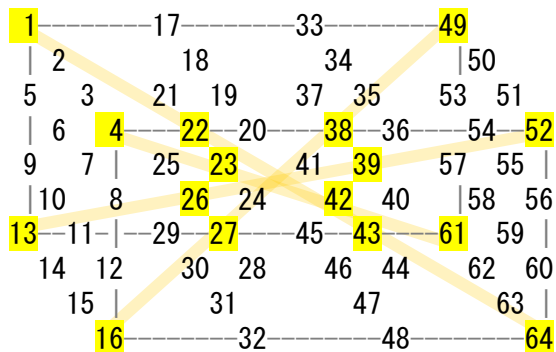


第4章：魔方陣の基礎的研究（上級）： 摂田 寛二

第1節： 汎立体四方陣の代数的研究

0. 先ず「汎立体四方陣」とは何ものなのか、その古典的概念を説明しておこう。



「立体四方陣」は、 $4 \times 4 \times 4 = 64$ 個の数字を左図のように並べて構成する。

左図は、数字を置く場所（ポジション）を簡潔に表した「基本図」である。

前後・上下・左右の3方向に4数ずつが並ぶ。これを「行・列・柱」と言う。

各行列柱の4数は、足すと定和に等しくなる。

立方体の頂点は8個あり、そこに8つの数字が置かれる。点対称の位置にある2数を結ぶと、

4本の「主対角線」が出来る。その4本にも、各4数ずつが置かれる。「魔方陣」の場合には、

主対角線上のその4数の定和が求められる。各平面上の対角線については、何も求めない慣習だ。

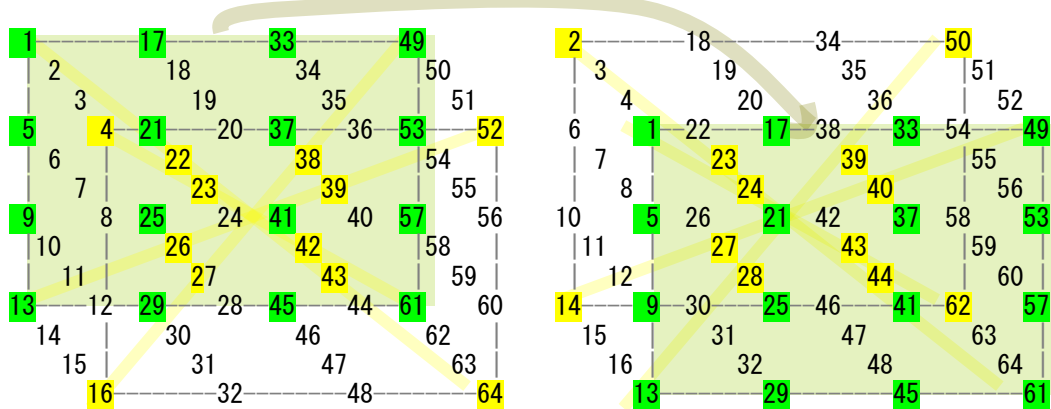
では、「汎立体四方陣」とは何か。平面の「汎四方陣」の時もそうであったが、これには「汎魔方陣」特有の行列/面の「逐次シフト」が関係する。正方形では行列上の4数が移動したが、立方体の場合には「面」上の16数がシフトする。それが可能なタイプを求める。

次図を見てほしい。シフトの仕方が、前後・上下・左右の方向に3タイプある。このどれもが可能であるようにしたい。またその組み合わせも繰り返しも自由にできるようにしたい。

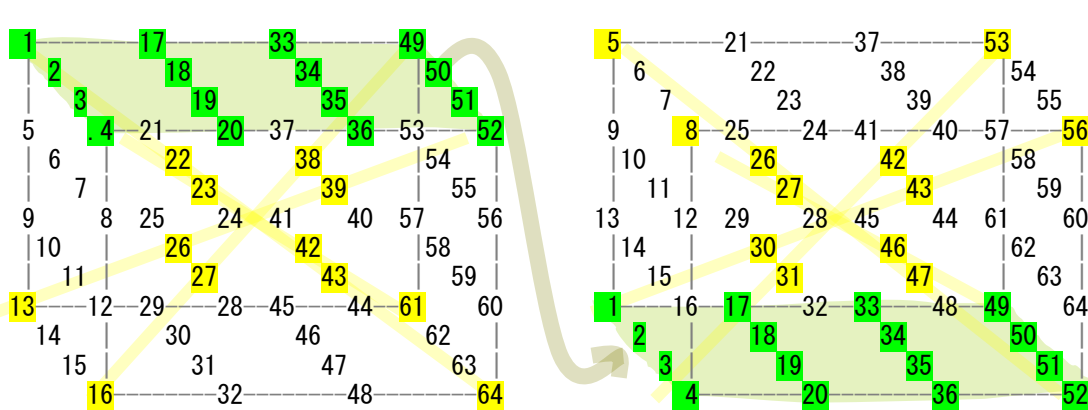
そのためには、全部でどのような条件が必要になるだろうか？

** 汎立体四方陣における面上16数の逐次シフト：3パターン **

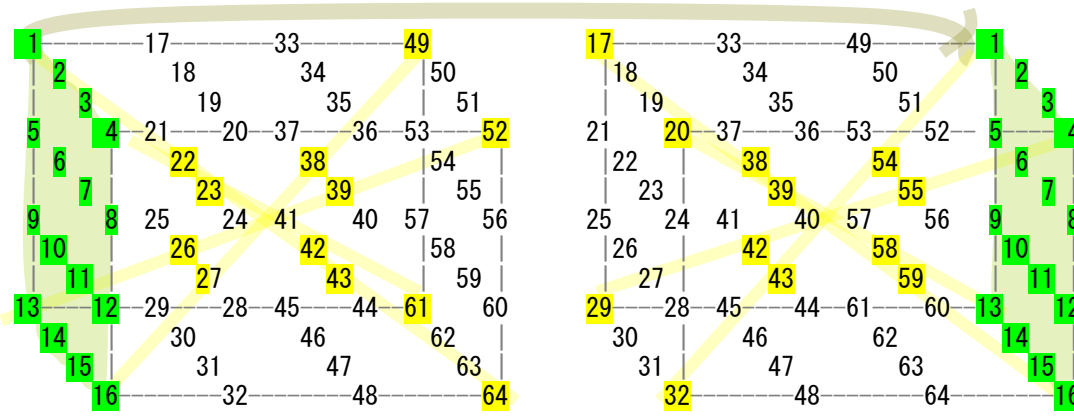
(1) 最後面から最前面へのシフト



(2) 最上面から最下面へのシフト



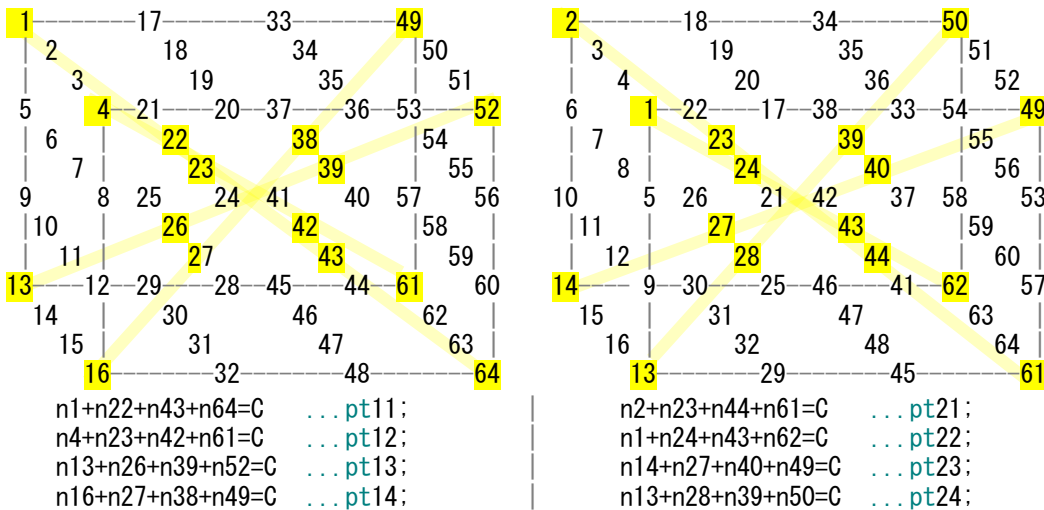
(3) 最左面から最右面へのシフト



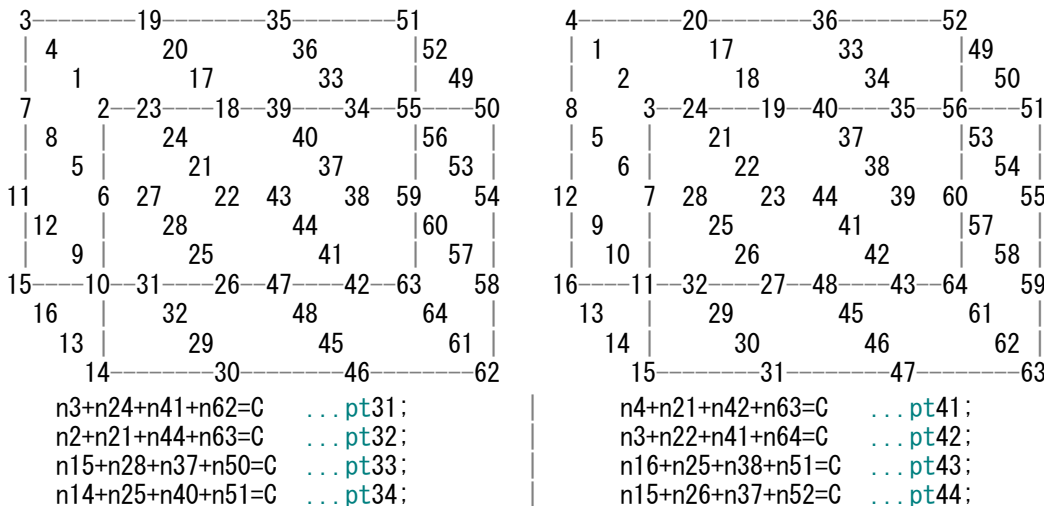
次の図は、可能なシフトを逐一丁寧に調べ、全てを網羅したリストだ。
 例えば、1図を「基本図」とすると、2図は、それを前後方向にシフトした図だ。この際
 行列柱の定和条件が変わっていないことに気付いてほしい。項や式の順番は変わるが、内容
 は全然変わっていない。加法では「交換法則・結合法則」が成り立つからだ。

** 汎立体四方陣の各面の逐次シフトを表す基本概念図 (部分：撰田寛二謹製) **

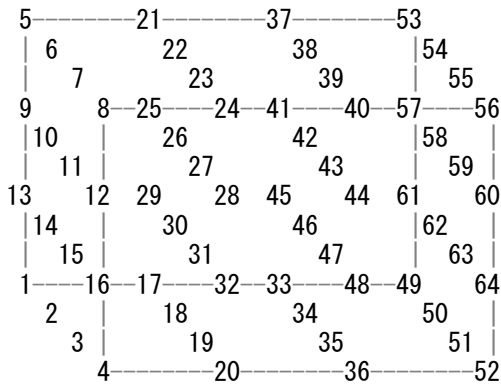
** 汎立体四方陣の汎対角線定和を定義する基本条件式を求める: C=130 **



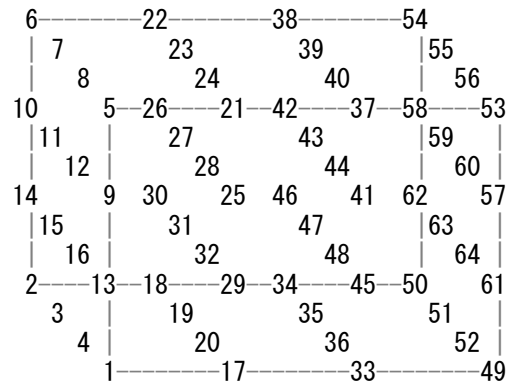
主対角線の内容は、変わる。2図が成り立つためには、上の4式が最初から成り立っていない
 なければならない。続く3図、4図は、前後方向にさらに逐次シフトしたものだ。



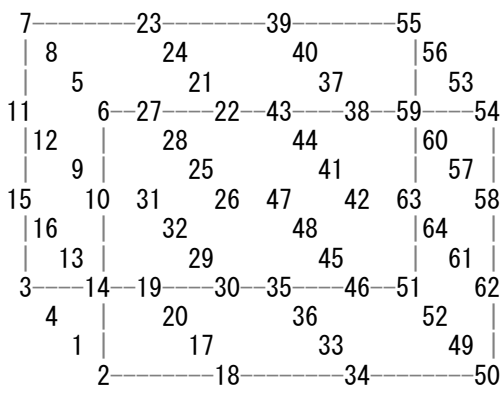
次の5図は、1図を上下方向にシフトしたものだ。こうしても、行列柱の定和は変わらないが、新たな主対角線の定義が必要になる。6～8図は、再び前後シフトを繰り返す。



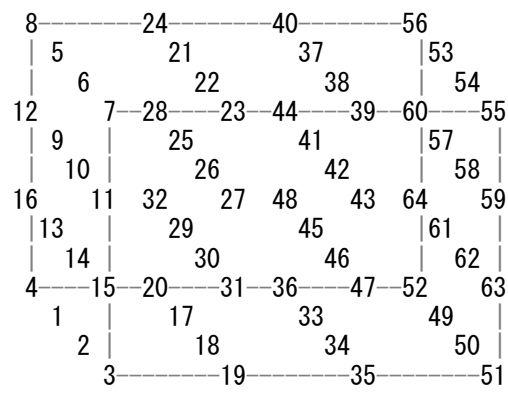
$$\begin{aligned} n5+n26+n47+n52=C & \dots pt51; \\ n8+n27+n46+n49=C & \dots pt52; \\ n1+n30+n43+n56=C & \dots pt53; \\ n4+n31+n42+n53=C & \dots pt54; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n6+n27+n48+n49=C & \dots pt61; \\ n5+n28+n47+n50=C & \dots pt62; \\ n2+n31+n44+n53=C & \dots pt63; \\ n1+n32+n43+n54=C & \dots pt64; \end{aligned}$$

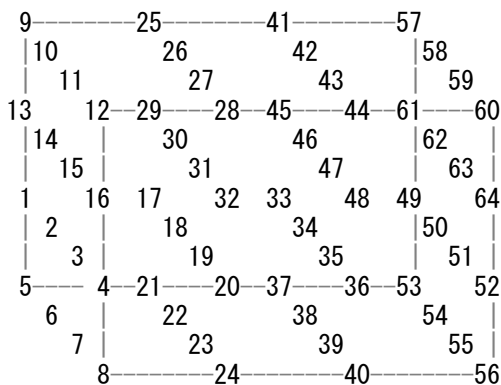


$$\begin{aligned} n7+n28+n45+n50=C & \dots pt71; \\ n6+n25+n48+n51=C & \dots pt72; \\ n3+n32+n41+n54=C & \dots pt73; \\ n2+n29+n44+n55=C & \dots pt74; \end{aligned}$$

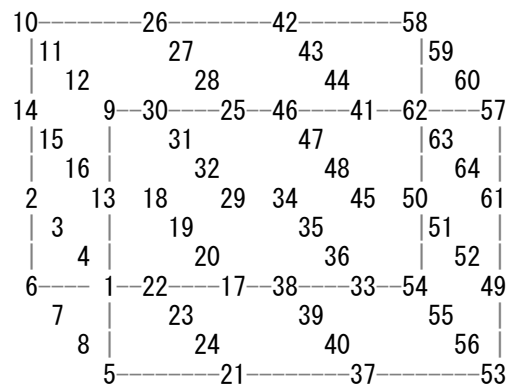


$$\begin{aligned} n8+n25+n46+n51=C & \dots pt81; \\ n7+n26+n45+n52=C & \dots pt82; \\ n4+n29+n42+n55=C & \dots pt83; \\ n3+n30+n41+n56=C & \dots pt84; \end{aligned}$$

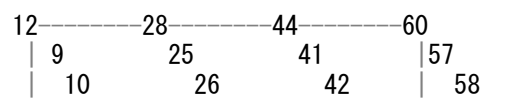
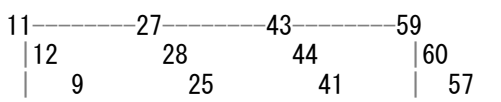
次の9図は、5図を上下方向にシフトしたものだ。或いは、1の基本図から上下シフトを2回繰り返しても、求められる。こうしても、行列柱の定和は変わらないが、新たな主対角線の定義がやはり必要になる。10～12図は、再び前後方向に逐次シフトを繰り返す。



$$\begin{aligned} n9+n30+n35+n56=C & \dots pt91; \\ n12+n31+n34+n53=C & \dots pt92; \\ n5+n18+n47+n60=C & \dots pt93; \\ n8+n19+n46+n57=C & \dots pt94; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n10+n31+n36+n53=C & \dots pt101; \\ n9+n32+n35+n54=C & \dots pt102; \\ n6+n19+n48+n57=C & \dots pt103; \\ n5+n20+n47+n58=C & \dots pt104; \end{aligned}$$



15	10	31	26	47	42	63	58	16	11	32	27	48	43	64	59	
16		32		48		64		13		29		45		61		
3	13		29	45		61		4	14		30	46		62		
4		20	30	35	46	51	62	1		17		33		49		
7	1		17	33		49		8	3		24	19	40	35	56	51
8		24	40		56			5		21		37		53		
5		21	37		53			6		22		38		54		
6	22		38		54			7	23		39		55			
n11+n32+n33+n54=C	...	pt111;						n12+n29+n34+n55=C	...	pt121;						
n10+n29+n36+n55=C	...	pt112;						n11+n30+n33+n56=C	...	pt122;						
n7+n20+n45+n58=C	...	pt113;						n8+n17+n46+n59=C	...	pt123;						
n6+n17+n48+n59=C	...	pt114;						n7+n18+n45+n60=C	...	pt124;						

次の13図は、9図を上下方向にシフトしたものだ。或いは、1の基本図の最下面を最上面の上に移動しても、求められる。14~16図は、再び前後方向に逐次シフトを繰り返す。

13	29	45	61	14	30	46	62								
14		30	46	62		15		31	47	63					
1	16	17	32	33	48	49	64	2	13	18	29	34	45	50	61
2		18	34		50			3		19	35		51		
5	4	21	20	37	36	53	52	6	1	22	17	38	33	54	49
6		22	38		54			7		23	39		55		
9	7		23	39		55		8		24	40		56		
10	8	25	24	41	40	57	56	10	5	26	21	42	37	58	53
11		26	42		58			11		27	43		59		
12	27		43		59			12		28	44		60		
12	28		44		60			9	25		41		57		
n13+n18+n39+n60=C	...	pt131;						n14+n19+n40+n57=C	...	pt141;					
n16+n19+n38+n57=C	...	pt132;						n13+n20+n39+n58=C	...	pt142;					
n9+n22+n35+n64=C	...	pt133;						n10+n23+n36+n61=C	...	pt143;					
n12+n23+n34+n61=C	...	pt134;						n9+n24+n35+n62=C	...	pt144;					

15	31	47	63	16	32	48	64									
16		32	48	64		13		29	45	61						
3	13		29	45		61		4	14		30	46		62		
4		20	30	35	46	51	62	1		17		33		49		
7	1		17	33		49		2		18		34		50		
8		24	40		56			8	3		24	19	40	35	56	51
5		21	37		53			5		21		37		53		
11	6	27	22	43	38	59	54	6		22		38		54		
12		28	44		60			12	7	28	23	44	39	60	55	
9		25	41		57			9		25		41		57		
10	26		42		58			10		26		42		58		
n15+n20+n37+n58=C	...	pt151;						n16+n17+n38+n59=C	...	pt161;						
n14+n17+n40+n59=C	...	pt152;						n15+n18+n37+n60=C	...	pt162;						
n11+n24+n33+n62=C	...	pt153;						n12+n21+n34+n63=C	...	pt163;						
n10+n21+n36+n63=C	...	pt154;						n11+n22+n33+n64=C	...	pt164;						

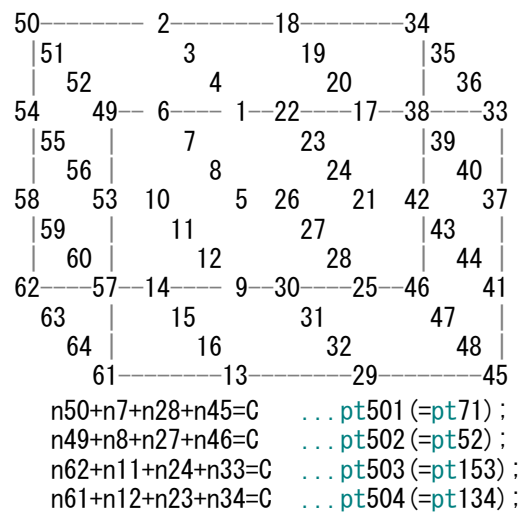
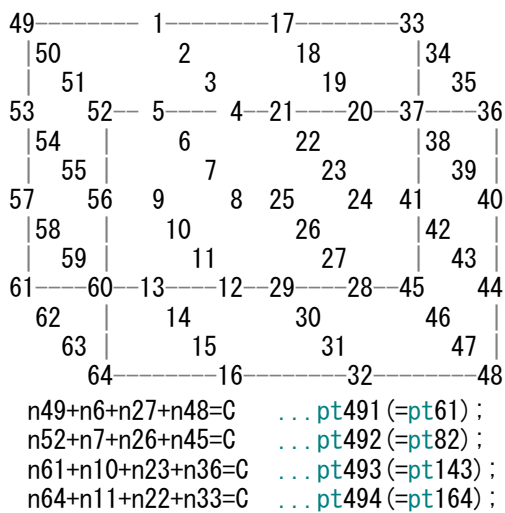
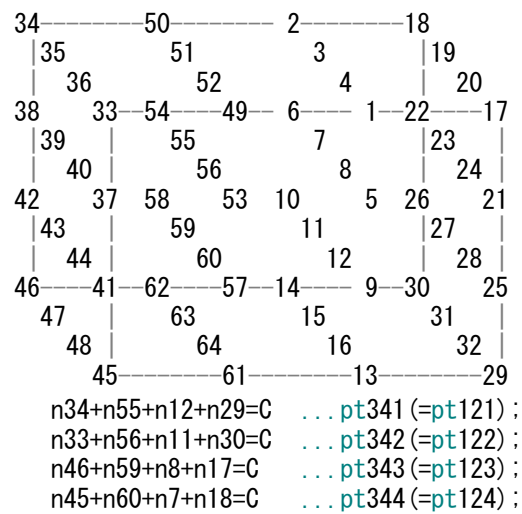
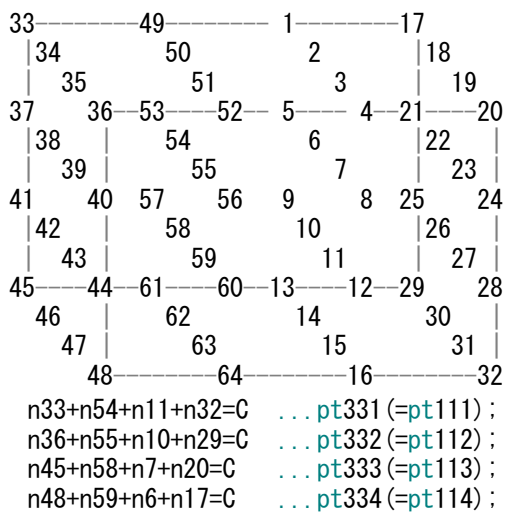
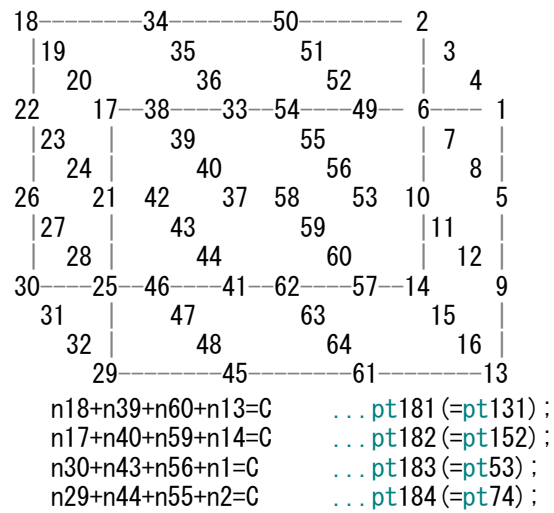
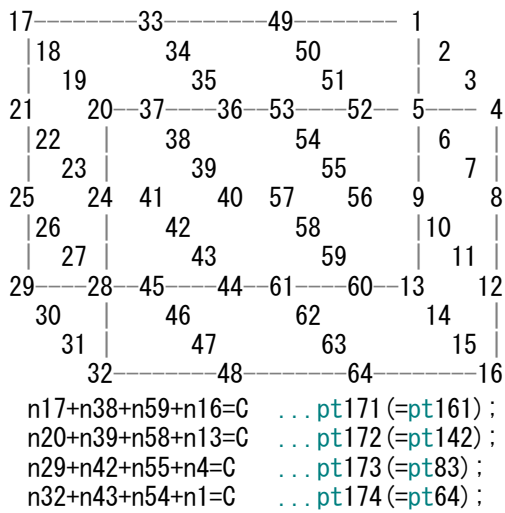
次の17図は、1図を左右方向に逐次シフトする第3のタイプを実行したものだ。18図以降は、再び前後方向に逐次シフトを繰り返す。

やはり、行列柱の定和条件は変わらない。

問題は、新主対角線の定和条件。

今まで通りに全てを最初の定義に加えたいところだが、どうもその必要は無いようだ。新条件と思われた式が、内容的に今までに出て来た条件式と同じになっている。繰り返し重複が起きているのだ。リストには、どの式と同じか、逐一示しておいた。

リスト出力は、そういう理由で、一部しかしていない。



こういう図は、全部で64通り描けるのだが、全部を出さなくてもよいだろう。
新主対角線のリストを全部集めて整理したものが、次の表だ。

**** 汎立体四方陣の汎対角線定和を定義する基本条件式を求めた結果：C=130 ****

- $n_1+n_{22}+n_{43}+n_{64}=C \dots pt11;$ | $n_4+n_{23}+n_{42}+n_{61}=C \dots pt12;$
- $n_{13}+n_{26}+n_{39}+n_{52}=C \dots pt13;$ | $n_{16}+n_{27}+n_{38}+n_{49}=C \dots pt14;$

$n2+n23+n44+n61=C$... pt21;	$n1+n24+n43+n62=C$... pt22;
$n14+n27+n40+n49=C$... pt23;	$n13+n28+n39+n50=C$... pt24;
$n3+n24+n41+n62=C$... pt31;	$n2+n21+n44+n63=C$... pt32;
$n15+n28+n37+n50=C$... pt33;	$n14+n25+n40+n51=C$... pt34;
$n4+n21+n42+n63=C$... pt41;	$n3+n22+n41+n64=C$... pt42;
$n16+n25+n38+n51=C$... pt43;	$n15+n26+n37+n52=C$... pt44;
$n5+n26+n47+n52=C$... pt51;	$n8+n27+n46+n49=C$... pt52;
$n1+n30+n43+n56=C$... pt53;	$n4+n31+n42+n53=C$... pt54;
$n6+n27+n48+n49=C$... pt61;	$n5+n28+n47+n50=C$... pt62;
$n2+n31+n44+n53=C$... pt63;	$n1+n32+n43+n54=C$... pt64;
$n7+n28+n45+n50=C$... pt71;	$n6+n25+n48+n51=C$... pt72;
$n3+n32+n41+n54=C$... pt73;	$n2+n29+n44+n55=C$... pt74;
$n8+n25+n46+n51=C$... pt81;	$n7+n26+n45+n52=C$... pt82;
$n4+n29+n42+n55=C$... pt83;	$n3+n30+n41+n56=C$... pt84;
$n9+n30+n35+n56=C$... pt91;	$n12+n31+n34+n53=C$... pt92;
$n5+n18+n47+n60=C$... pt93;	$n8+n19+n46+n57=C$... pt94;
$n10+n31+n36+n53=C$... pt101;	$n9+n32+n35+n54=C$... pt102;
$n6+n19+n48+n57=C$... pt103;	$n5+n20+n47+n58=C$... pt104;
$n11+n32+n33+n54=C$... pt111;	$n10+n29+n36+n55=C$... pt112;
$n7+n20+n45+n58=C$... pt113;	$n6+n17+n48+n59=C$... pt114;
$n12+n29+n34+n55=C$... pt121;	$n11+n30+n33+n56=C$... pt122;
$n8+n17+n46+n59=C$... pt123;	$n7+n18+n45+n60=C$... pt124;
$n13+n18+n39+n60=C$... pt131;	$n16+n19+n38+n57=C$... pt132;
$n9+n22+n35+n64=C$... pt133;	$n12+n23+n34+n61=C$... pt134;
$n14+n19+n40+n57=C$... pt141;	$n13+n20+n39+n58=C$... pt142;
$n10+n23+n36+n61=C$... pt143;	$n9+n24+n35+n62=C$... pt144;
$n15+n20+n37+n58=C$... pt151;	$n14+n17+n40+n59=C$... pt152;
$n11+n24+n33+n62=C$... pt153;	$n10+n21+n36+n63=C$... pt154;
$n16+n17+n38+n59=C$... pt161;	$n15+n18+n37+n60=C$... pt162;
$n12+n21+n34+n63=C$... pt163;	$n11+n22+n33+n64=C$... pt164;

