	6	3	9	16	6	3	9	16	4	5	9	16	4	5	9	16
7/		8/		9/		10/		11/		12/													
1	12	15	6	1	12	15	6	1	12	14	7	1	12	14	7	1	12	8	13	1	12	8	13
8	13	10	3	14	7	4	9	8	13	11	2	15	6	4	9	14	7	11	2	15	6	10	3
14	7	4	9	8	13	10	3	15	6	4	9	8	13	11	2	15	6	10	3	14	7	11	2
11	2	5	16	11	2	5	16	10	3	5	16	10	3	5	16	4	9	5	16	4	9	5	16
13/		14/		15/		16/		17/		18/													
1	14	15	4	1	14	15	4	1	14	12	7	1	14	12	7	1	14	8	11	1	14	8	11
8	11	10	5	12	7	6	9	8	11	13	2	15	4	6	9	12	7	13	2	15	4	10	5
12	7	6	9	8	11	10	5	15	4	6	9	8	11	13	2	15	4	10	5	12	7	13	2
13	2	3	16	13	2	3	16	10	5	3	16	10	5	3	16	6	9	3	16	6	9	3	16
19/		20/		21/		22/		23/		24/													
1	15	14	4	1	15	14	4	1	15	12	6	1	15	12	6	1	15	8	10	1	15	8	10
8	10	11	5	12	6	7	9	8	10	13	3	14	4	7	9	12	6	13	3	14	4	11	5
12	6	7	9	8	10	11	5	14	4	7	9	8	10	13	3	14	4	11	5	12	6	13	3
13	3	2	16	13	3	2	16	11	5	2	16	11	5	2	16	7	9	2	16	7	9	2	16

25/ 2 7 16 9 11 14 5 4 13 12 3 6 8 1 10 15	26/ 2 7 16 9 13 12 3 6 11 14 5 4 8 1 10 15	27/ 2 7 13 12 11 14 8 1 16 9 3 6 5 4 10 15	28/ 2 7 13 12 16 9 3 6 11 14 8 1 5 4 10 15	29/ 2 7 11 14 13 12 8 1 16 9 5 4 3 6 10 15	30/ 2 7 11 14 16 9 5 4 13 12 8 1 3 6 10 15
31/ 2 11 16 5 7 14 9 4 13 8 3 10 12 1 6 15	32/ 2 11 16 5 13 8 3 10 7 14 9 4 12 1 6 15	33/ 2 11 13 8 7 14 12 1 16 5 3 10 9 4 6 15	34/ 2 11 13 8 16 5 3 10 7 14 12 1 9 4 6 15	35/ 2 11 7 14 13 8 12 1 16 5 9 4 3 10 6 15	36/ 2 11 7 14 16 5 9 4 13 8 12 1 3 10 6 15
37/ 2 13 16 3 7 12 9 6 11 8 5 10 14 1 4 15	38/ 2 13 16 3 11 8 5 10 7 12 9 6 14 1 4 15	39/ 2 13 11 8 7 12 14 1 16 3 5 10 9 6 4 15	40/ 2 13 11 8 16 3 5 10 7 12 14 1 9 6 4 15	41/ 2 13 7 12 11 8 14 1 16 3 9 6 5 10 4 15	42/ 2 13 7 12 16 3 9 6 11 8 14 1 5 10 4 15
43/ 2 16 13 3 7 9 12 6 11 5 8 10 14 4 1 15	44/ 2 16 13 3 11 5 8 10 7 9 12 6 14 4 1 15	45/ 2 16 11 5 7 9 14 4 13 3 8 10 12 6 1 15	46/ 2 16 11 5 13 3 8 10 7 9 14 4 12 6 1 15	47/ 2 16 7 9 11 5 14 4 13 3 12 6 8 10 1 15	48/ 2 16 7 9 13 3 12 6 11 5 14 4 8 10 1 15
49/ 3 6 16 9 10 15 5 4 13 12 2 7 8 1 11 14	50/ 3 6 16 9 13 12 2 7 10 15 5 4 8 1 11 14	51/ 3 6 13 12 10 15 8 1 16 9 2 7 5 4 11 14	52/ 3 6 13 12 16 9 2 7 10 15 8 1 5 4 11 14	53/ 3 6 10 15 13 12 8 1 16 9 5 4 2 7 11 14	54/ 3 6 10 15 16 9 5 4 13 12 8 1 2 7 11 14
187/ 8 13 11 2 1 12 14 7 10 3 5 16 15 6 4 9	188/ 8 13 11 2 10 3 5 16 1 12 14 7 15 6 4 9	189/ 8 13 10 3 1 12 15 6 11 2 5 16 14 7 4 9	190/ 8 13 10 3 11 2 5 16 1 12 15 6 14 7 4 9	191/ 8 13 1 12 10 3 15 6 11 2 14 7 5 16 4 9	192/ 8 13 1 12 11 2 14 7 10 3 15 6 5 16 4 9
193/ 9 4 16 5 6 15 3 10 7 14 2 11 12 1 13 8	194/ 9 4 16 5 7 14 2 11 6 15 3 10 12 1 13 8	195/ 9 4 7 14 6 15 12 1 16 5 2 11 3 10 13 8	196/ 9 4 7 14 16 5 2 11 6 15 12 1 3 10 13 8	197/ 9 4 6 15 7 14 12 1 16 5 3 10 2 11 13 8	198/ 9 4 6 15 16 5 3 10 7 14 12 1 2 11 13 8
199/ 9 6 16 3 4 15 5 10 7 12 2 13 14 1 11 8	200/ 9 6 16 3 7 12 2 13 4 15 5 10 14 1 11 8	201/ 9 6 7 12 4 15 14 1 16 3 2 13 5 10 11 8	202/ 9 6 7 12 16 3 2 13 4 15 14 1 5 10 11 8	203/ 9 6 4 15 7 12 14 1 16 3 5 10 2 13 11 8	204/ 9 6 4 15 16 3 5 10 7 12 14 1 2 13 11 8
. . . . .					
355/ 15 10 6 3 1 8 12 13 4 5 9 16 14 11 7 2	356/ 15 10 6 3 4 5 9 16 1 8 12 13 14 11 7 2	357/ 15 10 4 5 1 8 14 11 6 3 9 16 12 13 7 2	358/ 15 10 4 5 6 3 9 16 1 8 14 11 12 13 7 2	359/ 15 10 1 8 4 5 14 11 6 3 12 13 9 16 7 2	360/ 15 10 1 8 6 3 12 13 4 5 14 11 9 16 7 2
361/ 16 2 9 7 3 13 6 12 5 11 4 14 10 8 15 1	362/ 16 2 9 7 5 11 4 14 3 13 6 12 10 8 15 1	363/ 16 2 5 11 3 13 10 8 9 7 4 14 6 12 15 1	364/ 16 2 5 11 9 7 4 14 3 13 10 8 6 12 15 1	365/ 16 2 3 13 5 11 10 8 9 7 6 12 4 14 15 1	366/ 16 2 3 13 9 7 6 12 5 11 10 8 4 14 15 1

367/ 16 3 9 6 2 13 7 12 5 10 4 15 11 8 14 1	368/ 16 3 9 6 5 10 4 15 2 13 7 12 11 8 14 1	369/ 16 3 5 10 2 13 11 8 9 6 4 15 7 12 14 1	370/ 16 3 5 10 9 6 4 15 2 13 11 8 7 12 14 1	371/ 16 3 2 13 5 10 11 8 9 6 7 12 4 15 14 1	372/ 16 3 2 13 9 6 7 12 5 10 11 8 4 15 14 1
373/ 16 5 9 4 2 11 7 14 3 10 6 15 13 8 12 1	374/ 16 5 9 4 3 10 6 15 2 11 7 14 13 8 12 1	375/ 16 5 3 10 2 11 13 8 9 4 6 15 7 14 12 1	376/ 16 5 3 10 9 4 6 15 2 11 13 8 7 14 12 1	377/ 16 5 2 11 3 10 13 8 9 4 7 14 6 15 12 1	378/ 16 5 2 11 9 4 7 14 3 10 13 8 6 15 12 1
379/ 16 9 5 4 2 7 11 14 3 6 10 15 13 12 8 1	380/ 16 9 5 4 3 6 10 15 2 7 11 14 13 12 8 1	381/ 16 9 3 6 2 7 13 12 5 4 10 15 11 14 8 1	382/ 16 9 3 6 5 4 10 15 2 7 13 12 11 14 8 1	383/ 16 9 2 7 3 6 13 12 5 4 11 14 10 15 8 1	384/ 16 9 2 7 5 4 11 14 3 6 13 12 10 15 8 1

[Count = 384] OK!

