

第3部：『魔方陣の新研究』： 摂田 寛二

第9章： 正方連結型汎魔方陣の基礎的研究（最新）

第1節： 正方連結‘準’汎六方陣の基礎的研究（最新）

0. 正方連結六方陣，またの名を「相結型六方陣」は，方陣内部から任意の 2×2 の隣り合う4数をとって加えた時に或る定数に等しくなる六方陣を言う。例えば，右図で $1 + 36 + 35 + 2 = 74$ ばかりでなく，
 $12 + 22 + 17 + 23 = 74$ ， $29 + 8 + 9 + 28 = 74$ ，
 $2 + 32 + 34 + 6 = 74$ ， $31 + 9 + 15 + 19 = 74$ ，
 …… が成り立つ。

1	36	4	33	7	30
35	2	32	5	29	8
3	34	6	31	9	28
25	12	22	15	19	18
20	17	23	14	26	11
27	10	24	13	21	16

例によって，基本条件を次のように図と式で定義する。

ただし，対角線条件は最初から加えず，途中までは連結条件だけで解析を進める。何故かと言うと，六次の汎対角線魔方陣は構成が不可能とわかっているからである。

1. 基本ポジションと変数名

[nNの n を省略]

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

- $n_{17} + n_{18} + n_{23} + n_{24} = S \dots (15)$
- $n_{20} + n_{21} + n_{26} + n_{27} = S \dots (17)$
- $n_{22} + n_{23} + n_{28} + n_{29} = S \dots (19)$
- $n_{25} + n_{26} + n_{31} + n_{32} = S \dots (21)$
- $n_{27} + n_{28} + n_{33} + n_{34} = S \dots (23)$
- $n_{29} + n_{30} + n_{35} + n_{36} = S \dots (25)$

2. 連立方程式

先ず正方連結条件から記述する。

- $n_1 + n_2 + n_7 + n_8 = S \dots (1)$
- $n_2 + n_3 + n_8 + n_9 = S \dots (2)$
- $n_3 + n_4 + n_9 + n_{10} = S \dots (3)$
- $n_4 + n_5 + n_{10} + n_{11} = S \dots (4)$
- $n_5 + n_6 + n_{11} + n_{12} = S \dots (5)$
- $n_7 + n_8 + n_{13} + n_{14} = S \dots (6)$
- $n_8 + n_9 + n_{14} + n_{15} = S \dots (7)$
- $n_9 + n_{10} + n_{15} + n_{16} = S \dots (8)$
- $n_{10} + n_{11} + n_{16} + n_{17} = S \dots (9)$
- $n_{11} + n_{12} + n_{17} + n_{18} = S \dots (10)$
- $n_{13} + n_{14} + n_{19} + n_{20} = S \dots (11)$
- $n_{14} + n_{15} + n_{20} + n_{21} = S \dots (12)$
- $n_{15} + n_{16} + n_{21} + n_{22} = S \dots (13)$
- $n_{16} + n_{17} + n_{22} + n_{23} = S \dots (14)$
- $n_{19} + n_{20} + n_{25} + n_{26} = S \dots (16)$
- $n_{21} + n_{22} + n_{27} + n_{28} = S \dots (18)$
- $n_{23} + n_{24} + n_{29} + n_{30} = S \dots (20)$
- $n_{26} + n_{27} + n_{32} + n_{33} = S \dots (22)$
- $n_{28} + n_{29} + n_{34} + n_{35} = S \dots (24)$

本来なら，これに行列の定和，および主対角線の定和を条件に加えたところだが，今は先ずこの25本の連結条件を仮定するだけで，何が言えるかを考察しよう。

定数Sの値を先ず決めておこう。

(1) + (3) + (5) + (11) + (13) + (15) + (16) + (23) + (25)

- $n_1 + n_2 + n_7 + n_8 = S \dots (1)$
- $n_3 + n_4 + n_9 + n_{10} = S \dots (3)$
- $n_5 + n_6 + n_{11} + n_{12} = S \dots (5)$
- $n_{13} + n_{14} + n_{19} + n_{20} = S \dots (11)$
- $n_{15} + n_{16} + n_{21} + n_{22} = S \dots (13)$
- $n_{17} + n_{18} + n_{23} + n_{24} = S \dots (15)$
- $n_{19} + n_{20} + n_{25} + n_{26} = S \dots (16)$
- $n_{27} + n_{28} + n_{33} + n_{34} = S \dots (23)$
- + $n_{29} + n_{30} + n_{35} + n_{36} = S \dots (25)$

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{35} + n_{36} = 9S$
 左辺には1~36の自然数全個が重複なく入るから，その総和は

$$36 \times (36 + 1) \div 2 = 9S$$

ゆえに $S = 74$

3. いよいよ正方連結方陣の特徴を解析する。

2式ずつ組み合わせてわかることは、

$$\begin{array}{l} \lfloor n_1 + n_7 + n_2 + n_8 = S \dots (1)' \rfloor \\ \lfloor n_2 + n_8 + n_3 + n_9 = S \dots (2)' \rfloor \perp n_1 + n_7 = n_3 + n_9 \quad (=P \text{ とおく}) \\ \lfloor n_2 + n_8 + n_3 + n_9 = S \dots (2)' \rfloor \\ \lfloor n_3 + n_9 + n_4 + n_{10} = S \dots (3)' \rfloor \perp n_2 + n_8 = n_4 + n_{10} \quad (=Q \text{ とおく}) \\ \lfloor n_3 + n_9 + n_4 + n_{10} = S \dots (3)' \rfloor \\ \lfloor n_4 + n_{10} + n_5 + n_{11} = S \dots (4)' \rfloor \perp n_3 + n_9 = n_5 + n_{11} = P \\ \lfloor n_4 + n_{10} + n_5 + n_{11} = S \dots (4)' \rfloor \\ \lfloor n_5 + n_{11} + n_6 + n_{12} = S \dots (5)' \rfloor \perp n_4 + n_{10} = n_6 + n_{12} = Q \end{array}$$

まとめると、

$$\begin{array}{l} n_1 + n_7 = n_3 + n_9 = n_5 + n_{11} = P \quad \dots (26) \rfloor \\ n_2 + n_8 = n_4 + n_{10} = n_6 + n_{12} = Q \quad \dots (27) \perp \quad P + Q = S = 74 \end{array}$$

まったく同様に、

$$\begin{array}{l} \lfloor n_7 + n_{13} = n_9 + n_{15} = n_{11} + n_{17} = P_2 \quad \dots (28) \rfloor \\ \lfloor n_8 + n_{14} = n_{10} + n_{16} = n_{12} + n_{18} = Q_2 \quad \dots (29) \perp \quad P_2 + Q_2 = S \\ \lfloor n_{13} + n_{19} = n_{15} + n_{21} = n_{17} + n_{23} = P_3 \quad \dots (30) \rfloor \\ \lfloor n_{14} + n_{20} = n_{16} + n_{22} = n_{18} + n_{24} = Q_3 \quad \dots (31) \perp \quad P_3 + Q_3 = S \\ \lfloor n_{19} + n_{25} = n_{21} + n_{27} = n_{23} + n_{29} = P_4 \quad \dots (32) \rfloor \\ \lfloor n_{20} + n_{26} = n_{22} + n_{28} = n_{24} + n_{30} = Q_4 \quad \dots (33) \perp \quad P_4 + Q_4 = S \\ \lfloor n_{25} + n_{31} = n_{27} + n_{33} = n_{29} + n_{35} = P_5 \quad \dots (34) \rfloor \\ \lfloor n_{26} + n_{32} = n_{28} + n_{34} = n_{30} + n_{36} = Q_5 \quad \dots (35) \perp \quad P_5 + Q_5 = S \end{array}$$

1	2	3	4	5	6	1
7	8	9	10	11	12	7
13	14	15	16	17	18	13
19	20	21	22	23	24	19
25	26	27	28	29	30	25
31	32	33	34	35	36	31

(26) ~ (35)式から、

$$\begin{array}{l} n_1 + n_7 + n_6 + n_{12} = P + Q = S \\ n_7 + n_{13} + n_{12} + n_{18} = P_2 + Q_2 = S \\ n_{13} + n_{19} + n_{18} + n_{24} = P_3 + Q_3 = S \\ n_{19} + n_{25} + n_{24} + n_{30} = P_4 + Q_4 = S \\ n_{25} + n_{31} + n_{30} + n_{36} = P_5 + Q_5 = S \end{array}$$

これを左図で見れば、最左列を最右列の右に移しても、正方連結四数の定和が成り立つことを示している。

行列の逐次シフトが可能なこの性質は汎魔方陣の性質によく似ている。

また上の5式の内項を並べ替えて

上下の式をひとつずつ比較すると、

$$\begin{array}{l} n_1 + n_6 + n_7 + n_{12} = S \rfloor \\ n_7 + n_{12} + n_{13} + n_{18} = S \perp n_1 + n_6 = n_{13} + n_{18} = P_6 \\ n_{13} + n_{18} + n_{19} + n_{24} = S \perp n_7 + n_{12} = n_{19} + n_{24} = Q_6 \\ n_{19} + n_{24} + n_{25} + n_{30} = S \perp n_{13} + n_{18} = n_{25} + n_{30} = P_6 \\ n_{25} + n_{30} + n_{31} + n_{36} = S \perp n_{19} + n_{24} = n_{31} + n_{36} = Q_6 \quad \text{も言える。} \end{array}$$

ゆえに $n_1 + n_6 + n_{31} + n_{36} = P_6 + Q_6 = S \quad \dots (36)$

また $n_7 + n_{12} + n_{25} + n_{30} = Q_6 + P_6 = S \quad \dots (37)$

.....

同様の解析を今度は縦方向に追求して

$$\begin{array}{l} \lfloor n_1 + n_2 + n_7 + n_8 = S \quad \dots (1) \rfloor \\ \lfloor n_7 + n_8 + n_{13} + n_{14} = S \quad \dots (6) \rfloor \perp n_1 + n_2 = n_{13} + n_{14} \quad (=M \text{ とおく}) \\ \lfloor n_7 + n_8 + n_{13} + n_{14} = S \quad \dots (6) \rfloor \\ \lfloor n_{13} + n_{14} + n_{19} + n_{20} = S \quad \dots (11) \rfloor \perp n_7 + n_8 = n_{19} + n_{20} \quad (=N \text{ とおく}) \end{array}$$

$$\begin{aligned} \lceil n_{13}+n_{14}+n_{19}+n_{20} &= S \quad \dots (11) \rceil \\ \lfloor n_{19}+n_{20}+n_{25}+n_{26} &= S \quad \dots (16) \rfloor \quad n_{13}+n_{14}=n_{25}+n_{26}=M \\ \lceil n_{19}+n_{20}+n_{25}+n_{26} &= S \quad \dots (16) \rceil \\ \lfloor n_{25}+n_{26}+n_{31}+n_{32} &= S \quad \dots (21) \rfloor \quad n_{19}+n_{20}=n_{31}+n_{32}=N \end{aligned}$$

まとめると,

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 &= n_{13}+n_{14}=n_{25}+n_{26}=M \quad \dots (38) \rceil \\ n_7 + n_8 &= n_{19}+n_{20}=n_{31}+n_{32}=N \quad \dots (39) \rfloor \quad M+N=S=74 \end{aligned}$$

同様にして

$$\begin{aligned} \lceil n_2 + n_3 &= n_{14}+n_{15}=n_{26}+n_{27}=M_2 \quad \dots (40) \rceil \\ \lfloor n_8 + n_9 &= n_{20}+n_{21}=n_{32}+n_{33}=N_2 \quad \dots (41) \rfloor \quad M_2+N_2=S \\ \lceil n_3 + n_4 &= n_{15}+n_{16}=n_{27}+n_{28}=M_3 \quad \dots (42) \rceil \\ \lfloor n_9 + n_{10} &= n_{21}+n_{22}=n_{33}+n_{34}=N_3 \quad \dots (43) \rfloor \quad M_3+N_3=S \\ \lceil n_4 + n_5 &= n_{16}+n_{17}=n_{28}+n_{29}=M_4 \quad \dots (44) \rceil \\ \lfloor n_{10}+n_{11} &= n_{22}+n_{23}=n_{34}+n_{35}=N_4 \quad \dots (45) \rfloor \quad M_4+N_4=S \\ \lceil n_5 + n_6 &= n_{17}+n_{18}=n_{29}+n_{30}=M_5 \quad \dots (46) \rceil \\ \lfloor n_{11}+n_{12} &= n_{23}+n_{24}=n_{35}+n_{36}=N_5 \quad \dots (47) \rfloor \quad M_5+N_5=S \end{aligned}$$

(38)～(47)式から

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_{31}+n_{32} &= M+N=S=74 \quad \dots (48) \\ n_2 + n_3 + n_{32}+n_{33} &= S \quad \dots (49) \\ n_3 + n_4 + n_{33}+n_{34} &= S \quad \dots (50) \\ n_4 + n_5 + n_{34}+n_{35} &= S \quad \dots (51) \\ n_5 + n_6 + n_{35}+n_{36} &= S \quad \dots (52) \end{aligned}$$

これを上図で見れば、最上行を最下行の下に持って来ても、正方連結四数の定和が成り立つことを示す。いよいよ汎魔方陣の性質に似ている。

(46)～(50)式から

$$\begin{aligned} n_1 + n_{31} + n_2 + n_{32} &= S \rceil \\ n_2 + n_{32} + n_3 + n_{33} &= S \vdash \quad n_1 + n_{31} = n_3 + n_{33} = M_6 \\ n_3 + n_{33} + n_4 + n_{34} &= S \vdash \quad n_2 + n_{32} = n_4 + n_{34} = N_6 \\ n_4 + n_{34} + n_5 + n_{35} &= S \vdash \quad n_3 + n_{33} = n_5 + n_{35} = M_6 \\ n_5 + n_{35} + n_6 + n_{36} &= S \vdash \quad n_4 + n_{34} = n_6 + n_{36} = N_6 \end{aligned}$$

ただし、 $M_6+N_6=S$

ゆえに $n_1 + n_{31} + n_6 + n_{36} = M_6 + N_6 = S \quad \dots (53)$

また $n_2 + n_{32} + n_5 + n_{35} = N_6 + M_6 = S \quad \dots (54)$

.....