この64本の式が具体的に示す対角線のことを、今後は「汎対角線」と呼ぶ。そして、最初から全ての汎対角線の和が定数値 130 に等しいと仮定した立体四方陣のことを「汎対角線型の立体四方陣」と呼ぶことにする。省略して短く「汎立体四方陣」とも呼ぶ。

汎対角線型の立体四方陣では、上述のような面のシフトがいつでも可能である。シフトした後でも、新主対角線の定和が常に成り立つ。1つの基本形から自分自身も含めて常に64通りの派生形を導き出すことができる。実にユニークで、珍しい魔方陣だ。

次に「拡張方阵空間」を前提にした、新しい定義の仕方を示そう。

1. 立体四方陣の基本ポジションと基本式を次のように定義する。

前後方向に 16本

$n1+n2+n3+n4=130;$
$n5+n6+n7+n8=130;$
$n9+n10+n11+n12=130;$
$n13+n14+n15+n16=130;$
$n17+n18+n19+n20=130;$
$n21+n22+n23+n24=130;$
$n25+n26+n27+n28=130;$
$n29+n30+n31+n32=130;$
$n33+n34+n35+n36=130;$
$n37+n38+n39+n40=130;$
$n41+n42+n43+n44=130;$
$n45+n46+n47+n48=130;$
$n49+n50+n51+n52=130;$
$n53+n54+n55+n56=130;$
$n57+n58+n59+n60=130;$
$n61+n62+n63+n64=130;$

上下方向に16本

$n1+n5+n9+n13=130;$
$n2+n6+n10+n14=130;$
$n3+n7+n11+n15=130;$
$n4+n8+n12+n16=130;$
$n17+n21+n25+n29=130;$
$n18+n22+n26+n30=130;$
$n19+n23+n27+n31=130;$
$n20+n24+n28+n32=130;$
$n33+n37+n41+n45=130;$
$n34+n38+n42+n46=130;$
$n35+n39+n43+n47=130;$
$n36+n40+n44+n48=130;$
$n49+n53+n57+n61=130;$
$n50+n54+n58+n62=130;$
$n51+n55+n59+n63=130;$
$n52+n56+n60+n64=130;$

左右方向に16本

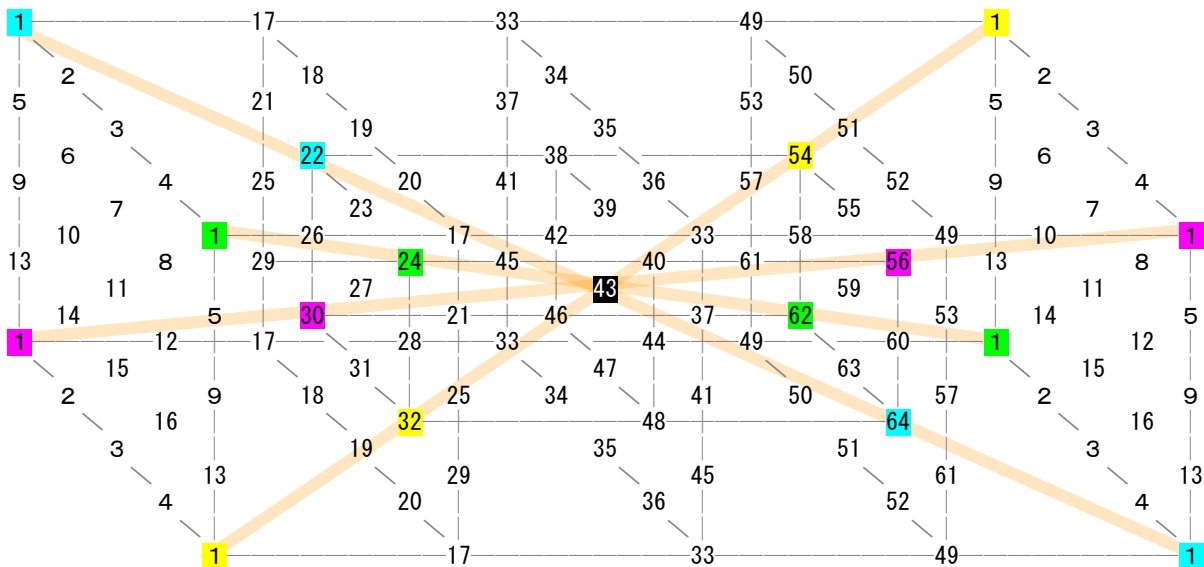
$n1+n17+n33+n49=130;$
$n2+n18+n34+n50=130;$
$n3+n19+n35+n51=130;$
$n4+n20+n36+n52=130;$
$n5+n21+n37+n53=130;$
$n6+n22+n38+n54=130;$
$n7+n23+n39+n55=130;$
$n8+n24+n40+n56=130;$
$n9+n25+n41+n57=130;$
$n10+n26+n42+n58=130;$
$n11+n27+n43+n59=130;$
$n12+n28+n44+n60=130;$
$n13+n29+n45+n61=130;$
$n14+n30+n46+n62=130;$
$n15+n31+n47+n63=130;$
$n16+n32+n48+n64=130;$

2. 汎立体方陣では、さらに次の 64本の汎対角線の定和が成り立たなければならない。

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $n1+n22+n43+n64=130 \dots pt01;$ | $n1+n24+n43+n62=130 \dots pt02;$ |
| $n1+n30+n43+n56=130 \dots pt03;$ | $n1+n32+n43+n54=130 \dots pt04;$ |
| $n2+n23+n44+n61=130 \dots pt05;$ | $n2+n21+n44+n63=130 \dots pt06;$ |
| $n2+n31+n44+n53=130 \dots pt07;$ | $n2+n29+n44+n55=130 \dots pt08;$ |
| $n3+n24+n41+n62=130 \dots pt09;$ | $n3+n22+n41+n64=130 \dots pt10;$ |
| $n3+n32+n41+n54=130 \dots pt11;$ | $n3+n30+n41+n56=130 \dots pt12;$ |
| $n4+n21+n42+n63=130 \dots pt13;$ | $n4+n23+n42+n61=130 \dots pt14;$ |
| $n4+n29+n42+n55=130 \dots pt15;$ | $n4+n31+n42+n53=130 \dots pt16;$ |
| $n5+n26+n47+n52=130 \dots pt17;$ | $n5+n28+n47+n50=130 \dots pt18;$ |
| $n5+n18+n47+n60=130 \dots pt19;$ | $n5+n20+n47+n58=130 \dots pt20;$ |
| $n6+n27+n48+n49=130 \dots pt21;$ | $n6+n25+n48+n51=130 \dots pt22;$ |
| $n6+n19+n48+n57=130 \dots pt23;$ | $n6+n17+n48+n59=130 \dots pt24;$ |
| $n7+n28+n45+n50=130 \dots pt25;$ | $n7+n26+n45+n52=130 \dots pt26;$ |
| $n7+n20+n45+n58=130 \dots pt27;$ | $n7+n18+n45+n60=130 \dots pt28;$ |
| $n8+n25+n46+n51=130 \dots pt29;$ | $n8+n27+n46+n49=130 \dots pt30;$ |
| $n8+n17+n46+n59=130 \dots pt31;$ | $n8+n19+n46+n57=130 \dots pt32;$ |
| $n9+n30+n35+n56=130 \dots pt33;$ | $n9+n32+n35+n54=130 \dots pt34;$ |
| $n9+n22+n35+n64=130 \dots pt35;$ | $n9+n24+n35+n62=130 \dots pt36;$ |
| $n10+n31+n36+n53=130 \dots pt37;$ | $n10+n29+n36+n55=130 \dots pt38;$ |
| $n10+n23+n36+n61=130 \dots pt39;$ | $n10+n21+n36+n63=130 \dots pt40;$ |
| $n11+n32+n33+n54=130 \dots pt41;$ | $n11+n30+n33+n56=130 \dots pt42;$ |
| $n11+n24+n33+n62=130 \dots pt43;$ | $n11+n22+n33+n64=130 \dots pt44;$ |
| $n12+n29+n34+n55=130 \dots pt45;$ | $n12+n31+n34+n53=130 \dots pt46;$ |
| $n12+n21+n34+n63=130 \dots pt47;$ | $n12+n23+n34+n61=130 \dots pt48;$ |
| $n13+n18+n39+n60=130 \dots pt49;$ | $n13+n20+n39+n58=130 \dots pt50;$ |
| $n13+n26+n39+n52=130 \dots pt51;$ | $n13+n28+n39+n50=130 \dots pt52;$ |
| $n14+n19+n40+n57=130 \dots pt53;$ | $n14+n17+n40+n59=130 \dots pt54;$ |
| $n14+n27+n40+n49=130 \dots pt55;$ | $n14+n25+n40+n51=130 \dots pt56;$ |
| $n15+n20+n37+n58=130 \dots pt57;$ | $n15+n18+n37+n60=130 \dots pt58;$ |
| $n15+n28+n37+n50=130 \dots pt59;$ | $n15+n26+n37+n52=130 \dots pt60;$ |
| $n16+n17+n38+n59=130 \dots pt61;$ | $n16+n19+n38+n57=130 \dots pt62;$ |
| $n16+n25+n38+n51=130 \dots pt63;$ | $n16+n27+n38+n49=130 \dots pt64;$ |

用いる数要素は、1, 2, 3, 4, ..., 62, 63, 64の連続する自然数列だ。すべてを欠落無く重複無く各1度ずつ使用して、上の連立方程式を満たさなければならない。

慣れない人には汎対角線が見つげにくいのが、次のような方陣拡張空間を作って調べる方法がある。これを是非お勧めする。



上図のように縦横・上下・前後に各1面ずつ拡張した仮想立体五方陣を作る。n1 を通る汎対角線は、この立体の8つの頂点 n1 を結ぶ4本の対角線と考えると、わかりやすい。その4本の汎対角線のいずれもが n43 を通るのが、興味深い点だ。

仮想立体五方陣の対称点にある n_{43} は、だから元の立体四方陣の特別な点である。小生は、汎立体四方陣の、いわば「汎対称点」と考えている。

3. 上のたくさんの連立方程式を幾つか選んで足したり引いたりし、お互いに関わらせて見よう。

汎対角線に注目して式を集め、以下のごとく整理する。

$$\begin{array}{l}
 n_1 + n_{22} + n_{43} + n_{64} = 130 \quad \dots \text{pt01} \\
 n_3 + n_{22} + n_{41} + n_{64} = 130 \quad \dots \text{pt10} \\
 n_9 + n_{22} + n_{35} + n_{64} = 130 \quad \dots \text{pt35} \\
 n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{64} = 130 \quad \dots \text{pt44} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_1 + n_{43} = n_3 + n_{41} = n_9 + n_{35} = n_{11} + n_{33} = C \\
 \dots \dots \dots C1 \\
 \\
 n_1 + n_{22} + n_{43} + n_{64} = 130 \quad \dots \text{pt01} \\
 n_1 + n_{24} + n_{43} + n_{62} = 130 \quad \dots \text{pt02} \\
 n_1 + n_{30} + n_{43} + n_{56} = 130 \quad \dots \text{pt03} \\
 n_1 + n_{32} + n_{43} + n_{54} = 130 \quad \dots \text{pt04} \\
 n_2 + n_{23} + n_{44} + n_{61} = 130 \quad \dots \text{pt05} \\
 n_4 + n_{23} + n_{42} + n_{61} = 130 \quad \dots \text{pt14} \\
 n_{10} + n_{23} + n_{36} + n_{61} = 130 \quad \dots \text{pt39} \\
 n_{12} + n_{23} + n_{34} + n_{61} = 130 \quad \dots \text{pt48} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_{22} + n_{64} = n_{24} + n_{62} = n_{30} + n_{56} = n_{32} + n_{54} = 130 - C \\
 \quad \quad \quad (n_1 + n_{43} = C \text{ だから}) \quad \dots \dots \dots C2 \\
 \\
 n_2 + n_{44} = n_4 + n_{42} = n_{10} + n_{36} = n_{12} + n_{34} = D \\
 \dots \dots \dots C3 \\
 \\
 n_4 + n_{23} + n_{42} + n_{61} = 130 \quad \dots \text{pt14} \\
 n_4 + n_{21} + n_{42} + n_{63} = 130 \quad \dots \text{pt13} \\
 n_4 + n_{29} + n_{42} + n_{55} = 130 \quad \dots \text{pt15} \\
 n_4 + n_{31} + n_{42} + n_{53} = 130 \quad \dots \text{pt16} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_{23} + n_{61} = n_{21} + n_{63} = n_{29} + n_{55} = n_{31} + n_{53} = 130 - D \\
 \quad \quad \quad (n_4 + n_{42} = D \text{ だから}) \quad \dots \dots \dots C4 \\
 \\
 n_5 + n_{26} + n_{47} + n_{52} = 130 \quad \dots \text{pt17} \\
 n_7 + n_{26} + n_{45} + n_{52} = 130 \quad \dots \text{pt26} \\
 n_{13} + n_{26} + n_{39} + n_{52} = 130 \quad \dots \text{pt51} \\
 n_{15} + n_{26} + n_{37} + n_{52} = 130 \quad \dots \text{pt60} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_5 + n_{47} = n_7 + n_{45} = n_{13} + n_{39} = n_{15} + n_{37} = E \\
 \dots \dots \dots C5 \\
 \\
 n_{13} + n_{26} + n_{39} + n_{52} = 130 \quad \dots \text{pt51} \\
 n_{13} + n_{18} + n_{39} + n_{60} = 130 \quad \dots \text{pt49} \\
 n_{13} + n_{20} + n_{39} + n_{58} = 130 \quad \dots \text{pt50} \\
 n_{13} + n_{28} + n_{39} + n_{50} = 130 \quad \dots \text{pt52} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_{26} + n_{52} = n_{18} + n_{60} = n_{20} + n_{58} = n_{28} + n_{50} = 130 - E \\
 \dots \dots \dots C6 \\
 \\
 n_6 + n_{27} + n_{48} + n_{49} = 130 \quad \dots \text{pt21} \\
 n_8 + n_{27} + n_{46} + n_{49} = 130 \quad \dots \text{pt30} \\
 n_{14} + n_{27} + n_{40} + n_{49} = 130 \quad \dots \text{pt55} \\
 n_{16} + n_{27} + n_{38} + n_{49} = 130 \quad \dots \text{pt64} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_6 + n_{48} = n_8 + n_{46} = n_{14} + n_{40} = n_{16} + n_{38} = F \\
 \dots \dots \dots C7 \\
 \\
 n_{16} + n_{27} + n_{38} + n_{49} = 130 \quad \dots \text{pt64} \\
 n_{16} + n_{19} + n_{38} + n_{57} = 130 \quad \dots \text{pt62} \\
 n_{16} + n_{17} + n_{38} + n_{59} = 130 \quad \dots \text{pt61} \\
 n_{16} + n_{25} + n_{38} + n_{51} = 130 \quad \dots \text{pt63} \\
 \left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow n_{27} + n_{49} = n_{19} + n_{57} = n_{17} + n_{59} = n_{25} + n_{51} = 130 - F \\
 \dots \dots \dots C8
 \end{array}$$

ところが、 $n_1 + n_{43} = n_3 + n_{41} = C \quad \dots \dots \dots C1$
 $\quad \quad \quad +) \quad n_2 + n_{44} = n_4 + n_{42} = D \quad \dots \dots \dots C3$

$$\begin{array}{r}
 \{n_1 + n_2 + n_3 + n_4\} + \{n_{41} + n_{42} + n_{43} + n_{44}\} = 2*(C + D) \\
 130 \quad \quad \quad + \quad \quad \quad 130 \quad \quad \quad = 2*(C + D)
 \end{array}$$

ゆえに $C + D = 130 \quad \dots \dots \dots C9$

同様に $n_5 + n_{47} = n_7 + n_{45} = E \quad \dots \dots \dots C5$
 $\quad \quad \quad +) \quad n_6 + n_{48} = n_8 + n_{46} = F \quad \dots \dots \dots C7$

$$\begin{array}{r}
 \{n_5 + n_6 + n_7 + n_8\} + \{n_{45} + n_{46} + n_{47} + n_{48}\} = 2*(E + F) \\
 E + F = 130 \quad \dots \dots \dots C10
 \end{array}$$

ゆえに $E + F = 130 \quad \dots \dots \dots C10$
 一方、 $n_1 + n_{43} = n_9 + n_{35} = C \quad \dots \dots \dots C1$
 $\quad \quad \quad +) \quad n_5 + n_{47} = n_{13} + n_{39} = E \quad \dots \dots \dots C5$

$$\begin{array}{r}
 \{n_1 + n_5 + n_9 + n_{13}\} + \{n_{35} + n_{39} + n_{43} + n_{47}\} = 2*(C + E)
 \end{array}$$

ゆえに $C + E = 130$ C11
 また $n_2 + n_{44} = n_{10} + n_{36} = D$ C3
 +) $n_6 + n_{48} = n_{14} + n_{40} = F$ C7

$\{n_2 + n_6 + n_{10} + n_{14}\} + \{n_{36} + n_{40} + n_{44} + n_{48}\} = 2*(D + F)$
 ゆえに $D + F = 130$ C12

C9~C12をまとめると、

$F = C$, $E = D$, および $C + D = 130$ (あるいは $E + F = 130$)
 そして $130 - D = C$, $130 - E = C$, $130 - C = D$, $130 - F = D$
 つまり, C1~C8の等式群は, 次の2つのグループに分れる。

$n_1 + n_{43} = n_3 + n_{41} = n_6 + n_{48} = n_8 + n_{46} = n_9 + n_{35} = n_{11} + n_{33} = n_{14} + n_{40} = n_{16} + n_{38} =$
 $n_{18} + n_{60} = n_{20} + n_{58} = n_{21} + n_{63} = n_{23} + n_{61} = n_{26} + n_{52} = n_{28} + n_{50} = n_{29} + n_{55} = n_{31} + n_{53} = C$
 C13

$n_2 + n_{44} = n_4 + n_{42} = n_5 + n_{47} = n_7 + n_{45} = n_{10} + n_{36} = n_{12} + n_{34} = n_{13} + n_{39} = n_{15} + n_{37} =$
 $n_{17} + n_{59} = n_{19} + n_{57} = n_{22} + n_{64} = n_{24} + n_{62} = n_{25} + n_{51} = n_{27} + n_{49} = n_{30} + n_{56} = n_{32} + n_{54} = D$
 C14

C13式は“Cの補数”を成す 16組 32数, C14式は“Dの補数”を成す 16組 32数を表わす。
 (ただし, $C + D = 130$ である。)

これは, 何を意味するだろうか。

試みに, $n_1 = 1$, $n_{43} = 48$ と決めると, $C = 49$, $D = 130 - 49 = 81$ と決まる。足して 49 になる2数の組み合わせを考えれば, C13式の具体的な値が決まる。同様に足して 81 になる2数の組み合わせを考えれば, C14式の具体的な値が決まって行く。

$n_1 = 1$, $n_{43} = 64$ と決めれば, $C = 65$, $D = 130 - 65 = 65$ と決まり, この場合CとDの区別が無くなる。いわば等価の補数の32ペアが「2クラス合同」の大きな集合を作る。

ところで, これらの補数ペアは, すべて方陣の立体汎対角線の上にある。そして,

$n_1 + n_{22} + n_{43} + n_{64} = 130$ pt01

$n_2 + n_{23} + n_{44} + n_{61} = 130$ pt05

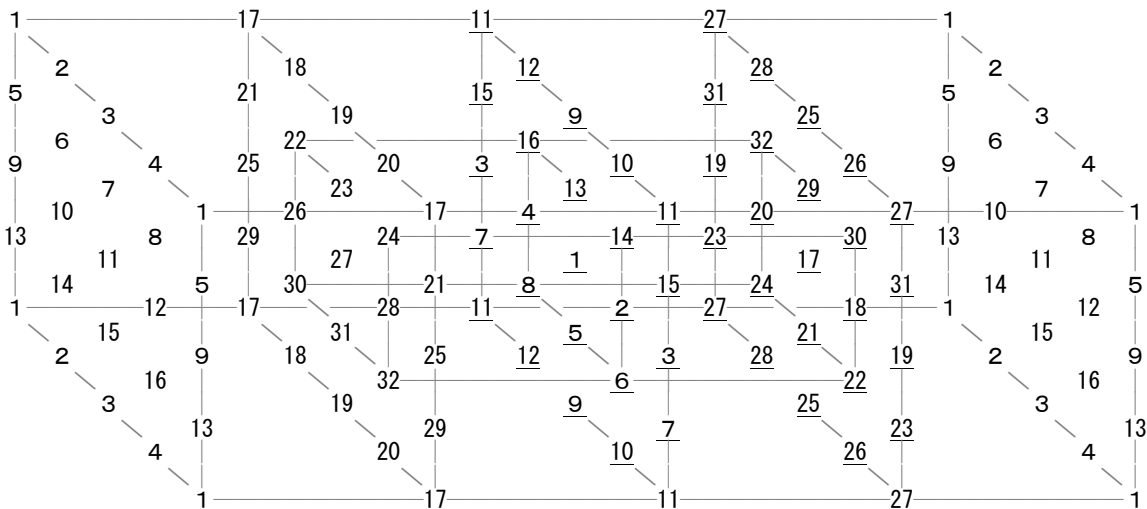
$\{n_1 + n_{43}\} + \{n_{22} + n_{64}\} = C + D = 130$

$\{n_2 + n_{44}\} + \{n_{23} + n_{61}\} = D + C = 130$ でわかるように,

すべての汎対角線上の4数が, C, Dの補数ペアの和の形になっている。

次の図は, 例えば $\{n_1, n_{43}\}$ の補数ペアを $\{n_1, n_{\underline{1}}\}$ とし, $\{n_2, n_{44}\}$ を $\{n_2, n_{\underline{2}}\}$, $\{n_3, n_{41}\}$ を $\{n_3, n_{\underline{3}}\}$, ... と表したものである。

汎立体四方陣拡張空間図 [補数表現形]



$\{n_1 + n_{43}\} + \{n_{22} + n_{64}\} = \{n_1 + n_{\underline{1}}\} + \{n_{22} + n_{\underline{22}}\} = C + D = 130$

$\{n_2 + n_{44}\} + \{n_{23} + n_{61}\} = \{n_2 + n_{\underline{2}}\} + \{n_{23} + n_{\underline{23}}\} = D + C = 130$

.....

汎対角線上のこれらの関係が、直接に図中でたどれる。

この特徴は、方陣の構成上、有利な方策を提供する。すべての汎対角線上にC, Dの補数ペアを適切に配置することによって方陣を作れるからである。しかも、Cを決めれば、Dが決まる。相手の候補もかなり絞れる。いつも2数ずつペアで配置するので、手間が半分になる。調べる「場合の数」を劇的に減らせる。

かかる条件を新たに付加して調べたからと言って、解の総数が減るわけでは決してない。そのタイプに本来備わっている内在的な性質は、解を変えない。ただ、それを知って利用すると、探索の無駄を省き手間ひまを省く。手間が掛かり過ぎて事実上「解けない問題」を、これらの性質解明が何とか「解ける問題」に変える可能性がある。

4. ところで、C, Dには具体的にどのような値が入るだろうか。補数ペアを実際に組み合わせさせてみよう。それを具体的に決めなければ、補数の配置は始まらない。

条件は、1~64の自然数を欠落無く重複無く使用しつつ2個ずつ組み合わせさせて、和が同じになるペアを16組ずつ2クラス作れることだ。しかも、 $C+D=130$ であること。

例えば、試みに $C=3, D=127$ と仮定する。この条件に適合する補数のペアは、 $\{1, 2\}, \{64, 63\}$ の1組ずつしか無い。これではとても方陣は作れない。

次に例えば、 $C=10, D=120$ を調べる。

┌Cの補数： $\{1, 9\}, \{2, 8\}, \{3, 7\}, \{4, 6\}$

└Dの補数： $\{64, 56\}, \{63, 57\}, \{62, 58\}, \{61, 59\}$ の4組ずつしか得られない。

$C=25, D=105$ の場合も調べよう。

┌Cの補数：1 $\{1, 24\}$, 2 $\{2, 23\}$, 3 $\{3, 22\}$, 4 $\{4, 21\}$, 5 $\{5, 20\}$, 6 $\{6, 19\}$,

7 $\{7, 18\}$, 8 $\{8, 17\}$, 9 $\{9, 16\}$, 10 $\{10, 15\}$, 11 $\{11, 14\}$, 12 $\{12, 13\}$

└Dの補数：1 $\{64, 41\}$, 2 $\{63, 42\}$, 3 $\{62, 43\}$, 4 $\{61, 44\}$, 5 $\{60, 45\}$, 6 $\{59, 46\}$,
7 $\{58, 47\}$, 8 $\{57, 48\}$, 9 $\{56, 49\}$, 10 $\{55, 50\}$, 11 $\{54, 51\}$, 12 $\{53, 52\}$

それぞれ12組しか作れない。

C, Dの値は何でも良いわけではないことがわかる。手計算で(パソコンを使って数えさせてもよい)組分けして調べてみると、16組ずつもの補数のペアを作り得る値は意外に少ないことがわかる。 $C < 33$ では、皆無である。 $C=33$ は、以下のごとく合格である。

┌ $C=33$ の補数：1 $\{1, 32\}$, 2 $\{2, 31\}$, 3 $\{3, 30\}$, 4 $\{4, 29\}$, 5 $\{5, 28\}$, 6 $\{6, 27\}$,

7 $\{7, 26\}$, 8 $\{8, 25\}$, 9 $\{9, 24\}$, 10 $\{10, 23\}$, 11 $\{11, 22\}$, 12 $\{12, 21\}$,

13 $\{13, 20\}$, 14 $\{14, 19\}$, 15 $\{15, 18\}$, 16 $\{16, 17\}$

└ $D=97$ の補数：1 $\{64, 33\}$, 2 $\{63, 34\}$, 3 $\{62, 35\}$, 4 $\{61, 36\}$, 5 $\{60, 37\}$, 6 $\{59, 38\}$,

7 $\{58, 39\}$, 8 $\{57, 40\}$, 9 $\{56, 41\}$, 10 $\{55, 42\}$, 11 $\{54, 43\}$, 12 $\{53, 44\}$,

13 $\{52, 45\}$, 14 $\{51, 46\}$, 15 $\{50, 47\}$, 16 $\{49, 48\}$

組分けのコツは、C, D, C, D, C, D, ... と交互にメンバーを取り合うこと。 $C < D$ の時、C組は小さい値から優先的に確保し、D組は大きい値から優先的に確保すること。

$C=33$ の次は49まで無い。そのあとは、57, 61, 63, 64, 65が合格である。

以下に $C=64$ のクラス分けの結果を例示する。こうしないと16組ずつ出来ない。

┌ $C=64$ ： $\{1, 63\}, \{3, 61\}, \{5, 59\}, \{7, 57\}, \{9, 55\}, \{11, 53\}, \{13, 51\}, \{15, 49\}$,

$\{17, 47\}, \{19, 45\}, \{21, 43\}, \{23, 41\}, \{25, 39\}, \{27, 37\}, \{29, 35\}, \{31, 33\}$

└ $D=66$ ： $\{64, 2\}, \{62, 4\}, \{60, 6\}, \{58, 8\}, \{56, 10\}, \{54, 12\}, \{52, 14\}, \{50, 16\}$,

$\{48, 18\}, \{46, 20\}, \{44, 22\}, \{42, 24\}, \{40, 26\}, \{38, 28\}, \{36, 30\}, \{34, 32\}$

くしくも、C組には奇数ばかりが集まり、D組には偶数ばかりが集まった。

C, Dの値をかくのごとく(33, 97), (49, 81), (57, 73), (61, 69), (63, 67), (64, 66), (65 [32ペアの合同クラス])の7セットに予め絞れた(詳しくは、添付資料を参照)。