先ずこの長大なリストの中から、同一解をさがしてみよう。一番わかりやすいのが、1番解と384番解だ。同様に {2/, 383/}, {3/, 382/}, {4/, 381/}, ... を比べてみよう。どれも、180度回転（あるいは点对称移動）しただけの同一解とわかるだろう。リストには、そのような同一解が {n/, (385-n)/} に並んでいる。

つまり、193番解以降は、不必要だということになる。

同様に90度回転させただけのもの、270度回転させただけのものをさがそう。これも同数ずつ見つかるから。これらを省くと、真に必要な解のリストは全体の4分の1ほどになるではないか。

いや、もう1つある。{1/, 9/}, {2/, 15/}, {3/, 7/}, {4/, 21/}, ... のような軸対称に反転させただけの同一解である。これも同数ずつ見つかるから、これらを省くと、真に必要な解のリストは全体の8分の1ほどになる。

鏡映反転と90度ずつの回転移動を組み合わせた同一解は、三方陣のときにも見つかったが、四方陣でも見つかる。五方陣でも、何方陣でも見つかる。何もしない原形まで含めると、全部で8通りの兄弟解があることが下図でわかる。

[基本変換：反転と回転]

0/ →	1/ →	2/ →	3/
1 2 3 4	13 9 5 1	16 15 14 13	4 8 12 16
5 6 7 8	14 10 6 2	12 11 10 9	3 7 11 15
9 10 11 12	15 11 7 3	8 7 6 5	2 6 10 14
13 14 15 16	16 12 8 4	4 3 2 1	1 5 9 13
↓			
4/ →	5/ →	6/ →	7/
1 5 9 13	4 3 2 1	16 12 8 4	13 14 15 16
2 6 10 14	8 7 6 5	15 11 7 3	9 10 11 12
3 7 11 15	12 11 10 9	14 10 6 2	5 6 7 8
4 8 12 16	16 15 14 13	13 9 5 1	1 2 3 4

では、かかる重複計数を省いて、 $384 \div 8 = 48$  個の代表解のみをリスト出力するには、どうしたらよいだろうか。上の8つのパターンで考えれば、

(1) 回転を封じるために  $n1 < n4$ ;  $n1 < n13$ ;  $n1 < n16$ ; という不等式群を用いる。そうすると、いつでも左上の  $n1$  に最小の数値が来る。

(2) 鏡映反転を封じるために、例えば  $n4 < n13$ ; を用いる ( $n2 < n5$ ; でも可)。

合わせて、 $n1 < n4 < n13$ ;  $n1 < n16$ ; とすればよい。

プログラムの次の2カ所を少し変えるだけで良い。

```

/**/
/* Set n1 & n16=PSM-n1 & n1<n16 */
void stp01(){
short a,b;
for(a=1;a<9;a++){b=PSM-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[1]=a; nm[16]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp02();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/**/
/* . . . . */
/**/
/* Set n4 & n13=PSM-n4 & n1<n4<n13 */
void stp03(){
short a,b;
for(a=nm[1]+1;a<9;a++){b=PSM-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[4]=a; nm[13]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp04();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/**/

```

このプログラムは、下のような解のリストを出力する。

\* 補数対称型四方陣の標準解 48 個のリスト (全) \*

1/		2/		3/		4/		5/		6/	
1 12 15 6	1 12 15 6	1 12 14 7	1 12 14 7	1 14 15 4	1 14 15 4	8 13 10 3	14 7 4 9	8 13 10 3	15 6 4 9	8 13 11 2	12 7 6 9
14 7 4 9	8 13 10 3	15 6 4 9	8 13 11 2	12 7 6 9	8 11 10 5	11 2 5 16	11 2 5 16	10 3 5 16	10 3 5 16	13 2 3 16	13 2 3 16
7/		8/		9/		10/		11/		12/	
1 14 12 7	1 14 12 7	1 15 14 4	1 15 14 4	1 15 12 6	1 15 12 6	8 11 13 2	15 4 6 9	8 10 11 5	12 6 7 9	8 10 13 3	14 4 7 9
15 4 6 9	8 11 13 2	12 6 7 9	8 10 11 5	14 4 7 9	8 10 13 3	10 5 3 16	10 5 3 16	13 3 2 16	13 3 2 16	11 5 2 16	11 5 2 16
13/		14/		15/		16/		17/		18/	
2 11 16 5	2 11 16 5	2 11 13 8	2 11 13 8	2 13 16 3	2 13 16 3	7 14 9 4	13 8 3 10	7 14 12 1	16 5 3 10	7 12 9 6	11 8 5 10
7 14 9 4	13 8 3 10	7 14 12 1	16 5 3 10	7 12 9 6	11 8 5 10	13 8 3 10	7 14 9 4	16 5 3 10	7 14 12 1	11 8 5 10	7 12 9 6
12 1 6 15	12 1 6 15	9 4 6 15	9 4 6 15	14 1 4 15	14 1 4 15	19/		20/		21/	
2 13 11 8	2 13 11 8	2 16 13 3	2 16 13 3	2 16 11 5	2 16 11 5	7 12 14 1	16 3 5 10	7 9 12 6	11 5 8 10	7 9 14 4	13 3 8 10
7 12 14 1	16 3 5 10	7 9 12 6	11 5 8 10	7 9 14 4	13 3 8 10	16 3 5 10	7 12 14 1	11 5 8 10	7 9 12 6	13 3 8 10	7 9 14 4
9 6 4 15	9 6 4 15	14 4 1 15	14 4 1 15	12 6 1 15	12 6 1 15	25/		26/		27/	
3 10 16 5	3 10 16 5	3 10 13 8	3 10 13 8	3 13 10 8	3 13 10 8	6 15 9 4	13 8 2 11	6 15 12 1	16 5 2 11	6 12 15 1	16 2 5 11
6 15 9 4	13 8 2 11	6 15 12 1	16 5 2 11	6 12 15 1	16 2 5 11	13 8 2 11	6 15 9 4	16 5 2 11	6 15 12 1	16 2 5 11	6 12 15 1
13 8 2 11	6 15 9 4	16 5 2 11	6 15 12 1	16 2 5 11	6 12 15 1	12 1 7 14	12 1 7 14	9 4 7 14	9 4 7 14	9 7 4 14	9 7 4 14
12 1 7 14	12 1 7 14	9 4 7 14	9 4 7 14	9 7 4 14	9 7 4 14						

31/				32/				33/				34/				35/				36/			
3	16	10	5	3	16	10	5	4	9	15	6	4	9	15	6	4	9	14	7	4	9	14	7
6	9	15	4	13	2	8	11	5	16	10	3	14	7	1	12	5	16	11	2	15	6	1	12
13	2	8	11	6	9	15	4	14	7	1	12	5	16	10	3	15	6	1	12	5	16	11	2
12	7	1	14	12	7	1	14	11	2	8	13	11	2	8	13	10	3	8	13	10	3	8	13
37/				38/				39/				40/				41/				42/			
4	14	9	7	4	14	9	7	4	15	9	6	4	15	9	6	5	10	11	8	5	10	11	8
5	11	16	2	15	1	6	12	5	10	16	3	14	1	7	12	4	15	14	1	16	3	2	13
15	1	6	12	5	11	16	2	14	1	7	12	5	10	16	3	16	3	2	13	4	15	14	1
10	8	3	13	10	8	3	13	11	8	2	13	11	8	2	13	9	6	7	12	9	6	7	12
43/				44/				45/				46/				47/				48/			
5	11	10	8	5	11	10	8	6	9	12	7	6	9	12	7	6	12	9	7	6	12	9	7
4	14	15	1	16	2	3	13	3	16	13	2	15	4	1	14	3	13	16	2	15	1	4	14
16	2	3	13	4	14	15	1	15	4	1	14	3	16	13	2	15	1	4	14	3	13	16	2
9	7	6	12	9	7	6	12	10	5	8	11	10	5	8	11	10	8	5	11	10	8	5	11

[Count = 48] OK!

必要な解のリストが1ページ・サイズで収まるのは、快いものだ。一般には、このタイプの代表解のリストが流布している。リスト出力用の不等式群を変えれば、中身が少しずつ変わってくるので、どんな風に整理されているかをいつも意識しておくことだ。

上の48解のリストをよく見ると、まだ良く似た「同一解に近い解」が見つかるではないか。 $\{1/, 2/, 11/, 12/\}$ ,  $\{3/, 4/, 7/, 8/\}$ ,  $\{5/, 6/, 9/, 10/\}$ , ... と分類・収集して見ると、どの4解も、場所が少しずつ違っているだけで、行列の内容は全く同じだ。特に  $\{1/, 12/\}$ ,  $\{2/, 11/\}$ , ... などは、主対角線の内容までもが同じになっている。

これは、どう考えたら良いのだろうか。なにか規則があるだろうか。そこで必要になるのが、変換法の研究である。

4. 対称四方陣の行列はどこが交換可能か。補数表現を用いた表で追跡してみよう。移動を繰り返しても各行列の和は損なわれずに保たれるから、対称性の保存と対角線4数の定和を入念にチェックしよう。

下の図は、(1) 内側の2行(あるいは2列)を交換する変換法, (2) 外側の2行(あるいは2列)を交換する変換法, そして(3) 内と外とを同時に交換する変換法を表す概念図だ。上下方向と左右方向の2種類ある。

<p>点対称四方陣</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3	2	1	<p>上下(2-3)交換</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	8	7	6	5	5	6	7	8	4	3	2	1	<p>上下(1-4)交換</p> <table border="1"> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	4	3	2	1	5	6	7	8	8	7	6	5	1	2	3	4
1	2	3	4																																															
5	6	7	8																																															
8	7	6	5																																															
4	3	2	1																																															
1	2	3	4																																															
8	7	6	5																																															
5	6	7	8																																															
4	3	2	1																																															
4	3	2	1																																															
5	6	7	8																																															
8	7	6	5																																															
1	2	3	4																																															
<p>基本形</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3	2	1	<p>左右(2-3)交換</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>7</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>6</td><td>7</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	1	3	2	4	5	7	6	8	8	6	7	5	4	2	3	1	<p>左右(1-4)交換</p> <table border="1"> <tr><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>6</td><td>7</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>7</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td></tr> </table>	4	2	3	1	8	6	7	5	5	7	6	8	1	3	2	4
1	2	3	4																																															
5	6	7	8																																															
8	7	6	5																																															
4	3	2	1																																															
1	3	2	4																																															
5	7	6	8																																															
8	6	7	5																																															
4	2	3	1																																															
4	2	3	1																																															
8	6	7	5																																															
5	7	6	8																																															
1	3	2	4																																															

OK!