かくして、縦にも横にも行列を1つずつシフトできることがわかった。これならば、汎魔方陣の時のように「方陣拡張空間」を構成することができそうだ。

4. (36)および(53)式は、右下隅の正方連結四数の定和を意味するばかりでなく、六方陣の四隅頂点の連結四数の定和も示している。これは、いわば最大サイズの正方連結である。では、中サイズの正方連結四数の定和は、成り立つか。例えば、 $n_8 + n_{11} + n_{26} + n_{29} = S$ は？

次の4式の辺々を加える。

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_7 + n_8 &= S \quad \dots (1) \\ n_5 + n_6 + n_{11} + n_{12} &= S \quad \dots (5) \\ n_{25} + n_{26} + n_{31} + n_{32} &= S \quad \dots (21) \\ +) n_{29} + n_{30} + n_{35} + n_{36} &= S \quad \dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_{11} + n_{12} + n_{25} + n_{26} + n_{29} + n_{30} + n_{31} + n_{32} + n_{35} + n_{36} &= 4S \\ (n_1 + n_6 + n_{31} + n_{36}) + (n_2 + n_5 + n_{32} + n_{35}) + (n_7 + n_{12} + n_{25} + n_{30}) + (n_8 + n_{11} + n_{26} + n_{29}) &= 4S \end{aligned}$$

(36), (37), (53), (54)式より、上の式は $S + S + S + (n_8 + n_{11} + n_{26} + n_{29}) = 4S$

ゆえに $n_8 + n_{11} + n_{26} + n_{29} = 4S - 3S = S \quad \dots (55)$

同様の作業を繰り返せば、

$$\begin{aligned} n_1 + n_7 + n_6 + n_{12} &= P + Q = S \\ n_4 + n_5 + n_{10} + n_{11} &= S \quad \dots (4) \\ n_{25} + n_{31} + n_{30} + n_{36} &= P_5 + Q_5 = S \\ +) n_{28} + n_{29} + n_{34} + n_{35} &= S \quad \dots (24) \end{aligned}$$

$$(n_5+n_6+n_{35}+n_{36})+(n_1+n_4+n_{31}+n_{34})+(n_{11}+n_{12}+n_{29}+n_{30})+(n_7+n_{10}+n_{25}+n_{28})=4S$$

ところが、 $n_5+n_6+n_{35}+n_{36}=M_6+N_6=S$, $n_1+n_4+n_{31}+n_{34}=M_6+N_6=S$
 $n_{11}+n_{12}+n_{29}+n_{30}=N_5+M_5=S$ だから $S+S+S+(n_7+n_{10}+n_{25}+n_{28})=4S$
よって $n_7+n_{10}+n_{25}+n_{28}=S \dots (56)$
同様に $n_9+n_{12}+n_{27}+n_{30}=S \dots (57)$
 $n_2+n_5+n_{20}+n_{23}=S \dots (58)$
 $n_1+n_4+n_{19}+n_{22}=S \dots (59)$
 $n_{14}+n_{17}+n_{32}+n_{35}=S \dots (60)$
.....

など、中サイズの正方連結四数の定和も次々と言えてしまう。

この他にも、面白い性質がいろいろ見つかる。

例えば、方陣内部で任意の位置に三方陣や五方陣を切り取った場合、その小方陣の頂点4数について次のことが言える。「対角2数の和は等しい。」

実例をあげると、 $n_1+n_{15}=n_3+n_{13}$, $n_2+n_{16}=n_4+n_{14}$, $n_8+n_{22}=n_{10}+n_{20}$,
....., $n_{22}+n_{36}=n_{24}+n_{34}$,

$n_1+n_{29}=n_5+n_{25}$, $n_2+n_{30}=n_6+n_{26}$,, $n_8+n_{36}=n_{12}+n_{32}$ などだ。

1つだけ証明しておこう。次の4式を選び出し、2式ずつ組み合わせる。

$$\begin{aligned} n_1+n_2+n_7+n_8 &= S \dots (1) \\ n_1+n_6+n_7+n_{12} &= S \dots (P+Q) \\ n_1+n_2+n_{31}+n_{32} &= S \dots (M+N (48)) \\ n_1+n_6+n_{31}+n_{36} &= S \dots (36) \end{aligned}$$

6	1	2	3	4	5	6	1
12	7	8	9	10	11	12	7
18	13	14	15	16	17	18	13
24	19	20	21	22	23	24	19
30	25	26	27	28	29	30	25
36	31	32	33	34	35	36	31
6	1	2	3	4	5	6	1

[方陣拡張空間]

上の2式から $n_2+n_8=n_6+n_{12}$

下の2式から $n_2+n_{32}=n_6+n_{36} \quad (-$

$$n_8-n_{32}=n_{12}-n_{36}$$

$$\therefore n_8+n_{36}=n_{12}+n_{32}$$

5. ここで各行列の和について考察しておこう。与条件は、まだ正方連結四数の定和に関する25本の方程式のままとする。

横の行 $(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6)$ や $(n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12})$ の和については、何が言えるだろうか。

(1)+(3)+(5)

$$n_1+n_2+n_7+n_8=S \dots (1)$$

$$n_3+n_4+n_9+n_{10}=S \dots (3)$$

+ $n_5+n_6+n_{11}+n_{12}=S \dots (5)$

$$n_1+n_2+n_7+n_8+n_3+n_4+n_9+n_{10}+n_5+n_6+n_{11}+n_{12}=3S$$

$$(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6)+(n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12})=3S$$

同様に (6)+(8)+(10)

$$n_7+n_8+n_{13}+n_{14}=S \dots (6)$$

$$n_9+n_{10}+n_{15}+n_{16}=S \dots (8)$$

+ $n_{11}+n_{12}+n_{17}+n_{18}=S \dots (10)$

$$(n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12})+(n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16}+n_{17}+n_{18})=3S$$

また (11)+(13)+(15) や (16)+(18)+(20) などから

$$(n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16}+n_{17}+n_{18})+(n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24})=3S$$

$$(n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24})+(n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30})=3S$$

$$(n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30})+(n_{31}+n_{32}+n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36})=3S$$

共通項を媒介にして、

$$n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6 = n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16}+n_{17}+n_{18}$$

$$= n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30} = L_1$$

$$n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12} = n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}$$

$$= n_{31}+n_{32}+n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36} = L_2$$

ただし, $L1+L2=3S=3 \times 74=222 \dots (61)$

和によって各行を 2 種類のグループに分類できることがわかる。

縦の列でも, 同じことが言える。

(1) + (11) + (21)

$$n_1 + n_2 + n_7 + n_8 = S \dots (1)$$

$$n_{13} + n_{14} + n_{19} + n_{20} = S \dots (11)$$

$$+) n_{25} + n_{26} + n_{31} + n_{32} = S \dots (21)$$

$$(n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} + n_{31}) + (n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{26} + n_{32}) = 3S$$

同様にして

$$(n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{26} + n_{32}) + (n_3 + n_9 + n_{15} + n_{21} + n_{27} + n_{33}) = 3S$$

$$(n_3 + n_9 + n_{15} + n_{21} + n_{27} + n_{33}) + (n_4 + n_{10} + n_{16} + n_{22} + n_{28} + n_{34}) = 3S$$

$$(n_4 + n_{10} + n_{16} + n_{22} + n_{28} + n_{34}) + (n_5 + n_{11} + n_{17} + n_{23} + n_{29} + n_{35}) = 3S$$

$$(n_5 + n_{11} + n_{17} + n_{23} + n_{29} + n_{35}) + (n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} + n_{30} + n_{36}) = 3S$$

共通項を媒介にして

$$n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} + n_{31} = n_3 + n_9 + n_{15} + n_{21} + n_{27} + n_{33}$$

$$= n_5 + n_{11} + n_{17} + n_{23} + n_{29} + n_{35} = R1$$

$$n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{26} + n_{32} = n_4 + n_{10} + n_{16} + n_{22} + n_{28} + n_{34}$$

$$= n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} + n_{30} + n_{36} = R2$$

ただし, $R1+R2=3S=222 \dots (62)$

つまり, 縦の列にも 2 種類の和があり, 一筋おきに和が等しい並び方をする。

もし, $L1=K$ (行和 111) および $R1=K$ が外から与えられるならば, $L1=L2=K$, $R1=R2=K$ となって, 初めて全ての行列の和が等しくなる。

6. 今度は主対角線や汎対角線の和について考察しておこう。与条件は, 引続き正方連結四数の定和に関する 25 本の方程式のままとする。

汎対角線を研究するために下図のように方陣空間を拡張する。

35	36	31	32	33	34	35	36	31	32	33	34
5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
11	12	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10
17	18	13	14	15	16	17	18	13	14	15	16
23	24	19	20	21	22	23	24	19	20	21	22
29	30	25	26	27	28	29	30	25	26	27	28
35	36	31	32	33	34	35	36	31	32	33	34
5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4

主対角線 ($n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36}$) や ($n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_{26} + n_{31}$) の和については, 何が言えるだろうか。次の 5 式の辺々を加える。

(1) + (5) + (13) + (21) + (25)

$$n_1 + n_2 + n_7 + n_8 = S \dots (1)$$

$$n_5 + n_6 + n_{11} + n_{12} = S \dots (5)$$

$$n_{15} + n_{16} + n_{21} + n_{22} = S \dots (13)$$

$$n_{25} + n_{26} + n_{31} + n_{32} = S \dots (21)$$

$$+) n_{29} + n_{30} + n_{35} + n_{36} = S \dots (25)$$

$$n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_{11} + n_{12} + n_{15} + n_{16} + n_{21} + n_{22} + n_{25} + n_{26} + n_{29} + n_{30} + n_{31} + n_{32} + n_{35} + n_{36} = 5S$$

$$(n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36}) + (n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_{26} + n_{31}) + (n_2 + n_{32} + n_5 + n_{35}) + (n_7 + n_{12} + n_{25} + n_{30}) = 5S$$

ところが、(54)式から $n_2 + n_{32} + n_5 + n_{35} = N_6 + M_6 = S$

また (37)式から $n_7 + n_{12} + n_{25} + n_{30} = Q_6 + P_6 = S$ だった。

よって、上の式は

$$(n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36}) + (n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_{26} + n_{31}) = 3S \quad \dots (63)$$

と簡略化される。2本の主対角線の6数+6数の和は、 $3S = 222$ になる。

もし一方が $n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} = 111$ ならば、

他方の主対角線も $n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_{26} + n_{31} = 111$ となることがわかる。