不思議な感じがするが、小生にはこの理由の説明が付かない。

それが自然数1~64に固有の性質である、とでも今は言うておこう。

だが、これは、考えてみれば、収穫と言える。調べる「場合の数」を絞れて、これからは

無駄な探索をしないで済むから。探索の手順もおのずと決まる。

先ずC, Dの値を決める。n1 = 1の標準方陣では、今後は n43=32, 48, 56, 60, 62, 63, 64 の場合だけを考えれば良いわけである。

次にそれに応じて補数のペアをC/D用に各16組ずつ作り、前節の考察でわかった組固有のポジション（汎対角線上の）に2個ずつ仕分けして当てはめて行く。

他の場所に動かす時にも、2個ずつペアで動かす。補数のペアリングそのものが汎対角線を考慮してなされているので、Cの補数1組とDの補数1組を組み合わせることで対角線の和は自動的に一定になる（C + D = 130）。各面の行列の和だけ自分で計算・調整して行けばよい。

5. さらに補数には、次のような重要な性質がある。

{n1, n43}, {n2, n44}, {n3, n41}, {n4, n42},
 {n5, n47}, {n6, n48}, {n7, n45}, {n8, n46},
 {n9, n35}, {n10, n36}, {n11, n33}, {n12, n34},
 {n13, n39}, {n14, n40}, {n15, n37}, {n16, n38} の16組は、第1面と第3面を関係づける補数であり、

{n17, n59}, {n18, n60}, {n19, n57}, {n20, n58},
 {n21, n63}, {n22, n64}, {n23, n61}, {n24, n62},
 {n25, n51}, {n26, n52}, {n27, n49}, {n28, n50},
 {n29, n55}, {n30, n56}, {n31, n53}, {n32, n54} の16組は、第2面と第4面を関係づける補数である。

このことは、第1面 ↔ 第3面, 第2面 ↔ 第4面の交換可能性を示している。

第1面と第2面（あるいは第4面）を決めれば残りの2面が自動的に決まる。探索・作成の手間が半分になるわけで、これは有難い。

後は、n1 = 1 とおいて標準状態とし、このパターンに幾つの異形があるかを数えればよい。その際、同一解を重複して数えないために、例えば n2 > n5 > n17 (或いは n4 < n13 < n49) の大小関係を規定するなど、注意深い工夫が必要である。さもないと、反転や回転など単純な変換法で得られるパターンを別個の解として数えてしまう。

同一系列に属しながらも別種の異形というものもある。

																16																																																	
																3																	13																																
																4																	14																																
17	—			33	—			49	—			1	15	—			17	—			33	—			49																																								
	18				34				50	8		2	16				18				34				50																																								
21	19				37	35				53	51				5	3				21	19				37	35				53	51																																		
	22	20	—			38	36	—			54	52	—			6	4	—			22	20	—			38	36	—			54	52																																	
25	23				41	39				57	55				9	7				25	23				41	39				57	55																																		
	26	24				42	40				58	56				10	8				26	24				42	40				58	56																																	
29	27				45	43	—			61	59	—			13	11	—			29	27	—			45	43	—			61	59																																		
																30	28				46	44				62	60				14	12				30	28				46	44				62	60																		
																31				47				63				15				31				47				63				15																					
																32	—			48	—			64	—			16	—			32	—			48	—			64	—			16	—																				
																W4'	=	W2				W3'	=	W3				W2'	=	W4				W1				W2				W3				W4																			

汎魔方陣では、その最初の要請からして面ごとの移動が可能である。例えば、上の図で第4面を第1面の左側に持ってくるができる。こうしても縦横前後の面で各行各列の和は130であり、汎対角線の和も130に等しい。さらに連続して右端の面を左端に持ってくるができるから、例えば上図で移動を3回繰り返すと、中央の第1面を共有する新たな立体を作れる。この新たな立体でも、例えば汎対角線の1つである

$$n1 + n54 + n43 + n32 = 130 \text{ は成り立たなければならない。}$$

これは元の立体と違った型に思えるが、構成内容は全体的にまったく同じであり、同一の

拡張方陣空間を分有・共有している。従って同一系列に分類されるべきである。

上図の中央部分を切り取り、例えば $n33$ を起点として元の第3, 4, 1, 2面を利用し、

16		32		48		64		16											
13		29		45		61		13											
4	14	20	30	36	46	52	62	4	14										
1	15	17	31	33	47	49	63	1	15										
8	2	16	24	18	32	40	34	48	56	50	64	8	2	16					
5	3	13	21	19	29	37	35	45	53	51	61	5	3	13					
12	6	4	14	28	22	20	30	44	38	36	46	60	54	52	62	12	6	4	14
9	7	1	25	23	17	41	39	33	57	55	49	9	7	1					
16	10	8	2	32	26	24	18	48	42	40	34	64	58	56	50	16	10	8	2
13	11	5	29	27	21	45	43	37	61	59	53	13	11	5					
4	14	12	6	20	30	28	22	36	46	44	38	52	62	60	54	4	14	12	6
1	15	9	17	31	25	33	47	41	49	63	57	1	15	9					
2	16	10	18	32	26	34	48	42	50	64	58	2	16	10					
3	13	19	29	35	45	51	61	3	13										
4	14	20	30	36	46	52	62	4	14										
1	17	33	49	1															
2	18	34	50	2															

新たな立体四方陣を作ることができるが、それでも別系列の他の解を作り出したことにはならない。あくまで同一の拡張方陣空間の一部に過ぎないからである。

面の移動は、左右ばかりでなく上下にも前後にも可能である。拡張空間は三次元に延長できる。上図を見てほしい。

同一の拡張空間内で $4 \times 4 \times 4$ の立体方陣枠を任意に動かし、幾つもの立体四方陣を切り取ることができるが、それは何回かの面移動を積み重ねたのと同じ結果を示す。時に反転した形や回転した形になっているが、本来同一種類と見なされるべき派生方陣である。

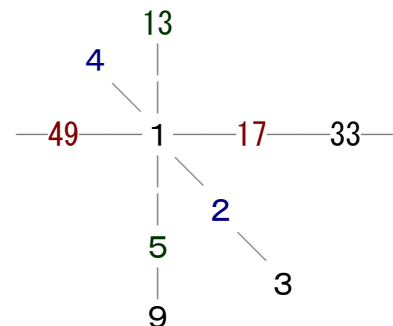
具体的の方陣を作ると、実はこの種の異形（同一空間つまり同一系列）を何個も作ってしまうことがある。たとえ、 $n2 > n5 > n17$ を守っていてもである。後で気付くことが多いが、しかし、これは本来重複計数と見なして1つにすべきものだ。

したがって同一解のこの種の重複計数を避けるためには、三次元的に第2面と第4面の交換を禁止しなければならない。標準形では、最初から $n1 = 1, n43 = C - 1$ を仮定するから、もはや第1面と第3面の交換は起こらない。よって、例えば

$n2 > n5 > n17$ に加えて $n2 > n4, n5 > n13, n17 > n49$ (大小は逆でも良い) などを新たに条件に付け加える工夫が必要になる。

それは、立体方陣拡張空間の、いわば「座標軸」とも言える右図のような配置の、反転・回転・対称移動を禁じる工夫とも言える。

これらの不等式を条件に付加することによって、派生形の計数を最初から排除できる。かくして我々は、拡張方陣空間そのものの種類を計数することができるようになる(はずである)。



6. 解は無数にある。パソコンに数えさせたが、計数を思い立った1985年当時のマイコンでは、時間が掛かり過ぎた。整数型の機械語プログラムを組んで数えても、16ビットのカウンタがオーバーフローした。1996年製のパソコンでも試みたが、インタープリタ型の高級言語を使ってはなかなか最後までたどり着けなかった。

今は、C言語とコンパイラで高速プログラムを組んで計数している。少しずつ結果が出始めている。まだ複数の異なった方法で最終的に確認したわけではないが、中間報告する。

- $n1 = 1, n43 = 32$ (すなわち, $C = 33, D = 97$) の時, 469,921個,
- $n1 = 1, n43 = 48$ (すなわち, $C = 49, D = 81$) の時, 377,803個,
- $n1 = 1, n43 = 56$ (すなわち, $C = 57, D = 73$) の時, 355,173個,

$n_1 = 1, n_{43} = 60$ (すなわち, $C = 61, D = 69$) の時, 355, 173個,
 $n_1 = 1, n_{43} = 62$ (すなわち, $C = 63, D = 67$) の時, 377, 803個,
 $n_1 = 1, n_{43} = 63$ (すなわち, $C = 64, D = 66$) の時, 469, 921個,
 $n_1 = 1, n_{43} = 64$ (すなわち, $C = D = 65$) の時, ??? 個。

最後のケースでは, C/D のクラス分けができないために調べる場合の数が整理できず, 多くなり過ぎてしまう。計数に時間がかかり, なかなか最後まで数え切れない。試行では, 単独で一千万個を軽く上回る (添付資料を参照のこと)。

それにしても, 解が全体で少なくとも一千万超個もあると実測されるのは, 驚きだ。

これは, 汎立体四方陣が決して特別な形ではないことを示している。もう少し条件をいろいろ付けて, 「個性的な」立体方陣をさがした方が良いのかもしれない。

あるいは内在的な構造の分析が, まだ足りないのかもしれない。何しろ, 31個から31個を取る順列の数は, ものすごい数である。これを全部調べていては, いかな高速パソコンでもオーバーヒートする。調べる場合の数を予めもっと絞り込む必要を感じている。

7. 次のリストを見てほしい。得られた解を試みに補数の組の出席番号で表してみた。

C/D 組の登録番号は, 通し番号にしてある。しかも, $\{C_1, D_1\}, \{C_2, D_2\}, \dots, \{C_{31}, D_{31}\}, \{C_{32}, D_{32}\}$ と組んでみた。

一見関係無さそうに見える2つの解が同じパターンを示すことに気が付いた。

何故このようなことが起きるのか。

<pre> 1 56 13 60 63 11 38 18 61 2 17 54 44 27 8 47 10 64 51 9 30 52 39 5 6 55 50 14 31 35 43 26 45 4 28 48 33 21 24 57 62 20 7 37 42 32 19 41 12 59 40 15 29 34 49 22 53 25 36 16 3 58 23 46 n1 = 1, n43=32 の解(2) </pre>	→	<pre> 1 9 13 5 2 11 27 18 4 2 17 11 21 27 8 18 10 1 14 9 30 13 26 5 6 10 15 14 31 30 22 26 20 4 28 17 32 21 24 8 3 20 7 28 23 32 19 24 12 6 25 15 29 31 16 22 12 25 29 16 3 7 23 19 補数C/D組の登録番号による表現 </pre>
---	---	--

<pre> 1 48 25 56 62 21 12 35 58 3 33 44 24 53 15 30 19 64 38 17 59 40 14 9 11 46 36 27 61 6 22 51 26 7 55 32 2 41 47 50 60 39 13 10 20 63 37 18 23 54 16 29 57 4 34 43 42 49 8 31 5 52 45 28 n1 = 1, n43=63 の解(2) </pre>	→	<pre> 1 9 13 5 2 11 27 18 4 2 17 11 21 27 8 18 10 1 14 9 30 13 26 5 6 10 15 14 31 30 22 26 20 4 28 17 32 21 24 8 3 20 7 28 23 32 19 24 12 6 25 15 29 31 16 22 12 25 29 16 3 7 23 19 補数C/D組の登録番号による表現 </pre>
--	---	--

Class: $n_{43} = 32 : n\{C, D\} = \{33, 97\}$: 登録番号

1 {1, 64}, 2 {2, 63}, 3 {3, 62}, 4 {4, 61}, 5 {5, 60}, 6 {6, 59}, 7 {7, 58}, 8 {8, 57}, 9 {9, 56},
 10 {10, 55}, 11 {11, 54}, 12 {12, 53}, 13 {13, 52}, 14 {14, 51}, 15 {15, 50}, 16 {16, 49}, 17 {17, 48},
 18 {18, 47}, 19 {19, 46}, 20 {20, 45}, 21 {21, 44}, 22 {22, 43}, 23 {23, 42}, 24 {24, 41}, 25 {25, 40},
 26 {26, 39}, 27 {27, 38}, 28 {28, 37}, 29 {29, 36}, 30 {30, 35}, 31 {31, 34}, 32 {32, 33}

Class: $n_{43} = 63 : n\{C, D\} = \{64, 66\}$: 登録番号

1 {1, 64}, 2 {3, 62}, 3 {5, 60}, 4 {7, 58}, 5 {9, 56}, 6 {11, 54}, 7 {13, 52}, 8 {15, 50}, 9 {17, 48},
 10 {19, 46}, 11 {21, 44}, 12 {23, 42}, 13 {25, 40}, 14 {27, 38}, 15 {29, 36}, 16 {31, 34}, 17 {33, 32},
 18 {35, 30}, 19 {37, 28}, 20 {39, 26}, 21 {41, 24}, 22 {43, 22}, 23 {45, 20}, 24 {47, 18}, 25 {49, 16},

26 {51, 14}, 27 {53, 12}, 28 {55, 10}, 29 {57, 8}, 30 {59, 6}, 31 {61, 4}, 32 {63, 2}

$n_{43}=32$ の時にも $n_{43}=63$ の時にも、くしくも $C_1+D_1=65, C_2+D_2=65, C_3+D_3=65, \dots, C_{31}+D_{31}=65, C_{32}+D_{32}=65$ という関係が成り立つ (これは他の場合でも共通して成り立つようだ。ただし、C/D組の区別がそもそも無い $n_{43}=64$ の時は例外)。

だから、同一行に例えば、{C1, D2, C2, D1}や{D15, C28, D28, C15} が並んだりすると、必ず行和は $65+65=130$ になるのである。 n_{43} の値が変わりメンバーの顔ぶれが変わっても、 $C_1+D_1=65, C_2+D_2=65, C_{15}+D_{15}=65, C_{28}+D_{28}=65$ は変わらないから。

{C1, D4, C6, D3} の取り合わせも、この両セットでは総和が 130 になる。どうしてか。この場合両セットに共通の条件をさがすと、先ず出席番号 1 の内容が同じである。

また出席番号が増えても、C の増え方と D の減り方が同じなので、増減が相殺されて、C/D の和が一定になる。 $1+61+6+62=130$ は、出席番号で表せば、

$$\{1+(1-1)*1\} + \{64-(4-1)*1\} + \{1+(6-1)*1\} + \{64-(3-1)*1\} = 130 \text{ となる。}$$

一方下のセットでは、 $1+58+11+60=$

$$\{1+(1-1)*2\} + \{64-(4-1)*2\} + \{1+(6-1)*2\} + \{64-(3-1)*2\} = 130 \text{ と表せる。}$$

一般化して、ある行もしくは列の内容を出席番号を用いて {Ca, Db, Cc, Dd} と表すと、その行列の和は、

$$\{1+(a-1)*n\} + \{64-(b-1)*n\} + \{1+(c-1)*n\} + \{64-(d-1)*n\} \text{ と表せる。}$$

n は、そのセットに固有の増減量である (上のセットでは $n=1$, 下のセットでは $n=2$)。

この式は整理すれば、 $n*(a-b+c-d)+130$ となる。

従って、 $a-b+c-d=0$ が成り立てば、この式の和はいつでも 130 になる。

出席番号だけで、定和を求めることが可能になった。ちなみに $1-4+6-3=0$ である。

この関係は、 $n_{43}=32$ の時にも $n_{43}=63$ の時にも共通して成り立つ。

$n_{43}=32$ の時と $n_{43}=63$ の時に両セットの計数結果が細部まで一致するのは、印象深い。内部にこうした細部の一致があるためではあるまいか。

補数の組の出席番号によっても、興味深い性質がわかってくるのである。

ただし、 $n_{43}=48, 56, 60, 62$ の時には、出席番号で共通の式を立て難い。C/D組固有の増減量が必ずしも線形に決まらない (関数形で表わし難い)。部分的に成り立つ関係はあっても、全部には通用しない。 $n_{43}=64$ の場合は、まったく孤立している。

それでも、 $n_{43}=48, 62$ の時に計数結果が一致するのは、印象深い。 $n_{43}=56, 60$ の時にも一致する。何らかのまだ未発見の構造的な関連が内部にあるものと思われる。

(June 18, 2000(初稿), Jan. 8, 2005(改訂稿), July 10, 2010(加筆改訂稿) :

MacOSX & Xcode による計数・作表: 撰田 寛二(Kanji Setsuda))

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

8. まだ計数が完了していない宿題は、完全型の汎立体四方陣 ($n_1=1$ & $n_{43}=64$ のタイプ) と補数対称型の立体四方陣であるが、この 2 タイプには、計数プログラムを組むたびに、いつも何となく似たような感触を得ていた。

** 完全型の汎立体四方陣と補数対称型立体四方陣の比較対照リスト: ($n_1=1$ のタイプ) **

1/C	<=>	1/S
1-----61-----32-----36		1-----61-----36-----32
63 6 8 53		63 6 53 8
62 42 7 14 35 43 26 31		62 24 7 49 26 10 35 47
5 24---19-49---54-47---+52-10		5 42---19-14---52-31---+54-43
22 25 34 48 23 20 51 37		45 38 28 56 17 15 40 21
18 38 55 56 41 21 16 15		44 25 50 48 9 37 27 20
45-33- ---28-29---40-64---17 4		22-11- ---34-13---51-46---23 60
44 57 50 12 27 2 9 59		18 30 55 39 16 58 41 3
30 39 3 58		57 12 59 2
11-----13-----60-----46		33-----29-----4-----64

2/C <=>

1	61	21	47
63	6	35	26
62	32	7	36
5	34	20	27
43	8	25	53
13	55	48	50
24	44	37	18
49	30	56	39
46	23	3	58
11	14	60	45

2/S

1	61	47	21
63	6	26	35
62	34	7	27
5	32	20	36
24	55	37	50
49	8	56	53
43	11	25	14
13	46	48	23
30	39	59	2
44	18	4	64

3/C <=>

1	61	48	20
63	6	18	43
62	32	7	8
5	34	29	55
16	35	24	54
50	28	39	40
51	17	38	45
12	47	56	22
46	23	3	58
21	13	60	36

3/S

1	61	20	48
63	6	43	18
62	34	7	55
5	32	29	8
51	28	38	40
12	35	56	54
16	21	24	13
50	46	39	23
47	22	59	2
17	45	4	64

4/C <=>

1	61	52	16
63	6	8	53
62	22	7	24
5	44	29	39
32	45	14	38
28	18	55	56
35	13	48	49
34	57	40	12
50	19	3	58
11	23	60	36

4/S

1	61	16	52
63	6	53	8
62	44	7	39
5	22	29	24
35	18	48	56
34	45	40	38
32	11	14	23
28	50	55	19
57	12	59	2
13	49	4	64

5/C <=>

1	61	48	20
63	6	18	43
62	16	7	24
5	50	29	39
32	51	8	38
34	12	55	56
35	17	54	45
28	47	40	22
46	23	3	58
21	13	60	36

5/S

1	61	20	48
63	6	43	18
62	50	7	39
5	16	29	24
35	12	54	56
28	51	40	38
32	21	8	13
34	46	55	23
47	22	59	2
17	45	4	64

.....

(以下同様に続く)

もしやと思って、試みに共通のプログラムをモジュール化し、構成の手順を標準化してみたら、上のような解が出て来た。何とも似ていて、驚いた。ここに掲載したのはほんの最初の数例であるが、同じ出方が延々と続くのである。構造的な関連がありそうだ。

分析してみると、両者の間には規則的な一対一対応があり、各個に共通の変換構成法が可能であることがわかった。両者ともに解の数は一千万超個もあるが、予想では多分同じ数になるはずで、一方を数えれば、他方を数えたことと同じになると考えられる。

以下に対応関係の分析を試みる。

両者に共通の構造をあげてみると、先ず補数の関係が似ている。ともに 65 の補数を 32 組持つ。以下にその表を掲げる。場所が違う(多少ねじれている)が、対応する面が違うだ

けで、まずは規則的な対応関係と言ってよい。補数はすべて、片や汎対角線上にあり、片や対称の位置にある（8組は対角線上にのる）。何とか対応関係の規則を見つけよう。こういう時は、積極的に視覚を利用した方がよい。空間的な対応をさがすのである。

補数の対応表

汎型	↔	対称型	汎型	↔	対称型
$n1 + n43 = 65$	↔	$n1 + n64 = 65$	$n17 + n59 = 65$	↔	$n17 + n48 = 65$
$n2 + n44 = 65$	↔	$n2 + n63 = 65$	$n18 + n60 = 65$	↔	$n18 + n47 = 65$
$n3 + n41 = 65$	↔	$n3 + n62 = 65$	$n19 + n57 = 65$	↔	$n19 + n46 = 65$
$n4 + n42 = 65$	↔	$n4 + n61 = 65$	$n20 + n58 = 65$	↔	$n20 + n45 = 65$
$n5 + n47 = 65$	↔	$n5 + n60 = 65$	$n21 + n63 = 65$	↔	$n21 + n44 = 65$
$n6 + n48 = 65$	↔	$n6 + n59 = 65$	$n22 + n64 = 65$	↔	$n22 + n43 = 65$
$n7 + n45 = 65$	↔	$n7 + n58 = 65$	$n23 + n61 = 65$	↔	$n23 + n42 = 65$
$n8 + n46 = 65$	↔	$n8 + n57 = 65$	$n24 + n62 = 65$	↔	$n24 + n41 = 65$
$n9 + n35 = 65$	↔	$n9 + n56 = 65$	$n25 + n51 = 65$	↔	$n25 + n40 = 65$
$n10 + n36 = 65$	↔	$n10 + n55 = 65$	$n26 + n52 = 65$	↔	$n26 + n39 = 65$
$n11 + n33 = 65$	↔	$n11 + n54 = 65$	$n27 + n49 = 65$	↔	$n27 + n38 = 65$
$n12 + n34 = 65$	↔	$n12 + n53 = 65$	$n28 + n50 = 65$	↔	$n28 + n37 = 65$
$n13 + n39 = 65$	↔	$n13 + n52 = 65$	$n29 + n55 = 65$	↔	$n29 + n36 = 65$
$n14 + n40 = 65$	↔	$n14 + n51 = 65$	$n30 + n56 = 65$	↔	$n30 + n35 = 65$
$n15 + n37 = 65$	↔	$n15 + n50 = 65$	$n31 + n53 = 65$	↔	$n31 + n34 = 65$
$n16 + n38 = 65$	↔	$n16 + n49 = 65$	$n32 + n54 = 65$	↔	$n32 + n33 = 65$

ここで、汎立体四方陣 ($n1 = 1$ & $n43 = 64$) から対称立体四方陣への変換構成法を考案しよう。考え方の手順は、こうである。

$\{n1, n2, n5, n6\}, \{n17, n18, n21, n22\}$ は、標準形ということで動かさないことにする。 $n1$ の近傍にあるばかりでなく、 $n2 > n5 > n17$ などの不等式が絡むところなので。とすると、補数の相手の $\{n43, n44, n47, n48\}, \{n59, n60, n63, n64\}$ をどう動かすか。対称型では、補数の相手は、対称の位置に来る。つまり $\{n64, n63, n60, n59\}, \{n48, n47, n44, n43\}$ の位置だ。

幸いメンバーが同じだ。そのままそこに移せる。 $2 \times 2 \times 2$ の立体二方陣が自分自身で対称移動したような形にする。

それに連動して他の部分も移動する。行列の定和を崩さないように動かすのだが、説明を試みると、なかなか面倒なことになりそう。途中説明を省略して、今は結論だけを図示することにしよう

あらためて、下図のようなわかりやすい構成法にして、提案する。

要は、左右・上下・前後方向で順次第3面と第4面をそっくり入れ替えるのである。

ただし、数値は元の汎魔方陣のポジションで表している。 $n43$ には64という具体的な数値が入っている。それがどう動いたかを見てほしい。

そして、このように動かして作ったものが、対称立体四方陣として通用することを具体的に確かめてほしい。元の行列の定和が良く保存されている。対角線の定和も成り立っている。

$$n1 + n22 + n64 + n43 = 130 \text{ は見やすいが,}$$

$$n3 + n24 + n62 + n41 = 130 \text{ も}$$

$$n9 + n30 + n56 + n35 = 130 \text{ も}$$

$$n11 + n32 + n54 + n33 = 130 \text{ も,}$$

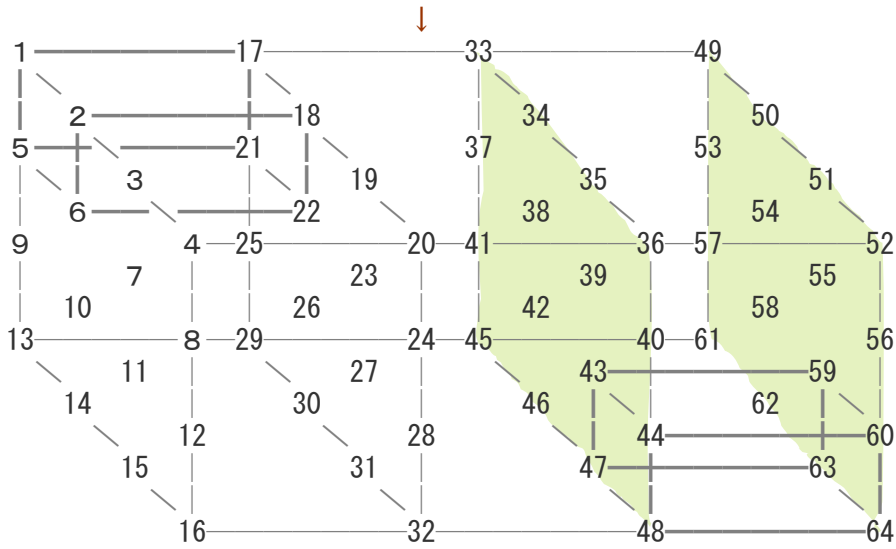
元の汎立体四方陣の汎対角線上にあるので、成り立つのである。

この変換構成法の特長は、逆もまた可なりということ。全く同じ変換構成法を用いて、対称立体四方陣の解を汎立体四方陣64の解に作り換えることができるのである。

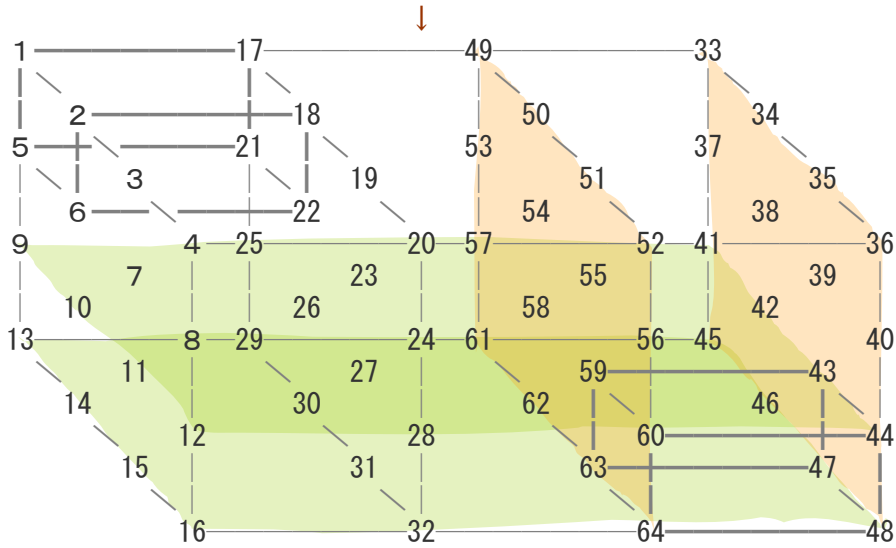
**** 方陣の変換構成法 ****

完全型汎立体四方陣64→補数対称型立体四方陣

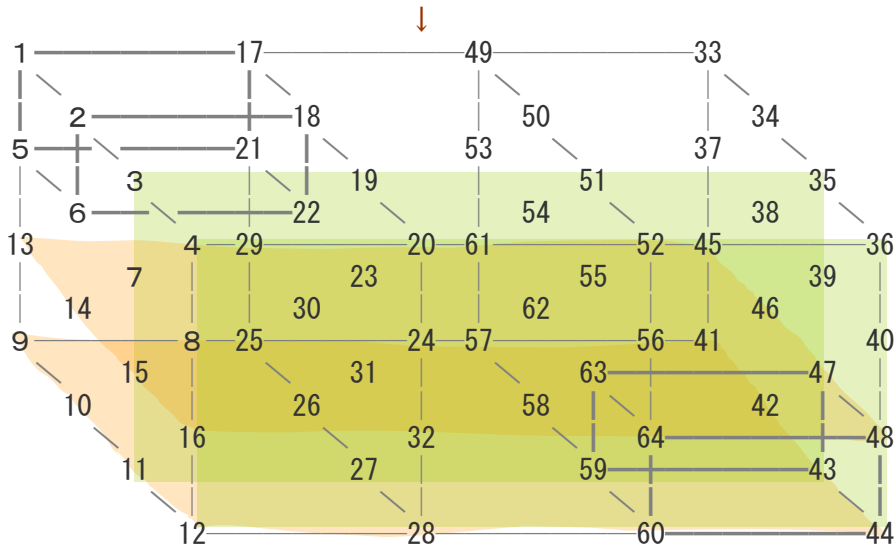
出発点：【完全型汎立体四方陣のポジション】



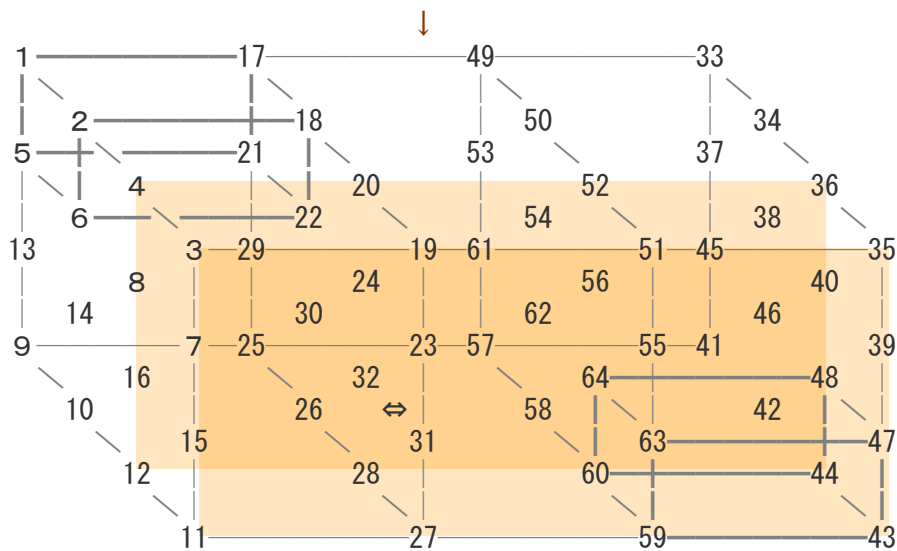
左右方向の第3面と第4面をそっくり入れ替える



上下方向の第3面と第4面をそっくり入れ替える



前後方向の第3面と第4面をそっくり入れ替える



出来上がり図【補数対称型立体四方陣】

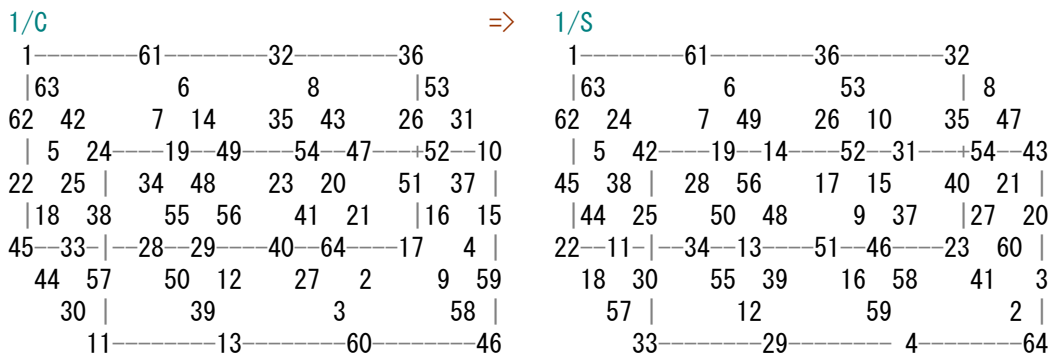
この型変換法を実際にプログラムの中で使う際には、次のように関数を定義する。元になるデータを配列 `d[0][65]` に入れておいて、この関数を呼び出すと、型変換後のデータが `d[1][65]` に入るという仕組みだ。途中のプロセスは一々問わない。結果が全てだから。