OK!

基本形	(1-2)&(3-4)交換	(1-2)&(3-4)交換																																																	
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%; text-align: left;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4	3	2	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%; text-align: left;"> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td></tr> </table>	5	6	7	8	1	2	3	4	4	3	2	1	8	7	6	5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%; text-align: left;"> <tr><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	2	1	4	3	6	5	8	7	7	8	5	6	3	4	1	2	
1	2	3	4																																																
5	6	7	8																																																
8	7	6	5																																																
4	3	2	1																																																
5	6	7	8																																																
1	2	3	4																																																
4	3	2	1																																																
8	7	6	5																																																
2	1	4	3																																																
6	5	8	7																																																
7	8	5	6																																																
3	4	1	2																																																
[補数表現]	上下交換	左右交換	OK!																																																

いずれの場合でも、対称性が良く保存されている。1の対称の位置には、必ず1がある。2の対称の位置には、必ず2がある。3の対称の位置には、必ず3がある。.... 8の対称の位置には、必ず8がある。

それぞれの主対角線の中身を調べてみると、

$$1 + \underline{7} + \underline{7} + \underline{1} = (1 + \underline{1}) + (\underline{7} + \underline{7}) = 17 + 17 = 34$$

$$4 + \underline{6} + \underline{6} + \underline{4} = (4 + \underline{4}) + (\underline{6} + \underline{6}) = 17 + 17 = 34$$

$$2 + \underline{5} + \underline{5} + \underline{2} = (2 + \underline{2}) + (\underline{5} + \underline{5}) = 17 + 17 = 34$$

....  
 というふうになっていて、定和が成り立つことがわかる。

以上の基本変換を組み合わせて連続して動かしても、問題が無い。

いずれの場合でも、対称四方陣の条件を完全に満たしている。

交換によって形は変わるが、n1に注目すれば、縦横の4数 {n1, n2, n3, n4}, {n1, n5, n8 (n9), n4 (n13)} のメンバーは変わっていない。

良く似た「同一解に近い解」が多数見つかるのは、こうした変換が可能であるからこそ起こっていると考えられる。

では、その「良く似た、同一解に近い解」が一体幾つあるのだろうか。

これは、上の変換法をどう組み合わせたら幾つの兄弟解ができるだろうか、というのと同じ問いである。それを調べよう。ただし、既に検討した「反転形」や「回転形」はもう含まないものとする。

もう一度上の変換法概念図を良く見ると、内側の2行(あるいは2列)を交換した場合と外側の2行(あるいは2列)を交換した場合で、結果に差が無いことがわかる(単なる反転形や回転形は同一解と見なすことにしたので)。内か外か、どちらか一方しか使えないことになる。

その点、内外をそっくり交換する変換は、明らかに違った解を作る。そこで、2種類の変換を方向を考えて組み合わせ、下図のような4×4の変換法を考える。

3/は、1/と 2/の合成である。12/は 4/と 8/の合成である。

5/は、1/と 4/の合成である。10/は 2/と 8/の合成である。

....

\* 4×4変換法システムの概念図 \*

	0/	1/	2/	3/											
1	2	3	4	1	3	2	4	2	1	4	3	2	4	1	3
5	6	7	8	5	7	6	8	6	5	8	7	6	8	5	7
9	10	11	12	9	11	10	12	10	9	12	11	10	12	9	11
13	14	15	16	13	15	14	16	14	13	16	15	14	16	13	15
	4/	5/	6/	7/											
1	2	3	4	1	3	2	4	2	1	4	3	2	4	1	3
9	10	11	12	9	11	10	12	10	9	12	11	10	12	9	11
5	6	7	8	5	7	6	8	6	5	8	7	6	8	5	7
13	14	15	16	13	15	14	16	14	13	16	15	14	16	13	15

8/				9/				10/				11/			
5	6	7	8	5	7	6	8	6	5	8	7	6	8	5	7
1	2	3	4	1	3	2	4	2	1	4	3	2	4	1	3
13	14	15	16	13	15	14	16	14	13	16	15	14	16	13	15
9	10	11	12	9	11	10	12	10	9	12	11	10	12	9	11
12/				13/				14/				15/			
5	6	7	8	5	7	6	8	6	5	8	7	6	8	5	7
13	14	15	16	13	15	14	16	14	13	16	15	14	16	13	15
1	2	3	4	1	3	2	4	2	1	4	3	2	4	1	3
9	10	11	12	9	11	10	12	10	9	12	11	10	12	9	11

0/は、無変換のまま原形を出力している。  
 無変換の原形も含めて、全部で 16個の兄弟解が出来る。  
 実際に 48個のリストを分類すると、16個のグループが数個出来る。

5. では、お互いに内容の全然異なった解が何通りあるのでしょうか。

今までに考察した変換移動をいろいろ組み合わせると、n1 をどのポジションにも持って来ることができることがわかる。また数値1がどこにあっても、いつでもホームポジションのn1に戻ることができる。ということは、代表としてn1=1の場合だけを調べればよいということの意味する。n1=1の場合を調べれば、全てを調べたのと同じ結果を得る。

n1=1の標準形では、n16=17-n1=16である。補数の関係から当然そうなる。

そこで先ず{n1, n2, n3, n4}の候補を調べ、次に{n1, n5, n9, n13}の候補を調べる。その時n4<n13は当然として、新たにn4<n3, n5<n9とおく。内側の交換を禁じて同系列の解を重複して数えない工夫だ。不等式の大小関係は恣意的に決めて良いが、一度決めたら、途中で変えてはいけない。

補数の関係から、{n16, n15, n14, n13}, {n16, n12, n8, n4}は一義的に決まる。

n6は、n6=34-(n1+n2+n5)によって決めることができる。

あとは縦横の和やたくさんある補数の関係を用いて、ほとんど自動的に決まる。特に(12)~(16)式のような等式がたくさんあることは、解の数を劇的に減らす。

解の基本型と目されるものとして、次の3つが得られた。

**\* 対称四方陣の基本解3個のリスト (全) \***

1/				2/				3/			
1	14	15	4	1	12	15	6	1	12	14	7
8	11	10	5	8	13	10	3	8	13	11	2
12	7	6	9	14	7	4	9	15	6	4	9
13	2	3	16	11	2	5	16	10	3	5	16

[Count = 3]

6. 最後にとっておきのプログラムを示す。先ず対称四方陣の基本解3個を出力する。次にその3個から、変換法によって16×3=48個の代表解を作る。さらにその48個から、反転・回転によって各8個ずつ、全部で8×48=384個の原始解を構成して見せよう。そして、元々の384個のリストと比較して、完全な再構成が実現できたかどうかをチェックしよう。