12本の汎対角線に名前を付ける。

$$n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} = PD1$$

$$n_1 + n_{12} + n_{17} + n_{22} + n_{27} + n_{32} = PD2$$

$$n_2 + n_9 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{31} = PD3$$

$$n_2 + n_7 + n_{18} + n_{23} + n_{28} + n_{33} = PD4$$

$$n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{24} + n_{25} + n_{32} = PD5$$

$$n_3 + n_8 + n_{13} + n_{24} + n_{29} + n_{34} = PD6$$

$$n_4 + n_{11} + n_{18} + n_{19} + n_{26} + n_{33} = PD7$$

$$n_4 + n_9 + n_{14} + n_{19} + n_{30} + n_{35} = PD8$$

$$n_5 + n_{12} + n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{34} = PD9$$

$$n_5 + n_{10} + n_{15} + n_{20} + n_{25} + n_{36} = PD10$$

$$n_6 + n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} = PD11$$

$$n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_{26} + n_{31} = PD12$$

このうち PD1 と PD12 を「主対角線」と言う。

(63)式は $PD1 + PD12 = 3S = 222$ と表わすことができる。

では、 $PD2 + PD3$ はどんな値になるか。

$$n_1 + n_{12} + n_{17} + n_{22} + n_{27} + n_{32} = PD2$$

$$+) n_2 + n_9 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{31} = PD3$$

$$\begin{aligned} & n_1 + n_2 + n_9 + n_{12} + n_{16} + n_{17} + n_{22} + n_{23} + n_{27} + n_{30} + n_{31} + n_{32} \\ &= (n_1 + n_2 + n_{31} + n_{32}) + (n_9 + n_{12} + n_{27} + n_{30}) + (n_{16} + n_{17} + n_{22} + n_{23}) \\ &= (48式) + (57式) + (14式) = S + S + S = 3S = 222 \end{aligned}$$

同様に $PD4 + PD5$ は？

$$n_2 + n_7 + n_{18} + n_{23} + n_{28} + n_{33} = PD4$$

$$+) n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{24} + n_{25} + n_{32} = PD5$$

$$\begin{aligned} & (n_2 + n_3 + n_{32} + n_{33}) + (n_7 + n_{10} + n_{25} + n_{28}) + (n_{17} + n_{18} + n_{23} + n_{24}) \\ &= (49) + (56) + (15) = 3S = 222 \end{aligned}$$

では、 $PD6 + PD7$ は？

$$n_3 + n_8 + n_{13} + n_{24} + n_{29} + n_{34} = PD6$$

$$+) n_4 + n_{11} + n_{18} + n_{19} + n_{26} + n_{33} = PD7$$

$$\begin{aligned} & (n_3 + n_4 + n_{33} + n_{34}) + (n_8 + n_{11} + n_{26} + n_{29}) + (n_{13} + n_{18} + n_{19} + n_{24}) \\ &= (50) + (\text{中サイズの正方連結}(55)) + (P3 + Q3) = 3S = 222 \end{aligned}$$

では、 $PD8 + PD9$ は？

$$n_4 + n_9 + n_{14} + n_{19} + n_{30} + n_{35} = PD8$$

$$+) n_5 + n_{12} + n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{34} = PD9$$

$$\begin{aligned} & (n_4 + n_5 + n_{34} + n_{35}) + (n_9 + n_{12} + n_{27} + n_{30}) + (n_{13} + n_{14} + n_{19} + n_{20}) \\ &= (51) + (\text{中サイズの正方連結}(57)) + (11) = 3S = 222 \end{aligned}$$

同様に $PD10 + PD11$

$$n_5 + n_{10} + n_{15} + n_{20} + n_{25} + n_{36} = PD10$$

$$+) n_6 + n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} = PD11$$

$$\begin{aligned} & (n_5 + n_6 + n_{35} + n_{36}) + (n_7 + n_{10} + n_{25} + n_{28}) + (n_{14} + n_{15} + n_{20} + n_{21}) \\ &= (52) + (56) + (12) = 3S = 222 \end{aligned}$$

$$PD6+PD7 = PD8+PD9 = 2S \quad \text{も同様に導かれる。}$$

同様に $PD2+PD11$ は？

$$n1 + n12 + n17 + n22 + n27 + n32 = PD2$$

$$+) n6 + n7 + n14 + n21 + n28 + n35 = PD11$$

$$\begin{aligned} & n1 + n6 + n7 + n12 + n14 + n17 + n21 + n22 + n27 + n28 + n32 + n35 \\ = & (n1 + n6 + n7 + n12) + (n14 + n17 + n32 + n35) + (n21 + n22 + n27 + n28) \\ = & (P + Q) + (\text{中サイズの正方連結四数の和(60)}) + (18) = 3S = 222 \end{aligned}$$

では、 $PD1+PD4$ は？

$$\begin{aligned} & (n1 + n2 + n7 + n8) + (n15 + n18 + n33 + n36) + (n22 + n23 + n28 + n29) \\ = & (1) + (\text{中サイズの正方連結}) + (19) = 3S = 222 \end{aligned}$$

では、 $PD3+PD6$ は？

$$\begin{aligned} & (n2 + n3 + n8 + n9) + (n13 + n16 + n31 + n34) + (n23 + n24 + n29 + n30) \\ = & (2) + (\text{中サイズの正方連結}) + (20) = 3S = 222 \end{aligned}$$

.....

では、 $PD9+PD12$ は？

$$\begin{aligned} & (n5 + n6 + n11 + n12) + (n13 + n16 + n31 + n34) + (n20 + n21 + n26 + n27) \\ = & (5) + (\text{中サイズの正方連結}) + (17) = 3S = 222 \end{aligned}$$

以上の関係式をまとめて、等しいものをくくって行く。

$$PD1+PD12=222 \quad \text{と} \quad PD9+PD12=222 \quad \text{から} \quad PD1=PD9 = 222-PD12$$

$$PD2+PD3=222 \quad \text{と} \quad PD2+PD11=222 \quad \text{から} \quad PD3=PD11=222-PD2$$

$$PD1+PD4=222 \quad \text{と} \quad PD4+PD5=222 \quad \text{から} \quad PD1=PD5 = 222-PD4$$

$$PD10+PD11=222 \quad \text{と} \quad PD2+PD11=222 \quad \text{から} \quad PD2=PD10=222-PD11$$

$$PD3+PD6=222 \quad \text{と} \quad PD2+PD3=222 \quad \text{から} \quad PD2=PD6 = 222-PD3$$

$$PD8+PD9=222 \quad \text{と} \quad PD9+PD12=222 \quad \text{から} \quad PD8=PD12=222-PD9$$

$$PD3+PD6=222 \quad \text{と} \quad PD6+PD7=222 \quad \text{から} \quad PD3=PD7 = 222-PD6$$

和によって次の4種類に分類される。

$$PD1=PD5=PD9 = PP$$

$$PD2=PD6=PD10=QQ$$

$$PD3=PD7=PD11=RR$$

$$PD4=PD8=PD12=SS$$

さらに $PD1+PD4=222$, $PD2+PD3=222$ などから,
 $PP+SS=222$, $QQ+RR=222$ という関係式を得る。

さらにもう1歩踏み込んでまとめる。次に下の5式を加える。

$$n1 + n2 + n7 + n8 = S \quad \dots (1)$$

$$n8 + n9 + n14 + n15 = S \quad \dots (7)$$

$$n15 + n16 + n21 + n22 = S \quad \dots (13)$$

$$n22 + n23 + n28 + n29 = S \quad \dots (19)$$

$$+) n29 + n30 + n35 + n36 = S \quad \dots (25)$$

$$n1 + n2 + n7 + n8 + n8 + n9 + n14 + n15 + n15 + n16 + n21 + n22 + n22 + n23 + n28 + n29 + n29 + n30 + n35 + n36 = 5S$$

$$(n1 + n8 + n15 + n22 + n29 + n36) + (n2 + n9 + n16 + n23 + n30) + (n7 + n14 + n21 + n28 + n35) + (n8 + n15 + n22 + n29) = 5S$$

両辺に $(n1 + n6 + n31 + n36)$ を加える。

$$(n1 + n8 + n15 + n22 + n29 + n36) + (n2 + n9 + n16 + n23 + n30 + n31) + (n6 + n7 + n14 + n21 + n28 + n35) + (n1 + n8 + n15 + n22 + n29 + n36) = 5S + (n1 + n6 + n31 + n36)$$

同類項をまとめると、

$$2*(n1 + n8 + n15 + n22 + n29 + n36) + (n2 + n9 + n16 + n23 + n30 + n31) + (n6 + n7 + n14 + n21 + n28 + n35) = 5S + (n1 + n6 + n31 + n36)$$

ところが $n1 + n6 + n31 + n36 = S \quad \dots (36)$ であった。

$$2*(n1 + n8 + n15 + n22 + n29 + n36) + (n2 + n9 + n16 + n23 + n30 + n31) + (n6 + n7 + n14 + n21 + n28 + n35) = 6S$$

つまり、 $2*PD1+PD3+PD11=6S=6 \times 74=444$

これを上の和の分類名で整理すると、

$$2*PP+RR+RR=444 \quad \text{つまり} \quad 2*PP+2*RR=444 \quad \text{ゆえに} \quad PP+RR=222$$

回り回って $QQ+SS=222$ すなわち $PP=QQ$ そして $RR=SS$ も言えてしまう。

以上を元の式と図に戻して確認しよう。

- $n1+n8+n15+n22+n29+n36=PD1=PP$ ■
- $n1+n12+n17+n22+n27+n32=PD2=PP$ ■
- $n2+n9+n16+n23+n30+n31=PD3=RR$ □
- $n2+n7+n18+n23+n28+n33=PD4=RR$ □
- $n3+n10+n17+n24+n25+n32=PD5=PP$ ■
- $n3+n8+n13+n24+n29+n34=PD6=PP$ ■
- $n4+n11+n18+n19+n26+n33=PD7=RR$ □
- $n4+n9+n14+n19+n30+n35=PD8=RR$ □
- $n5+n12+n13+n20+n27+n34=PD9=PP$ ■
- $n5+n10+n15+n20+n25+n36=PD10=PP$ ■
- $n6+n7+n14+n21+n28+n35=PD11=RR$ □
- $n6+n11+n16+n21+n26+n31=PD12=RR$ □

5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
11	12	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10
17	18	13	14	15	16	17	18	13	14	15	16
23	24	19	20	21	22	23	24	19	20	21	22
29	30	25	26	27	28	29	30	25	26	27	28
35	36	31	32	33	34	35	36	31	32	33	34

この方陣の汎対角線 12 本は、その和によって PP および RR の 2 種類に分類される。右上がり／右下がりに関係なく、 $n1, n3, n5, n7$ を含む汎対角線は全て和が同じ PP である。また $n2, n4, n6, n8$ を含む汎対角線は全て和が同じ RR である。

これは、この方陣拡張空間に固有の性質と言って良く、どの位置で汎対角線上の連続する 6 数を任意に選んでも、その和はポジションによって定数 PP もしくは RR に決まる。

汎魔方陣の性質にそっくりだ。ほとんど同じと言って良い。

しかし、 $PP+RR=222$ は言えるが、 $PP=RR=111$ (行列の定和の K) とまでは言えない。2 種類にまではまとまるが、最後の 1 本化はできない。だから、この対角線群は「'準' 汎対角線」とも言うべき存在で、正方連結六方陣はあくまで「準汎六方陣」なのである。

汎魔方陣にしたければ、最初に外から、例えば

$$PD1=n1+n8+n15+n22+n29+n36=111$$

という条件を与えなければならない。さもないと、全汎対角線 6 数の和は一定の K に等しくはならない。

7. 具体的の方陣を構成するには、先ず次の 2 種類の決断を迫られる。

- (1) 行列の定和を仮定するか。
- (2) 対角線の定和を仮定するか。

両方とも仮定する場合は、25 本の正方連結条件の他に次の 3 式を加えるだけで十分だ。

$$n1+n2+n3+n4+n5+n6=111 \quad \dots (L1)$$

$$n1+n7+n13+n19+n25+n31=111 \quad \dots (R1)$$

$$n1+n8+n15+n22+n29+n36=111 \quad \dots (P1)$$

定和の定数 111 は、一般的な六方陣の行列和である ($36 \times 37 \div 2 \div 6 = 111$)。

(1) は欠かせない。行列の和が等しくないのでは「魔方陣」の格好が付かない。

ゆえに、(L1)と(R1)は仮定することにしよう。

問題は、主対角線の定和を仮定するかどうかである。

というのは、これを仮定すると、正方連結型の方陣は、必ず汎魔方陣になる。ところが、六次の汎魔方陣は構成できないことが既にわかっている。構造的に不可能なのである(別稿を参照してほしい)。

だから、どうしても解を得たいと欲すれば、対角線の定和を諦めざるを得ない。

8. 今回は、正方連結の条件式 25 本 プラス 行列の定和式 2 本の計 27 本だけで、方陣を構成することにする。

ということは、汎魔方陣の構成を諦めることになるので、汎魔方陣で使えた技法がそのまま使えるかどうか、あらためて次の検討を加えなければならない。

(1) 方陣拡張空間は使えるか。

(2) 行列は交換可能か。

(3) $n_1 = 1$ の「標準形」や「基本解の集合」を想定しても良いか。

方陣拡張空間を作れることは今までの考察でわかっている。準汎対角線の種類と位置もわかった。問題は、この空間内で方陣枠を移動させながら、派生形を幾つも作り、それを読み取れるかどうかだ。

