

第4部 : 『魔方陣の最新研究』 : 摂田 寛二  
 第1章 : 原初方阵とひな形変換法の基礎的研究  
 第2-2節 : 原初四方陣とひな形変換法の真実と問題点

再び「原初四方陣」と「ひな形変換法」を取り上げる。その後新しくわかってきた真実とまだ良くわからない問題点を、包み隠さずに論じておきたい。

# 1. 原初四方陣の不思議

「原初方阵」については、既に前節で説明した。下のリストのようなものだ。

第一基本形が「正方配列」そのもので、言わば「基本図」となっている。その他の解は、基本形の内部を規則的に並べ替えた形をしている。

この原初方阵は、普通に考えれば、目的方阵によって異なるはずだが、四次の場合には、各種汎魔方陣と補数対称方阵の原初四方陣の解集合が同じで、ただ一通りしかない。

\*\* 原初四方陣の例 (n1=1の原始解) \*\*

1/		2/		3/		4/		5/		6/	
1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 5 6	1 2 5 6	1 2 9 10	1 2 9 10	5 6 7 8	9 10 11 12	3 4 7 8	9 10 13 14	3 4 11 12	5 6 13 14
9 10 11 12	5 6 7 8	9 10 13 14	3 4 7 8	5 6 13 14	3 4 11 12	13 14 15 16	13 14 15 16	11 12 15 16	11 12 15 16	7 8 15 16	7 8 15 16
7/		8/		9/		10/		11/		12/	
1 3 2 4	1 3 2 4	1 3 5 7	1 3 5 7	1 3 9 11	1 3 9 11	5 7 6 8	9 11 10 12	2 4 6 8	9 11 13 15	2 4 10 12	5 7 13 15
9 11 10 12	5 7 6 8	9 11 13 15	2 4 6 8	5 7 13 15	2 4 10 12	13 15 14 16	13 15 14 16	10 12 14 16	10 12 14 16	6 8 14 16	6 8 14 16
13/		14/		15/		16/		17/		18/	
1 5 2 6	1 5 2 6	1 5 3 7	1 5 3 7	1 5 9 13	1 5 9 13	3 7 4 8	9 13 10 14	2 6 4 8	9 13 11 15	2 6 10 14	3 7 11 15
9 13 10 14	3 7 4 8	9 13 11 15	2 6 4 8	3 7 11 15	2 6 10 14	11 15 12 16	11 15 12 16	10 14 12 16	10 14 12 16	4 8 12 16	4 8 12 16
19/		20/		21/		22/		23/		24/	
1 9 2 10	1 9 2 10	1 9 3 11	1 9 3 11	1 9 5 13	1 9 5 13	3 11 4 12	5 13 6 14	2 10 4 12	5 13 7 15	2 10 6 14	3 11 7 15
5 13 6 14	3 11 4 12	5 13 7 15	2 10 4 12	3 11 7 15	2 10 6 14	7 15 8 16	7 15 8 16	6 14 8 16	6 14 8 16	4 12 8 16	4 12 8 16
. . . . .											

汎対角線四方陣, 完全四方陣, 正方連結完全四方陣の原初四方陣がいずれも同じなのは、わかる。この3タイプは、元々同値の関係にあり、いずれも同一の解集合を持つからだ。

\*\* 汎四方陣/完全四方陣/正方連結完全四方陣の解の例 : /P は対応する原初四方陣 \*\*

1/P 1/T1		2/P 2/T1		3/P 3/T2	
1 2 3 4	1 15 4 14	1 2 3 4	1 15 4 14	1 2 5 6	1 15 6 12
5 6 7 8	12 6 9 7	9 10 11 12	8 10 5 11	3 4 7 8	14 4 9 7
9 10 11 12	13 3 16 2	5 6 7 8	13 3 16 2	9 10 13 14	11 5 16 2
13 14 15 16	8 10 5 11	13 14 15 16	12 6 9 7	11 12 15 16	8 10 3 13
4/P 4/T2		5/P 5/T3		6/P 6/T3	
1 2 5 6	1 15 6 12	1 2 9 10	1 15 10 8	1 2 9 10	1 15 10 8
9 10 13 14	8 10 3 13	3 4 11 12	14 4 5 11	5 6 13 14	12 6 3 13
3 4 7 8	11 5 16 2	5 6 13 14	7 9 16 2	3 4 11 12	7 9 16 2
11 12 15 16	14 4 9 7	7 8 15 16	12 6 3 13	7 8 15 16	14 4 5 11