その程度のデモンストレーションができないでは、「基本解は3個だ」と声高に主張することなどとてもできない。世の中には、基本解が嫌いな頑固者も居るてえ話だから。

```
/** 'Self-Complementary' Magic Squares of Order 4 */
/** Transform Fundamental Three into 384 Solutions */
```

```

/** 'MS44TSC384.c' dictated by Kanji Setsuda **/
/** Mar.22,'05; Jan.11,'06; on MacOSX Xcode2.1 **/
/*
#include <stdio.h>
**/
short LSM, PSM;
short cnt, cnt2;
short nm[17], uflg[17];
short cnm[17], dnm[17];
short rt[385][17];
short ft[4][17];
short t16ans[17][17];
short anm[9][17];
short refnmb[385];
**/
/* Main Program */
int main(){
short m,n,f;
printf("\n** 'Self-Complementary' Magic Squares of Order 4: **\n");
for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0; uflg[n]=0;}
for(n=0;n<385;n++){refnmb[n]=0;}
LSM=34; PSM=17; cnt=0; cnt2=0;
stp01(); /* Make MS44SC */
printf(" ** The Three 'Fundamental' Solutions: **\n");
for(m=0;m<cnt2;m++){for(n=0;n<17;n++){anm[m][n]=ft[m][n];}}
printans(cnt2);
printf(" [Count = %d]\n",cnt2);
**/
printf("\n** Transform them into 'Primitive' Solutions and Compare them with the Old List **\n");
for(f=0;f<3;f++){
printf(" [Fundamental #%d]\n",f+1);
for(n=1;n<17;n++){nm[n]=ft[f][n];}
trnsf16();
for(m=0;m<16;m++){
for(n=1;n<17;n++){nm[n]=t16ans[m][n];}
trnsfm8();
prxans(8);
}
}
printf("\n* Monitor List of Solution Correspondences between Old ans New *\n");
prmon();
printf("\n [OK!]\n");
return 0;
}
**/
/* Make MS44SC */
/* Set n1 & n16 */
void stp01(){
short a,b;
for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
nm[1]=a; nm[16]=b;
stp02();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/* Set n4 & n13 */
void stp02(){
short a,b;
for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
nm[4]=a; nm[13]=b;
}
}
}

```

```

        stp03();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }
}
/* Set n2 & n15 */
void stp03(){
    short a,b;
    for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            nm[2]=a; nm[15]=b;
            stp04();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
}
/* Set n3=LSM-n1-n2-n4 & n14 */
void stp04(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[4];
    if((0<a)&&(a<17)){b=PSM-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            nm[3]=a; nm[14]=b;
            stp05();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* Set n5 & n12 */
void stp05(){
    short a,b;
    for(a=1;a<17;a++){b=PSM-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            nm[5]=a; nm[12]=b;
            stp06();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
}
/* Set n6=LSM-n1-n2-n5 & n11 */
void stp06(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[5];
    if((0<a)&&(a<17)){b=PSM-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            nm[6]=a; nm[11]=b;
            stp07();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* Set n9=LSM-n1-n5-n13 & n8 */
void stp07(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[1]-nm[5]-nm[13];
    if((0<a)&&(a<17)){b=PSM-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            nm[9]=a; nm[8]=b;
            stp08();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* Set n7=LSM-n5-n6-n8 & n10 */
void stp08(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[5]-nm[6]-nm[8];
    if((0<a)&&(a<17)){b=PSM-a;

```

```

    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        nm[7]=a; nm[10]=b;
        stp09();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
/* check(n3+n7+n11+n15=LSM)&(n2+n6+n10+n14=LSM) */
void stp09(){
    short sm1,sm2;
    sm1=nm[3]+nm[7]+nm[11]+nm[15];
    sm2=nm[2]+nm[6]+nm[10]+nm[14];
    if((sm1==LSM)&&(sm2==LSM)){ansrecord();}
}
/**/
/* Record the Answers */
void ansrecord(){
    short n;
    rt[cnt][0]=cnt+1;
    for(n=1;n<17;n++){rt[cnt][n]=nm[n];}
    cnt++;
    if((nm[1]==1)&&(nm[2]<nm[3])&&(nm[5]<nm[9])&&(nm[4]<nm[13])){
        ft[cnt2][0]=cnt;
        for(n=1;n<17;n++){ft[cnt2][n]=nm[n];}
        cnt2++;}
}
/* Print the Fundamental Three */
void printans(short x){
    short l,l4,m,n;
    for(m=0;m<x;m++){printf("%14d/",anm[m][0]);}; printf("\n");
    for(m=0;m<x;m++){printf(" .---.---.---.---.");}; printf("\n");
    for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
        for(m=0;m<x;m++){printf(" ");
            for(n=1;n<5;n++){printf("%2d",anm[m][l4+n]);}; printf("|");
        }
        printf("\n");
        if(l<3){for(m=0;m<x;m++){printf(" |---+---+---+|");}; printf("\n");}
    }
    for(m=0;m<x;m++){printf(" '---'---'---'---");}; printf("\n");
}
/**/
/* Print the Answers */
void prxans(short x){
    short l,l4,m,n;
    for(m=0;m<x;m++){printf("%12d/",anm[m][0]);}
    printf("\n");
    for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
        for(m=0;m<x;m++){printf(" ");
            for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",anm[m][l4+n]);}
        }
        printf("\n");
    }
}
/**/
/* Transform the Answer into 16 */
void trnsf16(){
    short n;
    for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n]; t16ans[0][n]=cnm[n];}
    /**/
    convrt4(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[1][n]=dnm[n];}
    convrt5(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[2][n]=dnm[n];}
    convrt6(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[3][n]=dnm[n];}
    /**/
    for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n];}
    convrt1();
}

```

```

for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=dnm[n]; t16ans[4][n]=dnm[n];}
convrt4(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[5][n]=dnm[n];}
convrt5(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[6][n]=dnm[n];}
convrt6(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[7][n]=dnm[n];}
/**/
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n];}
convrt2();
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=dnm[n]; t16ans[8][n]=dnm[n];}
convrt4(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[9][n]=dnm[n];}
convrt5(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[10][n]=dnm[n];}
convrt6(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[11][n]=dnm[n];}
/**/
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n];}
convrt3();
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=dnm[n]; t16ans[12][n]=dnm[n];}
convrt4(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[13][n]=dnm[n];}
convrt5(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[14][n]=dnm[n];}
convrt6(); for(n=1;n<17;n++){t16ans[15][n]=dnm[n];}
}
/* Transform the Answer into 8 */
void trnsfm8(){
short m,n,fcn;
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n]; anm[0][n]=cnm[n];}
for(m=1;m<4;m++){
rotat(); for(n=1;n<17;n++){anm[m][n]=dnm[n];}
}
for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=nm[n];}
reflct();
for(n=1;n<17;n++){anm[4][n]=dnm[n];}
for(m=5;m<8;m++){
rotat(); for(n=1;n<17;n++){anm[m][n]=dnm[n];}
}
/**/
for(m=0;m<8;m++){
for(n=1;n<17;n++){nm[n]=anm[m][n];}
fcn=fndcn();
anm[m][0]=fcn; refnmb[fcn]++;
}
}
/**/
/* Various Types of Transformations */
/* Convert Type 1 */
void convrt1(void){
dnm[1]=cnm[1]; dnm[2]=cnm[2]; dnm[3]=cnm[3]; dnm[4]=cnm[4];
dnm[5]=cnm[9]; dnm[6]=cnm[10]; dnm[7]=cnm[11]; dnm[8]=cnm[12];
dnm[9]=cnm[5]; dnm[10]=cnm[6]; dnm[11]=cnm[7]; dnm[12]=cnm[8];
dnm[13]=cnm[13]; dnm[14]=cnm[14]; dnm[15]=cnm[15]; dnm[16]=cnm[16];
}
/**/
/* Convert Type 2 */
void convrt2(void){
dnm[1]=cnm[5]; dnm[2]=cnm[6]; dnm[3]=cnm[7]; dnm[4]=cnm[8];
dnm[5]=cnm[1]; dnm[6]=cnm[2]; dnm[7]=cnm[3]; dnm[8]=cnm[4];
dnm[9]=cnm[13]; dnm[10]=cnm[14]; dnm[11]=cnm[15]; dnm[12]=cnm[16];
dnm[13]=cnm[9]; dnm[14]=cnm[10]; dnm[15]=cnm[11]; dnm[16]=cnm[12];
}
/**/
/* Convert Type 3 */
void convrt3(void){
dnm[1]=cnm[5]; dnm[2]=cnm[6]; dnm[3]=cnm[7]; dnm[4]=cnm[8];
dnm[5]=cnm[13]; dnm[6]=cnm[14]; dnm[7]=cnm[15]; dnm[8]=cnm[16];
dnm[9]=cnm[1]; dnm[10]=cnm[2]; dnm[11]=cnm[3]; dnm[12]=cnm[4];
dnm[13]=cnm[9]; dnm[14]=cnm[10]; dnm[15]=cnm[11]; dnm[16]=cnm[12];
}
}