34	35	36	31	32	33	34	35	36	31	32	33	34
4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
10	11	12	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10
16	17	18	13	14	15	16	17	18	13	14	15	16
22	23	24	19	20	21	22	23	24	19	20	21	22
28	29	30	25	26	27	28	29	30	25	26	27	28
34	35	36	31	32	33	34	35	36	31	32	33	34
4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
10	11	12	7	8	9	10	11	12	7	8	9	10

上図のような小構成の拡張空間を作り、特に対角線の変化をチェックしよう。

先ず n_1 を含む縦の 1 列を n_6 の右側に持って来て新六方陣を作り、その性質を調べよう。

各行列の内容は変わっていない。だから和も変わらない。

新たな主対角線は、

$$n_2 + n_9 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{31} = \text{元の PD3} = \text{RR}$$

$$n_1 + n_{12} + n_{17} + n_{22} + n_{27} + n_{32} = \text{元の PD2} = \text{PP}$$

元の主対角線とは全然別物になっているが、(PP, RR) と和のコンビが同じで、 $\text{PP} + \text{RR} = 222$ も変わらない。これならば同一型にまとめても良いのではないか。

我々は、今までいつでも同じ方陣空間に属している方陣を「同じ方陣」としてまとめて来たのであった。今度もそうしよう。

方陣枠を移動し、左下に n_1 を持って来る。この新しい方陣では、主対角線はどうなるか。

清書すると、

$$n_1 + n_{12} + n_{17} + n_{22} + n_{27} + n_{32} = \text{元の PD2} = \text{PP}$$

$$n_6 + n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} = \text{元の PD11} = \text{RR}$$

内容は別物だが、和は (PP, RR) で、元のコンビと同じだ。

右下に n_1 を持って来て、主対角線を清書すると、

$$n_1 + n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} = \text{元の PD1} = \text{PP}$$

$$n_2 + n_7 + n_{18} + n_{23} + n_{28} + n_{33} = \text{元の PD4} = \text{RR} \quad \text{でOKだ。}$$

方陣枠を自由に移動させて新しい方陣を作っても、行列の和が変わらないだけでなく、主対角線の和の組み合わせ (PP, RR) も変わらないことがわかる。まったく「汎魔方陣」に良く似ている。これならば、使える。

では行列の交換は、可能か。例えば、上下の (4, 6) 行を相互交換してみよう。

→	19	20	21	22	23	24	→
→	31	32	33	34	35	36	→

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
31	32	33	34	35	36
25	26	27	28	29	30
19	20	21	22	23	24

[原型] (4-6) 交換

行列の和は維持されている。正方連結四数の和も保存されている。

このうえ主対角線の和を維持するためには、 $n_{21}+n_{31}=n_{19}+n_{33}$, $n_{22}+n_{36}=n_{24}+n_{34}$ が必要があるが、これは言える。1例を示す。後は、同様にやればよい。

$$\begin{array}{rcl}
 n_{22}+n_{28}+n_{23}+n_{29} & = & S \dots (19) \quad \lrcorner \\
 n_{23}+n_{29}+n_{24}+n_{30} & = & S \dots (20) \quad \lrcorner \\
 n_{28}+n_{34}+n_{29}+n_{35} & = & S \dots (24) \quad \lrcorner \\
 n_{29}+n_{35}+n_{30}+n_{36} & = & S \dots (25) \quad \lrcorner
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 n_{22}+n_{28}=n_{24}+n_{30} \\
 n_{28}+n_{34}=n_{30}+n_{36} \quad (-) \\
 \hline
 n_{22}-n_{34}=n_{24}-n_{36} \\
 \therefore n_{22}+n_{36}=n_{24}+n_{34}
 \end{array}$$

以下の証明は省略するが、上下左右ともに (2, 4, 6) の間の行列の交換が可能なのだ。また (1, 3, 5) の間の行列の交換も同様に行えることがわかっている。

拡張空間内の自由な移動が可能で、行列の交換も可能であれば、方陣内のどこに数値1があっても、それをホーム - ポジション (左上の n_1) の位置に持ってくることができる。

つまり、 $n_1 = 1$ の標準形を仮定して、それで全ての方陣を代表させることができる。

このあたりも、汎魔方陣に良く似ている。もちろん「基本解の集合」を構成することにも十分な意味がある。

基本形は、 $n_1 = 1$ とし、 $n_2 > n_7$, $n_2 > n_4 > n_6$, $n_7 > n_{19} > n_{31}$, $n_3 < n_5$, $n_{13} < n_{25}$ と不等式を立てて探索する。こうすれば、基本解の総数を少なく抑えることができる。

9. 実際にパソコン - プログラムを組んで計数してみたところ、下表のように標準解として 53136 個、基本解として 41 個が得られた (文末にリストを添付する)。

[正方連結準汎六方陣の解の総数]

絞り込みの条件

解の総数

$n_1 = 1, n_2 > n_7, n_2 > n_4 > n_6, n_3 > n_5, n_{13} > n_{25}, n_7 > n_{19} > n_{31}$	41 個
$n_1 < n_6, n_1 < n_{31}, n_1 < n_{36}, n_2 > n_7,$	53136 個 $53136 = 41 \times 36 \times 36$

(2001 年初頭に鈴木睦教授が確定し作成した表に準拠)

最後に、任意の解をどうやって基本解に比定するのか、その方法を実例で示す。例えば、次の解をあなたが得たとする。基本形のどれと一致するだろうか。

1つの解:

```

2 36 4 34 13 22
35 1 33 3 24 15
6 32 8 30 17 18
27 9 25 11 16 23
10 28 12 26 21 14
31 5 29 7 20 19

```

→ 拡張空間を作って

```

2 36 4 34 13 22 2 36 4
35 1 33 3 24 15 35 1 33
6 32 8 30 17 18 6 32 8
27 9 25 11 16 23 27 9 25
10 28 12 26 21 14 10 28 12
31 5 29 7 20 19 31 5 29
2 36 4 34 13 22 2 36 4
35 1 33 3 24 15 35 1 33
← 6 32 8 30 17 18 6 32 8

```

n1 = 1 の形に清書する

```

1 36 5 28 9 32
35 2 31 10 27 6
15 22 19 14 23 18
24 13 20 21 16 17
3 34 7 26 11 30
33 4 29 12 25 8

```

数値1に注目し、その周辺を調べる。
 そして $n2 > n7$, $n2 > n6$, $n7 > n31$
 となるように並べ替えて清書する。
 結果として左図の方陣を得る。
 原型と比較すると、左下がりの対角線
 の内容が全然別物になっている。
 でも、心配は無い。和は同じだから。

原型の対角線: $22+24+30+25+28+31 = 160$

新型の対角線: $32+27+14+20+34+33 = 160$

では、この新型は基本解のリストに含まれるか?

リストの中に対角線6数の内容と和まで一致するものは無い。

では、新型方陣の上下左右 (2, 4, 6) および (3, 5) 行列交換をしたらどうなるか。

$n3 < n5$, $n13 < n25$, $n2 > n4 > n6$, $n7 > n19 > n31$ の順序に並べ替えるのである。

```

      ↓      ↓
1 36 5 32 9 28
35 2 31 6 27 10
→ 3 34 7 30 11 26
33 4 29 8 25 12 ←
→ 15 22 19 18 23 14
24 13 20 17 16 21 ←

```

この対角線の和は
 $1 + 2 + 7 + 8 + 23 + 21 = 62$
 $28 + 27 + 30 + 29 + 22 + 24 = 160$
 原型の和が良く保存されている。

これならば、基本解のリストの中に全てが一致するものがある。下表の9番である。

.....

	9/	10/	11/	12/
1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28
35 2 31 6 27 10	35 2 31 6 27 10	35 2 31 6 27 10	35 2 31 6 27 10	35 2 31 6 27 10
3 34 7 30 11 26	3 34 7 30 11 26	15 22 19 18 23 14	15 22 19 18 23 14	15 22 19 18 23 14
33 4 29 8 25 12	24 13 20 17 16 21	33 4 29 8 25 12	24 13 20 17 16 21	24 13 20 17 16 21
16 21 20 17 24 13	25 12 29 8 33 4	16 21 20 17 24 13	25 12 29 8 33 4	25 12 29 8 33 4
23 14 19 18 15 22	23 14 19 18 15 22	11 26 7 30 3 34	11 26 7 30 3 34	11 26 7 30 3 34
.....				

どうしてこのような面倒な変換作業が必要になるのか。

それは、基本形が $n1 = 1$ の標準形で書かれ、しかも $n2 > n7$; $n2 > n4 > n6$; $n7 > n19 > n31$; $n3 < n5$; $n13 < n25$; などの不等式を立てられて計数・選別されているからである。

こうしないと、基本解の総数が少なくなる。

10. ちなみに、正方連結 25 条件に第7分節で触れた (L1), (R1), (P1) の3式を加えて探索すると、パソコンは「解無し!」とレポートして来た。前回と同じである。

あらためて汎六方陣には解が無いのだと説得させられる。点対称型の六方陣にも解は無かった (軸対称方陣には解が無数にあったが.....)。

何とも寂しい六方陣なのだが、ほとんど「準汎魔方陣」と言える「正方連結型六方陣」に解が幾つも見つかった。どの解も十分に美しいものだ。これは、汎魔方陣ファンにとっては、

大いなる慰めである。最後の最後になって救われた気がする。

正方連結型の方陣は、四次、六次、八次などで既に試みて成功したが、鈴木教授の言われる通り奇数次では不可能である。偶数次の魔方陣にのみ可能なのだが、これが願ってもないプレゼントを幾つもしてくれた。

(1) 正方連結型は、与条件が最初から多い。そのために高次方陣でも、解がそれほど増えないで済む。比較的容易に解の総数を確定できるのである。ただし、八次ともなると、一般解はけっこう多い。最新の計数では、総数は基本解で 360 個あった。また補数 65 型の完全八方陣の場合で、基本解は 90 個見つかっている (別稿参照)。

(2) 解の総数が多くならないので、全体の見通しがよい。比喩的に言うならば、正方連結型には自ら対数目盛りが備わっているような趣きがあり、広いレンジを圧縮して見せてくれている感じがして、面白い。

(3) 八次の正方連結型には 3 種類の解の集合がある。1 つは、非常に珍しい補数 65 型の完全八方陣。もう 1 つは、非補数型の汎八方陣。これも例が見つかっている。もう 1 つは、対角線 8 数の定和条件を欠く準汎八方陣である。これは多数あると予想される。

六次の魔方陣には、この最後のタイプのものしか無かった。十次でも、同じと予想される。十二次の魔方陣は、八次と同じではないだろうか。

最後に付記すれば、正方連結型六方陣の基本解 41 個を発見し確定したのは、鈴木睦教授である。発表は前後するかも知れないが、小生よりも早かった。53136=41×36×36 の発見も教授である。基本形の確立に関しては、教授の方が小生より終始意欲的であった。

従って、この稿は教授の発見を追試・確認する目的を担っている。途中でいろいろ貴重な御助言をいただいた。解の総数を確定した教授の名誉を讃えるとともに、そのことを附記して、あらためて深く感謝を申し上げたい。

(January 23, 2001(初稿); August 13, 2008(改訂稿); August 15, 2010(清書稿):
MacOS9 & MWCW および MacOSX & Xcode3.1 による作表・計数 by 撰田 寛二(Kanji Setsuda))

[添付資料 その 1] 正方連結準汎六方陣の標準解のリスト (部分)