\*\* 補数対称型四方陣の解の例： /P は対応する原初四方陣 \*\*

1/P	1/T1	2/P	2/T1	3/P	3/T2
1 2 3 4	1 15 14 4	1 2 3 4	1 15 14 4	1 2 5 6	1 15 12 6
5 6 7 8	12 6 7 9	9 10 11 12	8 10 11 5	3 4 7 8	14 4 7 9
9 10 11 12	8 10 11 5	5 6 7 8	12 6 7 9	9 10 13 14	8 10 13 3
13 14 15 16	13 3 2 16	13 14 15 16	13 3 2 16	11 12 15 16	11 5 2 16
4/P	4/T2	5/P	5/T3	6/P	6/T3
1 2 5 6	1 15 12 6	1 2 9 10	1 15 8 10	1 2 9 10	1 15 8 10
9 10 13 14	8 10 13 3	3 4 11 12	14 4 11 5	5 6 13 14	12 6 13 3
3 4 7 8	14 4 7 9	5 6 13 14	12 6 13 3	3 4 11 12	14 4 11 5
11 12 15 16	11 5 2 16	7 8 15 16	7 9 2 16	7 8 15 16	7 9 2 16

しかし、補数対称四方陣の原初方陣までが汎四方陣のと同じというのは、実に不思議だ。いかに解の総数が同じで、解の内容が良く似ているとはいえ、元々の解集合が違うからだ。ただし、このことは標準解 48 個のレベルで比較しては、わからない。あくまで原始解 384 個のレベルで比較しなければならない。そうすれば、原始解 384 個全数において、補数対称型と汎対角線型とが同じ原初方陣を持つことがわかる。これは、次の定義を見てもわかる。

\*\* 対称型および完全型で原初四方陣を定義する： ひな形と基本型 \*\*

/対称四方陣のひな形      /原初四方陣第 1 基本型      /完全四方陣のひな形

1   15   14   4	1   2   3   4	1   15   4   14
12   6   7   9	5   6   7   8	12   6   9   7
8   10   11   5	9   10   11   12	13   3   16   2
13   3   2   16	13   14   15   16	8   10   5   11

\*\* 対称四方陣のひな形から原初方陣を作る \*\*

$$\begin{array}{l}
 n1+n15+n14+n4=C \dots r1; \quad | \quad n1+n12+n8+n13=C \dots c1; \\
 n12+n6+n7+n9=C \dots r2; \quad | \quad n15+n6+n10+n3=C \dots c2; \\
 n8+n10+n11+n5=C \dots r3; \quad | \quad n14+n7+n11+n2=C \dots c3; \\
 n13+n3+n2+n16=C \dots r4; \quad | \quad n4+n9+n5+n16=C \dots c4;
 \end{array}$$

\*\* 完全四方陣のひな形から原初方陣を作る \*\*

$$\begin{array}{l}
 n1+n15+n4+n14=C \dots rw1; \quad | \quad n1+n12+n13+n8=C \dots c11; \\
 n12+n6+n9+n7=C \dots rw2; \quad | \quad n15+n6+n3+n10=C \dots c12; \\
 n13+n3+n16+n2=C \dots rw3; \quad | \quad n4+n9+n16+n5=C \dots c13; \\
 n8+n10+n5+n11=C \dots rw4; \quad | \quad n14+n7+n2+n11=C \dots c14;
 \end{array}$$

\*\* 対称型補数の定義 \*\*

$$\begin{array}{l}
 n1+n16=n15+n2=n14+n3=n4+n13 \\
 =n12+n5=n6+n11=n7+n10=n9+n8=CC \dots scc
 \end{array}$$

\*\* 完全型補数の定義 \*\*

$$\begin{array}{l}
 n1+n16=n15+n2=n4+n13=n14+n3 \\
 =n12+n5=n6+n11=n9+n8=n7+n10=CC \dots cc
 \end{array}$$

ひな形から「逆関数」を解く要領で原初四方陣を作る際には、上のような連立方程式群を用意する。この 2 組をそれぞれ解けば、原初四方陣を構成することができる。

上の定義式を良く比較してみてください。左右 2 組の内容が全く同じになっている。

これならば、同じ原初四方陣が出来ても、何の不思議も無い。

だが、それでも不思議だ。何故にこういう構造になっているのか。何を意味するのか。

## # 2. 原初四方陣 384 個の作り方

原初四方陣の具体的な構成法についても、既に何度か説明した。

- (1) 一番古い説明は、英国の研究者オーレンショウ&ブラーエ両氏の提唱に準拠した方法。各行列でクロスサム等和外項の和と外項の和を等しくする条件で構成する。
- (2) 「ひな形」を用いて、「逆関数」を解く要領で構成する新方法。前節で力説した。
- (3) 四次元超立体二方陣の基本図を二進数発生プログラムで描かせ、全展開図 384 個を得る方法。それを原初四方陣に読み替える。第 4 部第 7 章で力説している。
- (4) 変換法によって、基本図 3 個から全 384 個の原初方陣を得る構成法。最初の 2 つは、多数の連立方程式を解かなければならない。(3) は、かなり難解だ。