`/** The Conversion Program developed by Kanji Setsuda **/`

```
void conv(void){
  d[1][1]=d[0][1];      d[1][2]=d[0][2];      d[1][3]=d[0][4];      d[1][4]=d[0][3];
  d[1][5]=d[0][5];      d[1][6]=d[0][6];      d[1][7]=d[0][8];      d[1][8]=d[0][7];
  d[1][9]=d[0][13];     d[1][10]=d[0][14];     d[1][11]=d[0][16];     d[1][12]=d[0][15];
  d[1][13]=d[0][9];     d[1][14]=d[0][10];     d[1][15]=d[0][12];     d[1][16]=d[0][11];
  d[1][17]=d[0][17];    d[1][18]=d[0][18];    d[1][19]=d[0][20];    d[1][20]=d[0][19];
  d[1][21]=d[0][21];    d[1][22]=d[0][22];    d[1][23]=d[0][24];    d[1][24]=d[0][23];
  d[1][25]=d[0][29];    d[1][26]=d[0][30];    d[1][27]=d[0][32];    d[1][28]=d[0][31];
  d[1][29]=d[0][25];    d[1][30]=d[0][26];    d[1][31]=d[0][28];    d[1][32]=d[0][27];
  d[1][33]=d[0][49];    d[1][34]=d[0][50];    d[1][35]=d[0][52];    d[1][36]=d[0][51];
  d[1][37]=d[0][53];    d[1][38]=d[0][54];    d[1][39]=d[0][56];    d[1][40]=d[0][55];
  d[1][41]=d[0][61];    d[1][42]=d[0][62];    d[1][43]=d[0][64];    d[1][44]=d[0][63];
  d[1][45]=d[0][57];    d[1][46]=d[0][58];    d[1][47]=d[0][60];    d[1][48]=d[0][59];
  d[1][49]=d[0][33];    d[1][50]=d[0][34];    d[1][51]=d[0][36];    d[1][52]=d[0][35];
  d[1][53]=d[0][37];    d[1][54]=d[0][38];    d[1][55]=d[0][40];    d[1][56]=d[0][39];
  d[1][57]=d[0][45];    d[1][58]=d[0][46];    d[1][59]=d[0][48];    d[1][60]=d[0][47];
  d[1][61]=d[0][41];    d[1][62]=d[0][42];    d[1][63]=d[0][44];    d[1][64]=d[0][43];
};
```

早速にも実験してみよう。最初に完全型を対称型に変換し、次に対称型を完全型に変換した結果を示す。前に掲げたリスト (14~15ページ) と比較対照してほしい。

**** 実験 1 : 完全型の汎立体四方陣を変換して補数対称型立体四方陣を得る ****



2/C =>

1	61	21	47
63	6	35	26
62	32	7	36
5	34	20	27
43	8	25	53
13	55	48	50
24	44	37	18
49	30	56	39
46	23	3	58
11	14	60	45

2/S

1	61	47	21
63	6	26	35
62	34	7	27
5	32	20	36
24	55	37	50
49	8	56	53
43	11	25	14
13	46	48	23
30	39	59	2
44	18	4	64

3/C =>

1	61	48	20
63	6	18	43
62	32	7	8
5	34	29	55
16	35	24	54
50	28	39	40
51	17	38	45
12	47	56	22
46	23	3	58
21	13	60	36

3/S

1	61	20	48
63	6	43	18
62	34	7	55
5	32	29	8
51	28	38	40
12	35	56	54
16	21	24	13
50	46	39	23
47	22	59	2
17	45	4	64

4/C =>

1	61	52	16
63	6	8	53
62	22	7	24
5	44	29	39
32	45	14	38
28	18	55	56
35	13	48	49
34	57	40	12
50	19	3	58
11	23	60	36

4/S

1	61	16	52
63	6	53	8
62	44	7	39
5	22	29	24
35	18	48	56
34	45	40	38
32	11	14	23
28	50	55	19
57	12	59	2
13	49	4	64

5/C =>

1	61	48	20
63	6	18	43
62	16	7	24
5	50	29	39
32	51	8	38
34	12	55	56
35	17	54	45
28	47	40	22
46	23	3	58
21	13	60	36

5/S

1	61	20	48
63	6	43	18
62	50	7	39
5	16	29	24
35	12	54	56
28	51	40	38
32	21	8	13
34	46	55	23
47	22	59	2
17	45	4	64

.....

** 実験2 : 補数対称型立体四方陣を変換して完全型の汎立体四方陣を得る **

1/S =>

1	61	36	32
63	6	53	8
62	24	7	49
5	42	19	14
45	38	28	56
44	25	50	48
22	11	34	13
18	30	55	39
57	12	59	2
33	29	4	64

1/C

1	61	32	36
63	6	8	53
62	42	7	14
5	24	19	49
22	25	34	48
18	38	55	56
45	33	28	29
44	57	50	12
30	39	3	58
11	13	60	46

2/S =>

1	61	47	21
63	6	26	35
62	34	7	27
5	32	20	36
24	55	37	50
49	8	56	53
43	11	25	14
13	46	48	23
30	39	59	2
44	18	4	64

=> 2/C

1	61	21	47
63	6	35	26
62	32	7	36
5	34	20	27
43	8	25	53
13	55	48	50
24	44	37	18
49	30	56	39
46	23	3	58
11	14	60	45

3/S =>

1	61	20	48
63	6	43	18
62	34	7	55
5	32	29	8
51	28	38	40
12	35	56	54
16	21	24	13
50	46	39	23
47	22	59	2
17	45	4	64

=> 3/C

1	61	48	20
63	6	18	43
62	32	7	8
5	34	29	55
16	35	24	54
50	28	39	40
51	17	38	45
12	47	56	22
46	23	3	58
21	13	60	36

4/S =>

1	61	16	52
63	6	53	8
62	44	7	39
5	22	29	24
35	18	48	56
34	45	40	38
32	11	14	23
28	50	55	19
57	12	59	2
13	49	4	64

=> 4/C

1	61	52	16
63	6	8	53
62	22	7	24
5	44	29	39
32	45	14	38
28	18	55	56
35	13	48	49
34	57	40	12
50	19	3	58
11	23	60	36

5/S =>

1	61	20	48
63	6	43	18
62	50	7	39
5	16	29	24
35	12	54	56
28	51	40	38
32	21	8	13
34	46	55	23
47	22	59	2
17	45	4	64

=> 5/C

1	61	48	20
63	6	18	43
62	16	7	24
5	50	29	39
32	51	8	38
34	12	55	56
35	17	54	45
28	47	40	22
46	23	3	58
21	13	60	36

[OK!]

一方から他方が確かに構成できているではないか。正逆双方向いずれの場合でも全く同じ型変換法が適用可能であるという点が素晴らしい。

すなわち、この変換構成法が二種類の解集合の各要素の間に「一対一対応の関係」があることを直接に示しているわけで、そのために次のような推測が可能となるのである。

「この二種類の方陣の解は、同数個ある。」たとえ、各々の解が超多数個あろうとも。

まさか異種立体方陣がこのような形で関連づけられるとは、思いもよらぬ発見であった。

かかる変換法が成り立つのは、汎魔方陣の中でも n1=1; & n43=64; のタイプにのみ限られる。他のタイプの (例えば n43=32, 48, 56, 60, 62, 63;) の場合はだめである。

$n1=1; \& n43=64;$ のタイプの汎立体四方陣は、汎対角線上に「65の補数」32ペアの全てが並ぶ特別の種類だ。それ故に対称立体四方陣に変換することが可能なのだが、昔はこれを「汎四方陣」とは言わず、「完全方陣」と言って殊更に尊重した。

小生は、この呼称をぜひ復活させたいと思う。これからはこのタイプのことを「完全型の汎立体四方陣」、略して「完全立体四方陣」と言うことにする。完全立体四方陣は対称立体四方陣と一対一対応が付けられるために、解が同数個だけある。

平面の魔方陣でも事情は同じだ。17の補数全てが汎対角線上にあるために、補数対称型と一対一対応が付けられる汎四方陣のことを、今後はあえて「完全四方陣」と呼ぶ。

(July 15, 2000(初稿), January 8, 2005(改訂稿), July 18, 2010(最新改訂稿) :
MacOSX & Xcode3 による計数・作表 : 撰田 寛二(Kanji Setsuda))

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

9. 外国のホームページを見ていると、驚かされる情報に時々出あう。

汎型と対称型の性質を併せ持った連立型の立体四方陣が存在するというのである。連立型は不可能と思い込んでいた小生は、この記述に大層驚いた。

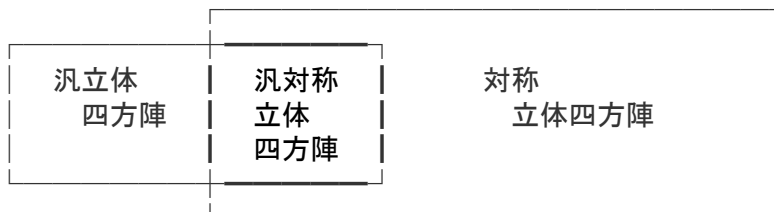
完全型と対称型の相互書き換えの方法を専ら追究していた小生には、にわかには信じ難い話だった。書き換えるのだから、その時はもちろん両者は違った形になる。何もしない同一解の中で既に両方の性質が同時に成り立つということはありません。

だが、完全型でない汎型ならば、あり得るかも知れない。そう思い直してちょっと調べてみたが、これがなかなか解が出て来ないのである。解無しとまでは確かめられなかったが、何だかありそうにない感触だったので、この問題はずっと敬遠していた。

ところが、『完全オイラー方陣』を研究していた際に、非常に高速な方陣構成法をたまたま発見・発明した。これを用いて試してみたら、連立型の解が作れたのではないかと。これには、驚いた。連立型は、完全型には1つも無いが、汎型には確かにある。

では、二進法を使わない普通の方法でも、構成できるはずだ。できなくてはおかしい。そう思って、本腰を入れて調べてみたが、何度やっても、解がなかなか出て来ない。何度も諦めかけたが、乾坤一擲、汎型の研究成果を最大限に取り入れて、それに対称型の条件を加えたら、何とか高速なプログラムが出来た。

作れた、作れた。決して多数ではないが、やはり連立型は存在した。その報告を最後にしておこう。



「連立型」とは、両方の性質を併せ持つものを言う。集合論で言えば、汎型の解集合と対称型の解集合の「積集合」に属するような解を求めるのである。

だから、両方の解集合が既に得られているのであれば、両方に重複している解を探せばよい。

こう言うと、簡単そうに聞こえるかも知れない。だが、実は大変な作業なのである。汎型が標準解だけでも240万余個、対称型にいたっては一千万超個あって、いまだに全数が確定していない。比較しようにもデータが多過ぎて、とても扱いきれない。無駄な探索をしているうちに時間ばかりが経ってしまう。

したがって、手早く調べるには、これはもう最初から連立型を直接に作るしか無い。

汎立体四方陣の基本条件である48+64本の定和式を全部使い、さらに下のような対称型の補数定和式を加えてプログラムを作り、解を探索するのである。

16												64
13												61
4	14											52 62
1	15	17				33						49 63
8	2	16			18		34			56	50	64
5	3	13	21		19		37 35			53	51	61
12	6	4			22 20		38 36	60		54	52	
9	7	1	25		23		41 39			57	55	49
16	10	8			26 24		42 40	64		58	56	
13	11	5	29		27		45 43			61	59	53
4	14	12			30 28		46 44	52		62	60	
1	15	9			31		47	49		63	57	
	2	16			32		48			50	64	
		3	13								51	61
			4									52
				1								49

* 対称型の補数定和式 *

$n_1 + n_{64} = n_2 + n_{63} = n_3 + n_{62} = n_4 + n_{61} =$
 $n_5 + n_{60} = n_6 + n_{59} = n_7 + n_{58} = n_8 + n_{57} =$
 $n_9 + n_{56} = n_{10} + n_{55} = n_{11} + n_{54} = n_{12} + n_{53} =$
 $n_{13} + n_{52} = n_{14} + n_{51} = n_{15} + n_{50} = n_{16} + n_{49} =$
 $n_{17} + n_{48} = n_{18} + n_{47} = n_{19} + n_{46} = n_{20} + n_{45} =$
 $n_{21} + n_{44} = n_{22} + n_{43} = n_{23} + n_{42} = n_{24} + n_{41} =$
 $n_{25} + n_{40} = n_{26} + n_{39} = n_{27} + n_{38} = n_{28} + n_{37} =$
 $n_{29} + n_{36} = n_{30} + n_{35} = n_{31} + n_{34} = n_{32} + n_{33} = CC \dots (cmp1)$

だが、このままでは冗長な（つまり低速な）プログラムしか書けない。

ここは、汎立体四方陣の研究成果を最大限に活かして、

(1) n43 に入る数値は、**64, 63, 62, 60, 56, 48, 32** の 7通りしかない。64 は「完全型」専用だから、それ以外の 6通りを調べればよい。

(2) C型の補数とD型の補数を各 16組作り、それを汎対角線上にペアで配置する。

C: (n1, n43), (n3, n41), (n6, n48), (n8, n46), (n9, n35), (n11, n33), (n14, n40), (n16, n38),
 (n18, n60), (n20, n58), (n21, n63), (n23, n61), (n26, n52), (n28, n50), (n29, n55), (n31, n53)
D: (n2, n44), (n4, n42), (n5, n47), (n7, n45), (n10, n36), (n12, n34), (n13, n39), (n15, n37),
 (n17, n59), (n19, n57), (n22, n64), (n24, n62), (n25, n51), (n27, n49), (n30, n56), (n32, n54)

(3) それに上の対称型の補数ペアをかませて、1本の汎対角線上の4数をいつも同時に決定して行く。

.....

などの作戦を立てて、探索するのである。

細部の詳しい報告は、本稿の紙数にもう余裕が無いので、別稿に記述する。

計数結果は、以下の通り。

n1=1; n43=32; の標準解が、	804 個。	} → 合計 4728 個
n1=1; n43=48; の標準解が、	780 個。	
n1=1; n43=56; の標準解が、	780 個。	
n1=1; n43=60; の標準解が、	780 個。	
n1=1; n43=62; の標準解が、	780 個。	
n1=1; n43=63; の標準解が、	804 個。	

解のリスト（部分）は、付録の添付資料集を参照してほしい。

(January 15, 2005: MacOSX & Xcode による作表・計数: 摂田 寛二(Kanji Setsuda))

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

【付録】 ** 添付資料集 (撰田 寛二謹製) **

C, D の値による補数ペアの作成 (n1=1; n43=23-64:)

C=24: 1(1, 23), 2(2, 22), 3(3, 21), 4(4, 20), 5(5, 19), 6(6, 18), 7(7, 17), 8(8, 16), 9(9, 15),
10(10, 14), 11(11, 13), 12(0, 0),

D=106: 1(64, 42), 2(63, 43), 3(62, 44), 4(61, 45), 5(60, 46), 6(59, 47), 7(58, 48), 8(57, 49),
9(56, 50), 10(55, 51), 11(54, 52), 12(0, 0), No!

C=25: 1(1, 24), 2(2, 23), 3(3, 22), 4(4, 21), 5(5, 20), 6(6, 19), 7(7, 18), 8(8, 17), 9(9, 16),
10(10, 15), 11(11, 14), 12(12, 13), 13(0, 0),

D=105: 1(64, 41), 2(63, 42), 3(62, 43), 4(61, 44), 5(60, 45), 6(59, 46), 7(58, 47), 8(57, 48),
9(56, 49), 10(55, 50), 11(54, 51), 12(53, 52), 13(0, 0), No!

C=32: 1(1, 31), 2(2, 30), 3(3, 29), 4(4, 28), 5(5, 27), 6(6, 26), 7(7, 25), 8(8, 24), 9(9, 23),
10(10, 22), 11(11, 21), 12(12, 20), 13(13, 19), 14(14, 18), 15(15, 17), 16(0, 0),

D=98: 1(64, 34), 2(63, 35), 3(62, 36), 4(61, 37), 5(60, 38), 6(59, 39), 7(58, 40), 8(57, 41),
9(56, 42), 10(55, 43), 11(54, 44), 12(53, 45), 13(52, 46), 14(51, 47), 15(50, 48), 16(0, 0), No!

C=33: 1(1, 32), 2(2, 31), 3(3, 30), 4(4, 29), 5(5, 28), 6(6, 27), 7(7, 26), 8(8, 25), 9(9, 24),
10(10, 23), 11(11, 22), 12(12, 21), 13(13, 20), 14(14, 19), 15(15, 18), 16(16, 17)

D=97: 1(64, 33), 2(63, 34), 3(62, 35), 4(61, 36), 5(60, 37), 6(59, 38), 7(58, 39), 8(57, 40),
9(56, 41), 10(55, 42), 11(54, 43), 12(53, 44), 13(52, 45), 14(51, 46), 15(50, 47), 16(49, 48) OK!

C=34: 1(1, 33), 2(3, 31), 3(4, 30), 4(5, 29), 5(6, 28), 6(7, 27), 7(8, 26), 8(9, 25), 9(10, 24),
10(11, 23), 11(12, 22), 12(13, 21), 13(14, 20), 14(15, 19), 15(16, 18), 16(0, 0),

D=96: 1(64, 32), 2(62, 34), 3(61, 35), 4(60, 36), 5(59, 37), 6(58, 38), 7(57, 39), 8(56, 40),
9(55, 41), 10(54, 42), 11(53, 43), 12(52, 44), 13(51, 45), 14(50, 46), 15(49, 47), 16(0, 0), No!

C=48: 1(1, 47), 2(2, 46), 3(3, 45), 4(4, 44), 5(5, 43), 6(6, 42), 7(7, 41), 8(8, 40), 9(9, 39),
10(10, 38), 11(11, 37), 12(12, 36), 13(13, 35), 14(14, 34), 15(15, 33), 16(0, 0),

D=82: 1(64, 18), 2(63, 19), 3(62, 20), 4(61, 21), 5(60, 22), 6(59, 23), 7(58, 24), 8(57, 25),
9(56, 26), 10(55, 27), 11(54, 28), 12(53, 29), 13(52, 30), 14(51, 31), 15(50, 32), 16(0, 0), No!

C=49: 1(1, 48), 2(2, 47), 3(3, 46), 4(4, 45), 5(5, 44), 6(6, 43), 7(7, 42), 8(8, 41), 9(9, 40),
10(10, 39), 11(11, 38), 12(12, 37), 13(13, 36), 14(14, 35), 15(15, 34), 16(16, 33)

D=81: 1(64, 17), 2(63, 18), 3(62, 19), 4(61, 20), 5(60, 21), 6(59, 22), 7(58, 23), 8(57, 24),
9(56, 25), 10(55, 26), 11(54, 27), 12(53, 28), 13(52, 29), 14(51, 30), 15(50, 31), 16(49, 32) OK!

C=50: 1(1, 49), 2(2, 48), 3(3, 47), 4(4, 46), 5(5, 45), 6(6, 44), 7(7, 43), 8(8, 42), 9(9, 41),
10(10, 40), 11(11, 39), 12(12, 38), 13(13, 37), 14(14, 36), 15(15, 35), 16(0, 0),

D=80: 1(64, 16), 2(63, 17), 3(62, 18), 4(61, 19), 5(60, 20), 6(59, 21), 7(58, 22), 8(57, 23),
9(56, 24), 10(55, 25), 11(54, 26), 12(53, 27), 13(52, 28), 14(51, 29), 15(50, 30), 16(0, 0), No!

C=56: 1(1, 55), 2(2, 54), 3(3, 53), 4(4, 52), 5(5, 51), 6(6, 50), 7(7, 49), 8(8, 48), 9(9, 47),
10(19, 37), 11(20, 36), 12(21, 35), 13(22, 34), 14(23, 33), 15(0, 0),

D=74: 1(64, 10), 2(63, 11), 3(62, 12), 4(61, 13), 5(60, 14), 6(59, 15), 7(58, 16), 8(57, 17),
9(56, 18), 10(46, 28), 11(45, 29), 12(44, 30), 13(43, 31), 14(42, 32), 15(0, 0), No!

C=57: 1(1, 56), 2(2, 55), 3(3, 54), 4(4, 53), 5(5, 52), 6(6, 51), 7(7, 50), 8(8, 49), 9(17, 40),
10(18, 39), 11(19, 38), 12(20, 37), 13(21, 36), 14(22, 35), 15(23, 34), 16(24, 33)

D=73: 1(64, 9), 2(63, 10), 3(62, 11), 4(61, 12), 5(60, 13), 6(59, 14), 7(58, 15), 8(57, 16),
9(48, 25), 10(47, 26), 11(46, 27), 12(45, 28), 13(44, 29), 14(43, 30), 15(42, 31), 16(41, 32) OK!

C=58: 1(1, 57), 2(2, 56), 3(3, 55), 4(4, 54), 5(5, 53), 6(6, 52), 7(7, 51), 8(15, 43), 9(16, 42),
10(17, 41), 11(18, 40), 12(19, 39), 13(20, 38), 14(21, 37), 15(0, 0),

D=72: 1(64, 8), 2(63, 9), 3(62, 10), 4(61, 11), 5(60, 12), 6(59, 13), 7(58, 14), 8(50, 22),
9(49, 23), 10(48, 24), 11(47, 25), 12(46, 26), 13(45, 27), 14(44, 28), 15(0, 0), No!

C=60: 1(1, 59), 2(2, 58), 3(3, 57), 4(4, 56), 5(5, 55), 6(11, 49), 7(12, 48), 8(13, 47), 9(14, 46),
10(15, 45), 11(21, 39), 12(22, 38), 13(23, 37), 14(24, 36), 15(25, 35), 16(0, 0),

D=70: 1(64, 6), 2(63, 7), 3(62, 8), 4(61, 9), 5(60, 10), 6(54, 16), 7(53, 17), 8(52, 18), 9(51, 19),
10(50, 20), 11(44, 26), 12(43, 27), 13(42, 28), 14(41, 29), 15(40, 30), 16(0, 0), No!

C=61: 1(1, 60), 2(2, 59), 3(3, 58), 4(4, 57), 5(9, 52), 6(10, 51), 7(11, 50), 8(12, 49), 9(17, 44),
10(18, 43), 11(19, 42), 12(20, 41), 13(25, 36), 14(26, 35), 15(27, 34), 16(28, 33)

D=69: 1(64, 5), 2(63, 6), 3(62, 7), 4(61, 8), 5(56, 13), 6(55, 14), 7(54, 15), 8(53, 16), 9(48, 21),
10(47, 22), 11(46, 23), 12(45, 24), 13(40, 29), 14(39, 30), 15(38, 31), 16(37, 32) OK!

C=62: 1(1, 61), 2(2, 60), 3(3, 59), 4(7, 55), 5(8, 54), 6(9, 53), 7(13, 49), 8(14, 48), 9(15, 47),

10(19, 43), 11(20, 42), 12(21, 41), 13(25, 37), 14(26, 36), 15(27, 35), 16(0, 0),
D=68: 1(64, 4), 2(63, 5), 3(62, 6), 4(58, 10), 5(57, 11), 6(56, 12), 7(52, 16), 8(51, 17), 9(50, 18),
10(46, 22), 11(45, 23), 12(44, 24), 13(40, 28), 14(39, 29), 15(38, 30), 16(0, 0), No!

C=63: 1(1, 62), 2(2, 61), 3(5, 58), 4(6, 57), 5(9, 54), 6(10, 53), 7(13, 50), 8(14, 49), 9(17, 46),
10(18, 45), 11(21, 42), 12(22, 41), 13(25, 38), 14(26, 37), 15(29, 34), 16(30, 33)

D=67: 1(64, 3), 2(63, 4), 3(60, 7), 4(59, 8), 5(56, 11), 6(55, 12), 7(52, 15), 8(51, 16), 9(48, 19),
10(47, 20), 11(44, 23), 12(43, 24), 13(40, 27), 14(39, 28), 15(36, 31), 16(35, 32) OK!

C=64: 1(1, 63), 2(3, 61), 3(5, 59), 4(7, 57), 5(9, 55), 6(11, 53), 7(13, 51), 8(15, 49), 9(17, 47),
10(19, 45), 11(21, 43), 12(23, 41), 13(25, 39), 14(27, 37), 15(29, 35), 16(31, 33)

D=66: 1(64, 2), 2(62, 4), 3(60, 6), 4(58, 8), 5(56, 10), 6(54, 12), 7(52, 14), 8(50, 16), 9(48, 18),
10(46, 20), 11(44, 22), 12(42, 24), 13(40, 26), 14(38, 28), 15(36, 30), 16(34, 32) OK!

C=65: D=65: 1(1, 64), 2(63, 2), 3(3, 62), 4(61, 4), 5(5, 60), 6(59, 6), 7(7, 58), 8(57, 8), 9(9, 56),
10(55, 10), 11(11, 54), 12(53, 12), 13(13, 52), 14(51, 14), 15(15, 50), 16(49, 16), 17(17, 48),
18(47, 18), 19(19, 46), 20(45, 20), 21(21, 44), 22(43, 22), 23(23, 42), 24(41, 24), 25(25, 40),
26(39, 26), 27(27, 38), 28(37, 28), 29(29, 36), 30(35, 30), 31(31, 34), 32(33, 32) OK!