1/ Row\PD						1969/ Row\PD						3057/ Row\PD					
1	36	4	33	7	30 =111\ 64	1	35	2	36	3	34 =111\ 60	1	34	2	36	3	35 =111\ 60
35	2	32	5	29	8 =111\158	33	5	32	4	31	6 =111\162	33	6	32	4	31	5 =111\162
3	34	6	31	9	28 =111\ 64	7	29	8	30	9	28 =111\ 60	7	28	8	30	9	29 =111\ 60
27	10	24	13	21	16 =111\158	27	11	26	10	25	12 =111\162	27	12	26	10	25	11 =111\162
19	18	22	15	25	12 =111\ 64	19	17	20	18	21	16 =111\ 60	19	16	20	18	21	17 =111\ 60
26	11	23	14	20	17 =111\158	24	14	23	13	22	15 =111\162	24	15	23	13	22	14 =111\162
111 111 111 111 111 111 CoLumn / 64/158/ 64/158/ 64/158 PDSums						111 111 111 111 111 111 CoLumn / 60/162/ 60/162/ 60/162 PDSums						111 111 111 111 111 111 CoLumn / 60/162/ 60/162/ 60/162 PDSums					
3537/ Row\PD						4337/ Row\PD						4817/ Row\PD					
1	33	3	35	15	24 =111\ 62	1	32	3	35	7	33 =111\ 94	1	31	3	35	8	33 =111\ 96
32	8	30	6	18	17 =111\160	24	17	22	14	18	16 =111\128	24	18	22	14	17	16 =111\126
5	29	7	31	19	20 =111\ 62	13	20	15	23	19	21 =111\ 94	13	19	15	23	20	21 =111\ 96
36	4	34	2	22	13 =111\160	36	5	34	2	30	4 =111\128	36	6	34	2	29	4 =111\126
9	25	11	27	23	16 =111\ 62	25	8	27	11	31	9 =111\ 94	25	7	27	11	32	9 =111\ 96
28	12	26	10	14	21 =111\160	12	29	10	26	6	28 =111\128	12	30	10	26	5	28 =111\126
111 111 111 111 111 111 CoLumn / 62/160/ 62/160/ 62/160 PDSums						111 111 111 111 111 111 CoLumn / 94/128/ 94/128/ 94/128 PDSums						111 111 111 111 111 111 CoLumn / 96/126/ 96/126/ 96/126 PDSums					
5009/ Row\PD						5393/ Row\PD						5425/ Row\PD					
1	30	4	36	7	33 =111\ 64	1	29	4	36	8	33 =111\ 74	1	28	5	36	9	32 =111\ 62
27	16	24	10	21	13 =111\158	25	19	22	12	18	15 =111\148	24	21	20	13	16	17 =111\160
3	28	6	34	9	31 =111\ 64	3	27	6	34	10	31 =111\ 74	3	26	7	34	11	30 =111\ 62
35	8	32	2	29	5 =111\158	35	9	32	2	28	5 =111\148	35	10	31	2	27	6 =111\160
19	12	22	18	25	15 =111\ 64	23	7	26	14	30	11 =111\ 74	15	14	19	22	23	18 =111\ 62
26	17	23	11	20	14 =111\158	24	20	21	13	17	16 =111\148	33	12	29	4	25	8 =111\160

111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 64/158/ 64/158/ 64/158/	PDSums	/ 74/148/ 74/148/ 74/148/	PDSums	/ 62/160/ 62/160/ 62/160/	PDSums
5713/ Row\PD		5905/ Row\PD		7297/ Row\PD	
1 27 7 35 8 33	=111\104	2 36 4 34 5 30	=111\ 94	2 35 5 32 8 29	=111\ 64
24 22 18 14 17 16	=111\118	35 1 33 3 32 7	=111\128	34 3 31 6 28 9	=111\158
13 15 19 23 20 21	=111\104	14 24 16 22 17 18	=111\ 94	10 27 13 24 16 21	=111\ 64
36 10 30 2 29 4	=111\118	23 13 21 15 20 19	=111\128	36 1 33 4 30 7	=111\158
25 3 31 11 32 9	=111\104	26 12 28 10 29 6	=111\ 94	11 26 14 23 17 20	=111\ 64
12 34 6 26 5 28	=111\118	11 25 9 27 8 31	=111\128	18 19 15 22 12 25	=111\158
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/104/118/104/118/104/118/	PDSums	/ 94/128/ 94/128/ 94/128/	PDSums	/ 64/158/ 64/158/ 64/158/	PDSums
8961/ Row\PD		9969/ Row\PD		10233/ Row\PD	
2 34 1 36 3 35	=111\ 60	2 32 5 35 8 29	=111\ 64	2 31 6 35 10 27	=111\ 62
32 6 33 4 31 5	=111\162	18 22 15 19 12 25	=111\158	22 19 18 15 14 23	=111\160
8 28 7 30 9 29	=111\ 60	10 24 13 27 16 21	=111\ 64	4 29 8 33 12 25	=111\ 62
26 12 27 10 25 11	=111\162	36 4 33 1 30 7	=111\158	36 5 32 1 28 9	=111\160
20 16 19 18 21 17	=111\ 60	11 23 14 26 17 20	=111\ 64	13 20 17 24 21 16	=111\ 62
23 15 24 13 22 14	=111\162	34 6 31 3 28 9	=111\158	34 7 30 3 26 11	=111\160
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 60/162/ 60/162/ 60/162/	PDSums	/ 64/158/ 64/158/ 64/158/	PDSums	/ 62/160/ 62/160/ 62/160/	PDSums
10485/ Row\PD		10653/ Row\PD		11073/ Row\PD	
2 30 4 36 5 34	=111\ 94	2 29 4 36 6 34	=111\ 96	2 28 5 36 6 34	=111\ 98
23 19 21 13 20 15	=111\128	23 20 21 13 19 15	=111\126	23 21 20 13 19 15	=111\124
14 18 16 24 17 22	=111\ 94	14 17 16 24 18 22	=111\ 96	14 16 17 24 18 22	=111\ 98
35 7 33 1 32 3	=111\128	35 8 33 1 31 3	=111\126	35 9 32 1 31 3	=111\124
26 6 28 12 29 10	=111\ 94	26 5 28 12 30 10	=111\ 96	26 4 29 12 30 10	=111\ 98
11 31 9 25 8 27	=111\128	11 32 9 25 7 27	=111\126	11 33 8 25 7 27	=111\124
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 94/128/ 94/128/ 94/128/	PDSums	/ 96/126/ 96/126/ 96/126/	PDSums	/ 98/124/ 98/124/ 98/124/	PDSums
11253/ Row\PD		11505/ Row\PD		11985/ Row\PD	
2 27 6 35 10 31	=111\ 62	3 36 1 35 2 34	=111\ 60	3 35 1 33 7 32	=111\ 94
22 23 18 15 14 19	=111\160	31 4 33 5 32 6	=111\162	34 2 36 4 30 5	=111\128
4 25 8 33 12 29	=111\ 62	9 30 7 29 8 28	=111\ 60	15 23 13 21 19 20	=111\ 94
36 9 32 1 28 5	=111\160	25 10 27 11 26 12	=111\162	22 14 24 16 18 17	=111\128
13 16 17 24 21 20	=111\ 62	21 18 19 17 20 16	=111\ 60	27 11 25 9 31 8	=111\ 94
34 11 30 3 26 7	=111\160	22 13 24 14 23 15	=111\162	10 26 12 28 6 29	=111\128
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 62/160/ 62/160/ 62/160/	PDSums	/ 60/162/ 60/162/ 60/162/	PDSums	/ 94/128/ 94/128/ 94/128/	PDSums
17105/ Row\PD		22225/ Row\PD		27121/ Row\PD	
4 36 2 34 5 30	=111\ 94	5 36 2 34 4 30	=111\ 94	6 36 2 34 4 29	=111\ 96
33 1 35 3 32 7	=111\128	32 1 35 3 33 7	=111\128	31 1 35 3 33 8	=111\126
16 24 14 22 17 18	=111\ 94	17 24 14 22 16 18	=111\ 94	18 24 14 22 16 17	=111\ 96
21 13 23 15 20 19	=111\128	20 13 23 15 21 19	=111\128	19 13 23 15 21 20	=111\126
28 12 26 10 29 6	=111\ 94	29 12 26 10 28 6	=111\ 94	30 12 26 10 28 5	=111\ 96
9 25 11 27 8 31	=111\128	8 25 11 27 9 31	=111\128	7 25 11 27 9 32	=111\126
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 94/128/ 94/128/ 94/128/	PDSums	/ 94/128/ 94/128/ 94/128/	PDSums	/ 96/126/ 96/126/ 96/126/	PDSums
31745/ Row\PD		35249/ Row\PD		38625/ Row\PD	
7 36 1 33 4 30	=111\ 64	8 36 1 33 4 29	=111\ 74	9 36 1 32 5 28	=111\ 62
29 2 35 5 32 8	=111\158	28 2 35 5 32 9	=111\148	27 2 35 6 31 10	=111\160
9 34 3 31 6 28	=111\ 64	10 34 3 31 6 27	=111\ 74	11 34 3 30 7 26	=111\ 62
21 10 27 13 24 16	=111\158	18 12 25 15 22 19	=111\148	25 4 33 8 29 12	=111\160
25 18 19 15 22 12	=111\ 64	30 14 23 11 26 7	=111\ 74	23 22 15 18 19 14	=111\ 62
20 11 26 14 23 17	=111\158	17 13 24 16 21 20	=111\148	16 13 24 17 20 21	=111\160
111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn	111 111 111 111 111 111	CoLumn
/ 64/158/ 64/158/ 64/158/	PDSums	/ 74/148/ 74/148/ 74/148/	PDSums	/ 62/160/ 62/160/ 62/160/	PDSums

41809/ Row\PD						44305/ Row\PD						46801/ Row\PD					
10	36	2	34	11	18 =111\ 64	11	36	2	34	10	18 =111\ 64	12	36	2	34	10	17 =111\ 66
27	1	35	3	26	19 =111\158	26	1	35	3	27	19 =111\158	25	1	35	3	27	20 =111\156
13	33	5	31	14	15 =111\ 64	14	33	5	31	13	15 =111\ 64	15	33	5	31	13	14 =111\ 66
24	4	32	6	23	22 =111\158	23	4	32	6	24	22 =111\158	22	4	32	6	24	23 =111\156
16	30	8	28	17	12 =111\ 64	17	30	8	28	16	12 =111\ 64	18	30	8	28	16	11 =111\ 66
21	7	29	9	20	25 =111\158	20	7	29	9	21	25 =111\158	19	7	29	9	21	26 =111\156
111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 64/158/ 64/158/ 64/158/ PDSums						111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 64/158/ 64/158/ 64/158/ PDSums						111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 66/156/ 66/156/ 66/156/ PDSums					
49057/ Row\PD						50737/ Row\PD						51985/ Row\PD					
13	36	2	34	4	22 =111\ 62	14	36	2	34	4	21 =111\ 64	15	35	1	33	3	24 =111\ 62
24	1	35	3	33	15 =111\160	23	1	35	3	33	16 =111\158	22	2	36	4	34	13 =111\160
17	32	6	30	8	18 =111\ 62	18	32	6	30	8	17 =111\ 64	19	31	5	29	7	20 =111\ 62
20	5	31	7	29	19 =111\160	19	5	31	7	29	20 =111\158	14	10	28	12	26	21 =111\160
21	28	10	26	12	14 =111\ 62	22	28	10	26	12	13 =111\ 64	23	27	9	25	11	16 =111\ 62
16	9	27	11	25	23 =111\160	15	9	27	11	25	24 =111\158	18	6	32	8	30	17 =111\160
111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 62/160/ 62/160/ 62/160/ PDSums						111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 64/158/ 64/158/ 64/158/ PDSums						111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 62/160/ 62/160/ 62/160/ PDSums					
52657/ Row\PD						52945/ Row\PD											
16	35	1	33	3	23 =111\ 64	17	32	5	8	29	20 =111\ 94						
21	2	36	4	34	14 =111\158	24	1	36	25	12	13 =111\128						
20	31	5	29	7	19 =111\ 64	14	35	2	11	26	23 =111\ 94						
13	10	28	12	26	22 =111\158	22	3	34	27	10	15 =111\128						
24	27	9	25	11	15 =111\ 64	16	33	4	9	28	21 =111\ 94						
17	6	32	8	30	18 =111\158	18	7	30	31	6	19 =111\128						
111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 64/158/ 64/158/ 64/158/ PDSums						111 111 111 111 111 111 Co Lumn / 94/128/ 94/128/ 94/128/ PDSums						[Count = 53136] OK!					