今回は (4) の変換法による構成法を紹介したいと思う。それによって原初四方陣の内部構造が良く見えるようになると思うからだ。

1. 先ず基本的な原図となる3つの原初四方陣を用意する。

上のオーレンショウ&ブラーエ両氏が「プリンシパル四方陣」と呼んだのと同じものだ。

下図の [1]~[6] を見て欲しい。どれも左上に行くほど小さい数が集まっている。右下に行くほど大きい数が集まっている。珍しい形だ。[4]~[6] は、[1]~[3] の「反転形」になっているので、基本図としては、最初の3つ [1]~[3] を用意すればよい。

**\*\* プリンシパル四方陣6個のリスト \*\***

[1]	1/ [2]	5/ [3]	9/ [4]	13/ [5]	17/ [6]	21/
1   2   3   4	1   2   5   6	1   2   9   10	1   3   5   7	1   3   9   11	1   5   9   13	
5   6   7   8	3   4   7   8	3   4   11   12	2   4   6   8	2   4   10   12	2   6   10   14	
9   10   11   12	9   10   13   14	5   6   13   14	9   11   13   15	5   7   13   15	3   7   11   15	
13   14   15   16	11   12   15   16	7   8   15   16	10   12   14   16	6   8   14   16	4   8   12   16	

先ずこの [1]~[3] から [4]~[6] を「反転」による変換法で合成する。全部で6個の「プリンシパル四方陣」が出来る。この6個が、原始解 384個を構成する土台になる。

2. 次にその6個の各々について、下のような3種類の変換を施す。

下表では、プリンシパル四方陣を縦の左端に置いてある。右側に変換結果を置いた。縦と横の各方向で内側の2行/2列をそれぞれ交換する。右端は、両方向に交換した結果だ。

**\*\* 変換法による原初四方陣の構成-1 \*\***

1/	2/	3/	4/
1   2   3   4	1   2   3   4	1   3   2   4	1   3   2   4
5   6   7   8	9   10   11   12	5   7   6   8	9   11   10   12
9   10   11   12	5   6   7   8	9   11   10   12	5   7   6   8
13   14   15   16	13   14   15   16	13   15   14   16	13   15   14   16
5/	6/	7/	8/
1   2   5   6	1   2   5   6	1   5   2   6	1   5   2   6
3   4   7   8	9   10   13   14	3   7   4   8	9   13   10   14
9   10   13   14	3   4   7   8	9   13   10   14	3   7   4   8
11   12   15   16	11   12   15   16	11   15   12   16	11   15   12   16
9/	10/	11/	12/
1   2   9   10	1   2   9   10	1   9   2   10	1   9   2   10
3   4   11   12	5   6   13   14	3   11   4   12	5   13   6   14
5   6   13   14	3   4   11   12	5   13   6   14	3   11   4   12
7   8   15   16	7   8   15   16	7   15   8   16	7   15   8   16
13/	14/	15/	16/
1   3   5   7	1   3   5   7	1   5   3   7	1   5   3   7
2   4   6   8	9   11   13   15	2   6   4   8	9   13   11   15
9   11   13   15	2   4   6   8	9   13   11   15	2   6   4   8
10   12   14   16	10   12   14   16	10   14   12   16	10   14   12   16

<b>17/</b>	<b>18/</b>	<b>19/</b>	<b>20/</b>
1  3  9  11 2  4  10  12 5  7  13  15 6  8  14  16	1  3  9  11 5  7  13  15 2  4  10  12 6  8  14  16	1  9  3  11 2  10  4  12 5  13  7  15 6  14  8  16	1  9  3  11 5  13  7  15 2  10  4  12 6  14  8  16
<b>21/</b>	<b>22/</b>	<b>23/</b>	<b>24/</b>
1  5  9  13 2  6  10  14 3  7  11  15 4  8  12  16	1  5  9  13 3  7  11  15 2  6  10  14 4  8  12  16	1  9  5  13 2  10  6  14 3  11  7  15 4  12  8  16	1  9  5  13 3  11  7  15 2  10  6  14 4  12  8  16