```

```

/**/
/* Convert Type 4 */
void convrt4(void){
    dnm[1]=cnm[1];    dnm[2]=cnm[3];    dnm[3]=cnm[2];    dnm[4]=cnm[4];
    dnm[5]=cnm[5];    dnm[6]=cnm[7];    dnm[7]=cnm[6];    dnm[8]=cnm[8];
    dnm[9]=cnm[9];    dnm[10]=cnm[11];    dnm[11]=cnm[10];    dnm[12]=cnm[12];
    dnm[13]=cnm[13];    dnm[14]=cnm[15];    dnm[15]=cnm[14];    dnm[16]=cnm[16];
}
/**/
/* Convert Type 5 */
void convrt5(void){
    dnm[1]=cnm[2];    dnm[2]=cnm[1];    dnm[3]=cnm[4];    dnm[4]=cnm[3];
    dnm[5]=cnm[6];    dnm[6]=cnm[5];    dnm[7]=cnm[8];    dnm[8]=cnm[7];
    dnm[9]=cnm[10];    dnm[10]=cnm[9];    dnm[11]=cnm[12];    dnm[12]=cnm[11];
    dnm[13]=cnm[14];    dnm[14]=cnm[13];    dnm[15]=cnm[16];    dnm[16]=cnm[15];
}
/**/
/* Convert Type 6 */
void convrt6(void){
    dnm[1]=cnm[2];    dnm[2]=cnm[4];    dnm[3]=cnm[1];    dnm[4]=cnm[3];
    dnm[5]=cnm[6];    dnm[6]=cnm[8];    dnm[7]=cnm[5];    dnm[8]=cnm[7];
    dnm[9]=cnm[10];    dnm[10]=cnm[12];    dnm[11]=cnm[9];    dnm[12]=cnm[11];
    dnm[13]=cnm[14];    dnm[14]=cnm[16];    dnm[15]=cnm[13];    dnm[16]=cnm[15];
}
/**/
/* Mirror Reflection */
void reflct(void){
    short n;
    dnm[1]=cnm[1];    dnm[2]=cnm[5];    dnm[3]=cnm[9];    dnm[4]=cnm[13];
    dnm[5]=cnm[2];    dnm[6]=cnm[6];    dnm[7]=cnm[10];    dnm[8]=cnm[14];
    dnm[9]=cnm[3];    dnm[10]=cnm[7];    dnm[11]=cnm[11];    dnm[12]=cnm[15];
    dnm[13]=cnm[4];    dnm[14]=cnm[8];    dnm[15]=cnm[12];    dnm[16]=cnm[16];
    for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=dnm[n];}
}
/**/
/* Rotatation by 90 degrees clockwise */
void rotat(void){
    short n;
    dnm[1]=cnm[13];    dnm[2]=cnm[9];    dnm[3]=cnm[5];    dnm[4]=cnm[1];
    dnm[5]=cnm[14];    dnm[6]=cnm[10];    dnm[7]=cnm[6];    dnm[8]=cnm[2];
    dnm[9]=cnm[15];    dnm[10]=cnm[11];    dnm[11]=cnm[7];    dnm[12]=cnm[3];
    dnm[13]=cnm[16];    dnm[14]=cnm[12];    dnm[15]=cnm[8];    dnm[16]=cnm[4];
    for(n=1;n<17;n++){cnm[n]=dnm[n];}
}
/**/
/* Find the Corresponding Number */
short fndcn(){
    short m,n,fn,mtc;
    fn=0;
    for(m=0;m<384;m++){
        mtc=0;
        for(n=1;n<17;n++){
            if(nm[n]==rt[m][n]){mtc++;}
            else{break;}
        }
        if(mtc==16){fn=m+1; break;}
    }
    return fn;
}
/**/
void prmon(){
    short n;
    printf(" ???: %d",refnmb[0]);
    for(n=1;n<385;n++){

```

```

    if(n%48==1){printf("\n%4d:",n);}
    printf("%2d",refnmb[n]);
}
}
/**/

```

\* 補数対称型四方陣の基本解3個のリスト \*

1/ -----	5/ -----	9/ -----
1 14 15  4	1 12 15  6	1 12 14  7
8 11 10  5	8 13 10  3	8 13 11  2
12  7  6  9	14  7  4  9	15  6  4  9
13  2  3 16	11  2  5 16	10  3  5 16

[Count = 3]

\* 2種類の変換法システムによって各基本解から原始解を再構成する実験 \*

[基本解 #1]

1/ -----	291/ -----	384/ -----	94/ -----	21/ -----	75/ -----	364/ -----	310/ -----
1 14 15 4	13 12 8 1	16 3 2 13	4 5 9 16	1 8 12 13	4 15 14 1	16 9 5 4	13 2 3 16
8 11 10 5	2 7 11 14	9 6 7 12	15 10 6 3	14 11 7 2	5 10 11 8	3 6 10 15	12 7 6 9
12 7 6 9	3 6 10 15	5 10 11 8	14 11 7 2	15 10 6 3	9 6 7 12	2 7 11 14	8 11 10 5
13 2 3 16	16 9 5 4	4 15 14 1	1 8 12 13	4 5 9 16	16 3 2 13	13 12 8 1	1 14 15 4
3/ -----	292/ -----	382/ -----	93/ -----	22/ -----	73/ -----	363/ -----	312/ -----
1 15 14 4	13 12 8 1	16 2 3 13	4 5 9 16	1 8 12 13	4 14 15 1	16 9 5 4	13 3 2 16
8 10 11 5	3 6 10 15	9 7 6 12	14 11 7 2	15 10 6 3	5 11 10 8	2 7 11 14	12 6 7 9
12 6 7 9	2 7 11 14	5 11 10 8	15 10 6 3	14 11 7 2	9 7 6 12	3 6 10 15	8 10 11 5
13 3 2 16	16 9 5 4	4 14 15 1	1 8 12 13	4 5 9 16	16 2 3 13	13 12 8 1	1 15 14 4
334/ -----	45/ -----	51/ -----	340/ -----	315/ -----	360/ -----	70/ -----	25/ -----
14 1 4 15	2 7 11 14	3 16 13 2	15 10 6 3	14 11 7 2	15 4 1 14	3 6 10 15	2 13 16 3
11 8 5 10	13 12 8 1	6 9 12 7	4 5 9 16	1 8 12 13	10 5 8 11	16 9 5 4	7 12 9 6
7 12 9 6	16 9 5 4	10 5 8 11	1 8 12 13	4 5 9 16	6 9 12 7	13 12 8 1	11 8 5 10
2 13 16 3	3 6 10 15	15 4 1 14	14 11 7 2	15 10 6 3	3 16 13 2	2 7 11 14	14 1 4 15
336/ -----	46/ -----	49/ -----	339/ -----	316/ -----	358/ -----	69/ -----	27/ -----
14 4 1 15	2 7 11 14	3 13 16 2	15 10 6 3	14 11 7 2	15 1 4 14	3 6 10 15	2 16 13 3
11 5 8 10	16 9 5 4	6 12 9 7	1 8 12 13	4 5 9 16	10 8 5 11	13 12 8 1	7 9 12 6
7 9 12 6	13 12 8 1	10 8 5 11	4 5 9 16	1 8 12 13	6 12 9 7	16 9 5 4	11 5 8 10
2 16 13 3	3 6 10 15	15 1 4 14	14 11 7 2	15 10 6 3	3 13 16 2	2 7 11 14	14 4 1 15
2/ -----	289/ -----	383/ -----	96/ -----	23/ -----	76/ -----	362/ -----	309/ -----
1 14 15 4	13 8 12 1	16 3 2 13	4 9 5 16	1 12 8 13	4 15 14 1	16 5 9 4	13 2 3 16
12 7 6 9	2 11 7 14	5 10 11 8	15 6 10 3	14 7 11 2	9 6 7 12	3 10 6 15	8 11 10 5
8 11 10 5	3 10 6 15	9 6 7 12	14 7 11 2	15 6 10 3	5 10 11 8	2 11 7 14	12 7 6 9
13 2 3 16	16 5 9 4	4 15 14 1	1 12 8 13	4 9 5 16	16 3 2 13	13 8 12 1	1 14 15 4
4/ -----	290/ -----	381/ -----	95/ -----	24/ -----	74/ -----	361/ -----	311/ -----
1 15 14 4	13 8 12 1	16 2 3 13	4 9 5 16	1 12 8 13	4 14 15 1	16 5 9 4	13 3 2 16
12 6 7 9	3 10 6 15	5 11 10 8	14 7 11 2	15 6 10 3	9 7 6 12	2 11 7 14	8 10 11 5
8 10 11 5	2 11 7 14	9 7 6 12	15 6 10 3	14 7 11 2	5 11 10 8	3 10 6 15	12 6 7 9
13 3 2 16	16 5 9 4	4 14 15 1	1 12 8 13	4 9 5 16	16 2 3 13	13 8 12 1	1 15 14 4
333/ -----	47/ -----	52/ -----	338/ -----	313/ -----	359/ -----	72/ -----	26/ -----
14 1 4 15	2 11 7 14	3 16 13 2	15 6 10 3	14 7 11 2	15 4 1 14	3 10 6 15	2 13 16 3
7 12 9 6	13 8 12 1	10 5 8 11	4 9 5 16	1 12 8 13	6 9 12 7	16 5 9 4	11 8 5 10
11 8 5 10	16 5 9 4	6 9 12 7	1 12 8 13	4 9 5 16	10 5 8 11	13 8 12 1	7 12 9 6
2 13 16 3	3 10 6 15	15 4 1 14	14 7 11 2	15 6 10 3	3 16 13 2	2 11 7 14	14 1 4 15
335/ -----	48/ -----	50/ -----	337/ -----	314/ -----	357/ -----	71/ -----	28/ -----
14 4 1 15	2 11 7 14	3 13 16 2	15 6 10 3	14 7 11 2	15 1 4 14	3 10 6 15	2 16 13 3
7 9 12 6	16 5 9 4	10 8 5 11	1 12 8 13	4 9 5 16	6 12 9 7	13 8 12 1	11 5 8 10
11 5 8 10	13 8 12 1	6 12 9 7	4 9 5 16	1 12 8 13	10 8 5 11	16 5 9 4	7 9 12 6
2 16 13 3	3 10 6 15	15 1 4 14	14 7 11 2	15 6 10 3	3 13 16 2	2 11 7 14	14 4 1 15
179/ -----	276/ -----	206/ -----	109/ -----	182/ -----	105/ -----	203/ -----	280/ -----
8 11 10 5	12 13 1 8	9 6 7 12	5 4 16 9	8 1 13 12	5 10 11 8	9 16 4 5	12 7 6 9
1 14 15 4	7 2 14 11	16 3 2 13	10 15 3 6	11 14 2 7	4 15 14 1	6 3 15 10	13 2 3 16
13 2 3 16	6 3 15 10	4 15 14 1	11 14 2 7	10 15 3 6	16 3 2 13	7 2 14 11	1 14 15 4
12 7 6 9	9 16 4 5	5 10 11 8	8 1 13 12	5 4 16 9	9 6 7 12	12 13 1 8	8 11 10 5