[添付資料 その2] 正方連結準汎六方陣の基本解のリスト (全) *

1/						2/						3/						4/					
1	36	4	33	7	30	1	36	4	33	7	30	1	36	4	33	7	30	1	36	4	33	7	30
35	2	32	5	29	8	35	2	32	5	29	8	35	2	32	5	29	8	35	2	32	5	29	8
3	34	6	31	9	28	3	34	6	31	9	28	3	34	6	31	9	28	19	18	22	15	25	12
27	10	24	13	21	16	27	10	24	13	21	16	26	11	23	14	20	17	27	10	24	13	21	16
19	18	22	15	25	12	20	17	23	14	26	11	21	16	24	13	27	10	20	17	23	14	26	11
26	11	23	14	20	17	25	12	22	15	19	18	25	12	22	15	19	18	9	28	6	31	3	34
5/						6/						7/						8/					
1	36	4	33	7	30	1	36	4	33	7	30	1	36	4	33	8	29	1	36	5	32	9	28
35	2	32	5	29	8	35	2	32	5	29	8	35	2	32	5	28	9	35	2	31	6	27	10
19	18	22	15	25	12	20	17	23	14	26	11	3	34	6	31	10	27	3	34	7	30	11	26
26	11	23	14	20	17	25	12	22	15	19	18	25	12	22	15	18	19	33	4	29	8	25	12
21	16	24	13	27	10	21	16	24	13	27	10	23	14	26	11	30	7	15	22	19	18	23	14
9	28	6	31	3	34	9	28	6	31	3	34	24	13	21	16	17	20	24	13	20	17	16	21
9/						10/						11/						12/					
1	36	5	32	9	28	1	36	5	32	9	28	1	36	5	32	9	28	1	36	5	32	9	28
35	2	31	6	27	10	35	2	31	6	27	10	35	2	31	6	27	10	35	2	31	6	27	10
3	34	7	30	11	26	3	34	7	30	11	26	15	22	19	18	23	14	15	22	19	18	23	14
33	4	29	8	25	12	24	13	20	17	16	21	33	4	29	8	25	12	24	13	20	17	16	21
16	21	20	17	24	13	25	12	29	8	33	4	16	21	20	17	24	13	25	12	29	8	33	4
23	14	19	18	15	22	23	14	19	18	15	22	11	26	7	30	3	34	11	26	7	30	3	34
13/						14/						15/						16/					
1	36	5	32	9	28	1	36	13	24	25	12	1	36	13	24	25	12	1	36	13	24	25	12
35	2	31	6	27	10	35	2	23	14	11	26	35	2	23	14	11	26	35	2	23	14	11	26
16	21	20	17	24	13	3	34	15	22	27	10	3	34	15	22	27	10	3	34	15	22	27	10

23 14 19 18 15 22	33 4 21 16 9 28	33 4 21 16 9 28	32 5 20 17 8 29
25 12 29 8 33 4	7 30 19 18 31 6	8 29 20 17 32 5	9 28 21 16 33 4
11 26 7 30 3 34	32 5 20 17 8 29	31 6 19 18 7 30	31 6 19 18 7 30
17/	18/	19/	20/
1 36 13 24 25 12	1 36 13 24 25 12	1 36 13 24 25 12	1 36 2 35 3 34
35 2 23 14 11 26	35 2 23 14 11 26	35 2 23 14 11 26	33 4 32 5 31 6
7 30 19 18 31 6	7 30 19 18 31 6	8 29 20 17 32 5	7 30 8 29 9 28
33 4 21 16 9 28	32 5 20 17 8 29	31 6 19 18 7 30	27 10 26 11 25 12
8 29 20 17 32 5	9 28 21 16 33 4	9 28 21 16 33 4	19 18 20 17 21 16
27 10 15 22 3 34	27 10 15 22 3 34	27 10 15 22 3 34	24 13 23 14 22 15
21/	22/	23/	24/
1 36 2 35 3 34	1 36 2 35 3 34	1 36 2 35 3 34	1 36 2 35 3 34
33 4 32 5 31 6	33 4 32 5 31 6	33 4 32 5 31 6	33 4 32 5 31 6
7 30 8 29 9 28	7 30 8 29 9 28	19 18 20 17 21 16	19 18 20 17 21 16
27 10 26 11 25 12	24 13 23 14 22 15	27 10 26 11 25 12	24 13 23 14 22 15
22 15 23 14 24 13	25 12 26 11 27 10	22 15 23 14 24 13	25 12 26 11 27 10
21 16 20 17 19 18	21 16 20 17 19 18	9 28 8 29 7 30	9 28 8 29 7 30
25/	26/	27/	28/
1 36 2 35 3 34	1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28	1 36 5 32 9 28
33 4 32 5 31 6	33 4 29 8 25 12	33 4 29 8 25 12	33 4 29 8 25 12
22 15 23 14 24 13	3 34 7 30 11 26	15 22 19 18 23 14	16 21 20 17 24 13
21 16 20 17 19 18	24 13 20 17 16 21	24 13 20 17 16 21	23 14 19 18 15 22
25 12 26 11 27 10	27 10 31 6 35 2	27 10 31 6 35 2	27 10 31 6 35 2
9 28 8 29 7 30	23 14 19 18 15 22	11 26 7 30 3 34	11 26 7 30 3 34
29/	30/	31/	32/
1 36 13 24 25 12	1 36 13 24 25 12	1 36 13 24 25 12	1 36 13 24 25 12
33 4 21 16 9 28	33 4 21 16 9 28	33 4 21 16 9 28	32 5 20 17 8 29
3 34 15 22 27 10	7 30 19 18 31 6	8 29 20 17 32 5	9 28 21 16 33 4
32 5 20 17 8 29	32 5 20 17 8 29	31 6 19 18 7 30	31 6 19 18 7 30
11 26 23 14 35 2	11 26 23 14 35 2	11 26 23 14 35 2	11 26 23 14 35 2
31 6 19 18 7 30	27 10 15 22 3 34	27 10 15 22 3 34	27 10 15 22 3 34
33/	34/	35/	36/
1 36 2 35 3 34	1 36 2 35 3 34	1 36 2 35 3 34	1 36 4 33 7 30
27 10 26 11 25 12	27 10 26 11 25 12	27 10 26 11 25 12	27 10 24 13 21 16
7 30 8 29 9 28	19 18 20 17 21 16	22 15 23 14 24 13	3 34 6 31 9 28
24 13 23 14 22 15	24 13 23 14 22 15	21 16 20 17 19 18	26 11 23 14 20 17
31 6 32 5 33 4	31 6 32 5 33 4	31 6 32 5 33 4	29 8 32 5 35 2
21 16 20 17 19 18	9 28 8 29 7 30	9 28 8 29 7 30	25 12 22 15 19 18
37/	38/	39/	40/
1 36 4 33 7 30	1 36 4 33 7 30	1 36 4 33 7 30	1 36 2 35 3 34
27 10 24 13 21 16	27 10 24 13 21 16	26 11 23 14 20 17	24 13 23 14 22 15
19 18 22 15 25 12	20 17 23 14 26 11	21 16 24 13 27 10	25 12 26 11 27 10
26 11 23 14 20 17	25 12 22 15 19 18	25 12 22 15 19 18	21 16 20 17 19 18
29 8 32 5 35 2	29 8 32 5 35 2	29 8 32 5 35 2	31 6 32 5 33 4
9 28 6 31 3 34	9 28 6 31 3 34	9 28 6 31 3 34	9 28 8 29 7 30
41/			
1 36 5 32 9 28			
24 13 20 17 16 21			
25 12 29 8 33 4			
23 14 19 18 15 22			
27 10 31 6 35 2			
11 26 7 30 3 34			

[Count = 41] OK!

[添付資料 その3] 正方連結型六方陣の標準解のリスト (部分)

(正方連結四数の定和条件のみで六方陣を構成した解集合：全てはここから始まる。)

1/ Row\PD						612289/ Row\PD						1210945/ Row\PD					
1	36	3	34	5	32 =111\ 62	2	36	3	33	5	31 =110\ 57	3	36	2	33	5	31 =110\ 57
35	2	33	4	31	6 =111\160	35	1	34	4	32	6 =112\165	34	1	35	4	32	6 =112\165
7	30	9	28	11	26 =111\ 62	8	30	9	27	11	25 =110\ 57	9	30	8	27	11	25 =110\ 57
29	8	27	10	25	12 =111\160	29	7	28	10	26	12 =112\165	28	7	29	10	26	12 =112\165
13	24	15	22	17	20 =111\ 62	14	24	15	21	17	19 =110\ 57	15	24	14	21	17	19 =110\ 57
18	19	16	21	14	23 =111\160	23	13	22	16	20	18 =112\165	22	13	23	16	20	18 =112\165
103 119 103 119 103 119 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn					
/ 62/160/ 62/160/ 62/160/ PDSums						/ 57/165/ 57/165/ 57/165/ PDSums						/ 57/165/ 57/165/ 57/165/ PDSums					
1795297/ Row\PD						2339969/ Row\PD						2867217/ Row\PD					
4	36	2	34	5	31 =112\ 57	5	36	2	34	4	31 =112\ 57	6	36	2	34	4	32 =114\ 63
33	1	35	3	32	6 =110\165	32	1	35	3	33	6 =110\165	31	1	35	3	33	5 =108\159
10	30	8	28	11	25 =112\ 57	11	30	8	28	10	25 =112\ 57	12	30	8	28	10	26 =114\ 63
27	7	29	9	26	12 =110\165	26	7	29	9	27	12 =110\165	25	7	29	9	27	11 =108\159
16	24	14	22	17	19 =112\ 57	17	24	14	22	16	19 =112\ 57	18	24	14	22	16	20 =114\ 63
21	13	23	15	20	18 =110\165	20	13	23	15	21	18 =110\165	13	19	17	21	15	23 =108\159
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						105 117 105 117 105 117 CoLumn					
/ 57/165/ 57/165/ 57/165/ PDSums						/ 57/165/ 57/165/ 57/165/ PDSums						/ 63/159/ 63/159/ 63/159/ PDSums					
3359025/ Row\PD						3770945/ Row\PD						4138625/ Row\PD					
7	36	2	34	4	32 =115\ 94	8	36	2	34	4	31 =115\ 96	9	36	2	34	5	31 =117\ 98
30	1	35	3	33	5 =107\128	29	1	35	3	33	6 =107\126	28	1	35	3	32	6 =105\124
19	24	14	22	16	20 =115\ 94	20	24	14	22	16	19 =115\ 96	21	24	14	22	17	19 =117\ 98
6	25	11	27	9	29 =107\128	5	25	11	27	9	30 =107\126	4	25	11	27	8	30 =105\124
31	12	26	10	28	8 =115\ 94	32	12	26	10	28	7 =115\ 96	33	12	26	10	29	7 =117\ 98
18	13	23	15	21	17 =107\128	17	13	23	15	21	18 =107\126	16	13	23	15	20	18 =105\124
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn					
/ 94/128/ 94/128/ 94/128/ PDSums						/ 96/126/ 96/126/ 96/126/ PDSums						/ 98/124/ 98/124/ 98/124/ PDSums					
4488049/ Row\PD						4723745/ Row\PD						4932993/ Row\PD					
10	36	2	34	11	25 =118\ 57	11	36	2	34	4	25 =112\ 85	12	36	2	34	4	26 =114\ 85
27	1	35	3	26	12 =104\165	26	1	35	3	33	12 =110\137	25	1	35	3	33	11 =108\137
13	33	5	31	14	22 =118\ 57	17	30	8	28	10	19 =112\ 85	18	30	8	28	10	20 =114\ 85
24	4	32	6	23	15 =104\165	6	21	15	23	13	32 =110\137	5	21	15	23	13	31 =108\137
16	30	8	28	17	19 =118\ 57	31	16	22	14	24	5 =112\ 85	32	16	22	14	24	6 =114\ 85
21	7	29	9	20	18 =104\165	20	7	29	9	27	18 =110\137	19	7	29	9	27	17 =108\137
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn					
/ 57/165/ 57/165/ 57/165/ PDSums						/ 85/137/ 85/137/ 85/137/ PDSums						/ 85/137/ 85/137/ 85/137/ PDSums					
5109969/ Row\PD						5248865/ Row\PD						5361505/ Row\PD					
13	36	2	34	4	23 =112\ 61	14	36	2	34	4	24 =114\ 61	15	36	2	34	4	24 =115\ 62
24	1	35	3	33	14 =110\161	23	1	35	3	33	13 =108\161	22	1	35	3	33	13 =107\160
17	32	6	30	8	19 =112\ 61	18	32	6	30	8	20 =114\ 61	19	32	6	30	8	20 =115\ 62
20	5	31	7	29	18 =110\161	19	5	31	7	29	17 =108\161	14	9	27	11	25	21 =107\160
21	28	10	26	12	15 =112\ 61	22	28	10	26	12	16 =114\ 61	23	28	10	26	12	16 =115\ 62
16	9	27	11	25	22 =110\161	15	9	27	11	25	21 =108\161	18	5	31	7	29	17 =107\160
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn					
/ 61/161/ 61/161/ 61/161/ PDSums						/ 61/161/ 61/161/ 61/161/ PDSums						/ 62/160/ 62/160/ 62/160/ PDSums					
5449729/ Row\PD						5486177/ Row\PD											
16	36	2	34	4	23 =115\ 64	17	36	1	35	2	20 =111\ 76						
21	1	35	3	33	14 =107\158	16	5	32	6	31	21 =111\146						
20	32	6	30	8	19 =115\ 64	24	29	8	28	9	13 =111\ 76						
13	9	27	11	25	22 =107\158	10	11	26	12	25	27 =111\146						
24	28	10	26	12	15 =115\ 64	30	23	14	22	15	7 =111\ 76						
17	5	31	7	29	18 =107\158	18	3	34	4	33	19 =111\146						
111 111 111 111 111 111 CoLumn						115 107 115 107 115 107 CoLumn											
/ 64/158/ 64/158/ 64/158/ PDSums						/ 76/146/ 76/146/ 76/146/ PDSums						[Count = 5510592] OK!					