C: (n1, n43), (n3, n41), (n6, n48), (n8, n46), (n9, n35), (n11, n33), (n14, n40), (n16, n38),
(n18, n60), (n20, n58), (n21, n63), (n23, n61), (n26, n52), (n28, n50), (n29, n55), (n31, n53)

D: (n2, n44), (n4, n42), (n5, n47), (n7, n45), (n10, n36), (n12, n34), (n13, n39), (n15, n37),
(n17, n59), (n19, n57), (n22, n64), (n24, n62), (n25, n51), (n27, n49), (n30, n56), (n32, n54)

C=32: D=98:
C1(1, 31), D1(64, 34); C2(2, 30), D2(63, 35); C3(3, 29), D3(62, 36); C4(4, 28), D4(61, 37);
C5(5, 27), D5(60, 38); C6(6, 26), D6(59, 39); C7(7, 25), D7(58, 40); C8(8, 24), D8(57, 41);
C9(9, 23), D9(56, 42); C10(10, 22), D10(55, 43); C11(11, 21), D11(54, 44); C12(12, 20), D12(53, 45);
C13(13, 19), D13(52, 46); C14(14, 18), D14(51, 47); C15(15, 17), D15(50, 48); C16(0, 0), No!

C=33: D=97:
C1(1, 32), D1(64, 33); C2(2, 31), D2(63, 34); C3(3, 30), D3(62, 35); C4(4, 29), D4(61, 36);
C5(5, 28), D5(60, 37); C6(6, 27), D6(59, 38); C7(7, 26), D7(58, 39); C8(8, 25), D8(57, 40);
C9(9, 24), D9(56, 41); C10(10, 23), D10(55, 42); C11(11, 22), D11(54, 43); C12(12, 21), D12(53, 44);
C13(13, 20), D13(52, 45); C14(14, 19), D14(51, 46); C15(15, 18), D15(50, 47); C16(16, 17), D16(49, 48) OK!

C=34: D=96:
C1(1, 33), D1(64, 32); C2(3, 31), D2(62, 34); C3(4, 30), D3(61, 35); C4(5, 29), D4(60, 36);
C5(6, 28), D5(59, 37); C6(7, 27), D6(58, 38); C7(8, 26), D7(57, 39); C8(9, 25), D8(56, 40);
C9(10, 24), D9(55, 41); C10(11, 23), D10(54, 42); C11(12, 22), D11(53, 43); C12(13, 21), D12(52, 44);
C13(14, 20), D13(51, 45); C14(15, 19), D14(50, 46); C15(16, 18), D15(49, 47); C16(0, 0), No!

C=48: D=82:
C1(1, 47), D1(64, 18); C2(2, 46), D2(63, 19); C3(3, 45), D3(62, 20); C4(4, 44), D4(61, 21);
C5(5, 43), D5(60, 22); C6(6, 42), D6(59, 23); C7(7, 41), D7(58, 24); C8(8, 40), D8(57, 25);
C9(9, 39), D9(56, 26); C10(10, 38), D10(55, 27); C11(11, 37), D11(54, 28); C12(12, 36), D12(53, 29);
C13(13, 35), D13(52, 30); C14(14, 34), D14(51, 31); C15(15, 33), D15(50, 32); C16(0, 0), No!

C=49: D=81:
C1(1, 48), D1(64, 17); C2(2, 47), D2(63, 18); C3(3, 46), D3(62, 19); C4(4, 45), D4(61, 20);
C5(5, 44), D5(60, 21); C6(6, 43), D6(59, 22); C7(7, 42), D7(58, 23); C8(8, 41), D8(57, 24);
C9(9, 40), D9(56, 25); C10(10, 39), D10(55, 26); C11(11, 38), D11(54, 27); C12(12, 37), D12(53, 28);
C13(13, 36), D13(52, 29); C14(14, 35), D14(51, 30); C15(15, 34), D15(50, 31); C16(16, 33), D16(49, 32) OK!

C=50: D=80:
C1(1, 49), D1(64, 16); C2(2, 48), D2(63, 17); C3(3, 47), D3(62, 18); C4(4, 46), D4(61, 19);
C5(5, 45), D5(60, 20); C6(6, 44), D6(59, 21); C7(7, 43), D7(58, 22); C8(8, 42), D8(57, 23);
C9(9, 41), D9(56, 24); C10(10, 40), D10(55, 25); C11(11, 39), D11(54, 26); C12(12, 38), D12(53, 27);
C13(13, 37), D13(52, 28); C14(14, 36), D14(51, 29); C15(15, 35), D15(50, 30); C16(0, 0), No!

C=56: D=74:
C1(1, 55), D1(64, 10); C2(2, 54), D2(63, 11); C3(3, 53), D3(62, 12); C4(4, 52), D4(61, 13);
C5(5, 51), D5(60, 14); C6(6, 50), D6(59, 15); C7(7, 49), D7(58, 16); C8(8, 48), D8(57, 17);
C9(9, 47), D9(56, 18); C10(19, 37), D10(46, 28); C11(20, 36), D11(45, 29); C12(21, 35), D12(44, 30);
C13(22, 34), D13(43, 31); C14(23, 33), D14(42, 32); C15(0, 0), No!

C=57: D=73:
C1(1, 56), D1(64, 9); C2(2, 55), D2(63, 10); C3(3, 54), D3(62, 11); C4(4, 53), D4(61, 12);

C5(5, 52), D5(60, 13); C6(6, 51), D6(59, 14); C7(7, 50), D7(58, 15); C8(8, 49), D8(57, 16);
 C9(17, 40), D9(48, 25); C10(18, 39), D10(47, 26); C11(19, 38), D11(46, 27); C12(20, 37), D12(45, 28);
 C13(21, 36), D13(44, 29); C14(22, 35), D14(43, 30); C15(23, 34), D15(42, 31); C16(24, 33), D16(41, 32) OK!

C=58: D=72:

C1(1, 57), D1(64, 8); C2(2, 56), D2(63, 9); C3(3, 55), D3(62, 10); C4(4, 54), D4(61, 11);
 C5(5, 53), D5(60, 12); C6(6, 52), D6(59, 13); C7(7, 51), D7(58, 14); C8(15, 43), D8(50, 22);
 C9(16, 42), D9(49, 23); C10(17, 41), D10(48, 24); C11(18, 40), D11(47, 25); C12(19, 39), D12(46, 26);
 C13(20, 38), D13(45, 27); C14(21, 37), D14(44, 28); C15(0, 0), No!

C=60: D=70:

C1(1, 59), D1(64, 6); C2(2, 58), D2(63, 7); C3(3, 57), D3(62, 8); C4(4, 56), D4(61, 9);
 C5(5, 55), D5(60, 10); C6(11, 49), D6(54, 16); C7(12, 48), D7(53, 17); C8(13, 47), D8(52, 18);
 C9(14, 46), D9(51, 19); C10(15, 45), D10(50, 20); C11(21, 39), D11(44, 26); C12(22, 38), D12(43, 27);
 C13(23, 37), D13(42, 28); C14(24, 36), D14(41, 29); C15(25, 35), D15(40, 30); C16(0, 0), No!

C=61: D=69:

C1(1, 60), D1(64, 5); C2(2, 59), D2(63, 6); C3(3, 58), D3(62, 7); C4(4, 57), D4(61, 8);
 C5(9, 52), D5(56, 13); C6(10, 51), D6(55, 14); C7(11, 50), D7(54, 15); C8(12, 49), D8(53, 16);
 C9(17, 44), D9(48, 21); C10(18, 43), D10(47, 22); C11(19, 42), D11(46, 23); C12(20, 41), D12(45, 24);
 C13(25, 36), D13(40, 29); C14(26, 35), D14(39, 30); C15(27, 34), D15(38, 31); C16(28, 33), D16(37, 32) OK!

C=62: D=68:

C1(1, 61), D1(64, 4); C2(2, 60), D2(63, 5); C3(3, 59), D3(62, 6); C4(7, 55), D4(58, 10);
 C5(8, 54), D5(57, 11); C6(9, 53), D6(56, 12); C7(13, 49), D7(52, 16); C8(14, 48), D8(51, 17);
 C9(15, 47), D9(50, 18); C10(19, 43), D10(46, 22); C11(20, 42), D11(45, 23); C12(21, 41), D12(44, 24);
 C13(25, 37), D13(40, 28); C14(26, 36), D14(39, 29); C15(27, 35), D15(38, 30); C16(0, 0), No!

C=63: D=67:

C1(1, 62), D1(64, 3); C2(2, 61), D2(63, 4); C3(5, 58), D3(60, 7); C4(6, 57), D4(59, 8);
 C5(9, 54), D5(56, 11); C6(10, 53), D6(55, 12); C7(13, 50), D7(52, 15); C8(14, 49), D8(51, 16);
 C9(17, 46), D9(48, 19); C10(18, 45), D10(47, 20); C11(21, 42), D11(44, 23); C12(22, 41), D12(43, 24);
 C13(25, 38), D13(40, 27); C14(26, 37), D14(39, 28); C15(29, 34), D15(36, 31); C16(30, 33), D16(35, 32) OK!

C=64: D=66:

C1(1, 63), D1(64, 2); C2(3, 61), D2(62, 4); C3(5, 59), D3(60, 6); C4(7, 57), D4(58, 8);
 C5(9, 55), D5(56, 10); C6(11, 53), D6(54, 12); C7(13, 51), D7(52, 14); C8(15, 49), D8(50, 16);
 C9(17, 47), D9(48, 18); C10(19, 45), D10(46, 20); C11(21, 43), D11(44, 22); C12(23, 41), D12(42, 24);
 C13(25, 39), D13(40, 26); C14(27, 37), D14(38, 28); C15(29, 35), D15(36, 30); C16(31, 33), D16(34, 32) OK!

C=65: D=65:

1(1, 64), 2(63, 2), 3(3, 62), 4(61, 4), 5(5, 60), 6(59, 6), 7(7, 58), 8(57, 8), 9(9, 56),
 10(55, 10), 11(11, 54), 12(53, 12), 13(13, 52), 14(51, 14), 15(15, 50), 16(49, 16), 17(17, 48),
 18(47, 18), 19(19, 46), 20(45, 20), 21(21, 44), 22(43, 22), 23(23, 42), 24(41, 24), 25(25, 40),
 26(39, 26), 27(27, 38), 28(37, 28), 29(29, 36), 30(35, 30), 31(31, 34), 32(33, 32) OK!

*** 汎立体四方陣の解の計数 ***

【 n1=1 & n43=32 のタイプ 】 Count = 469921

1/	286552/							
1	60	10	59	1	59	16	54	
64	5	52	9	63	5	50	12	
62	2	13 53	39 27	16 48	61 4	6 46	52 25	11 55
	3 63	55 12	29 41	43 14	2 62	57 20	15 39	56 9
	6 47	49 22	31 36	44 25	8 64	42 19	29 37	51 10
	56 18	19 40	34 26	21 46	58 3	24 48	35 26	13 53
61	23	8 38	50 32	11 37	60 17	23 43	33 32	14 38
	7 45	51 24	15 33	57 28	7 47	44 21	30 34	49 28
	58	17	35	20	45	22	36	27
	4	54	30	42	18	41	31	40
372051/	424064/							
1	58	16	55	1	57	20	52	
62	3	51	14	61	9	56	4	
60	6	4 47	53 23	13 54	59 8	5 46	50 21	16 55
	2 61	49 22	15 40	64 7	3 60	54 18	10 33	63 19
10	63	43 21	27 38	50 8	12 62	42 22	25 39	51 7
	57 5	26 56	36 24	11 45	64 6	14 49	37 31	15 44
59	17	25 42	34 32	12 39	58 13	26 45	35 32	11 40
	9 46	52 19	28 35	41 30	2 41	53 29	27 36	48 24
	44	20	37	29	47	17	38	28
	18	33	31	48	23	34	30	43

443168/

1	56	30	43
60	13	35	22
58 10	15 40	33 17	24 63
14 59	36 21	29 48	51 2
16 53	34 27	23 42	57 8
49 5	31 52	38 26	12 47
55 3	25 54	44 32	6 41
7 62	50 11	28 37	45 20
64	9	39	18
4	46	19	61

461071/

1	51	30	48
59	2	47	22
57 12	5 64	44 17	24 37
4 58	63 13	18 36	45 23
16 62	60 8	21 41	33 19
61 7	10 54	39 27	20 42
56 3	14 49	35 32	25 46
6 50	55 11	26 38	43 31
53	9	40	28
15	52	29	34

466976/

1	54	28	47
58	31	38	3
55 14	20 41	46 11	9 64
7 57	34 4	27 53	62 16
22 60	33 15	19 45	56 10
44 8	17 61	40 12	29 49
52 5	23 50	37 32	18 43
21 59	48 30	25 39	36 2
51	24	42	13
6	35	26	63

469700/

1	51	28	50
57	6	52	15
55 16	2 62	49 13	24 39
10 56	53 11	8 37	59 26
20 61	58 12	17 43	35 14
60 4	7 63	41 30	22 33
54 5	19 47	36 32	21 46
3 45	64 18	29 40	34 27
48	9	42	31
25	38	23	44

469892/

1	52	30	47
56	26	35	13
53 18	16 43	51 5	10 64
12 55	39 9	22 60	57 6
28 63	33 14	15 49	54 4
37 2	27 61	42 8	24 59
48 3	29 50	34 32	19 45
25 62	38 20	31 41	36 7
46	23	44	17
11	40	21	58

469917/

1	52	27	50
55	22	40	13
54 23	12 38	60 7	4 62
9 51	44 18	14 56	63 5
26 64	35 16	10 48	59 2
41 3	28 58	46 8	15 61
49 6	31 47	33 32	17 45
25 57	36 20	30 42	39 11
37	29	43	21
19	34	24	53

【 n1=1 & n43=48 のタイプ 】 Count = 377803

1/

1	59	38	32
64	10	23	33
62 2	9 54	24 43	35 31
3 63	52 7	45 26	30 34
6 60	50 13	47 20	27 37
55 5	15 56	18 41	42 28
61 11	12 49	21 48	36 22
8 58	53 16	44 17	25 39
57	14	19	40
4	51	46	29

229256/

1	59	16	54
63	5	50	12
61 4	6 30	52 41	11 55
2 62	57 36	15 23	56 9
8 64	26 35	45 21	51 10
58 3	40 32	19 42	13 53
60 33	39 27	17 48	14 22
7 31	28 37	46 18	49 44
29	38	20	43
34	25	47	24

300443/

1	57	40	32
62	2	31	35
60 6	4 64	22 33	44 27
3 61	63 7	41 26	23 36
16 56	54 12	43 28	17 34
55 11	13 51	20 39	42 29
53 9	15 49	25 48	37 24
10 50	52 14	38 19	30 47
59	5	21	45
8	58	46	18

343052/

1	57	44	28
61	4	32	33
59 8	6 56	26 37	39 29
2 60	63 13	35 17	30 40
12 62	52 11	41 23	25 34
64 7	9 50	21 46	36 27
58 5	15 53	19 48	38 24
3 49	54 16	42 20	31 45
55	10	22	43
14	51	47	18

358207/

1	56	46	27
60	13	19	38
58 10	15 24	17 33	40 63
14 59	20 37	45 32	51 2
16 53	18 43	39 26	57 8
49 5	47 52	22 42	12 31
55 3	41 54	28 48	6 25
7 62	50 11	44 21	29 36
64	9	23	34
4	30	35	61

371760/

1	51	46	32
59	2	31	38
57 12	5 64	28 33	40 21
4 58	63 13	34 20	29 39
16 62	60 8	37 25	17 35
61 7	10 54	23 43	36 26
56 3	14 49	19 48	41 30
6 50	55 11	42 22	27 47
53	9	24	44
15	52	45	18

376025/

1	54	43	32
58	7	20	45
55 15	10 60	29 5	36 50
16 56	59 9	38 62	17 3
44 57	31 8	34 51	21 14
19 2	46 53	25 12	40 63
30 6	35 49	24 48	41 27
37 61	18 4	47 23	28 42
52	13	26	39
11	64	33	22

377748/

1	54	46	29
57	8	20	45
55 16	10 59	30 6	35 49
13 56	62 9	38 58	17 7
43 60	32 5	33 50	22 15
23 2	42 53	25 12	40 63
31 3	34 52	21 48	44 27
37 61	18 4	47 24	28 41
51	14	26	39
11	64	36	19

【 n1=1 & n43=56 のタイプ 】 Count = 355173

1/

1	60	21	48
64	5	44	17
62 2	35 31	26 51	7 46
3 63	30 34	39 14	58 19
6 45	27 24	55 12	42 49
59 20	38 41	10 53	23 16
61 36	8 25	28 56	33 13
4 29	57 40	37 9	32 52
47	50	11	22
18	15	54	43

215470/

1	59	24	46
63	5	42	20
61 4	6 30	44 49	19 47
2 62	57 36	23 15	48 17
8 64	26 35	53 13	43 18
58 3	40 32	11 50	21 45
60 33	39 27	9 56	22 14
7 31	28 37	54 10	41 52
29	38	12	51
34	25	55	16

282733/

1	57	40	32
62	2	31	35
60 6	4 64	14 33	52 27
3 61	63 7	49 26	15 36
24 48	46 20	51 28	9 34
47 19	21 43	12 39	50 29
45 17	23 41	25 56	37 16
18 42	44 22	38 11	30 55
59	5	13	53
8	58	54	10

322664/

1	58	40	31
61	4	26	39
59 8	6 30	32 35	33 57
5 60	62 38	36 29	27 3
22 64	16 34	49 25	43 7
44 2	54 28	13 37	19 63
48 17	50 42	9 56	23 15
20 47	10 18	55 12	45 53
41	24	14	51
21	46	52	11

336511/

1	58	39	32
60	3	30	37
59 21	4 64	29 33	38 12
2 48	57 5	40 28	31 49
24 47	61 6	36 27	9 50
45 22	8 63	25 34	52 11
46 18	7 41	26 56	51 15
23 43	62 20	35 13	10 54
44	19	14	53
17	42	55	16

349144/

1	46	52	31
59	17	16	38
58 22	20 63	13 33	39 12
6 48	41 4	55 29	28 49
24 43	61 7	35 26	10 54
44 23	8 62	25 36	53 9
47 5	3 42	30 56	50 27
21 57	64 19	34 14	11 40
60	18	15	37
2	45	51	32

353094/

1	46	39	44
58	3	64	5
57 23	4 60	31 17	38 30
2 48	59 21	8 10	61 51
40 47	43 22	34 41	13 20
63 24	6 45	25 50	36 11
32 18	37 29	26 56	35 27
7 9	62 52	33 15	28 54
42	19	16	53
49	12	55	14

355172/

1	46	54	29
57	8	12	53
47 24	18 59	30 6	35 41
21 48	62 17	38 58	9 7
51 60	32 5	33 42	14 23
15 2	50 45	25 20	40 63
31 3	34 44	13 56	52 27
37 61	10 4	55 16	28 49
43	22	26	39
19	64	36	11

【 n1=1 & n43=60 のタイプ 】 Count = 355173

1/

1	61	20	48
64	4	45	17
62 2	12 31	37 50	19 47
3 63	53 34	28 15	46 18
11 55	22 36	59 13	38 26
54 10	43 29	6 52	27 39
56 41	35 21	14 60	25 8
9 24	30 44	51 5	40 57
32	42	7	49
33	23	58	16

215470/

1	55	28	46
63	9	38	20
61 4	10 30	40 49	19 47
2 62	53 36	27 15	48 17
12 64	22 35	57 13	39 18
54 3	44 32	7 50	25 45
56 33	43 23	5 60	26 14
11 31	24 41	58 6	37 52
29	42	8	51
34	21	59	16

281792/

1	55	44	30
62	12	23	33
61 11	4 54	31 41	34 24
2 56	63 9	36 22	29 43
20 64	45 10	50 21	15 35
47 3	18 53	13 42	52 32
48 17	26 39	5 60	51 14
19 46	37 28	58 7	16 49
38	27	8	57
25	40	59	6

320811/

1	53	36	40
61	28	6	35
55 12	3 32	38 41	34 45
4 56	46 17	59 47	21 10
20 62	24 42	49 15	37 11
22 9	51 39	13 18	44 64
54 25	50 29	7 60	19 16
43 63	5 26	52 8	30 33
31	27	14	58
2	48	57	23

334147/

1	48	41	40
56	33	32	9
54 18	58 38	16 10	2 64
25 55	7 11	35 47	63 17
51 39	5 4	43 45	31 42
22 12	44 61	14 34	50 23
24 20	19 29	30 60	57 21
27 37	46 52	49 13	8 28
53	59	15	3
26	6	36	62

348411/

1	39	58	32
55	2	31	42
53 20	9 64	24 33	44 13
4 54	63 25	34 8	29 43
28 62	56 12	41 21	5 35
61 11	18 46	15 51	36 22
48 3	26 37	7 60	49 30
10 38	47 19	50 14	23 59
45	17	16	52
27	40	57	6

353009/

1	46	43	40
54	3	64	9
53 27	4 56	31 17	42 30
2 48	55 25	12 6	61 51
44 47	39 26	34 37	13 20
63 28	10 45	21 50	36 7
32 18	41 29	22 60	35 23
11 5	62 52	33 15	24 58
38	19	16	57
49	8	59	14

355142/

1	39	52	38
53	10	40	27
47 28	2 62	37 25	44 15
18 48	45 19	12 13	55 50
36 61	54 20	33 23	7 26
56 4	11 63	21 58	42 5
46 9	35 31	8 60	41 30
3 29	64 34	57 16	6 51
32	17	22	59
49	14	43	24

【 n1=1 & n43=62 のタイプ 】 Count = 377803

1/

1	56	25	48
64	9	40	17
60 2	37 31	20 53	13 44
5 63	28 34	45 12	52 21
10 43	23 30	61 8	36 49
55 22	42 35	4 57	29 16
59 38	14 19	24 62	33 11
6 27	51 46	41 3	32 54
47	50	7	26
18	15	58	39

229256/

1	55	30	44
63	9	36	22
59 6	10 28	40 49	21 47
2 60	51 38	29 15	48 17
14 64	20 37	57 11	39 18
52 5	46 32	7 50	25 43
56 33	45 23	3 62	26 12
13 31	24 41	58 4	35 54
27	42	8	53
34	19	61	16

297257/

1	52	30	47
60	5	39	26
56 10	6 31	43 45	25 44
2 59	35 42	29 16	64 13
18 63	23 41	53 12	36 14
51 9	50 48	8 46	21 27
55 33	49 20	4 62	22 15
17 28	40 37	54 7	19 58
24	38	11	57
34	3	61	32

340822/

1	51	38	40
59	17	48	6
55 14	9 28	36 41	30 47
5 56	44 34	18 3	63 37
22 60	20 42	49 15	39 13
64 10	26 35	11 61	29 24
52 25	50 27	7 62	21 16
2 19	43 57	53 8	32 46
31	33	12	54
45	4	58	23

355141/

1	48	58	23
56	25	7	42
52 18	29 16	3 33	46 63
26 55	8 41	57 32	39 2
30 43	4 53	45 20	51 14
35 9	61 40	12 50	22 31
47 5	49 44	24 62	10 19
13 60	36 21	54 11	27 38
64	17	15	34
6	28	37	59

370738/

1	39	58	32
55	2	31	42
51 22	9 64	24 33	46 11
6 52	63 25	34 8	27 45
30 60	56 14	41 19	3 37
59 13	18 44	15 53	38 20
48 5	26 35	7 62	49 28
10 36	47 21	50 12	23 61
43	17	16	54
29	40	57	4

375343/

1	44	54	31
52	61	12	5
47 26	38 19	28 21	17 64
13 51	4 6	53 43	60 30
42 56	3 29	37 27	48 18
24 14	33 59	16 22	57 35
40 9	45 36	11 62	34 23
41 55	32 58	49 15	8 2
39	46	20	25
10	7	50	63

377726/

1	39	54	36
51	10	40	29
47 30	2 60	35 25	46 15
18 48	43 21	14 11	55 50
38 59	52 22	33 23	7 26
56 6	13 63	19 58	42 3
44 9	37 31	8 62	41 28
5 27	64 34	57 16	4 53
32	17	20	61
49	12	45	24

【 n1=1 & n43=63 のタイプ 】 Count = 469921

1/

1	56	19	54
64	9	40	17
60 3	25 42	14 53	31 32
5 62	46 23	57 18	22 27
11 30	34 43	61 8	24 49
48 35	37 16	4 51	41 28
58 45	15 12	36 63	21 10
13 26	38 47	29 2	50 55
52	33	6	39
7	44	59	20

286552/

1	54	31	44
62	9	36	23
58 7	11 28	40 49	21 46
3 60	50 39	29 14	48 17
15 64	20 37	57 10	38 19
52 5	47 32	6 51	25 42
56 33	45 22	2 63	27 12
13 30	24 41	59 4	34 55
26	43	8	53
35	18	61	16

372051/

1	52	31	46
60	5	38	27
56 11	7 30	42 45	25 44
3 58	34 43	29 16	64 13
19 62	22 41	53 12	36 15
50 9	51 48	8 47	21 26
54 33	49 20	4 63	23 14
17 28	40 37	55 6	18 59
24	39	10	57
35	2	61	32

424064/

1	50	39	40
58	17	48	7
54 15	9 28	36 41	31 46
5 56	44 35	19 2	62 37
23 60	20 43	49 14	38 13
64 11	27 34	10 61	29 24
52 25	51 26	6 63	21 16
3 18	42 57	53 8	32 47
30	33	12	55
45	4	59	22

443168/

1	48	59	22
56	25	6	43
52 19	29 16	2 33	47 62
27 54	8 41	57 32	38 3
31 42	4 53	45 20	50 15
34 9	61 40	12 51	23 30
46 5	49 44	24 63	11 18
13 60	36 21	55 10	26 39
64	17	14	35
7	28	37	58

461071/

1	38	59	32
54	3	30	43
50 23	9 64	24 33	47 10
7 52	62 25	35 8	26 45
31 60	56 15	41 18	2 37
58 13	19 44	14 53	39 20
48 5	27 34	6 63	49 28
11 36	46 21	51 12	22 61
42	17	16	55
29	40	57	4

466976/

1	44	55	30
52	61	12	5
46 27	39 18	28 21	17 64
13 50	4 7	53 42	60 31
43 56	2 29	37 26	48 19
24 15	33 58	16 23	57 34
40 9	45 36	10 63	35 22
41 54	32 59	49 14	8 3
38	47	20	25
11	6	51	62

469700/

1	38	55	36
50	11	40	29
46 31	3 60	34 25	47 14
19 48	42 21	15 10	54 51
39 58	52 23	33 22	6 27
56 7	13 62	18 59	43 2
44 9	37 30	8 63	41 28
5 26	64 35	57 16	4 53
32	17	20	61
49	12	45	24

469892/

1	40	59	30
48	51	6	25
42 35	31 22	38 9	19 64
23 46	14 17	43 56	50 11
55 62	2 27	29 34	44 7
10 3	53 58	20 15	47 54
32 5	57 36	4 63	37 26
49 60	12 39	61 18	8 13
28	45	24	33
21	16	41	52

469917/

1	40	53	36
46	43	16	25
44 45	23 12	56 13	7 60
17 38	24 35	27 48	62 9
51 64	6 31	19 32	54 3
18 5	55 52	28 15	29 58
34 11	61 30	2 63	33 26
49 50	8 39	59 20	14 21
10	57	22	41
37	4	47	42