これで、無変換のものも含めて  $6 \times 4 = 24$  個の原初四方陣が出来た。これらの 24個は、 $n=1$  の時の「原始解」をなしている（反転形を含むという意味）。

3. 出来た 24個の各々について、次のリストのような  $4 \times 4 = 16$  個の変換を施す。

一々詳しい説明はしないが、それぞれが行ごと、或いは列ごとの交換であること。縦と横の方向の違いだけで、内容的には無変換も含めて 4 種類の変換が行われていることに気づ→

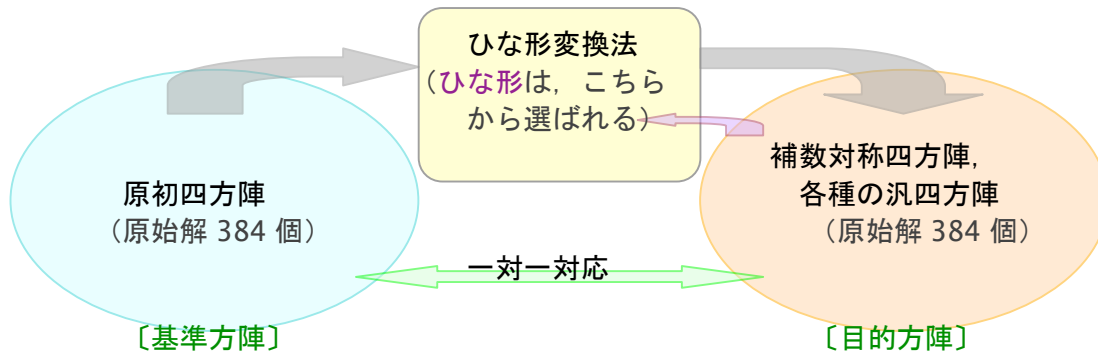
**\*\* 変換法による原初四方陣の構成-2 \*\***

<b>1/</b>	<b>2/</b>	<b>3/</b>	<b>4/</b>
1  2  3  4 5  6  7  8 9  10  11  12 13  14  15  16	2  1  4  3 6  5  8  7 10  9  12  11 14  13  16  15	3  4  1  2 7  8  5  6 11  12  9  10 15  16  13  14	4  3  2  1 8  7  6  5 12  11  10  9 16  15  14  13
<b>5/</b>	<b>6/</b>	<b>7/</b>	<b>8/</b>
5  6  7  8 1  2  3  4 13  14  15  16 9  10  11  12	6  5  8  7 2  1  4  3 14  13  16  15 10  9  12  11	7  8  5  6 3  4  1  2 15  16  13  14 11  12  9  10	8  7  6  5 4  3  2  1 16  15  14  13 12  11  10  9
<b>9/</b>	<b>10/</b>	<b>11/</b>	<b>12/</b>
9  10  11  12 13  14  15  16 1  2  3  4 5  6  7  8	10  9  12  11 14  13  16  15 2  1  4  3 6  5  8  7	11  12  9  10 15  16  13  14 3  4  1  2 7  8  5  6	12  11  10  9 16  15  14  13 4  3  2  1 8  7  6  5
<b>13/</b>	<b>14/</b>	<b>15/</b>	<b>16/</b>
13  14  15  16 9  10  11  12 5  6  7  8 1  2  3  4	14  13  16  15 10  9  12  11 6  5  8  7 2  1  4  3	15  16  13  14 11  12  9  10 7  8  5  6 3  4  1  2	16  15  14  13 12  11  10  9 8  7  6  5 4  3  2  1

→いて欲しい。この変換によって、 $n1=\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 13, 14, 15, 16\}$  というふうに全ての値を取らせることが可能になる。

かくして、ついに  $24 \times 16 = 384$  個の原初四方陣の原始解全数個を得ることができる。

### # 3. ひな形変換法



次は「ひな形変換法」だ。既に何度も説明した。特にわかり難いところはないと思う。

「ひな形」は、目的方陣たる対称型あるいは汎対角線型の解集合の中から選ばれる。

そして「ひな形変換法」を定義して、次のように記述する（下図の `damt()` がそれ）。

このひながた変換法を、原初四方陣の各個に施して、目的方陣の解全数個を得る。

#### /\*\* ひな形変換法 \*\*

原初方陣/ [基準方陣]	/ひな形:対称型	汎対角線型/ [目的方陣]
1   2   3   4	1   15   14   4	1   15   4   14
5   6   7   8	12   6   7   9	12   6   9   7
9   10   11   12	8   10   11   5	13   3   16   2
13   14   15   16	13   3   2   16	8   10   5   11