[添付資料 その4] 正方連結型汎対角線六方阵の標準解のリスト (部分)

(正方連結四数の定和条件と汎対角線定和の条件のみで構成した「準魔方陣」の解集合)

1/ Row\PD						21889/ Row\PD						43777/ Row\PD								
1	36	4	33	7	30	=111\111	2	36	5	31	10	28	=112\111	3	36	7	29	9	26	=110\111
34	3	31	6	28	9	=111\111	33	3	30	8	25	11	=110\111	34	1	30	8	28	11	=112\111
19	18	22	15	25	12	=111\111	14	24	17	19	22	16	=112\111	15	24	19	17	21	14	=110\111
17	20	14	23	11	26	=111\111	21	15	18	20	13	23	=110\111	22	13	18	20	16	23	=112\111
21	16	24	13	27	10	=111\111	26	12	29	7	34	4	=112\111	27	12	31	5	33	2	=110\111
8	29	5	32	2	35	=111\111	9	27	6	32	1	35	=110\111	10	25	6	32	4	35	=112\111
100 122 100 122 100 122 CoLumn						105 117 105 117 105 117 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
65185/ Row\PD						85153/ Row\PD						104641/ Row\PD								
4	36	7	27	16	24	=114\111	5	36	3	30	11	28	=113\111	6	36	2	32	10	28	=114\111
32	2	29	11	20	14	=108\111	31	2	33	8	25	10	=109\111	29	3	33	7	25	11	=108\111
6	34	9	25	18	22	=114\111	17	24	15	18	23	16	=113\111	18	24	14	20	22	16	=114\111
15	19	12	28	3	31	=108\111	19	14	21	20	13	22	=109\111	5	27	9	31	1	35	=108\111
23	17	26	8	35	5	=114\111	29	12	27	6	35	4	=113\111	30	12	26	8	34	4	=114\111
13	21	10	30	1	33	=108\111	7	26	9	32	1	34	=109\111	17	15	21	19	13	23	=108\111
93 129 93 129 93 129 CoLumn						108 114 108 114 108 114 CoLumn						105 117 105 117 105 117 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
122785/ Row\PD						137473/ Row\PD						150145/ Row\PD								
7	36	3	29	9	26	=110\111	8	36	3	30	9	26	=112\111	9	36	3	30	8	26	=112\111
30	1	34	8	28	11	=112\111	29	1	34	7	28	11	=110\111	28	1	34	7	29	11	=110\111
19	24	15	17	21	14	=110\111	20	24	15	18	21	14	=112\111	21	24	15	18	20	14	=112\111
6	25	10	32	4	35	=112\111	5	25	10	31	4	35	=110\111	4	25	10	31	5	35	=110\111
31	12	27	5	33	2	=110\111	32	12	27	6	33	2	=112\111	33	12	27	6	32	2	=112\111
18	13	22	20	16	23	=112\111	17	13	22	19	16	23	=110\111	16	13	22	19	17	23	=110\111
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
162849/ Row\PD						169729/ Row\PD						176449/ Row\PD								
10	36	4	30	16	24	=120\111	11	36	3	30	8	28	=116\111	12	36	2	34	10	26	=120\111
26	2	32	8	20	14	=102\111	26	1	34	7	29	9	=106\111	22	4	32	6	24	14	=102\111
28	18	22	12	34	6	=120\111	23	24	15	18	20	16	=116\111	30	18	20	16	28	8	=120\111
7	21	13	27	1	33	=102\111	2	25	10	31	5	33	=106\111	1	25	11	27	3	35	=102\111
29	17	23	11	35	5	=120\111	35	12	27	6	32	4	=116\111	33	15	23	13	31	5	=120\111
25	3	31	9	19	15	=102\111	14	13	22	19	17	21	=106\111	19	7	29	9	21	17	=102\111
125 97 125 97 125 97 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						117 105 117 105 117 105 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
182305/ Row\PD						187201/ Row\PD						191553/ Row\PD								
13	36	3	12	27	22	=113\111	14	36	2	30	8	24	=114\111	15	36	3	12	27	21	=114\111
23	2	33	26	9	16	=109\111	21	3	33	9	27	15	=108\111	22	1	34	25	10	16	=108\111
17	32	7	8	31	18	=113\111	32	18	20	12	26	6	=114\111	19	32	7	8	31	17	=114\111
19	6	29	30	5	20	=109\111	1	23	13	29	7	35	=108\111	14	9	26	33	2	24	=108\111
21	28	11	4	35	14	=113\111	34	16	22	10	28	4	=114\111	23	28	11	4	35	13	=114\111
15	10	25	34	1	24	=109\111	19	5	31	11	25	17	=108\111	18	5	30	29	6	20	=108\111
108 114 108 114 108 114 CoLumn						121 101 121 101 121 101 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
195137/ Row\PD						196193/ Row\PD														
16	36	3	12	27	22	=116\111	17	32	6	8	30	19	=112\111							
21	1	34	25	10	15	=106\111	24	1	35	25	11	14	=110\111							
20	32	7	8	31	18	=116\111	15	34	4	10	28	21	=112\111							
13	9	26	33	2	23	=106\111	16	9	27	33	3	22	=110\111							
24	28	11	4	35	14	=116\111	23	26	12	2	36	13	=112\111							
17	5	30	29	6	19	=106\111	18	7	29	31	5	20	=110\111							
111 111 111 111 111 111 CoLumn						113 109 113 109 113 109 CoLumn						[Count = 196992] OK!								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums														

[添付資料 その5] 正方連結型汎対角線六方阵の「惜しい」解（部分）

(正方連結四数の定和条件と汎対角線定和の条件のみで構成した「惜しい解」のコレクション)

1/ Row\PD						193/ Row\PD						321/ Row\PD								
1	36	5	32	9	28	=111\111	1	34	15	21	27	12	=110\111	1	32	5	36	9	28	=111\111
34	3	30	7	26	11	=111\111	32	7	18	20	6	29	=112\111	22	19	18	15	14	23	=111\111
15	22	19	18	23	14	=111\111	5	30	19	17	31	8	=110\111	16	17	20	21	24	13	=111\111
21	16	17	20	13	24	=111\111	36	3	22	16	10	25	=112\111	34	7	30	3	26	11	=111\111
27	10	31	6	35	2	=111\111	9	26	23	13	35	4	=110\111	27	6	31	10	35	2	=111\111
12	25	8	29	4	33	=111\111	28	11	14	24	2	33	=112\111	12	29	8	25	4	33	=111\111
110 112 110 112 110 112 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						112 110 112 110 112 110 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
385/ Row\PD						417/ Row\PD						449/ Row\PD								
1	30	8	34	11	28	=112\111	1	29	7	34	11	28	=110\111	1	28	7	34	11	29	=110\111
24	19	17	15	14	21	=110\111	24	20	18	15	14	21	=112\111	24	21	18	15	14	20	=112\111
13	18	20	22	23	16	=112\111	13	17	19	22	23	16	=110\111	13	16	19	22	23	17	=110\111
36	7	29	3	26	9	=110\111	36	8	30	3	26	9	=112\111	36	9	30	3	26	8	=112\111
25	6	32	10	35	4	=112\111	25	5	31	10	35	4	=110\111	25	4	31	10	35	5	=110\111
12	31	5	27	2	33	=110\111	12	32	6	27	2	33	=112\111	12	33	6	27	2	32	=112\111
111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
577/ Row\PD						769/ Row\PD						897/ Row\PD								
2	35	6	31	10	27	=111\111	2	33	13	23	28	11	=110\111	2	32	6	33	12	27	=112\111
33	4	29	8	25	12	=111\111	31	8	20	18	5	30	=112\111	23	17	19	16	13	22	=110\111
13	24	17	20	21	16	=111\111	6	29	17	19	32	7	=110\111	14	20	18	21	24	15	=112\111
23	14	19	18	15	22	=111\111	35	4	24	14	9	26	=112\111	35	5	31	4	25	10	=110\111
28	9	32	5	36	1	=111\111	10	25	21	15	36	3	=110\111	26	8	30	9	36	3	=112\111
11	26	7	30	3	34	=111\111	27	12	16	22	1	34	=112\111	11	29	7	28	1	34	=110\111
110 112 110 112 110 112 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
929/ Row\PD						1025/ Row\PD						1153/ Row\PD								
2	31	6	35	10	27	=111\111	2	27	6	35	10	31	=111\111	3	36	7	29	9	26	=110\111
24	17	20	13	16	21	=111\111	24	21	20	13	16	17	=111\111	34	1	30	8	28	11	=112\111
14	19	18	23	22	15	=111\111	14	15	18	23	22	19	=111\111	15	24	19	17	21	14	=110\111
33	8	29	4	25	12	=111\111	33	12	29	4	25	8	=111\111	22	13	18	20	16	23	=112\111
28	5	32	9	36	1	=111\111	28	1	32	9	36	5	=111\111	27	12	31	5	33	2	=110\111
11	30	7	26	3	34	=111\111	11	34	7	26	3	30	=111\111	10	25	6	32	4	35	=112\111
112 110 112 110 112 110 CoLumn						112 110 112 110 112 110 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
1345/ Row\PD						1473/ Row\PD						1545/ Row\PD								
3	34	15	22	27	10	=111\111	3	30	7	34	11	26	=111\111	3	29	7	36	9	26	=110\111
30	7	18	19	6	31	=111\111	22	19	18	15	14	23	=111\111	22	20	18	13	16	23	=112\111
8	29	20	17	32	5	=111\111	16	17	20	21	24	13	=111\111	15	17	19	24	21	14	=110\111
36	1	24	13	12	25	=111\111	36	5	32	1	28	9	=111\111	34	8	30	1	28	11	=112\111
9	28	21	16	33	4	=111\111	25	8	29	12	33	4	=111\111	27	5	31	12	33	2	=110\111
26	11	14	23	2	35	=111\111	10	31	6	27	2	35	=111\111	10	32	6	25	4	35	=112\111
112 110 112 110 112 110 CoLumn						112 110 112 110 112 110 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								
1665/ Row\PD						2177/ Row\PD						2689/ Row\PD								
4	35	5	31	10	25	=110\111	5	36	1	32	9	28	=111\111	6	35	4	32	10	25	=112\111
33	2	32	6	27	12	=112\111	30	3	34	7	26	11	=111\111	31	2	33	5	27	12	=110\111
16	23	17	19	22	13	=110\111	19	22	15	18	23	14	=111\111	18	23	16	20	22	13	=112\111
21	14	20	18	15	24	=112\111	17	16	21	20	13	24	=111\111	19	14	21	17	15	24	=110\111
28	11	29	7	34	1	=110\111	31	10	27	6	35	2	=111\111	30	11	28	8	34	1	=112\111
9	26	8	30	3	36	=112\111	8	25	12	29	4	33	=111\111	7	26	9	29	3	36	=110\111
111 111 111 111 111 111 CoLumn						110 112 110 112 110 112 CoLumn						111 111 111 111 111 111 CoLumn								
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums								