**** 完全型汎立体四方陣【n1=1 & n43=64】の標準解のリスト（抜粋）****

最新のリストを掲げる（2017年に再計算・表示した）。

*** Pan-triagonal Magic Cubes of Order 4: Complete Type: ***

** Abstract List of Standard Solutions when n1=1; n43=64; **

<p>1#</p> <pre> 1-----58-----14-----57 63-----20-----21----- 26 60 4 16 33 37 55 17 38 12 62 23 19 52 40 43 9 10 47 27 41 61 6 32 36 25 11 56 50 3 35 46 34 59 51 29 8 18 64 24 7 30 44 31 39 54 2 15 45 28 48 5 49 13-----22-----53-----42 </pre> <p>90289#</p> <pre> 1-----55-----20-----54 63-----18-----22----- 27 57 4 14 40 44 49 15 37 7 62 35 17 46 39 42 12 16 60 28 29 61 9 25 32 26 6 53 52 3 31 48 41 56 45 33 11 5 64 36 10 34 43 24 38 59 2 13 47 21 50 8 51 19-----23-----58-----30 </pre> <p>137519#</p> <pre> 1-----52-----26-----51 63-----25-----34----- 8 54 4 16 33 37 43 23 50 10 62 56 20 35 27 29 21 22 59 15 41 61 12 32 18 38 7 44 17 3 46 45 60 53 39 47 14 6 64 24 13 19 31 5 57 58 2 48 40 28 42 11 49 30-----36-----55-----9 </pre> <p>156265#</p> <pre> 1-----49-----34-----46 63-----40-----21----- 6 51 4 20 33 12 37 47 56 30 62 11 8 48 38 41 22 28 42 9 60 61 15 32 13 27 7 43 39 3 55 57 29 50 31 52 19 23 64 5 16 10 44 36 59 58 2 26 25 53 18 14 45 17-----24-----35-----54 </pre> <p>161379#</p> <pre> 1-----46-----44-----39 63-----38-----20----- 9 48 4 59 41 13 31 10 54 22 62 23 5 49 35 36 28 34 53 11 8 61 18 24 51 30 7 37 40 3 50 60 33 47 21 14 26 12 64 57 19 15 45 32 56 58 2 25 27 52 55 17 6 16-----29-----43-----42 </pre> <p>163176#</p> <pre> 1-----43-----52-----34 63-----18-----14----- 35 45 4 37 59 12 25 36 42 17 62 50 10 56 39 7 19 40 60 23 11 61 21 6 38 26 8 46 32 3 41 55 49 44 13 27 31 5 64 54 22 24 51 16 30 57 2 33 47 53 29 20 28 9-----58-----48-----15 </pre>	<p>36523#</p> <pre> 1-----57-----16-----56 63-----5-----42----- 20 59 4 21 32 35 53 15 41 10 62 48 36 34 19 38 13 12 47 24 39 61 7 33 37 46 14 52 22 3 54 29 40 58 49 28 9 18 64 26 8 11 23 25 45 51 2 43 60 30 50 6 44 31-----27-----55-----17 </pre> <p>110678#</p> <pre> 1-----54-----22-----53 63-----29-----33----- 5 56 4 19 21 30 47 25 58 6 62 23 26 49 28 52 14 18 48 7 57 61 10 44 15 37 20 51 31 3 41 39 38 55 43 50 12 17 64 8 11 24 32 27 60 45 2 34 36 35 40 9 46 16-----13-----59-----42 </pre> <p>145908#</p> <pre> 1-----51-----28-----50 63-----11-----22----- 34 53 4 35 58 25 41 17 27 8 62 44 10 60 39 18 19 24 49 38 9 61 13 7 59 26 20 46 42 3 32 55 36 52 37 6 15 16 64 56 14 33 43 29 31 45 2 23 54 40 48 12 30 5-----47-----57-----21 </pre> <p>159000#</p> <pre> 1-----48-----38-----43 63-----7-----39----- 21 50 4 46 34 11 35 23 57 6 62 12 41 52 18 60 9 30 45 8 32 61 16 31 37 47 29 56 40 3 51 24 10 49 27 28 22 20 64 33 17 14 26 55 44 36 2 25 58 54 42 15 19 13-----5-----59-----53 </pre> <p>162227#</p> <pre> 1-----44-----51-----34 63-----6-----33----- 28 47 4 22 55 5 29 56 42 11 62 58 25 49 17 12 26 36 52 23 35 61 19 10 24 48 20 39 15 3 57 40 38 46 14 41 31 13 64 30 21 8 32 27 37 45 2 50 59 60 9 18 43 16-----53-----54-----7 </pre> <p>163469#</p> <pre> 1-----37-----58-----34 63-----8-----30----- 29 44 4 53 52 6 23 27 51 11 62 48 33 47 19 24 16 42 60 14 9 61 22 13 39 46 15 49 20 3 55 32 40 43 7 26 31 5 64 56 28 10 35 25 36 50 2 45 57 59 38 21 12 18-----41-----54-----17 </pre>	<p>64754#</p> <pre> 1-----56-----18-----55 63-----32-----20----- 15 58 4 28 31 39 51 5 44 13 62 27 11 48 41 42 16 14 53 21 29 61 8 34 40 24 6 49 46 3 35 54 43 57 47 25 10 12 64 36 9 30 45 22 50 59 2 19 33 26 60 7 37 17-----23-----52-----38 </pre> <p>126454#</p> <pre> 1-----53-----24-----52 63-----27-----26----- 14 55 4 25 32 28 45 22 49 6 62 7 18 57 35 60 15 20 48 16 42 61 11 33 29 30 21 50 56 3 34 47 19 54 41 36 13 17 64 23 12 31 39 46 51 44 2 9 38 37 43 10 40 8-----5-----59-----58 </pre> <p>152392#</p> <pre> 1-----50-----30-----49 63-----27-----32----- 8 52 4 53 31 20 39 5 56 25 62 44 22 37 29 24 17 26 46 9 23 61 14 34 47 36 7 48 10 3 59 43 54 51 35 18 16 19 64 42 15 6 33 11 57 58 2 55 38 45 60 13 12 28-----41-----40-----21 </pre> <p>160565#</p> <pre> 1-----47-----36-----46 63-----34-----24----- 9 49 4 50 39 8 33 23 54 27 62 45 10 52 37 6 21 32 40 11 30 61 17 26 43 28 14 44 5 3 53 55 58 48 29 22 19 25 64 35 18 12 41 7 56 51 2 60 31 57 42 16 15 13-----59-----38-----20 </pre> <p>162857#</p> <pre> 1-----44-----52-----33 63-----28-----17----- 22 46 4 35 49 10 27 39 50 12 62 54 9 59 34 5 25 38 58 15 23 61 20 16 29 31 14 40 18 3 41 56 57 45 13 36 32 7 64 42 21 24 48 8 43 51 2 47 37 55 26 19 30 6-----60-----53-----11 </pre> <p>163758#</p> <pre> 1-----42-----47-----40 63-----28-----30----- 9 43 4 44 54 17 20 26 52 8 62 16 6 51 33 55 29 45 60 13 12 61 24 11 34 32 19 36 58 3 38 59 15 41 18 31 25 5 64 53 23 27 35 50 56 46 2 7 37 48 39 22 21 14-----10-----57-----49 </pre>
---	--	---

163995#

1-----40-----56-----33
|63 30 29 | 8
42 4 43 55 7 19 38 52
|17 62-21-5-45-26-47-37
46 59 | 13 16 61 24 10 31 |
|39 12 28 50 3 54 |60 14
41-9-|34-32-6-64-49 25 |
11 36 51 57 53 2 15 35
58 | 27 23 22 |
20-----18-----48-----44

164143#

1-----38-----55-----36
|63 13 30 |24
39 4 25 60 8 12 58 54
|14 62-23-19-50-33-43-16
53 59 | 11 34 61 28 5 9 |
|32 18 49 48 3 44 |46 20
37-10-|56-29-6-64-31 27 |
21 35 45 41 47 2 17 52
57 | 7 26 40 |
15-----22-----51-----42

180728#

1-----56-----18-----55
|63 3 34 |30
58 5 11 52 36 51 25 22
|17 61-41-19-33-27-39-23
14 49 | 43 28 60 8 13 45 |
|38 6 42 50 4 53 |46 21
57-47-|20-10-16-64-37 9 |
12 31 44 35 59 2 15 62
29 | 40 7 54 |
32-----26-----48-----24

196354#

1-----53-----24-----52
|63 15 38 |14
55 5 26 37 16 45 33 43
|6 61-9-25-57-23-58-21
20 35 | 22 48 60 11 28 36 |
|42 34 44 47 4 46 |40 3
54-41-|29-13-30-64-17 12 |
19 27 62 51 31 2 18 50
49 | 32 10 39 |
8-----7-----59-----56

204578#

1-----50-----35-----44
|63 19 31 |17
52 5 45 49 6 39 27 37
|18 61-55-12-54-25-3-32
26 36 | 28 22 60 14 16 58 |
|40 24 33 8 4 56 |53 42
51-30-|7-21-29-64-43 15 |
9 34 23 48 41 2 57 46
59 | 38 13 20 |
11-----62-----47-----10

208254#

1-----47-----45-----37
|63 38 21 | 8
49 5 55 30 19 33 7 62
|9 61-39-15-53-31-29-23
32 59 | 3 14 60 17 35 40 |
|34 13 42 22 4 41 |50 54
48-20-|25-28-6-64-51 18 |
24 44 11 57 52 2 43 27
46 | 58 16 10 |
12-----36-----56-----26

209882#

1-----42-----47-----40
|63 8 26 |33
46 5 43 44 13 27 28 54
|15 61-7-36-49-30-59-3
38 55 | 11 24 60 20 21 31 |
|35 14 62 56 4 48 |29 12
45-18-|34-25-10-64-41 23 |
17 39 53 32 51 2 9 57
52 | 37 19 22 |
16-----6-----50-----58

164106#

1-----39-----56-----34
|63 8 27 |32
41 4 47 60 6 17 36 49
|12 62-21-23-54-30-43-15
48 58 | 16 10 61 25 5 37 |
|35 19 50 52 3 45 |42 14
40-9-|28-31-7-64-55 26 |
20 38 51 33 46 2 13 57
59 | 29 24 18 |
11-----22-----53-----44

164144#

1-----58-----15-----56
|63 12 22 |33
62 5 14 40 31 57 23 28
|11 61-47-20-55-36-17-13
8 41 | 37 39 60 6 25 44 |
|29 16 52 30 4 38 |45 46
59-50-|21-9-24-64-26 7 |
27 43 19 32 49 2 35 53
34 | 42 3 51 |
10-----48-----54-----18

187110#

1-----55-----20-----54
|63 17 18 |32
57 5 38 35 29 49 6 41
|14 61-39-23-58-43-19-3
16 44 | 24 25 60 9 30 52 |
|22 15 62 28 4 34 |42 53
56-45-|13-11-21-64-40 10 |
31 47 12 33 50 2 37 48
36 | 59 8 27 |
7-----46-----51-----26

199918#

1-----52-----29-----48
|63 37 24 | 6
54 5 55 25 18 43 3 57
|27 61-14-16-44-34-45-19
22 42 | 8 26 60 12 40 50 |
|31 7 46 35 4 56 |49 32
53-36-|15-17-23-64-39 13 |
9 41 33 59 58 2 30 28
47 | 62 11 10 |
21-----20-----38-----51

206031#

1-----49-----35-----45
|63 34 12 |21
51 5 11 41 32 37 36 47
|10 61-22-6-56-46-42-17
28 62 | 18 40 60 15 24 13 |
|19 7 48 57 4 27 |59 39
50-30-|52-20-3-64-25 16 |
38 53 26 44 58 2 8 31
33 | 29 14 54 |
9-----23-----55-----43

208929#

1-----46-----44-----39
|63 15 14 |38
48 5 33 57 6 31 43 37
|30 61-10-12-54-41-36-16
34 45 | 28 25 60 18 8 42 |
|24 7 49 62 4 52 |53 9
47-21-|23-26-20-64-40 19 |
13 51 56 27 58 2 3 50
59 | 22 17 32 |
11-----29-----35-----55

210210#

1-----43-----48-----38
|63 6 33 |28
45 5 29 51 9 25 47 49
|7 61-12-30-54-24-57-15
40 52 | 16 34 60 21 14 23 |
|41 26 50 55 4 46 |35 3
44-17-|42-27-13-64-31 22 |
19 32 62 37 39 2 10 59
56 | 18 20 36 |
11-----8-----58-----53

164141#

1-----38-----56-----35
|63 20 37 |10
40 4 46 58 8 15 36 53
|6 62-54-14-49-22-21-32
50 60 | 12 13 61 26 7 31 |
|43 24 33 17 3 47 |51 42
39-9-|34-30-5-64-52 27 |
18 28 23 55 41 2 48 45
57 | 29 25 19 |
16-----44-----59-----11

173382#

1-----57-----17-----55
|63 23 24 |20
59 5 3 39 37 53 31 33
|13 61-50-11-46-36-21-22
12 49 | 32 47 60 7 26 27 |
|29 9 43 30 4 40 |54 51
58-48-|38-10-16-64-18 8 |
25 41 14 45 56 2 35 42
28 | 34 6 62 |
19-----44-----52-----15

191892#

1-----54-----22-----53
|63 27 24 |16
56 5 36 34 6 47 32 44
|26 61-35-15-62-37-7-17
18 23 | 21 51 60 10 31 46 |
|28 25 48 8 4 52 |50 45
55-43-|19-12-42-64-14 11 |
13 41 20 49 40 2 57 38
59 | 33 9 29 |
3-----58-----39-----30

202538#

1-----51-----33-----45
|63 7 18 |42
53 5 46 44 22 41 9 40
|11 61-26-28-59-38-34-3
24 50 | 25 10 60 13 21 57 |
|27 16 62 48 4 36 |37 30
52-32-|8-20-15-64-55 14 |
29 47 35 23 49 2 17 58
43 | 56 12 19 |
6-----31-----54-----39

207327#

1-----48-----37-----44
|63 14 47 | 6
50 5 19 32 20 35 41 58
|3 61-31-36-39-11-57-22
30 52 | 7 53 60 16 33 9 |
|54 25 43 27 4 55 |29 23
49-28-|56-21-13-64-12 17 |
10 18 42 59 40 2 38 51
45 | 24 15 46 |
26-----8-----62-----34

209541#

1-----45-----57-----27
|63 7 28 |32
47 5 21 56 10 29 52 40
|6 61-35-22-48-16-41-31
36 62 | 25 23 60 19 9 26 |
|49 15 34 51 4 53 |43 11
46-8-|39-38-3-64-42 20 |
12 37 54 33 50 2 14 58
55 | 13 18 44 |
17-----24-----59-----30

210401#

1-----41-----50-----38
|63 28 8 |31
44 5 25 54 6 23 55 48
|32 61-30-7-56-49-12-13
42 51 | 17 39 60 22 11 18 |
|16 3 52 36 4 46 |58 45
43-15-|47-27-14-64-26 24 |
19 57 20 34 62 2 29 37
59 | 10 21 40 |
9-----53-----33-----35

210569#

1-----40-----56-----33
 |63-----3-----37-----|27
 43 5 29 53 8 21 50 51
 |11 61-----26-34-----41-16-----52-19
 44 59 | 14 30 60 23 12 18 |
 |49 17-----46 45-----4 58-----|31 10
 42- 9-|47-32-----6-64-----35 25 |
 7 28 55 38 48 2 20 62
 57 | 15 22 36 |
 24-----13-----54-----39

210989#

1-----37-----57-----35
 |63-----12-----31-----|24
 40 5 47 48 7 15 36 62
 |10 61-----49-33-----51-27-----20- 9
 50 59 | 3 23 60 26 17 22 |
 |38 21-----56 11-----4 46-----|32 52
 39- 8-|43-30-----6-64-----42 28 |
 19 34 | 13 41 44 2 54 53
 58 | 29 25 18 |
 14-----45-----55-----16

334431#

1-----61-----12-----56
 |63-----18-----35-----|14
 62 7 11 46 34 55 23 22
 |13 59-----41- 5-----40-28-----36-38
 10 39 | 43 33 58 8 19 50 |
 |37 16-----27 45-----6 48-----|60 21
 57-53-|15- 9-----26-64-----32 4 |
 17 30 | 44 51 49 2 20 47
 31 | 42 3 54 |
 25-----29-----52-----24

636783#

1-----60-----11-----58
 |63-----19-----27-----|21
 62 10 14 36 42 59 12 25
 |17 56-----52-15-----37-33-----24-26
 6 43 | 40 34 55 4 29 49 |
 |32 8 39 30 9 47-----|50 45
 61-54-|16- 7-----22-64-----31 5 |
 18 38 | 20 44 57 2 35 46
 23 | 53 3 51 |
 28-----41-----48-----13

1044076#

1-----60-----11-----58
 |63-----17-----32-----|18
 62 13 14 19 38 59 16 39
 | 8 53-----21-34-----45-28-----56-15
 6 36 | 26 55 52 4 46 35 |
 |37 24-----50 40-----12 43-----|31 23
 61-54-|30- 7-----29-64-----10 5 |
 22 33 | 42 47 41 2 25 48
 27 | 49 3 51 |
 20----- 9-----57-----44

1414217#

1-----60-----11-----58
 |63-----31-----22-----|14
 62 16 18 10 42 59 8 45
 |19 50-----30-29-----40-38-----41-13
 6 37 | 20 56 49 4 55 33 |
 |27 12-----52 26-----15 44-----|36 48
 61-54-|32- 7-----28-64----- 9 5 |
 21 43 | 17 51 53 2 39 34
 23 | 57 3 47 |
 25-----24-----46-----35

2151124#

1-----60-----11-----58
 |63-----26-----32-----| 9
 62 19 12 30 29 59 27 22
 |13 47-----23-14-----49-28-----45-41
 6 21 | 43 55 46 4 35 50 |
 |37 34-----24 40-----18 48-----|51 8
 61-54-|15- 7-----44-64-----10 5 |
 17 33 | 57 56 31 2 25 39
 36 | 38 3 53 |
 16-----20-----52-----42

210835#

1-----38-----54-----37
 |63-----6-----22-----|39
 42 5 29 55 9 19 50 51
 |12 61-----17-31-----57-35-----44- 3
 46 58 | 14 32 60 24 10 16 |
 |30 18-----62 52-----4 40-----|34 20
 41-11-|49-28-----7-64-----33 27 |
 25 43 | 45 26 47 2 13 59
 56 | 15 23 36 |
 8-----21-----53-----48

211007#

1-----38-----58-----33
 |63-----18-----25-----|24
 39 5 57 54 3 12 31 59
 |22 61-----17-20-----49-35-----42-14
 53 56 | 6 10 60 28 11 36 |
 |30 13-----51 46-----4 50-----|45 21
 37- 7-|29-32-----9-64-----55 27 |
 15 40 | 44 41 52 2 19 47
 62 | 34 26 8 |
 16-----23-----43-----48

376651#

1-----60-----13-----56
 |63-----15-----30-----|22
 62 8 18 31 39 59 11 32
 |14 58-----53-24-----38-28-----25-20
 6 44 | 33 36 57 4 34 46 |
 |37 10-----45 23-----7 49-----|41 48
 61-52-|19- 9-----21-64-----29 5 |
 16 35 | 17 43 55 2 42 50
 26 | 54 3 47 |
 27-----40-----51-----12

756398#

1-----60-----12-----57
 |63-----38-----20-----| 9
 62 11 15 18 34 59 19 42
 |16 55-----21-14-----52-39-----41-22
 6 35 | 23 58 54 4 47 33 |
 |26 17-----43 36-----10 40-----|51 37
 61-53-|32- 8-----30-64----- 7 5 |
 25 45 | 28 56 48 2 29 27
 31 | 46 3 50 |
 13-----24-----49-----44

1111486#

1-----60-----11-----58
 |63-----12-----29-----|26
 62 14 8 30 43 59 17 27
 |18 52-----56-28-----33-31-----23-19
 6 40 | 38 45 51 4 35 41 |
 |34 10-----46 21-----13 50-----|37 49
 61-54-|24- 7-----25-64-----20 5 |
 15 36 | 16 39 55 2 44 53
 22 | 48 3 57 |
 32-----42-----47----- 9

1916328#

1-----60-----11-----58
 |63-----18-----26-----|23
 62 17 9 40 44 59 15 14
 | 8 49-----36-12-----45-34-----41-35
 6 38 | 51 33 48 4 25 55 |
 |31 22-----30 52-----16 37-----|53 19
 61-54-|10- 7-----27-64-----32 5 |
 28 39 | 46 42 43 2 13 47
 21 | 50 3 56 |
 20-----24-----57-----29

2206560#

1-----60-----11-----58
 |63-----13-----37-----|17
 62 20 24 18 34 59 10 33
 |16 46-----21-39-----36-23-----57-22
 6 25 | 32 50 45 4 47 51 |
 |42 27-----43 35-----19 56-----|26 12
 61-54-|14- 7-----40-64-----15 5 |
 9 28 | 53 48 38 2 30 52
 31 | 55 3 41 |
 29----- 8-----49-----44

210953#

1-----39-----52-----38
 |63-----22-----14-----|31
 41 5 44 62 12 17 33 46
 |20 61-----42- 7-----57-47-----11-15
 48 59 | 19 9 60 25 3 37 |
 |18 10-----50 35-----4 36-----|58 49
 40-13-|28-27-----6-64-----56 26 |
 29 51 | 16 34 55 2 30 43
 53 | 32 24 21 |
 8-----54-----45-----23

211019#

1-----61-----11-----57
 |63-----21-----29-----|17
 62 6 14 28 41 56 13 40
 |10 60-----27-20-----43-34-----50-16
 9 46 | 25 42 59 7 37 35 |
 |31 12-----49 47-----5 39-----|45 32
 58-54-|30- 8-----19-64-----23 4 |
 26 36 | 33 48 53 2 18 44
 24 | 52 3 51 |
 22-----15-----55-----38

586804#

1-----60-----11-----58
 |63-----32-----17-----|18
 62 9 23 24 35 59 10 38
 |19 57-----34-14-----52-43-----25-16
 6 37 | 27 44 56 4 41 45 |
 |22 12-----49 29-----8 39-----|51 50
 61-54-|20- 7-----28-64-----21 5 |
 26 48 | 15 47 53 2 36 33
 30 | 55 3 42 |
 13-----40-----46-----31

804650#

1-----60-----13-----56
 |63-----23-----37-----| 7
 62 12 16 30 33 59 19 29
 | 8 54-----55-17-----43-21-----24-38
 6 34 | 36 45 53 4 35 47 |
 |44 26-----27 14-----11 50-----|48 40
 61-52-|18- 9-----31-64-----20 5 |
 15 28 | 25 58 39 2 51 42
 32 | 46 3 49 |
 22-----41-----57-----10

1329075#

1-----60-----11-----58
 |63-----8-----20-----|39
 62 15 17 35 41 59 10 21
 |13 51-----46-27-----49-40-----22-12
 6 37 | 44 33 50 4 30 56 |
 |25 18-----53 34-----14 36-----|38 42
 61-54-| 9- 7-----28-64-----32 5 |
 29 45 | 23 26 47 2 31 57
 24 | 55 3 48 |
 16-----43-----52-----19

1960577#

1-----60-----11-----58
 |63-----39-----16-----|12
 62 18 28 22 30 59 10 31
 |32 48-----15- 9-----45-44-----38-29
 6 23 | 34 46 47 4 43 57 |
 |21 13-----36 41-----17 51-----|56 25
 61-54-| 8- 7-----42-64-----19 5 |
 14 49 | 40 53 52 2 24 26
 35 | 55 3 37 |
 20-----27-----33-----50

2453278#

1-----60-----11-----58
 |63-----9-----18-----|40
 62 21 8 37 48 59 12 13
 |14 45-----39-24-----43-42-----34-19
 6 38 | 52 33 44 4 28 55 |
 |23 16-----46 50-----20 35-----|41 29
 61-54-|10- 7-----27-64-----32 5 |
 30 47 | 36 25 49 2 15 56
 17 | 53 3 57 |
 22-----31-----51-----26

2525054#

1-----60-----11-----58
|63 24 10 33
62 22 9 18 46 59 13 31
|16 44 23 28 51 50 40 8
6 35 | 34 53 43 4 47 38 |
|15 17 57 45 21 29 |37 39
61-54-|27- 7-30-64-12 5 |
36 55 | 26 32 48 2 20 41
19 | 52 3 56 |
14-----25-----49-----42

3382598#

1-----60-----11-----58
|63 8 15 44
62 25 14 27 32 59 22 19
|34 41 37 35 42 45 17 9
6 18 | 46 53 40 4 38 55 |
|20 16 56 26 24 52 |30 36
61-54-|10- 7-47-64-12 5 |
13 50 | 29 21 49 2 39 57
33 | 43 3 51 |
23-----48-----31-----28

3861573#

1-----60-----11-----58
|63 22 21 24
62 28 20 18 36 59 12 25
|32 38 50 30 34 39 14 23
6 19 | 40 52 37 4 47 55 |
|26 17 42 8 27 56 |35 49
61-54-|10- 7-46-64-13 5 |
9 44 | 16 41 48 2 57 43
29 | 53 3 45 |
31-----51-----33-----15

5029745#

1-----60-----11-----58
|63 41 18 8
62 31 10 15 49 59 9 25
|12 35 46 14 44 42 28 39
6 29 | 40 52 34 4 50 45 |
|23 27 26 22 30 33 |51 48
61-54-|20- 7-36-64-13 5 |
32 47 | 17 57 38 2 43 24
16 | 56 3 55 |
21-----37-----53-----19

6252797#

1-----60-----11-----58
|63 22 16 29
62 35 12 10 47 59 9 26
|32 31 20 38 28 44 50 17
6 23 | 39 57 30 4 55 46 |
|21 13 48 41 34 51 |27 25
61-54-|19- 7-42-64- 8 5 |
14 49 | 40 36 52 2 24 43
18 | 56 3 53 |
37-----15-----33-----45

6683675#

1-----60-----11-----58
|63 16 17 34
62 38 8 21 45 59 15 12
|10 28 46 33 51 43 23 26
6 18 | 53 52 27 4 44 56 |
|22 40 39 24 37 30 |32 36
61-54-| 9- 7-47-64-13 5 |
35 48 | 29 31 25 2 41 49
20 | 50 3 57 |
14-----42-----55-----19

7594152#

1-----60-----13-----56
|63 21 12 34
62 41 7 20 50 59 11 10
|32 25 48 29 27 46 23 30
6 22 | 55 47 24 4 45 57 |
|19 14 35 28 40 49 |36 39
61-52-| 8- 9-43-64-18 5 |
16 53 | 26 31 51 2 37 44
15 | 54 3 58 |
38-----42-----33-----17

2836241#

1-----60-----11-----58
|63 34 21 12
62 23 8 16 47 59 13 32
|14 43 50 20 41 39 25 28
6 35 | 33 55 42 4 49 36 |
|26 19 37 17 22 38 |45 56
61-54-|29- 7-30-64-10 5 |
27 44 | 9 53 46 2 48 31
18 | 52 3 57 |
24-----40-----51-----15

3468133#

1-----60-----11-----58
|63 15 31 21
62 26 20 18 32 59 16 27
| 8 40 19 37 52 29 51 24
6 17 | 38 56 39 4 47 53 |
|36 43 41 35 25 42 |28 10
61-54-|12- 7-48-64- 9 5 |
23 34 | 55 44 22 2 30 50
33 | 49 3 45 |
13-----14-----57-----46

4365408#

1-----60-----11-----58
|63 15 21 31
62 29 8 23 48 59 12 19
|14 37 20 32 40 39 56 22
6 30 | 46 47 36 4 42 49 |
|26 24 43 55 28 38 |33 13
61-54-|16- 7-35-64-18 5 |
27 44 | 52 34 41 2 10 50
17 | 53 3 57 |
25----- 9-----51-----45

5119093#

1-----60-----11-----58
|63 16 13 38
62 32 15 19 44 59 9 20
|37 34 24 35 29 47 40 14
6 23 | 45 48 33 4 46 55 |
|18 8 51 43 31 53 |30 26
61-54-|10- 7-42-64-17 5 |
12 52 | 39 27 57 2 22 49
21 | 56 3 50 |
36-----25-----28-----41

6323549#

1-----60-----11-----58
|63 14 26 27
62 36 12 10 48 59 8 25
|21 30 49 46 28 34 32 20
6 23 | 40 56 29 4 55 47 |
|31 24 45 13 35 50 |19 43
61-54-|18- 7-42-64- 9 5 |
15 39 | 22 38 41 2 52 51
17 | 57 3 53 |
37-----33-----44-----16

6985725#

1-----60-----12-----57
|63 32 22 13
62 39 7 21 47 59 14 11
|29 27 42 17 24 37 35 49
6 20 | 54 50 26 4 44 56 |
|28 19 16 31 38 55 |48 25
61-53-| 9- 8-45-64-15 5 |
10 43 | 40 52 46 2 34 33
18 | 51 3 58 |
41-----30-----36-----23

7687052#

1-----60-----12-----57
|63 13 29 25
62 42 7 18 51 59 10 11
|15 24 43 39 27 30 45 37
6 21 | 54 49 23 4 47 56 |
|35 32 28 31 41 48 |26 19
61-53-| 9- 8-44-64-16 5 |
17 36 | 46 40 33 2 34 52
14 | 55 3 58 |
38-----20-----50-----22

2910142#

1-----60-----12-----57
|63 25 26 16
62 24 13 18 46 59 9 29
|20 42 58 27 30 33 22 28
6 34 | 36 48 41 4 47 44 |
|32 14 37 11 23 50 |38 55
61-53-|21- 8-31-64-17 5 |
15 39 | 10 49 51 2 54 40
19 | 56 3 52 |
35-----43-----45----- 7

3736778#

1-----60-----11-----58
|63 15 23 29
62 27 25 14 34 59 9 30
|17 39 44 41 49 37 20 13
6 18 | 35 53 38 4 51 55 |
|28 33 52 8 26 43 |24 46
61-54-|10- 7-47-64-12 5 |
22 42 | 19 36 32 2 57 50
31 | 56 3 40 |
16-----45-----48-----21

4488268#

1-----60-----11-----58
|63 22 32 13
62 30 10 27 50 59 8 14
|18 36 40 21 23 28 49 45
6 31 | 51 39 35 4 38 56 |
|37 19 20 41 29 53 |44 17
61-54-| 9- 7-34-64-26 5 |
12 33 | 48 52 46 2 24 43
15 | 57 3 55 |
42-----16-----47-----25