177/ 8 10 11 5 1 15 14 4 13 3 2 16 12 6 7 9	275/ 12 13 1 8 6 3 15 10 7 2 14 11 9 16 4 5	208/ 9 7 6 12 16 2 3 13 4 14 15 1 5 11 10 8	110/ 5 4 16 9 11 14 2 7 10 15 3 6 8 1 13 12	181/ 8 1 13 12 10 15 3 6 11 14 2 7 5 4 16 9	107/ 5 11 10 8 4 14 15 1 16 2 3 13 9 7 6 12	204/ 9 16 4 5 7 2 14 11 6 3 15 10 12 13 1 8	278/ 12 6 7 9 13 3 2 16 1 15 14 4 8 10 11 5
256/ 11 8 5 10 14 1 4 15 2 13 16 3 7 12 9 6	158/ 7 2 14 11 12 13 1 8 9 16 4 5 6 3 15 10	129/ 6 9 12 7 3 16 13 2 15 4 1 14 10 5 8 11	227/ 10 15 3 6 5 4 16 9 8 1 13 12 11 14 2 7	252/ 11 14 2 7 8 1 13 12 5 4 16 9 10 15 3 6	230/ 10 5 8 11 15 4 1 14 3 16 13 2 6 9 12 7	133/ 6 3 15 10 9 16 4 5 12 13 1 8 7 2 14 11	155/ 7 12 9 6 2 13 16 3 14 1 4 15 11 8 5 10
254/ 11 5 8 10 14 4 1 15 2 16 13 3 7 9 12 6	157/ 7 2 14 11 9 16 4 5 12 13 1 8 6 3 15 10	131/ 6 12 9 7 3 13 16 2 15 1 4 14 10 8 5 11	228/ 10 15 3 6 8 1 13 12 5 4 16 9 11 14 2 7	251/ 11 14 2 7 8 1 13 12 8 1 13 12 10 15 3 6	232/ 10 8 5 11 15 1 4 14 3 13 16 2 6 12 9 7	134/ 6 3 15 10 12 13 1 8 9 16 4 5 7 2 14 11	153/ 7 9 12 6 2 16 13 3 14 4 1 15 11 5 8 10
180/ 8 11 10 5 13 2 3 16 1 14 15 4 12 7 6 9	274/ 12 1 13 8 7 14 2 11 6 15 3 10 9 4 16 5	205/ 9 6 7 12 4 15 14 1 16 3 2 13 5 10 11 8	111/ 5 16 4 9 10 3 15 6 11 2 14 7 8 13 1 12	184/ 8 13 1 12 11 2 14 7 10 3 15 6 5 16 4 9	106/ 5 10 11 8 16 3 2 13 4 15 14 1 9 6 7 12	201/ 9 4 16 5 6 15 3 10 7 14 2 11 12 1 13 8	279/ 12 7 6 9 1 14 15 4 13 2 3 16 8 11 10 5
178/ 8 10 11 5 13 3 2 16 1 15 14 4 12 6 7 9	273/ 12 1 13 8 6 15 3 10 7 14 2 11 9 4 16 5	207/ 9 7 6 12 4 14 15 1 16 2 3 13 5 11 10 8	112/ 5 16 4 9 11 2 14 7 10 3 15 6 8 13 1 12	183/ 8 13 1 12 10 3 15 6 11 2 14 7 5 16 4 9	108/ 5 11 10 8 16 2 3 13 4 14 15 1 9 7 6 12	202/ 9 4 16 5 7 14 2 11 6 15 3 10 12 1 13 8	277/ 12 6 7 9 1 15 14 4 13 3 2 16 8 10 11 5
255/ 11 8 5 10 2 13 16 3 14 1 4 15 7 12 9 6	160/ 7 14 2 11 12 1 13 8 9 4 16 5 6 15 3 10	130/ 6 9 12 7 15 4 1 14 3 16 13 2 10 5 8 11	225/ 10 3 15 6 5 16 4 9 8 13 1 12 11 2 14 7	250/ 11 2 14 7 8 13 1 12 5 16 4 9 10 3 15 6	229/ 10 5 8 11 3 16 13 2 15 4 1 14 6 9 12 7	135/ 6 15 3 10 9 4 16 5 12 1 13 8 7 14 2 11	156/ 7 12 9 6 14 1 4 15 2 13 16 3 11 8 5 10
253/ 11 5 8 10 2 16 13 3 14 4 1 15 7 9 12 6	159/ 7 14 2 11 9 4 16 5 12 1 13 8 6 15 3 10	132/ 6 12 9 7 15 1 4 14 3 13 16 2 10 8 5 11	226/ 10 3 15 6 8 13 1 12 5 16 4 9 11 2 14 7	249/ 11 2 14 7 5 16 4 9 8 13 1 12 10 3 15 6	231/ 10 8 5 11 3 13 16 2 15 1 4 14 6 12 9 7	136/ 6 15 3 10 12 1 13 8 9 4 16 5 7 14 2 11	154/ 7 9 12 6 14 4 1 15 2 16 13 3 11 5 8 10

[基本解 #2]

5/ 1 12 15 6 8 13 10 3 14 7 4 9 11 2 5 16	243/ 11 14 8 1 2 7 13 12 5 4 10 15 16 9 3 6	380/ 16 5 2 11 9 4 7 14 3 10 13 8 6 15 12 1	142/ 6 3 9 16 15 10 4 5 12 13 7 2 1 8 14 11	17/ 1 8 14 11 12 13 7 2 15 10 4 5 6 3 9 16	123/ 6 15 12 1 3 10 13 8 9 4 7 14 16 5 2 11	368/ 16 9 3 6 5 4 10 15 2 7 13 12 11 14 8 1	262/ 11 2 5 16 14 7 4 9 8 13 10 3 1 12 15 6
7/ 1 15 12 6 8 10 13 3 14 4 7 9 11 5 2 16	244/ 11 14 8 1 5 4 10 15 2 7 13 12 16 9 3 6	378/ 16 2 5 11 9 7 4 14 3 13 10 8 6 12 15 1	141/ 6 3 9 16 12 13 7 2 15 10 4 5 1 8 14 11	18/ 1 8 14 11 15 10 4 5 12 13 7 2 6 3 9 16	121/ 6 12 15 1 3 13 10 8 9 7 4 14 16 2 5 11	367/ 16 9 3 6 2 7 13 12 5 4 10 15 11 14 8 1	264/ 11 5 2 16 14 4 7 9 8 10 13 3 1 15 12 6
286/ 12 1 6 15 13 8 3 10 7 14 9 4 2 11 16 5	41/ 2 7 13 12 11 14 8 1 16 9 3 6 5 4 10 15	99/ 5 16 11 2 4 9 14 7 10 3 8 13 15 6 1 12	344/ 15 10 4 5 6 3 9 16 1 8 14 11 12 13 7 2	267/ 12 13 7 2 1 8 14 11 6 3 9 16 4 5 16 11	356/ 15 6 1 12 10 3 8 13 4 9 14 7 5 16 11 2	118/ 5 4 10 15 16 9 3 6 11 14 8 1 2 7 13 12	29/ 2 11 16 5 7 14 9 4 13 8 3 10 12 1 6 15
288/ 12 6 1 15 13 3 8 10 7 9 14 4 2 16 11 5	42/ 2 7 13 12 16 9 3 6 11 14 8 1 5 4 10 15	97/ 5 11 16 2 4 14 9 7 10 8 3 13 15 1 6 12	343/ 15 10 4 5 1 8 14 11 6 3 9 16 12 13 7 2	268/ 12 13 7 2 6 3 9 16 1 8 14 11 15 10 4 5	354/ 15 1 6 12 10 8 3 13 11 14 8 1 4 14 9 7	117/ 5 4 10 15 11 14 8 1 7 9 14 4 16 9 3 6	31/ 2 16 11 5 7 9 14 4 13 3 8 10 12 6 1 15
6/ 1 12 15 6 14 7 4 9 8 13 10 3 11 2 5 16	241/ 11 8 14 1 2 13 7 12 3 10 13 8 16 3 9 6	379/ 16 5 2 11 9 4 7 14 12 7 13 2 6 15 12 1	144/ 6 9 3 16 15 4 10 5 12 7 13 2 1 14 8 11	19/ 1 14 8 11 12 7 13 2 15 4 10 5 6 9 3 16	124/ 6 15 12 1 9 4 7 14 3 10 13 8 16 5 2 11	366/ 16 3 9 6 5 10 4 15 2 13 7 12 11 8 14 1	261/ 11 2 5 16 8 13 10 3 14 7 4 9 1 12 15 6
8/ 1 15 12 6 14 4 7 9 8 10 13 3 11 5 2 16	242/ 11 8 14 1 5 10 4 15 2 13 7 12 16 3 9 6	377/ 16 2 5 11 3 13 10 8 9 7 4 14 6 12 15 1	143/ 6 9 3 16 12 7 13 2 15 4 10 5 1 14 8 11	20/ 1 14 8 11 15 4 10 5 12 7 13 2 6 9 3 16	122/ 6 12 15 1 9 7 4 14 3 13 10 8 16 2 5 11	365/ 16 3 9 6 8 10 13 3 5 10 4 15 11 8 14 1	263/ 11 5 2 16 8 10 13 3 14 4 7 9 1 15 12 6