3169/ Row\PD						3457/ Row\PD						3713/ Row\PD					
7	36	3	29	9	26 =110\111	8	36	3	30	9	26 =112\111	9	36	3	30	8	26 =112\111
30	1	34	8	28	11 =112\111	29	1	34	7	28	11 =110\111	28	1	34	7	29	11 =110\111
19	24	15	17	21	14 =110\111	20	24	15	18	21	14 =112\111	21	24	15	18	20	14 =112\111
6	25	10	32	4	35 =112\111	5	25	10	31	4	35 =110\111	4	25	10	31	5	35 =110\111
31	12	27	5	33	2 =110\111	32	12	27	6	33	2 =112\111	33	12	27	6	32	2 =112\111
18	13	22	20	16	23 =112\111	17	13	22	19	16	23 =110\111	16	13	22	19	17	23 =110\111
111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column					
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums					
3969/ Row\PD						4225/ Row\PD						4417/ Row\PD					
10	35	4	32	6	25 =112\111	11	34	3	30	7	26 =111\111	12	33	4	29	8	25 =111\111
27	2	33	5	31	12 =110\111	28	1	36	5	32	9 =111\111	27	2	35	6	31	10 =111\111
22	23	16	20	18	13 =112\111	23	22	15	18	19	14 =111\111	21	24	13	20	17	16 =111\111
3	26	9	29	7	36 =110\111	2	27	10	31	6	35 =111\111	1	28	9	32	5	36 =111\111
34	11	28	8	30	1 =112\111	33	12	25	8	29	4 =111\111	34	11	26	7	30	3 =111\111
15	14	21	17	19	24 =110\111	13	16	21	20	17	24 =111\111	15	14	23	18	19	22 =111\111
111 111 111 111 111 111 Column						110 112 110 112 110 112 Column						110 112 110 112 110 112 Column					
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums					
4609/ Row\PD						4801/ Row\PD						4961/ Row\PD					
13	36	1	12	25	24 =111\111	14	35	4	9	26	24 =112\111	15	36	3	10	25	21 =110\111
22	3	34	27	10	15 =111\111	23	2	33	28	11	13 =110\111	22	1	34	27	12	16 =112\111
19	30	7	6	31	18 =111\111	18	31	8	5	30	20 =112\111	19	32	7	6	29	17 =110\111
17	8	29	32	5	20 =111\111	19	6	29	32	7	17 =110\111	14	9	26	35	4	24 =112\111
23	26	11	2	35	14 =111\111	22	27	12	1	34	16 =112\111	23	28	11	2	33	13 =110\111
16	9	28	33	4	21 =111\111	15	10	25	36	3	21 =110\111	18	5	30	31	8	20 =112\111
110 112 110 112 110 112 Column						111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column					
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums					
5057/ Row\PD						5121/ Row\PD											
16	36	3	10	25	22 =112\111	17	32	5	8	29	20 =111\111						
21	1	34	27	12	15 =110\111	23	2	35	26	11	14 =111\111						
20	32	7	6	29	18 =112\111	16	33	4	9	28	21 =111\111						
13	9	26	35	4	23 =110\111	13	12	25	36	1	24 =111\111						
24	28	11	2	33	14 =112\111	22	27	10	3	34	15 =111\111						
17	5	30	31	8	19 =110\111	19	6	31	30	7	18 =111\111						
111 111 111 111 111 111 Column						110 112 110 112 110 112 Column											
/111/111/111/111/111/111 PDSums						/111/111/111/111/111/111 PDSums											

[Count = 5184] OK!

[添付資料 その6] 正方連結型準汎六方陣の「惜しい」解 (部分)

(正方連結四数の定和条件と行列定和の条件のみで構成した「惜しい解」のコレクション)

1/ Row\PD						193/ Row\PD						321/ Row\PD					
1	36	5	32	9	28 =111\110	1	33	15	24	27	11 =111\110	1	32	5	36	9	28 =111\110
33	4	29	8	25	12 =111\112	32	8	18	17	6	30 =111\112	24	17	20	13	16	21 =111\112
15	22	19	18	23	14 =111\110	5	29	19	20	31	7 =111\110	15	18	19	22	23	14 =111\110
24	13	20	17	16	21 =111\112	36	4	22	13	10	26 =111\112	33	8	29	4	25	12 =111\112
27	10	31	6	35	2 =111\110	9	25	23	16	35	3 =111\110	27	6	31	10	35	2 =111\110
11	26	7	30	3	34 =111\112	28	12	14	21	2	34 =111\112	11	30	7	26	3	34 =111\112
111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
417/ Row\PD						449/ Row\PD						513/ Row\PD					
1	31	8	33	11	27 =111\112	1	28	5	36	9	32 =111\110	1	27	7	33	11	32 =111\110
24	18	17	16	14	22 =111\110	24	21	20	13	16	17 =111\112	24	22	18	16	14	17 =111\112
13	19	20	21	23	15 =111\112	15	14	19	22	23	18 =111\110	13	15	19	21	23	20 =111\110
36	6	29	4	26	10 =111\110	33	12	29	4	25	8 =111\112	36	10	30	4	26	5 =111\112
25	7	32	9	35	3 =111\112	27	2	31	10	35	6 =111\110	25	3	31	9	35	8 =111\110
12	30	5	28	2	34 =111\110	11	34	7	26	3	30 =111\112	12	34	6	28	2	29 =111\112
111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column						111 111 111 111 111 111 Column					

/112/110/112/110/112/110 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
577/ Row\PD						769/ Row\PD						897/ Row\PD					
2	35	6	31	10	27 =111\110	2	34	13	22	28	12 =111\110	2	31	6	35	10	27 =111\110
34	3	30	7	26	11 =111\112	31	7	20	19	5	29 =111\112	22	19	18	15	14	23 =111\112
13	24	17	20	21	16 =111\110	6	30	17	18	32	8 =111\110	13	20	17	24	21	16 =111\110
22	15	18	19	14	23 =111\112	35	3	24	15	9	25 =111\112	34	7	30	3	26	11 =111\112
28	9	32	5	36	1 =111\110	10	26	21	14	36	4 =111\110	28	5	32	9	36	1 =111\110
12	25	8	29	4	33 =111\112	27	11	16	23	1	33 =111\112	12	29	8	25	4	33 =111\112
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
961/ Row\PD						993/ Row\PD						1025/ Row\PD					
2	30	5	34	12	28 =111\110	2	29	6	34	12	28 =111\112	2	28	5	34	12	30 =111\110
23	19	20	15	13	21 =111\112	23	20	19	15	13	21 =111\110	23	21	20	15	13	19 =111\112
14	18	17	22	24	16 =111\110	14	17	18	22	24	16 =111\112	14	16	17	22	24	18 =111\110
35	7	32	3	25	9 =111\112	35	8	31	3	25	9 =111\110	35	9	32	3	25	7 =111\112
26	6	29	10	36	4 =111\110	26	5	30	10	36	4 =111\112	26	4	29	10	36	6 =111\110
11	31	8	27	1	33 =111\112	11	32	7	27	1	33 =111\110	11	33	8	27	1	31 =111\112
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/112/110/112/110/112/110 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
1089/ Row\PD						1153/ Row\PD						1345/ Row\PD					
2	27	6	35	10	31 =111\110	3	35	7	32	9	25 =111\110	3	34	15	22	27	10 =111\110
22	23	18	15	14	19 =111\112	34	2	30	5	28	12 =111\112	32	5	20	17	8	29 =111\112
13	16	17	24	21	20 =111\110	15	23	19	20	21	13 =111\110	7	30	19	18	31	6 =111\110
34	11	30	3	26	7 =111\112	22	14	18	17	16	24 =111\112	35	2	23	14	11	26 =111\112
28	1	32	9	36	5 =111\110	27	11	31	8	33	1 =111\110	9	28	21	16	33	4 =111\110
12	33	8	25	4	29 =111\112	10	26	6	29	4	36 =111\112	25	12	13	24	1	36 =111\112
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
1473/ Row\PD						1497/ Row\PD						1521/ Row\PD					
3	32	7	35	9	25 =111\110	3	31	8	35	9	25 =111\112	3	30	7	34	11	26 =111\110
22	17	18	14	16	24 =111\112	22	18	17	14	16	24 =111\110	24	17	20	13	16	21 =111\112
15	20	19	23	21	13 =111\110	15	19	20	23	21	13 =111\112	15	18	19	22	23	14 =111\110
34	5	30	2	28	12 =111\112	34	6	29	2	28	12 =111\110	35	6	31	2	27	10 =111\112
27	8	31	11	33	1 =111\110	27	7	32	11	33	1 =111\112	25	8	29	12	33	4 =111\110
10	29	6	26	4	36 =111\112	10	30	5	26	4	36 =111\110	9	32	5	28	1	36 =111\112
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/112/110/112/110/112/110 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
1665/ Row\PD						2177/ Row\PD						2689/ Row\PD					
4	36	5	30	10	26 =111\110	5	36	4	30	10	26 =111\110	6	36	4	29	10	26 =111\112
33	1	32	7	27	11 =111\112	32	1	33	7	27	11 =111\112	31	1	33	8	27	11 =111\110
16	24	17	18	22	14 =111\110	17	24	16	18	22	14 =111\110	18	24	16	17	22	14 =111\112
21	13	20	19	15	23 =111\112	20	13	21	19	15	23 =111\112	19	13	21	20	15	23 =111\110
28	12	29	6	34	2 =111\110	29	12	28	6	34	2 =111\110	30	12	28	5	34	2 =111\112
9	25	8	31	3	35 =111\112	8	25	9	31	3	35 =111\112	7	25	9	32	3	35 =111\110
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums						/112/110/112/110/112/110 PDSums					
3201/ Row\PD						3457/ Row\PD						3713/ Row\PD					
7	35	3	32	9	25 =111\110	8	35	3	31	9	25 =111\112	9	36	1	32	5	28 =111\110
30	2	34	5	28	12 =111\112	29	2	34	6	28	12 =111\110	25	4	33	8	29	12 =111\112
19	23	15	20	21	13 =111\110	20	23	15	19	21	13 =111\112	23	22	15	18	19	14 =111\110
6	26	10	29	4	36 =111\112	5	26	10	30	4	36 =111\110	3	26	11	30	7	34 =111\112
31	11	27	8	33	1 =111\110	32	11	27	7	33	1 =111\112	35	10	27	6	31	2 =111\110
18	14	22	17	16	24 =111\112	17	14	22	18	16	24 =111\110	16	13	24	17	20	21 =111\112
111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn						111 111 111 111 111 111 Co Lumn					
/110/112/110/112/110/112 PDSums						/112/110/112/110/112/110 PDSums						/110/112/110/112/110/112 PDSums					
3969/ Row\PD						4225/ Row\PD						4417/ Row\PD					
10	36	4	30	5	26 =111\110	11	34	3	30	7	26 =111\110	12	34	2	30	5	28 =111\110

27	1	33	7	32	11	=111\112	27	2	35	6	31	10	=111\112	25	3	35	7	32	9	=111\112
22	24	16	18	17	14	=111\110	23	22	15	18	19	14	=111\110	24	22	14	18	17	16	=111\110
3	25	9	31	8	35	=111\112	1	28	9	32	5	36	=111\112	1	27	11	31	8	33	=111\112
34	12	28	6	29	2	=111\110	33	12	25	8	29	4	=111\110	36	10	26	6	29	4	=111\110
15	13	21	19	20	23	=111\112	16	13	24	17	20	21	=111\112	13	15	23	19	20	21	=111\112
111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column
/110/112/110/112/110/112						PDSums	/110/112/110/112/110/112						PDSums	/110/112/110/112/110/112						PDSums
						4609/ Row\PD							4801/ Row\PD							4993/ Row\PD
13	36	4	10	26	22	=111\110	14	36	4	10	26	21	=111\112	15	35	3	9	25	24	=111\110
24	1	33	27	11	15	=111\112	23	1	33	27	11	16	=111\110	22	2	34	28	12	13	=111\112
17	32	8	6	30	18	=111\110	18	32	8	6	30	17	=111\112	19	31	7	5	29	20	=111\110
20	5	29	31	7	19	=111\112	19	5	29	31	7	20	=111\110	14	10	26	36	4	21	=111\112
21	28	12	2	34	14	=111\110	22	28	12	2	34	13	=111\112	23	27	11	1	33	16	=111\110
16	9	25	35	3	23	=111\112	15	9	25	35	3	24	=111\110	18	6	30	32	8	17	=111\112
111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column
/110/112/110/112/110/112						PDSums	/112/110/112/110/112/110						PDSums	/110/112/110/112/110/112						PDSums
						5057/ Row\PD							5121/ Row\PD							
16	35	3	9	25	23	=111\112	17	32	5	8	29	20	=111\110							
21	2	34	28	12	14	=111\110	24	1	36	25	12	13	=111\112							
20	31	7	5	29	19	=111\112	16	33	4	9	28	21	=111\110							
13	10	26	36	4	22	=111\110	14	11	26	35	2	23	=111\112							
24	27	11	1	33	15	=111\112	22	27	10	3	34	15	=111\110							
17	6	30	32	8	18	=111\110	18	7	30	31	6	19	=111\112							
111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column	111 111 111 111 111 111						Column
/112/110/112/110/112/110						PDSums	/110/112/110/112/110/112						PDSums	[Count = 5184] OK!						

11. 上のリストを作ってみて驚いたのは、「惜しい解」が予想以上にあることだ。2, 3個ならば「偶然」と片付けられるが、こう多いと、何故なのか理由を追究したくなる。

しかも、最後の2つのリスト（添付資料その5と6）の総数が同じ5184個をカウントしたことにも興味を惹かれた。カウントの経過も似ているので、もしかしたら、この2つの解集合には「一対一対応」の関係が存在するかも知れない。構造解析をしたくなるどころだ。

追記: Written by 摂田 寛二(せつだ かんじ) on August 16, 2010 with MacOSX & Xcode3.1.2