5984320#

1-----60-----11-----58
|63 38 13 16
62 34 8 22 51 59 9 15
|19 32 29 10 40 47 42 41
6 28 | 50 45 31 4 43 53 |
|18 21 24 48 33 35 |55 26
61-54-|12- 7-37-64-20 5 |
30 52 | 39 49 44 2 17 27
14 | 56 3 57 |
25-----23-----46-----36

6596188#

1-----60-----12-----57
|63 15 19 33
62 37 9 16 48 59 11 18
|35 29 31 39 20 40 44 22
6 23 | 47 52 28 4 49 51 |
|25 10 43 38 36 58 |26 24
61-53-|14- 8-42-64-13 5 |
7 46 | 41 32 55 2 27 50
17 | 54 3 56 |
45-----21-----30-----34

7087629#

1-----60-----12-----57
|63 13 23 31
62 40 11 9 47 59 10 22
|14 26 28 48 38 36 50 20
6 19 | 43 58 25 4 56 49 |
|29 35 45 33 39 41 |17 21
61-53-|16- 8-46-64- 7 5 |
24 42 | 44 34 30 2 32 52
18 | 55 3 54 |
27-----15-----51-----37

8062554#

1-----60-----13-----56
|63 33 14 20
62 43 15 10 46 59 7 18
|35 23 28 27 26 44 41 36
6 16 | 47 53 22 4 55 57 |
|21 17 29 34 42 54 |38 25
61-52-| 8- 9-49-64-12 5 |
11 51 | 40 45 48 2 31 32
19 | 58 3 50 |
39-----24-----30-----37

8180481#

1-----60-----11-----58
|63 25 18 24
62 44 10 13 50 59 8 14
|16 22 29 32 39 42 46 34
6 17 | 51 53 21 4 52 56 |
|23 35 31 38 43 37 |33 20
61-54-| 9- 7-48-64-12 5 |
28 47 | 45 41 30 2 27 40
15 | 57 3 55 |
26-----19-----49-----36

9337356#

1-----60-----14-----55
|63 27 17 23
62 47 7 13 53 59 8 11
|16 19 36 30 34 40 44 41
6 20 | 54 50 18 4 52 56 |
|25 32 24 37 46 39 |35 22
61-51-| 9-10-45-64-15 5 |
26 48 | 43 42 33 2 28 38
12 | 57 3 58 |
31-----21-----49-----29

10255941#

1-----60-----22-----47
|63 20 10 37
62 50 11 8 40 59 17 13
|27 16 44 42 35 39 24 33
6 12 | 52 56 15 4 57 58 |
|26 29 32 19 49 51 |23 31
61-43-| 7-18-53-64-9 5 |
14 55 | 34 28 36 2 46 45
25 | 48 3 54 |
30-----41-----38-----21

11368825#

1-----57-----25-----47
|63 24 9 34
62 53 10 11 44 59 14 7
|20 13 48 38 36 37 26 42
6 16 | 58 50 12 4 54 60 |
|28 32 23 22 52 46 |27 30
61-40-| 5-18-49-64-15 8 |
19 56 | 35 31 33 2 43 41
21 | 51 3 55 |
29-----39-----45-----17

12275272#

1-----47-----38-----44
|63 26 5 36
62 56 12 8 42 59 14 7
|19 10 48 49 30 28 33 43
6 24 | 58 50 9 4 57 52 |
|37 25 22 20 55 54 |16 31
61-27-| 13-21-41-64-15 18 |
11 60 | 34 29 40 2 45 39
23 | 51 3 53 |
35-----32-----46-----17

13827958#

1-----52-----40-----37
|63 20 5 42
62 59 9 4 41 55 18 12
|17 7 38 54 31 30 44 39
10 22 | 53 51 6 8 61 49 |
|35 29 26 32 58 50 |11 19
57-25-| 16-28-43-64-14 13 |
15 60 | 46 23 36 2 33 45
24 | 47 3 56 |
34-----21-----48-----27

15048208#

1-----54-----37-----38
|63 20 8 39
60 62 7 6 42 52 21 10
|19 4 41 50 30 33 40 43
13 17 | 55 53 3 9 59 51 |
|32 34 22 29 61 49 |15 18
56-28-| 14-27-48-64-12 11 |
16 57 | 47 26 31 2 36 45
23 | 44 5 58 |
35-----25-----46-----24

8658541#

1-----60-----13-----56
|63 22 17 28
62 45 7 10 50 59 11 16
|31 21 40 38 23 41 36 30
6 18 | 49 57 20 4 55 51 |
|24 19 35 26 44 53 |27 32
61-52-| 14- 9-47-64-8 5 |
12 48 | 33 37 46 2 39 43
15 | 54 3 58 |
42-----29-----34-----25

9444786#

1-----60-----19-----50
|63 21 13 33
62 48 9 11 43 59 16 12
|34 18 42 38 25 39 29 35
6 14 | 53 55 17 4 54 57 |
|26 20 30 24 47 58 |27 28
61-46-| 8-15-51-64-10 5 |
7 52 | 37 32 45 2 41 44
22 | 49 3 56 |
40-----36-----31-----23

10620692#

1-----60-----21-----48
|63 27 11 29
62 51 7 8 52 59 9 12
|18 15 34 35 32 39 46 41
6 22 | 53 49 14 4 57 55 |
|26 28 24 40 50 42 |30 20
61-44-| 10-17-43-64-16 5 |
23 54 | 45 36 37 2 25 38
13 | 56 3 58 |
33-----19-----47-----31

11518829#

1-----56-----36-----37
|63 19 8 40
62 54 14 7 39 59 15 10
|16 12 47 48 35 27 32 43
6 21 | 55 45 11 4 58 60 |
|38 31 22 24 53 52 |17 23
61-29-| 5-28-44-64-20 9 |
13 57 | 42 25 34 2 41 46
26 | 50 3 51 |
30-----33-----49-----18

12998642#

1-----61-----38-----30
|63 16 7 44
62 57 5 6 39 53 24 14
|19 9 37 47 31 32 43 42
12 20 | 51 48 8 10 59 52 |
|33 29 23 40 56 50 |18 11
55-27-| 13-35-45-64-17 4 |
15 58 | 54 21 36 2 25 49
26 | 41 3 60 |
34-----22-----46-----28

14034002#

1-----47-----38-----44
|63 32 10 25
62 60 7 12 41 54 20 4
|14 6 42 39 31 28 43 57
11 19 | 61 52 5 9 53 50 |
|37 35 8 29 59 49 |26 17
56-27-| 15-21-46-64-13 18 |
16 55 | 48 40 30 2 36 33
24 | 45 3 58 |
34-----22-----51-----23

15871944#

1-----57-----16-----56
|62 15 20 33
60 6 23 41 28 54 19 29
|30 61 18 17 43 40 39 12
11 38 | 36 34 59 7 24 51 |
|25 2 53 55 4 52 |48 21
58-49-| 14- 9-27-64-31 8 |
13 45 | 44 32 63 3 10 50
37 | 46 5 42 |
22-----26-----35-----47

8806455#

1-----60-----14-----55
|63 24 13 30
62 46 11 7 49 59 8 18
|15 20 40 39 43 44 32 27
6 17 | 47 56 19 4 58 53 |
|21 36 38 23 45 34 |26 37
61-51-| 12-10-48-64-9 5 |
31 52 | 28 35 29 2 42 41
16 | 57 3 54 |
22-----33-----50-----25

10167931#

1-----60-----29-----40
|63 22 19 26
62 49 9 10 44 59 15 12
|11 17 58 38 31 23 30 52
6 24 | 53 45 16 4 55 57 |
|42 33 13 18 48 51 |27 28
61-36-| 8-25-41-64-20 5 |
14 46 | 37 39 32 2 47 43
21 | 50 3 56 |
34-----35-----54-----7

10771798#

1-----60-----34-----35
|63 16 10 41
62 52 9 8 44 59 15 11
|17 14 47 46 29 27 37 43
6 26 | 54 42 13 4 57 58 |
|38 25 22 32 51 53 |19 20
61-31-| 7-30-39-64-23 5 |
12 55 | 45 24 40 2 33 49
21 | 50 3 56 |
36-----28-----48-----18

12118280#

1-----48-----37-----44
|63 26 6 35
62 55 12 9 42 58 14 8
| 4 11 50 47 45 29 31 43
7 24 | 57 49 10 5 56 52 |
|36 40 22 19 54 38 |18 33
60-28-| 13-21-41-64-16 17 |
27 59 | 32 30 25 2 46 39
23 | 51 3 53 |
20-----34-----61-----15

13149395#

1-----55-----38-----36
|63 18 4 45
62 58 17 6 35 54 16 12
|13 8 41 51 44 34 32 37
11 15 | 53 46 7 9 59 60 |
|31 40 28 26 57 42 |14 22
56-27-| 5-29-50-64-19 10 |
23 61 | 43 20 25 2 39 47
30 | 49 3 48 |
21-----33-----52-----24

14814473#

1-----43-----44-----42
|63 26 6 35
62 61 11 9 33 53 24 7
|15 5 45 52 36 27 34 46
12 16 | 58 57 4 10 56 47 |
|38 37 19 17 60 51 |13 25
55-21-| 18-23-49-64-8 22 |
14 59 | 40 30 28 2 48 39
32 | 41 3 54 |
29-----31-----50-----20

15911431#

1-----57-----17-----55
|62 31 35 2
61 7 20 27 26 56 23 40
|12 60 18 15 46 22 54 33
9 36 | 25 51 58 6 38 37 |
|43 21 32 41 5 52 |50 16
59-48-| 28-10-29-64-14 8 |
13 30 | 49 63 44 3 24 34
39 | 42 4 45 |
19-----11-----53-----47

** Dictated and listed by Kanji Setsuda originally in 2005, 2010;
 Recompiled on July 9, 2017 with macOS Sierra 10.12.5 and Xcode 7.3 **

*** 連立型の汎対称立体四方陣の解の計数 ***

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=32]

<p>1#</p> <pre> 1-----52-----16-----61 58 23 43 6 55 8 26 41 38 21 11 60 20 63--33-14--29-50--48- 3 12 46 37 31 25 35 56 18 47 9 30 40 34 28 19 53 62-17- 15-36--51-32-- 2 45 5 54 44 27 24 39 57 10 59 22 42 7 4-----49-----13-----64 </pre>	<p>67#</p> <pre> 1-----46-----24-----59 58 20 47 5 52 8 26 43 37 17 15 62 14 63--33-21--27-42--56- 4 16 53 35 31 25 36 54 10 55 11 29 40 34 30 12 49 61- 9- 23-38--44-32-- 2 51 3 50 48 28 22 39 57 13 60 18 45 7 6-----41-----19-----64 </pre>	<p>85#</p> <pre> 1-----54-----16-----59 58 23 45 4 55 8 26 41 36 19 13 62 22 63--33-12--27-50--48- 5 14 44 35 31 25 37 56 18 47 9 28 40 34 30 21 51 60-17- 15-38--53-32-- 2 43 3 52 46 29 24 39 57 10 61 20 42 7 6-----49-----11-----64 </pre>
<p>151#</p> <pre> 1-----44-----30-----55 52 22 47 9 54 14 20 39 41 17 15 60 12 63--33-25--23-36--62- 6 16 57 37 31 19 38 58 4 61 7 27 46 34 28 8 49 59- 3- 29-42--40-32-- 2 53 5 50 48 24 26 45 51 11 56 18 43 13 10-----35-----21-----64 </pre>	<p>163#</p> <pre> 1-----58-----16-----55 54 27 45 4 59 12 22 37 36 19 13 62 26 63--33- 8--23-50--48- 9 14 40 35 31 21 41 60 18 47 5 24 44 34 30 25 51 56-17- 15-42--57-32-- 2 39 3 52 46 29 28 43 53 6 61 20 38 11 10-----49----- 7-----64 </pre>	<p>217#</p> <pre> 1-----52-----30-----47 40 14 59 17 46 26 8 43 49 5 27 56 20 63--33-21--15-36--62-10 28 53 41 31 7 42 54 4 61 11 23 58 34 24 12 37 55- 3- 29-50--44-32-- 2 45 9 38 60 16 22 57 39 19 48 6 51 25 18-----35-----13-----64 </pre>
<p>223#</p> <pre> 1-----58-----24-----47 46 27 53 4 59 20 14 37 36 11 21 62 26 63--33- 8--15-42--56-17 22 40 35 31 13 49 60 10 55 5 16 52 34 30 25 43 48- 9- 23-50--57-32-- 2 39 3 44 54 29 28 51 45 6 61 12 38 19 18-----41----- 7-----64 </pre>	<p>271#</p> <pre> 1-----47-----24-----58 59 20 46 5 52 8 27 42 37 17 14 63 15 62--33-21--26-43--56- 4 16 53 34 30 25 36 55 11 54 10 29 40 35 31 12 49 61- 9- 22-39--44-32-- 3 50 2 51 48 28 23 38 57 13 60 19 45 6 7-----41-----18-----64 </pre>	<p>289#</p> <pre> 1-----55-----16-----58 59 22 45 4 54 8 27 41 36 18 13 63 23 62--33-12--26-51--48- 5 15 44 34 30 25 37 56 19 46 9 28 40 35 31 21 50 60-17- 14-39--53-32-- 3 42 2 52 47 29 24 38 57 11 61 20 43 6 7-----49-----10-----64 </pre>
<p>349#</p> <pre> 1-----44-----31-----54 52 23 46 9 55 15 20 38 41 17 14 60 12 62--33-25--22-36--63- 7 16 57 37 30 18 39 59 4 61 6 26 47 35 28 8 49 58- 2- 29-43--40-32-- 3 53 5 51 48 24 27 45 50 10 56 19 42 13 11-----34-----21-----64 </pre>	<p>361#</p> <pre> 1-----59-----16-----54 55 26 45 4 58 12 23 37 36 18 13 63 27 62--33- 8--22-51--48- 9 15 40 34 30 21 41 60 19 46 5 24 44 35 31 25 50 56-17- 14-43--57-32-- 3 38 2 52 47 29 28 42 53 7 61 20 39 10 11-----49----- 6-----64 </pre>	<p>475#</p> <pre> 1-----47-----24-----58 60 22 45 3 54 8 28 42 35 17 13 63 15 61--33-19--26-44--56- 6 16 51 34 29 25 38 55 12 53 10 27 40 36 31 14 49 59- 9- 21-39--46-32-- 4 50 2 52 48 30 23 37 57 11 62 20 43 5 7-----41-----18-----64 </pre>
<p>493#</p> <pre> 1-----47-----24-----58 61 22 44 3 54 8 29 42 35 17 12 63 15 60--33-19--26-45--56- 6 16 51 34 28 25 38 55 13 52 10 27 40 37 31 14 49 59- 9- 20-39--46-32-- 5 50 2 53 48 30 23 36 57 11 62 21 43 4 7-----41-----18-----64 </pre>	<p>631#</p> <pre> 1-----50-----25-----54 58 28 41 3 60 12 26 36 35 19 9 63 18 59--33-16--22-45--57-10 14 48 34 27 21 42 61 13 52 4 23 44 38 31 17 51 55- 8- 20-43--49-32-- 6 47 2 56 46 30 29 39 53 5 62 24 37 7 11-----40-----15-----64 </pre>	<p>649#</p> <pre> 1-----46-----31-----52 56 27 42 5 59 15 24 36 37 17 10 62 14 58--33-21--20-40--63-11 16 53 35 26 18 43 61 8 57 4 22 47 39 30 12 49 54- 2- 25-45--44-32-- 7 51 3 55 48 28 29 41 50 6 60 23 38 9 13-----34-----19-----64 </pre>
<p>661#</p> <pre> 1-----58-----27-----44 50 28 48 4 60 22 18 35 36 10 16 63 26 57--33- 9--12-45--59-19 23 41 34 25 11 51 62 13 52 3 14 54 40 31 24 42 46- 6- 20-53--56-32-- 8 39 2 49 55 29 30 47 43 5 61 17 37 15 21-----38----- 7-----64 </pre>	<p>667#</p> <pre> 1-----47-----28-----54 61 26 40 3 58 12 29 38 35 17 8 63 15 56--33-19--22-45--60-10 16 51 34 24 21 42 59 13 52 6 23 44 41 31 14 49 55- 5- 20-43--46-32-- 9 50 2 57 48 30 27 36 53 7 62 25 39 4 11-----37-----18-----64 </pre>	<p>751#</p> <pre> 1-----59-----30-----40 48 22 51 9 54 26 16 36 41 5 19 63 27 55--33-13-- 8-44--62-18 28 45 34 23 7 50 61 12 53 4 15 58 42 31 20 37 47- 3- 21-57--52-32--10 38 2 46 60 24 29 49 39 11 56 14 43 17 25-----35----- 6-----64 </pre>

757#

```

1-----58-----31-----40
|48      23      50      9
55 27 16 36 41 5 18 62
|26 54---33---13---8---44---63---19
28 45 | 35 22 6 51 61 12 |
|53 4 14 59 43 30 |20 37
46- 2-|21-57---52-32---11 39 |
3 47 60 24 29 49 38 10
56 | 15 42 17 |
25-----34-----7-----64

```

763#

```

1-----58-----31-----40
|48      23      50      9
55 29 16 38 41 3 18 60
|26 52---33---11---8---46---63---21
30 43 | 37 20 4 53 59 14 |
|51 6 12 61 45 28 |22 35
44- 2-|19-57---54-32---13 39 |
5 47 62 24 27 49 36 10
56 | 15 42 17 |
25-----34-----7-----64

```

769#

```

1-----55-----28-----46
|61      26      40      3
58 20 29 38 35 9 8 63
|23 48---33---11---14---53---60---18
24 43 | 34 16 13 50 59 21 |
|44 6 15 52 49 31 |22 41
47- 5-|12-51---54-32---17 42 |
2 57 56 30 27 36 45 7
62 | 25 39 4 |
19-----37-----10-----64

```

[Solution Counts = 804]

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=48]

1#

```

1-----52-----16-----61
|58      39      27      6
55 8 42 25 22 37 11 60
|36 63---17---14---45---50---32---3
12 30 | 21 47 41 19 56 34 |
|31 9 46 24 18 44 |35 53
62-33-|15-20---51-48---2 29 |
5 54 28 43 40 23 57 10
59 | 38 26 7 |
4-----49-----13-----64

```

67#

```

1-----30-----40-----59
|58      36      31      5
52 8 42 27 21 33 15 62
|14 63---17---37---43---26---56---4
16 53 | 19 47 41 20 54 10 |
|55 11 45 24 18 46 |12 49
61- 9-|39-22---28-48---2 51 |
3 50 32 44 38 23 57 13
60 | 34 29 7 |
6-----25-----35-----64

```

85#

```

1-----54-----16-----59
|58      39      29      4
55 8 42 25 20 35 13 62
|38 63---17---12---43---50---32---5
14 28 | 19 47 41 21 56 34 |
|31 9 44 24 18 46 |37 51
60-33-|15-22---53-48---2 27 |
3 52 30 45 40 23 57 10
61 | 36 26 7 |
6-----49-----11-----64

```

145#

```

1-----28-----46-----55
|52      38      31      9
54 14 36 23 25 33 15 60
|12 63---17---41---39---20---62---6
16 57 | 21 47 35 22 58 4 |
|61 7 43 30 18 44 | 8 49
59- 3-|45-26---24-48---2 53 |
5 50 32 40 42 29 51 11
56 | 34 27 13 |
10-----19-----37-----64

```

157#

```

1-----58-----16-----55
|54      43      29      4
59 12 38 21 20 35 13 62
|42 63---17---8---39---50---32---9
14 24 | 19 47 37 25 60 34 |
|31 5 40 28 18 46 |41 51
56-33-|15-26---57-48---2 23 |
3 52 30 45 44 27 53 6
61 | 36 22 11 |
10-----49-----7-----64

```

211#

```

1-----52-----46-----31
|24      14      59      33
30 42 8 27 49 5 43 56
|36 63---17---37---15---20---62---10
44 53 | 25 47 7 26 54 4 |
|61 11 39 58 18 40 |12 21
55- 3-|45-50---28-48---2 29 |
9 22 60 16 38 57 23 35
32 | 6 51 41 |
34-----19-----13-----64

```

217#

```

1-----58-----40-----31
|30      43      53      4
59 36 14 21 20 11 37 62
|42 63---17---8---15---26---56---33
38 24 | 19 47 13 49 60 10 |
|55 5 16 52 18 46 |41 27
32- 9-|39-50---57-48---2 23 |
3 28 54 45 44 51 29 6
61 | 12 22 35 |
34-----25-----7-----64

```

265#

```

1-----31-----40-----58
|59      36      30      5
52 8 43 26 21 33 14 63
|15 62---17---37---42---27---56---4
16 53 | 18 46 41 20 55 11 |
|54 10 45 24 19 47 |12 49
61- 9-|38-23---28-48---3 50 |
2 51 32 44 39 22 57 13
60 | 35 29 6 |
7-----25-----34-----64

```

283#

```

1-----55-----16-----58
|59      38      29      4
54 8 43 25 20 34 13 63
|39 62---17---12---42---51---32---5
15 28 | 18 46 41 21 56 35 |
|30 9 44 24 19 47 |37 50
60-33-|14-23---53-48---3 26 |
2 52 31 45 40 22 57 11
61 | 36 27 6 |
7-----49-----10-----64

```

343#

```

1-----28-----47-----54
|52      39      30      9
55 15 36 22 25 33 14 60
|12 62---17---41---38---20---63---7
16 57 | 21 46 34 23 59 4 |
|61 6 42 31 19 44 | 8 49
58- 2-|45-27---24-48---3 53 |
5 51 32 40 43 29 50 10
56 | 35 26 13 |
11-----18-----37-----64

```

355#

```

1-----59-----16-----54
|55      42      29      4
58 12 39 21 20 34 13 63
|43 62---17---8---38---51---32---9
15 24 | 18 46 37 25 60 35 |
|30 5 40 28 19 47 |41 50
56-33-|14-27---57-48---3 22 |
2 52 31 45 44 26 53 7
61 | 36 23 10 |
11-----49-----6-----64

```

463#

```

1-----31-----40-----58
|60      38      29      3
54 8 44 26 19 33 13 63
|15 61---17---35---42---28---56---6
16 51 | 18 45 41 22 55 12 |
|53 10 43 24 20 47 |14 49
59- 9-|37-23---30-48---4 50 |
2 52 32 46 39 21 57 11
62 | 36 27 5 |
7-----25-----34-----64

```

481#

```

1-----31-----40-----58
|61      38      28      3
54 8 45 26 19 33 12 63
|15 60---17---35---42---29---56---6
16 51 | 18 44 41 22 55 13 |
|52 10 43 24 21 47 |14 49
59- 9-|36-23---30-48---5 50 |
2 53 32 46 39 20 57 11
62 | 37 27 4 |
7-----25-----34-----64

```

619#

```

1-----31-----46-----52
|56      42      27      5
58 14 40 20 21 33 11 63
|15 59---17---37---36---24---62---10
16 53 | 18 43 35 26 61 8 |
|57 4 39 30 22 47 |12 49
55- 3-|41-29---28-48---6 50 |
2 54 32 44 45 25 51 7
60 | 38 23 9 |
13-----19-----34-----64

```

631#

```

1-----30-----47-----52
|56      43      26      5
59 15 40 20 21 33 10 62
|14 58---17---37---36---24---63---11
16 53 | 19 42 34 27 61 8 |
|57 4 38 31 23 46 |12 49
54- 2-|41-29---28-48---7 51 |
3 55 32 44 45 25 50 6
60 | 39 22 9 |
13-----18-----35-----64

```

643#

```

1-----31-----44-----54
|61-----42-----24-----3
58 12 45 22 19 33 8 63
|15 56-----17-35-----38-29-----60-10
16 51 | 18 40 37 26 59 13 |
|52 6 39 28 25 47 |14 49
55- 5-|36-27-----30-48-----9 50 |
2 57 32 46 43 20 53 7
62 | 41 23 4 |
11-----21-----34-----64

```

727#

```

1-----59-----46-----24
|32-----38-----51-----9
54 42 16 20 25 5 35 63
|43 55-----17-13-----8-28-----62-34
44 29 | 18 39 7 50 61 12 |
|53 4 15 58 26 47 |36 21
31- 3-|37-57-----52-48-----10 22 |
2 30 60 40 45 49 23 11
56 | 14 27 33 |
41-----19-----6-----64

```

733#

```

1-----58-----47-----24
|32-----39-----50-----9
55 43 16 20 25 5 34 62
|42 54-----17-13-----8-28-----63-35
44 29 | 19 38 6 51 61 12 |
|53 4 14 59 27 46 |36 21
30- 2-|37-57-----52-48-----11 23 |
3 31 60 40 45 49 22 10
56 | 15 26 33 |
41-----18-----7-----64

```

739#

```

1-----58-----47-----24
|32-----39-----50-----9
55 45 16 22 25 3 34 60
|42 52-----17-11-----8-30-----63-37
46 27 | 21 36 4 53 59 14 |
|51 6 12 61 29 44 |38 19
28- 2-|35-57-----54-48-----13 23 |
5 31 62 40 43 49 20 10
56 | 15 26 33 |
41-----18-----7-----64

```

745#

```

1-----55-----44-----30
|61-----42-----24-----3
58 36 45 22 19 9 8 63
|39 32-----17-11-----14-53-----60-34
40 27 | 18 16 13 50 59 37 |
|28 6 15 52 49 47 |38 25
31- 5-|12-51-----54-48-----33 26 |
2 57 56 46 43 20 29 7
62 | 41 23 4 |
35-----21-----10-----64

```

[Solution Counts = 780]

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=56]

1#

```

1-----44-----24-----61
|58-----39-----27-----6
47 8 50 25 14 37 19 60
|36 63-----9-22-----53-42-----32- 3
20 30 | 13 55 49 11 48 34 |
|31 17 54 16 10 52 |35 45
62-33-|23-12-----43-56-----2 29 |
5 46 28 51 40 15 57 18
59 | 38 26 7 |
4-----41-----21-----64

```

67#

```

1-----30-----40-----59
|58-----36-----31-----5
44 8 50 27 13 33 23 62
|22 63-----9-37-----51-26-----48- 4
24 45 | 11 55 49 12 46 18 |
|47 19 53 16 10 54 |20 41
61-17-|39-14-----28-56-----2 43 |
3 42 32 52 38 15 57 21
60 | 34 29 7 |
6-----25-----35-----64

```

85#

```

1-----46-----24-----59
|58-----39-----29-----4
47 8 50 25 12 35 21 62
|38 63-----9-20-----51-42-----32- 5
22 28 | 11 55 49 13 48 34 |
|31 17 52 16 10 54 |37 43
60-33-|23-14-----45-56-----2 27 |
3 44 30 53 40 15 57 18
61 | 36 26 7 |
6-----41-----19-----64

```

145#

```

1-----28-----54-----47
|44-----38-----31-----17
46 22 36 15 25 33 23 60
|20 63-----9-49-----39-12-----62- 6
24 57 | 13 55 35 14 58 4 |
|61 7 51 30 10 52 |8 41
59- 3-|53-26-----16-56-----2 45 |
5 42 32 40 50 29 43 19
48 | 34 27 21 |
18-----11-----37-----64

```

157#

```

1-----58-----24-----47
|46-----51-----29-----4
59 20 38 13 12 35 21 62
|50 63-----9- 8-----39-42-----32-17
22 16 | 11 55 37 25 60 34 |
|31 5 40 28 10 54 |49 43
48-33-|23-26-----57-56-----2 15 |
3 44 30 53 52 27 45 6
61 | 36 14 19 |
18-----41-----7-----64

```

211#

```

1-----44-----54-----31
|16-----22-----59-----33
30 50 8 27 41 5 51 48
|36 63-----9-37-----23-12-----62-18
52 45 | 25 55 7 26 46 4 |
|61 19 39 58 10 40 |20 13
47- 3-|53-42-----28-56-----2 29 |
17 14 60 24 38 57 15 35
32 | 6 43 49 |
34-----11-----21-----64

```

217#

```

1-----58-----40-----31
|30-----51-----45-----4
59 36 22 13 12 19 37 62
|50 63-----9- 8-----23-26-----48-33
38 16 | 11 55 21 41 60 18 |
|47 5 24 44 10 54 |49 27
32-17-|39-42-----57-56-----2 15 |
3 28 46 53 52 43 29 6
61 | 20 14 35 |
34-----25-----7-----64

```

265#

```

1-----31-----40-----58
|59-----36-----30-----5
44 8 51 26 13 33 22 63
|23 62-----9-37-----50-27-----48- 4
24 45 | 10 54 49 12 47 19 |
|46 18 53 16 11 55 |20 41
61-17-|38-15-----28-56-----3 42 |
2 43 32 52 39 14 57 21
60 | 35 29 6 |
7-----25-----34-----64

```

283#

```

1-----47-----24-----58
|59-----38-----29-----4
46 8 51 25 12 34 21 63
|39 62-----9-20-----50-43-----32- 5
23 28 | 10 54 49 13 48 35 |
|30 17 52 16 11 55 |37 42
60-33-|22-15-----45-56-----3 26 |
2 44 31 53 40 14 57 19
61 | 36 27 6 |
7-----41-----18-----64