12 1 6 15	2 13 7 12	5 16 11 2	15 4 10 5	12 7 13 2	15 6 1 12	5 10 4 15	2 11 16 5
7 14 9 4	11 8 14 1	10 3 8 13	6 9 3 16	1 14 8 11	4 9 14 7	16 3 9 6	13 8 3 10
13 8 3 10	16 3 9 6	4 9 14 7	1 14 8 11	6 9 3 16	10 3 8 13	11 8 14 1	7 14 9 4
2 11 16 5	5 10 4 15	15 6 1 12	12 7 13 2	15 4 10 5	5 16 11 2	2 13 7 12	12 1 6 15
12 6 1 15	2 13 7 12	5 11 16 2	15 4 10 5	12 7 13 2	15 1 6 12	5 10 4 15	2 16 11 5
7 9 14 4	16 3 9 6	10 8 3 13	1 14 8 11	6 9 3 16	4 14 9 7	11 8 14 1	13 3 8 10
13 3 8 10	11 8 14 1	4 14 9 7	6 9 3 16	1 14 8 11	10 8 3 13	16 3 9 6	7 9 14 4
2 16 11 5	5 10 4 15	15 1 6 12	12 7 13 2	15 4 10 5	5 11 16 2	2 13 7 12	12 6 1 15
8 13 10 3	14 11 1 8	9 4 7 14	3 6 16 9	8 1 11 14	3 10 13 8	9 16 6 3	14 7 4 9
1 12 15 6	7 2 12 13	16 5 2 11	10 15 5 4	13 12 2 7	6 15 12 1	4 5 15 10	11 2 5 16
11 2 5 16	4 5 15 10	6 15 12 1	13 12 2 7	10 15 5 4	16 5 2 11	7 2 12 13	1 12 15 6
14 7 4 9	9 16 6 3	3 10 13 8	8 1 11 14	3 6 16 9	9 4 7 14	14 11 1 8	8 13 10 3
8 10 13 3	14 11 1 8	9 7 4 14	3 6 16 9	8 1 11 14	3 13 10 8	9 16 6 3	14 4 7 9
1 15 12 6	4 5 15 10	16 2 5 11	13 12 2 7	10 15 5 4	6 12 15 1	7 2 12 13	11 5 2 16
11 5 2 16	7 2 12 13	6 12 15 1	10 15 5 4	13 12 2 7	16 2 5 11	4 5 15 10	1 15 12 6
14 4 7 9	9 16 6 3	3 13 10 8	8 1 11 14	3 6 16 9	9 7 4 14	14 11 1 8	8 10 13 3
13 8 3 10	7 2 12 13	4 9 14 7	10 15 5 4	13 12 2 7	10 3 8 13	4 5 15 10	7 14 9 4
12 1 6 15	14 11 1 8	5 16 11 2	3 6 16 9	8 1 11 14	15 6 1 12	9 16 6 3	2 11 16 5
2 11 16 5	9 16 6 3	15 6 1 12	8 1 11 14	3 6 16 9	5 16 11 2	14 11 1 8	12 1 6 15
7 14 9 4	4 5 15 10	10 3 8 13	13 12 2 7	10 15 5 4	4 9 14 7	7 2 12 13	13 8 3 10
13 3 8 10	7 2 12 13	4 14 9 7	10 15 5 4	13 12 2 7	10 8 3 13	4 5 15 10	7 9 14 4
12 6 1 15	9 16 6 3	5 11 16 2	8 1 11 14	3 6 16 9	15 1 6 12	14 11 1 8	2 16 11 5
2 16 11 5	14 11 1 8	15 1 6 12	3 6 16 9	8 1 11 14	5 11 16 2	9 16 6 3	12 6 1 15
7 9 14 4	4 5 15 10	10 8 3 13	13 12 2 7	10 15 5 4	4 14 9 7	7 2 12 13	13 3 8 10
8 13 10 3	14 1 11 8	9 4 7 14	3 16 6 9	8 11 1 14	3 10 13 8	9 6 16 3	14 7 4 9
11 2 5 16	7 12 2 13	6 15 12 1	10 5 15 4	13 2 12 7	16 5 2 11	4 15 5 10	1 12 15 6
1 12 15 6	4 15 5 10	16 5 2 11	13 2 12 7	10 5 15 4	6 15 12 1	7 12 2 13	11 2 5 16
14 7 4 9	9 6 16 3	3 10 13 8	8 11 1 14	3 16 6 9	9 4 7 14	14 1 11 8	8 13 10 3
8 10 13 3	14 1 11 8	9 7 4 14	3 16 6 9	8 11 1 14	3 13 10 8	9 6 16 3	14 4 7 9
11 5 2 16	4 15 5 10	6 12 15 1	13 2 12 7	10 5 15 4	16 2 5 11	7 12 2 13	1 15 12 6
1 15 12 6	7 12 2 13	16 2 5 11	10 5 15 4	13 2 12 7	6 12 15 1	4 15 5 10	11 5 2 16
14 4 7 9	9 6 16 3	3 13 10 8	8 11 1 14	3 16 6 9	9 7 4 14	14 1 11 8	8 10 13 3
13 8 3 10	7 12 2 13	4 9 14 7	10 5 15 4	13 2 12 7	10 3 8 13	4 15 5 10	7 14 9 4
2 11 16 5	14 1 11 8	15 6 1 12	3 16 6 9	8 11 1 14	5 16 11 2	9 6 16 3	12 1 6 15
12 1 6 15	9 6 16 3	5 16 11 2	8 11 1 14	3 16 6 9	15 6 1 12	14 1 11 8	2 11 16 5
7 14 9 4	4 15 5 10	10 3 8 13	13 2 12 7	10 5 15 4	4 9 14 7	7 12 2 13	13 8 3 10
13 3 8 10	7 12 2 13	4 14 9 7	10 5 15 4	13 2 12 7	10 8 3 13	4 15 5 10	7 9 14 4
2 16 11 5	9 6 16 3	15 1 6 12	8 11 1 14	3 16 6 9	5 11 16 2	14 1 11 8	12 6 1 15
12 6 1 15	14 1 11 8	5 11 16 2	3 16 6 9	8 11 1 14	15 1 6 12	9 6 16 3	2 16 11 5
7 9 14 4	4 15 5 10	10 8 3 13	13 2 12 7	10 5 15 4	4 14 9 7	7 12 2 13	13 3 8 10

[基本解 #3]

1 12 14 7	10 15 8 1	16 5 3 10	7 2 9 16	1 8 15 10	7 14 12 1	16 9 2 7	10 3 5 16
8 13 11 2	3 6 13 12	9 4 6 15	14 11 4 5	12 13 6 3	2 11 13 8	5 4 11 14	15 6 4 9
15 6 4 9	5 4 11 14	2 11 13 8	12 13 6 3	14 11 4 5	9 4 6 15	3 6 13 12	8 13 11 2
10 3 5 16	16 9 2 7	7 14 12 1	1 8 15 10	7 2 9 16	16 5 3 10	10 15 8 1	1 12 14 7
1 14 12 7	10 15 8 1	16 3 5 10	7 2 9 16	1 8 15 10	7 12 14 1	16 9 2 7	10 5 3 16
8 11 13 2	5 4 11 14	9 6 4 15	12 13 6 3	14 11 4 5	2 13 11 8	3 6 13 12	15 4 6 9
15 4 6 9	3 6 13 12	2 13 11 8	14 11 4 5	12 13 6 3	9 6 4 15	5 4 11 14	8 11 13 2
10 5 3 16	16 9 2 7	7 12 14 1	1 8 15 10	7 2 9 16	16 3 5 10	10 15 8 1	1 14 12 7
12 1 7 14	3 6 13 12	5 16 10 3	14 11 4 5	12 13 6 3	14 7 1 12	5 4 11 14	3 10 16 5
13 8 2 11	10 15 8 1	4 9 15 6	7 2 9 16	1 8 15 10	11 2 8 13	16 9 2 7	6 15 9 4
6 15 9 4	16 9 2 7	11 2 8 13	1 8 15 10	7 2 9 16	4 9 15 6	10 15 8 1	13 8 2 11
3 10 16 5	5 4 11 14	14 7 1 12	12 13 6 3	14 11 4 5	5 16 10 3	3 6 13 12	12 1 7 14