```

343#

```

1-----28-----55-----46
|44-----39-----30-----17
47 23 36 14 25 33 22 60
|20 62-----9-49-----38-12-----63- 7
24 57 | 13 54 34 15 59 4 |
|61 6 50 31 11 52 |8 41
58- 2-|53-27-----16-56-----3 45 |
5 43 32 40 51 29 42 18
48 | 35 26 21 |
19-----10-----37-----64

```

355#

```

1-----59-----24-----46
|47-----50-----29-----4
58 20 39 13 12 34 21 63
|51 62-----9- 8-----38-43-----32-17
23 16 | 10 54 37 25 60 35 |
|30 5 40 28 11 55 |49 42
48-33-|22-27-----57-56-----3 14 |
2 44 31 53 52 26 45 7
61 | 36 15 18 |
19-----41-----6-----64

```

463#

```

1-----31-----40-----58
|60-----38-----29-----3
46 8 52 26 11 33 21 63
|23 61-----9-35-----50-28-----48- 6
24 43 | 10 53 49 14 47 20 |
|45 18 51 16 12 55 |22 41
59-17-|37-15-----30-56-----4 42 |
2 44 32 54 39 13 57 19
62 | 36 27 5 |
7-----25-----34-----64

```

481#

```

1-----31-----40-----58
|61-----38-----28-----3
46 8 53 26 11 33 20 63
|23 60-----9-35-----50-29-----48-6
24 43 | 10 52 49 14 47 21 |
|44 18 51 16 13 55 |22 41
59-17-|36-15-30-56-----5 42 |
2 45 32 54 39 12 57 19
62 | 37-----27-----4 |
7-----25-----34-----64

```

619#

```

1-----31-----54-----44
|48-----50-----27-----5
58 22 40 12 13 33 19 63
|23 59-----9-37-----36-16-----62-18
24 45 | 10 51 35 26 61 8 |
|57 4 39 30 14 55 |20 41
47-3-|49-29-28-56-----6 42 |
2 46 32 52 53 25 43 7
60 | 38-----15-----17 |
21-----11-----34-----64

```

631#

```

1-----30-----55-----44
|48-----51-----26-----5
59 23 40 12 13 33 18 62
|22 58-----9-37-----36-16-----63-19
24 45 | 11 50 34 27 61 8 |
|57 4 38 31 15 54 |20 41
46-2-|49-29-28-56-----7 43 |
3 47 32 52 53 25 42 6
60 | 39-----14-----17 |
21-----10-----35-----64

```

643#

```

1-----31-----52-----46
|61-----50-----16-----3
58 20 53 14 11 33 8 63
|23 48-----9-35-----38-29-----60-18
24 43 | 10 40 37 26 59 21 |
|44 6 39 28 25 55 |22 41
47-5-|36-27-30-56-----17 42 |
2 57 32 54 51 12 45 7
62 | 49-----15-----4 |
19-----13-----34-----64

```

727#

```

1-----59-----54-----16
|32-----38-----43-----17
46 50 24 12 25 5 35 63
|51 47-----9-21-----8-28-----35-34
52 29 | 10 39 7 42 61 20 |
|45 4 23 58 26 55 |36 13
31-3-|37-57-44-56-----18 14 |
2 30 60 40 53 41 15 19
48 | 22-----27-----33 |
49-----11-----6-----64

```

733#

```

1-----58-----55-----16
|32-----39-----42-----17
47 51 24 12 25 5 34 62
|50 46-----9-21-----8-28-----63-35
52 29 | 11 38 6 43 61 20 |
|45 4 22 59 27 54 |36 13
30-2-|37-57-44-56-----19 15 |
3 31 60 40 53 41 14 18
48 | 23-----26-----33 |
49-----10-----7-----64

```

739#

```

1-----58-----55-----16
|32-----39-----42-----17
47 53 24 14 25 3 34 60
|50 44-----9-19-----8-30-----63-37
54 27 | 13 36 4 45 59 22 |
|43 6 20 61 29 52 |38 11
28-2-|35-57-46-56-----21 15 |
5 31 62 40 51 41 12 18
48 | 23-----26-----33 |
49-----10-----7-----64

```

745#

```

1-----47-----52-----30
|61-----50-----16-----3
58 36 53 14 11 17 8 63
|39 32-----9-19-----22-45-----60-34
40 27 | 10 24 21 42 59 37 |
|28 6 23 44 41 55 |38 25
31-5-|20-43-46-56-----33 26 |
2 57 48 54 51 12 29 7
62 | 49-----15-----4 |
35-----13-----18-----64

```

[Solution Counts = 780]

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=60]

1#

```

1-----40-----28-----61
|54-----43-----23-----10
47 12 50 21 14 41 19 56
|36 63-----5-26-----57-38-----32-3
20 30 | 13 59 49 7 48 34 |
|31 17 58 16 6 52 |35 45
62-33-|27-8-39-60-----2 29 |
9 46 24 51 44 15 53 18
55 | 42-----22-----11 |
4-----37-----25-----64

```

67#

```

1-----30-----44-----55
|54-----36-----31-----9
40 12 50 23 13 33 27 62
|26 63-----5-41-----51-22-----48-4
28 45 | 7 59 49 8 46 18 |
|47 19 57 16 6 58 |20 37
61-17-|43-14-24-60-----2 39 |
3 38 32 52 42 15 53 25
56 | 34-----29-----11 |
10-----21-----35-----64

```

85#

```

1-----46-----28-----55
|54-----43-----29-----4
47 12 50 21 8 35 25 62
|42 63-----5-20-----51-38-----32-9
26 24 | 7 59 49 13 48 34 |
|31 17 52 16 6 58 |41 39
56-33-|27-14-45-60-----2 23 |
3 40 30 57 44 15 53 18
61 | 36-----22-----11 |
10-----37-----19-----64

```

145#

```

1-----24-----58-----47
|40-----42-----31-----17
46 26 36 15 21 33 27 56
|20 63-----5-49-----43-8-----62-10
28 53 | 13 59 35 14 54 4 |
|61 11 51 30 6 52 |12 37
55-3-|57-22-16-60-----2 45 |
9 38 32 44 50 29 39 19
48 | 34-----23-----25 |
18-----7-----41-----64

```

157#

```

1-----54-----28-----47
|46-----51-----29-----4
55 20 42 13 8 35 25 62
|50 63-----5-12-----43-38-----32-17
26 16 | 7 59 41 21 56 34 |
|31 9 44 24 6 58 |49 39
48-33-|27-22-53-60-----2 15 |
3 40 30 57 52 23 45 10
61 | 36-----14-----19 |
18-----37-----11-----64

```

211#

```

1-----40-----58-----31
|16-----26-----55-----33
30 50 12 23 37 9 51 48
|36 63-----5-41-----27-8-----62-18
52 45 | 21 59 11 22 46 4 |
|61 19 43 54 6 44 |20 13
47-3-|57-38-24-60-----2 29 |
17 14 56 28 42 53 15 35
32 | 10-----39-----49 |
34-----7-----25-----64

```

217#

```

1-----54-----44-----31
|30-----51-----45-----4
55 36 26 13 8 19 41 62
|50 63-----5-12-----27-22-----48-33
42 16 | 7 59 25 37 56 18 |
|47 9 28 40 6 58 |49 23
32-17-|43-38-53-60-----2 15 |
3 24 46 57 52 39 29 10
61 | 20-----14-----35 |
34-----21-----11-----64

```

265#

```

1-----31-----44-----54
|55-----36-----30-----9
40 12 51 22 13 33 26 63
|27 62-----5-41-----50-23-----48-4
28 45 | 6 58 49 8 47 19 |
|46 18 57 16 7 59 |20 37
61-17-|42-15-24-60-----3 38 |
2 39 32 52 43 14 53 25
56 | 35-----29-----10 |
11-----21-----34-----64

```

283#

```

1-----47-----28-----54
|55-----42-----29-----4
46 12 51 21 8 34 25 63
|43 62-----5-20-----50-39-----32-9
27 24 | 6 58 49 13 48 35 |
|30 17 52 16 7 59 |41 38
56-33-|26-15-45-60-----3 22 |
2 40 31 57 44 14 53 19
61 | 36-----23-----10 |
11-----37-----18-----64

```

343#

```

1-----24-----59-----46
|40-----43-----30-----17
47 27 36 14 21 33 26 56
|20 62-----5-49-----42-8-----63-11
28 53 | 13 58 34 15 55 4 |
|61 10 50 31 7 52 |12 37
54-2-|57-23-|16-60-|3 45 |
9 39 32 44 51 29 38 18
48 | 35 22 25 |
19-----6-----41-----64

```

355#

```

1-----55-----28-----46
|47-----50-----29-----4
54 20 43 13 8 34 25 63
|51 62-----5-12-----42-39-----32-17
27 16 | 6 58 41 21 56 35 |
|30 9 44 24 7 59 |49 38
48-33-|26-23-|53-60-|3 14 |
2 40 31 57 52 22 45 11
61 | 36 15 18 |
19-----37-----10-----64

```

463#

```

1-----31-----44-----54
|56-----42-----29-----3
46 12 52 22 7 33 25 63
|27 61-----5-35-----50-24-----48-10
28 39 | 6 57 49 14 47 20 |
|45 18 51 16 8 59 |26 37
55-17-|41-15-|30-60-|4 38 |
2 40 32 58 43 13 53 19
62 | 36 23 9 |
11-----21-----34-----64

```

481#

```

1-----31-----44-----54
|61-----42-----24-----3
46 12 57 22 7 33 20 63
|27 56-----5-35-----50-29-----48-10
28 39 | 6 52 49 14 47 25 |
|40 18 51 16 13 59 |26 37
55-17-|36-15-|30-60-|9 38 |
2 45 32 58 43 8 53 19
62 | 41 23 4 |
11-----21-----34-----64

```

619#

```

1-----31-----58-----40
|48-----50-----23-----9
54 26 44 8 13 33 19 63
|27 55-----5-41-----36-16-----62-18
28 45 | 6 51 35 22 61 12 |
|53 4 43 30 14 59 |20 37
47-3-|49-29-|24-60-|10 38 |
2 46 32 52 57 21 39 11
56 | 42 15 17 |
25-----7-----34-----64

```

631#

```

1-----30-----59-----40
|48-----51-----22-----9
55 27 44 8 13 33 18 62
|26 54-----5-41-----36-16-----63-19
28 45 | 7 50 34 23 61 12 |
|53 4 42 31 15 58 |20 37
46-2-|49-29-|24-60-|11 39 |
3 47 32 52 57 21 38 10
56 | 43 14 17 |
25-----6-----35-----64

```

643#

```

1-----31-----52-----46
|61-----50-----16-----3
54 20 57 14 7 33 12 63
|27 48-----5-35-----42-29-----56-18
28 39 | 6 44 41 22 55 25 |
|40 10 43 24 21 59 |26 37
47-9-|36-23-|30-60-|17 38 |
2 53 32 58 51 8 45 11
62 | 49 15 4 |
19-----13-----34-----64

```

727#

```

1-----55-----58-----16
|32-----42-----39-----17
46 50 28 8 21 9 35 63
|51 47-----5-25-----12-24-----62-34
52 29 | 6 43 11 38 61 20 |
|45 4 27 54 22 59 |36 13
31-3-|41-53-|40-60-|18 14 |
2 30 56 44 57 37 15 19
48 | 26 23 33 |
49-----7-----10-----64

```

733#

```

1-----54-----59-----16
|32-----43-----38-----17
47 51 28 8 21 9 34 62
|50 46-----5-25-----12-24-----63-35
52 29 | 7 42 10 39 61 20 |
|45 4 26 55 23 58 |36 13
30-2-|41-53-|40-60-|19 15 |
3 31 56 44 57 37 14 18
48 | 27 22 33 |
49-----6-----11-----64

```

739#

```

1-----54-----59-----16
|32-----43-----38-----17
47 57 28 14 21 3 34 56
|50 40-----5-19-----12-30-----63-41
58 23 | 13 36 4 45 55 26 |
|39 10 20 61 29 52 |42 7
24-2-|35-53-|46-60-|25 15 |
9 31 62 44 51 37 8 18
48 | 27 22 33 |
49-----6-----11-----64

```

745#

```

1-----47-----52-----30
|61-----50-----16-----3
54 36 57 14 7 17 12 63
|43 32-----5-19-----26-45-----56-34
44 23 | 6 28 25 38 55 41 |
|24 10 27 40 37 59 |42 21
31-9-|20-39-|46-60-|33 22 |
2 53 48 58 51 8 29 11
62 | 49 15 4 |
35-----13-----18-----64

```

[Solution Counts = 780]

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=62]

1#

```

1-----40-----30-----59
|52-----45-----23-----10
47 14 50 19 12 41 21 56
|38 63-----3-26-----57-36-----32-5
22 28 | 11 61 49 7 48 34 |
|31 17 58 16 4 54 |37 43
60-33-|29-8-|39-62-|2 27 |
9 44 24 53 46 15 51 18
55 | 42 20 13 |
6-----35-----25-----64

```

67#

```

1-----28-----46-----55
|52-----38-----31-----9
40 14 50 23 11 33 29 60
|26 63-----3-41-----53-20-----48-6
30 43 | 7 61 49 8 44 18 |
|47 21 57 16 4 58 |22 35
59-17-|45-12-|24-62-|2 39 |
5 36 32 54 42 15 51 25
56 | 34 27 13 |
10-----19-----37-----64

```

85#

```

1-----44-----30-----55
|52-----45-----27-----6
47 14 50 19 8 37 25 60
|42 63-----3-22-----53-36-----32-9
26 24 | 7 61 49 11 48 34 |
|31 17 54 16 4 58 |41 39
56-33-|29-12-|43-62-|2 23 |
5 40 28 57 46 15 51 18
59 | 38 20 13 |
10-----35-----21-----64

```

145#

```

1-----24-----58-----47
|40-----42-----31-----17
44 26 38 15 19 33 29 56
|22 63-----3-49-----45-8-----60-10
30 51 | 11 61 37 12 52 6 |
|59 13 53 28 4 54 |14 35
55-5-|57-20-|16-62-|2 43 |
9 36 32 46 50 27 39 21
48 | 34 23 25 |
18-----7-----41-----64

```

157#

```

1-----52-----30-----47
|44-----53-----27-----6
55 22 42 11 8 37 25 60
|50 63-----3-14-----45-36-----32-17
26 16 | 7 61 41 19 56 34 |
|31 9 46 24 4 58 |49 39
48-33-|29-20-|51-62-|2 15 |
5 40 28 57 54 23 43 10
59 | 38 12 21 |
18-----35-----13-----64

```

211#

```

1-----40-----58-----31
|16-----26-----55-----33
28 50 14 23 35 9 53 48
|38 63-----3-41-----29-8-----60-18
54 43 | 19 61 13 20 44 6 |
|59 21 45 52 4 46 |22 11
47-5-|57-36-|24-62-|2 27 |
17 12 56 30 42 51 15 37
32 | 10 39 49 |
34-----7-----25-----64

```

217#

```

1-----52-----46-----31
|28-----53-----43-----6
55 38 26 11 8 21 41 60
|50 63-----3-14-----29-20-----48-33
42 16 | 7 61 25 35 56 18 |
|47 9 30 40 4 58 |49 23
32-17-|45-36-51-62-2 15 |
5 24 44 57 54 39 27 10
59 | 22 12 37 |
34-----19-----13-----64

```

343#

```

1-----24-----61-----44
|40-----45-----28-----17
47 29 38 12 19 33 26 56
|22 60-----3-49-----42-8-----63-13
30 51 | 11 58 34 15 55 6 |
|59 10 50 31 7 54 |14 35
52-2-|57-23-16-62-5 43 |
9 39 32 46 53 27 36 18
48 | 37 20 25 |
21-----4-----41-----64

```

481#

```

1-----31-----46-----52
|59-----42-----24-----5
44 14 57 20 7 33 22 63
|29 56-----3-37-----50-27-----48-10
30 39 | 4 54 49 12 47 25 |
|40 18 53 16 11 61 |26 35
55-17-|38-15-28-62-9 36 |
2 43 32 58 45 8 51 21
60 | 41 23 6 |
13-----19-----34-----64

```

643#

```

1-----31-----54-----44
|59-----50-----16-----5
52 22 57 12 7 33 14 63
|29 48-----3-37-----42-27-----56-18
30 39 | 4 46 41 20 55 25 |
|40 10 45 24 19 61 |26 35
47-9-|38-23-28-62-17 36 |
2 51 32 58 53 8 43 13
60 | 49 15 6 |
21-----11-----34-----64

```

739#

```

1-----52-----61-----16
|32-----45-----36-----17
47 57 30 12 19 5 34 56
|50 40-----3-21-----14-28-----63-41
58 23 | 11 38 6 43 55 26 |
|39 10 22 59 27 54 |42 7
24-2-|37-51-44-62-25 15 |
9 31 60 46 53 35 8 18
48 | 29 20 33 |
49-----4-----13-----64

```

[Solution Counts = 780]

[Abstract List of Solutions when n1=1 & n64=64 & n43=63]

1#

```

1-----40-----31-----58
|52-----45-----22-----11
46 15 51 18 12 41 21 56
|39 62-----2-27-----57-36-----32-5
23 28 | 10 61 49 6 48 35 |
|30 17 59 16 4 55 |37 42
60-33-|29-8-38-63-3 26 |
9 44 24 53 47 14 50 19
54 | 43 20 13 |
7-----34-----25-----64

```

265#

```

1-----31-----46-----52
|55-----38-----28-----9
40 14 53 20 11 33 26 63
|29 60-----3-41-----50-23-----48-6
30 43 | 4 58 49 8 47 21 |
|44 18 57 16 7 61 |22 35
59-17-|42-15-24-62-5 36 |
2 39 32 54 45 12 51 25
56 | 37 27 10 |
13-----19-----34-----64

```

355#

```

1-----55-----30-----44
|47-----50-----27-----6
52 22 45 11 8 34 25 63
|53 60-----3-14-----42-39-----32-17
29 16 | 4 58 41 19 56 37 |
|28 9 46 24 7 61 |49 36
48-33-|26-23-51-62-5 12 |
2 40 31 57 54 20 43 13
59 | 38 15 18 |
21-----35-----10-----64

```

619#

```

1-----31-----58-----40
|48-----50-----23-----9
52 26 46 8 11 33 21 63
|29 55-----3-41-----38-16-----60-18
30 43 | 4 53 37 20 59 14 |
|51 6 45 28 12 61 |22 35
47-5-|49-27-24-62-10 36 |
2 44 32 54 57 19 39 13
56 | 42 15 17 |
25-----7-----34-----64

```

727#

```

1-----55-----58-----16
|32-----42-----39-----17
44 50 30 8 19 9 37 63
|53 47-----3-25-----14-24-----60-34
54 27 | 4 45 13 36 59 22 |
|43 6 29 52 20 61 |38 11
31-5-|41-51-40-62-18 12 |
2 28 56 46 57 35 15 21
48 | 26 23 33 |
49-----7-----10-----64

```

745#

```

1-----47-----54-----28
|59-----50-----16-----5
52 38 57 12 7 17 14 63
|45 32-----3-21-----26-43-----56-34
46 23 | 4 30 25 36 55 41 |
|24 10 29 40 35 61 |42 19
31-9-|22-39-44-62-33 20 |
2 51 48 58 53 8 27 13
60 | 49 15 6 |
37-----11-----18-----64

```

283#

```

1-----47-----30-----52
|55-----42-----27-----6
44 14 53 19 8 34 25 63
|45 60-----3-22-----50-39-----32-9
29 24 | 4 58 49 11 48 37 |
|28 17 54 16 7 61 |41 36
56-33-|26-15-43-62-5 20 |
2 40 31 57 46 12 51 21
59 | 38 23 10 |
13-----35-----18-----64

```

463#

```

1-----31-----46-----52
|56-----42-----27-----5
44 14 54 20 7 33 25 63
|29 59-----3-37-----50-24-----48-10
30 39 | 4 57 49 12 47 22 |
|43 18 53 16 8 61 |26 35
55-17-|41-15-28-62-6 36 |
2 40 32 58 45 11 51 21
60 | 38 23 9 |
13-----19-----34-----64

```

631#

```

1-----28-----61-----40
|48-----53-----20-----9
55 29 46 8 11 33 18 60
|26 52-----3-41-----38-16-----63-21
30 43 | 7 50 34 23 59 14 |
|51 6 42 31 15 58 |22 35
44-2-|49-27-24-62-13 39 |
5 47 32 54 57 19 36 10
56 | 45 12 17 |
25-----4-----37-----64

```

733#

```

1-----52-----61-----16
|32-----45-----36-----17
47 53 30 8 19 9 34 60
|50 44-----3-25-----14-24-----63-37
54 27 | 7 42 10 39 59 22 |
|43 6 26 55 23 58 |38 11
28-2-|41-51-40-62-21 15 |
5 31 56 46 57 35 12 18
48 | 29 20 33 |
49-----4-----13-----64

```

85#

```

1-----44-----31-----54
|52-----45-----26-----7
46 15 51 18 8 37 25 60
|43 62-----2-23-----53-36-----32-9
27 24 | 6 61 49 10 48 35 |
|30 17 55 16 4 59 |41 38
56-33-|29-12-42-63-3 22 |
5 40 28 57 47 14 50 19
58 | 39 20 13 |
11-----34-----21-----64

```


151#

```

1-----24-----59-----46
|40-----43-----30-----|17
44 27 39 14 18 33 29 56
|23 62-----2-49-----45-8-----60-11
31 50 | 10 61 37 12 52 7 |
|58 13 53 28 4 55 |15 34
54-5-|57-20-----16-63-----3 42 |
9 36 32 47 51 26 38 21
48 | 35 22 25 |
19-----6-----41-----64

```

163#

```

1-----52-----31-----46
|44-----53-----26-----|7
54 23 43 10 8 37 25 60
|51 62-----2-15-----45-36-----32-17
27 16 | 6 61 41 18 56 35 |
|30 9 47 24 4 59 |49 38
48-33-|29-20-----50-63-----3 14 |
5 40 28 57 55 22 42 11
58 | 39 12 21 |
19-----34-----13-----64

```

217#

```

1-----40-----59-----30
|16-----27-----54-----|33
28 51 15 22 34 9 53 48
|39 62-----2-41-----29-8-----60-19
55 42 | 18 61 13 20 44 7 |
|58 21 45 52 4 47 |23 10
46-5-|57-36-----24-63-----3 26 |
17 12 56 31 43 50 14 37
32 | 11 38 49 |
35-----6-----25-----64

```

223#

```

1-----52-----47-----30
|28-----53-----42-----|7
54 39 27 10 8 21 41 60
|51 62-----2-15-----29-20-----48-33
43 16 | 6 61 25 34 56 19 |
|46 9 31 40 4 59 |49 22
32-17-|45-36-----50-63-----3 14 |
5 24 44 57 55 38 26 11
58 | 23 12 37 |
35-----18-----13-----64

```

271#

```

1-----30-----47-----52
|54-----39-----28-----|9
40 15 53 20 10 33 27 62
|29 60-----2-41-----51-22-----48-7
31 42 | 4 59 49 8 46 21 |
|44 19 57 16 6 61 |23 34
58-17-|43-14-----24-63-----5 36 |
3 38 32 55 45 12 50 25
56 | 37 26 11 |
13-----18-----35-----64

```

289#

```

1-----46-----31-----52
|54-----43-----26-----|7
44 15 53 18 8 35 25 62
|45 60-----2-23-----51-38-----32-9
29 24 | 4 59 49 10 48 37 |
|28 17 55 16 6 61 |41 36
56-33-|27-14-----42-63-----5 20 |
3 40 30 57 47 12 50 21
58 | 39 22 11 |
13-----34-----19-----64

```

349#

```

1-----24-----61-----44
|40-----45-----28-----|17
46 29 39 12 18 33 27 56
|23 60-----2-49-----43-8-----62-13
31 50 | 10 59 35 14 54 7 |
|58 11 51 30 6 55 |15 34
52-3-|57-22-----16-63-----5 42 |
9 38 32 47 53 26 36 19
48 | 37 20 25 |
21-----4-----41-----64

```

361#

```

1-----54-----31-----44
|46-----51-----26-----|7
52 23 45 10 8 35 25 62
|53 60-----2-15-----43-38-----32-17
29 16 | 4 59 41 18 56 37 |
|28 9 47 24 6 61 |49 36
48-33-|27-22-----50-63-----5 12 |
3 40 30 57 55 20 42 13
58 | 39 14 19 |
21-----34-----11-----64

```

475#

```

1-----30-----47-----52
|56-----43-----26-----|5
44 15 55 20 6 33 25 62
|29 58-----2-37-----51-24-----48-11
31 38 | 4 57 49 12 46 23 |
|42 19 53 16 8 61 |27 34
54-17-|41-14-----28-63-----7 36 |
3 40 32 59 45 10 50 21
60 | 39 22 9 |
13-----18-----35-----64

```

493#

```

1-----30-----47-----52
|58-----43-----24-----|5
44 15 57 20 6 33 23 62
|29 56-----2-37-----51-26-----48-11
31 38 | 4 55 49 12 46 25 |
|40 19 53 16 10 61 |27 34
54-17-|39-14-----28-63-----9 36 |
3 42 32 59 45 8 50 21
60 | 41 22 7 |
13-----18-----35-----64

```

631#

```

1-----36-----49-----44
|52-----55-----18-----|5
56 23 51 8 6 37 17 62
|35 54-----2-31-----43-26-----50-19
27 32 | 4 53 41 20 58 25 |
|40 7 45 24 12 61 |33 38
46-15-|39-22-----34-63-----11 30 |
3 48 28 59 57 14 42 9
60 | 47 10 13 |
21-----16-----29-----64

```

649#

```

1-----28-----61-----40
|48-----53-----20-----|9
54 29 47 8 10 33 19 60
|27 52-----2-41-----39-16-----62-21
31 42 | 6 51 35 22 58 15 |
|50 7 43 30 14 59 |23 34
44-3-|49-26-----24-63-----13 38 |
5 46 32 55 57 18 36 11
56 | 45 12 17 |
25-----4-----37-----64

```

661#

```

1-----52-----53-----24
|36-----55-----32-----|7
56 43 35 6 8 19 31 62
|51 50-----2-17-----23-26-----54-37
45 18 | 4 49 21 38 60 25 |
|40 5 27 44 16 61 |47 20
28-11-|39-42-----48-63-----15 14 |
3 34 46 57 59 30 22 9
58 | 33 10 29 |
41-----12-----13-----64

```

667#

```

1-----30-----55-----44
|58-----51-----16-----|5
52 23 57 12 6 33 15 62
|29 48-----2-37-----43-26-----56-19
31 38 | 4 47 41 20 54 25 |
|40 11 45 24 18 61 |27 34
46-9-|39-22-----28-63-----17 36 |
3 50 32 59 53 8 42 13
60 | 49 14 7 |
21-----10-----35-----64

```

751#

```

1-----54-----59-----16
|32-----43-----38-----|17
44 51 31 8 18 9 37 62
|53 46-----2-25-----15-24-----60-35
55 26 | 4 45 13 36 58 23 |
|42 7 29 52 20 61 |39 10
30-5-|41-50-----40-63-----19 12 |
3 28 56 47 57 34 14 21
48 | 27 22 33 |
49-----6-----11-----64

```

757#

```

1-----52-----61-----16
|32-----45-----36-----|17
46 53 31 8 18 9 35 60
|51 44-----2-25-----15-24-----62-37
55 26 | 6 43 11 38 58 23 |
|42 7 27 54 22 59 |39 10
28-3-|41-50-----40-63-----21 14 |
5 30 56 47 57 34 12 19
48 | 29 20 33 |
49-----4-----13-----64

```

763#

```

1-----52-----61-----16
|32-----45-----36-----|17
46 57 31 12 18 5 35 56
|51 40-----2-21-----15-28-----62-41
59 22 | 10 39 7 42 54 27 |
|38 11 23 58 26 55 |43 6
24-3-|37-50-----44-63-----25 14 |
9 30 60 47 53 34 8 19
48 | 29 20 33 |
49-----4-----13-----64

```

769#

```

1-----46-----55-----28
|58-----51-----16-----|5
52 39 57 12 6 17 15 62
|45 32-----2-21-----27-42-----56-35
47 22 | 4 31 25 36 54 41 |
|24 11 29 40 34 61 |43 18
30-9-|23-38-----44-63-----33 20 |
3 50 48 59 53 8 26 13
60 | 49 14 7 |
37-----10-----19-----64

```

[Solution Counts = 804]

OK!

** Calculated and listed by Kanji Setsuda originally in 2005 and 2011;
Recompiled and listed on July 12, 2017 with macOS Sierra 10.12.5 & Xcode7.3 **