12 7 1 14	3 6 13 12	5 10 16 3	14 11 4 5	12 13 6 3	14 1 7 12	5 4 11 14	3 16 10 5
13 2 8 11	16 9 2 7	4 15 9 6	1 8 15 10	7 2 9 16	11 8 2 13	10 15 8 1	6 9 15 4
6 9 15 4	10 15 8 1	11 8 2 13	7 2 9 16	1 8 15 10	4 15 9 6	16 9 2 7	13 2 8 11
3 16 10 5	5 4 11 14	14 1 7 12	12 13 6 3	14 11 4 5	5 10 16 3	3 6 13 12	12 7 1 14
1 12 14 7	10 8 15 1	16 5 3 10	7 9 2 16	1 15 8 10	7 14 12 1	16 2 9 7	10 3 5 16
15 6 4 9	3 13 6 12	2 11 13 8	14 4 11 5	12 6 13 3	9 4 6 15	5 11 4 14	8 13 11 2
8 13 11 2	5 11 4 14	9 4 6 15	12 6 13 3	14 4 11 5	2 11 13 8	3 13 6 12	15 6 4 9
10 3 5 16	16 2 9 7	7 14 12 1	1 15 8 10	7 9 2 16	16 5 3 10	10 8 15 1	1 12 14 7
1 12 14 7	10 8 15 1	16 5 3 10	7 9 2 16	1 15 8 10	7 14 12 1	16 2 9 7	10 3 5 16
15 4 6 9	5 11 4 14	2 13 11 8	12 6 13 3	14 4 11 5	9 6 4 15	3 13 6 12	8 11 13 2
8 11 13 2	3 13 6 12	9 6 4 15	14 4 11 5	12 6 13 3	2 13 11 8	5 11 4 14	15 4 6 9
10 5 3 16	16 2 9 7	7 12 14 1	1 15 8 10	7 9 2 16	16 3 5 10	10 8 15 1	1 14 12 7
12 1 7 14	3 13 6 12	5 16 10 3	14 4 11 5	12 6 13 3	14 7 1 12	5 11 4 14	3 10 16 5
6 15 9 4	10 8 15 1	11 2 8 13	7 9 2 16	1 15 8 10	4 9 15 6	16 2 9 7	13 8 2 11
13 8 2 11	16 2 9 7	4 9 15 6	1 15 8 10	7 9 2 16	11 2 8 13	10 8 15 1	6 15 9 4
3 10 16 5	5 11 4 14	14 7 1 12	12 6 13 3	14 4 11 5	5 16 10 3	3 13 6 12	12 1 7 14
12 7 1 14	3 13 6 12	5 10 16 3	14 4 11 5	12 6 13 3	14 1 7 12	5 11 4 14	3 16 10 5
6 9 15 4	16 2 9 7	11 8 2 13	1 15 8 10	7 9 2 16	4 15 9 6	10 8 15 1	13 2 8 11
13 2 8 11	10 8 15 1	4 15 9 6	7 9 2 16	1 15 8 10	11 8 2 13	16 2 9 7	6 9 15 4
3 16 10 5	5 11 4 14	14 1 7 12	12 6 13 3	14 4 11 5	5 10 16 3	3 13 6 12	12 7 1 14
8 13 11 2	15 10 1 8	9 4 6 15	2 7 16 9	8 1 10 15	2 11 13 8	9 16 7 2	15 6 4 9
1 12 14 7	6 3 12 13	16 5 3 10	11 14 5 4	13 12 3 6	7 14 12 1	4 5 14 11	10 3 5 16
10 3 5 16	4 5 14 11	7 14 12 1	13 12 3 6	11 14 5 4	16 5 3 10	6 3 12 13	1 12 14 7
15 6 4 9	9 16 7 2	2 11 13 8	8 1 10 15	2 7 16 9	9 4 6 15	15 10 1 8	8 13 11 2
8 11 13 2	15 10 1 8	9 6 4 15	2 7 16 9	8 1 10 15	2 13 11 8	9 16 7 2	15 4 6 9
1 14 12 7	4 5 14 11	16 3 5 10	13 12 3 6	11 14 5 4	7 12 14 1	6 3 12 13	10 5 3 16
10 5 3 16	6 3 12 13	7 12 14 1	11 14 5 4	13 12 3 6	16 3 5 10	4 5 14 11	1 14 12 7
15 4 6 9	9 16 7 2	2 13 11 8	8 1 10 15	2 7 16 9	9 6 4 15	15 10 1 8	8 11 13 2
13 8 2 11	6 3 12 13	4 9 15 6	11 14 5 4	13 12 3 6	11 2 8 13	4 5 14 11	6 15 9 4
12 1 7 14	15 10 1 8	5 16 10 3	2 7 16 9	8 1 10 15	14 7 1 12	9 16 7 2	3 10 16 5
3 10 16 5	9 16 7 2	14 7 1 12	8 1 10 15	2 7 16 9	5 16 10 3	15 10 1 8	12 1 7 14
6 15 9 4	4 5 14 11	11 2 8 13	13 12 3 6	11 14 5 4	4 9 15 6	6 3 12 13	13 8 2 11
13 2 8 11	6 3 12 13	4 15 9 6	11 14 5 4	13 12 3 6	11 8 2 13	4 5 14 11	6 9 15 4
12 7 1 14	9 16 7 2	5 10 16 3	8 1 10 15	2 7 16 9	14 1 7 12	15 10 1 8	3 16 10 5
3 16 10 5	15 10 1 8	14 1 7 12	2 7 16 9	8 1 10 15	5 10 16 3	9 16 7 2	12 7 1 14
6 9 15 4	4 5 14 11	11 8 2 13	13 12 3 6	11 14 5 4	4 15 9 6	6 3 12 13	13 2 8 11
8 13 11 2	15 1 10 8	9 4 6 15	2 16 7 9	8 10 1 15	2 11 13 8	9 7 16 2	15 6 4 9
10 3 5 16	6 12 3 13	7 14 12 1	11 5 14 4	13 3 12 6	16 5 3 10	4 14 5 11	1 12 14 7
1 12 14 7	4 14 5 11	16 5 3 10	13 3 12 6	11 5 14 4	7 14 12 1	6 12 3 13	10 3 5 16
15 6 4 9	9 7 16 2	2 11 13 8	8 10 1 15	2 16 7 9	9 4 6 15	15 1 10 8	8 13 11 2
8 11 13 2	15 1 10 8	9 6 4 15	2 16 7 9	8 10 1 15	2 13 11 8	9 7 16 2	15 4 6 9
10 5 3 16	4 14 5 11	7 12 14 1	13 3 12 6	11 5 14 4	16 3 5 10	6 12 3 13	1 14 12 7
1 14 12 7	6 12 3 13	16 3 5 10	11 5 14 4	13 3 12 6	7 12 14 1	4 14 5 11	10 5 3 16
15 4 6 9	9 7 16 2	2 13 11 8	8 10 1 15	2 16 7 9	9 6 4 15	15 1 10 8	8 11 13 2
13 8 2 11	6 12 3 13	4 9 15 6	11 5 14 4	13 3 12 6	11 2 8 13	4 14 5 11	6 15 9 4
3 10 16 5	15 1 10 8	14 7 1 12	2 16 7 9	8 10 1 15	5 16 10 3	9 7 16 2	12 1 7 14
12 1 7 14	9 7 16 2	5 16 10 3	8 10 1 15	2 16 7 9	14 7 1 12	15 1 10 8	3 10 16 5
6 15 9 4	4 14 5 11	11 2 8 13	13 3 12 6	11 5 14 4	4 9 15 6	6 12 3 13	13 8 2 11
13 2 8 11	6 12 3 13	4 15 9 6	11 5 14 4	13 3 12 6	11 8 2 13	4 14 5 11	6 9 15 4
3 16 10 5	9 7 16 2	14 1 7 12	8 10 1 15	2 16 7 9	5 10 16 3	15 1 10 8	12 7 1 14
12 7 1 14	15 1 10 8	5 10 16 3	2 16 7 9	8 10 1 15	14 1 7 12	9 7 16 2	3 16 10 5
6 9 15 4	4 14 5 11	11 8 2 13	13 3 12 6	11 5 14 4	4 15 9 6	6 12 3 13	13 2 8 11

\* 新旧のリストで解の対応関係をモニターした結果 \*