\*/

#### /\*\* 原初四方陣から補数対称型四方陣を作り出す「ひな形変換法」のプログラム \*\*

```
void damt(){
    dnm[1]=nm[1];    dnm[2]=nm[15];    dnm[3]=nm[14];    dnm[4]=nm[4];
    dnm[5]=nm[12];   dnm[6]=nm[6];     dnm[7]=nm[7];     dnm[8]=nm[9];
    dnm[9]=nm[8];    dnm[10]=nm[10];   dnm[11]=nm[11];   dnm[12]=nm[5];
    dnm[13]=nm[13];  dnm[14]=nm[3];    dnm[15]=nm[2];    dnm[16]=nm[16];
}
*/
```

### # 4. ひな形の選定

選ぶひな形は1つで良い。記述するひな形変換法も一通りで良い。その変換法を 384 回繰り返して使用する。それで目的方陣の全数個を構成することができる。

下のリストが、その結果の実例だ。第1解が、ひな形をそのまま示している。

たった一通りのひな形変換法によって、原初四方陣 384 個から対称四方陣の解 384 個が見事に再構成される。構成解にどんな重複も欠落も無い。

なお、リストの解番号に付された /T1~T3 は、解のタイプを示す (# 5 の 2 を参照)。

#### \*\* リスト 1 : 原初四方陣とひな形変換法によって構成した補数対称四方陣の解 (部分) \*\*

1/P		1/T1		2/P		2/T1		3/P		3/T2	
1	2	3	4	1	15	14	4	1	2	5	6
5	6	7	8	12	6	7	9	3	4	7	8
9	10	11	12	8	10	11	5	9	10	13	14
13	14	15	16	13	3	2	16	11	12	15	16

4/P 4/T2	5/P 5/T3	6/P 6/T3
1 2 5 6 1 15 12 6	1 2 9 10 1 15 8 10	1 2 9 10 1 15 8 10
9 10 13 14 8 10 13 3	3 4 11 12 14 4 11 5	5 6 13 14 12 6 13 3
3 4 7 8 14 4 7 9	5 6 13 14 12 6 13 3	3 4 11 12 14 4 11 5
11 12 15 16 11 5 2 16	7 8 15 16 7 9 2 16	7 8 15 16 7 9 2 16
7/P 7/T1	8/P 8/T1	9/P 9/T3
1 3 2 4 1 14 15 4	1 3 2 4 1 14 15 4	1 3 5 7 1 14 12 7
5 7 6 8 12 7 6 9	9 11 10 12 8 11 10 5	2 4 6 8 15 4 6 9
9 11 10 12 8 11 10 5	5 7 6 8 12 7 6 9	9 11 13 15 8 11 13 2
13 15 14 16 13 2 3 16	13 15 14 16 13 2 3 16	10 12 14 16 10 5 3 16
10/P 10/T3	11/P 11/T2	12/P 12/T2
1 3 5 7 1 14 12 7	1 3 9 11 1 14 8 11	1 3 9 11 1 14 8 11
9 11 13 15 8 11 13 2	2 4 10 12 15 4 10 5	5 7 13 15 12 7 13 2
2 4 6 8 15 4 6 9	5 7 13 15 12 7 13 2	2 4 10 12 15 4 10 5
10 12 14 16 10 5 3 16	6 8 14 16 6 9 3 16	6 8 14 16 6 9 3 16
13/P 13/T2	14/P 14/T2	15/P 15/T3
1 5 2 6 1 12 15 6	1 5 2 6 1 12 15 6	1 5 3 7 1 12 14 7
3 7 4 8 14 7 4 9	9 13 10 14 8 13 10 3	2 6 4 8 15 6 4 9
9 13 10 14 8 13 10 3	3 7 4 8 14 7 4 9	9 13 11 15 8 13 11 2
11 15 12 16 11 2 5 16	11 15 12 16 11 2 5 16	10 14 12 16 10 3 5 16
16/P 16/T3	17/P 17/T1	18/P 18/T1
1 5 3 7 1 12 14 7	1 5 9 13 1 12 8 13	1 5 9 13 1 12 8 13
9 13 11 15 8 13 11 2	2 6 10 14 15 6 10 3	3 7 11 15 14 7 11 2
2 6 4 8 15 6 4 9	3 7 11 15 14 7 11 2	2 6 10 14 15 6 10 3
10 14 12 16 10 3 5 16	4 8 12 16 4 9 5 16	4 8 12 16 4 9 5 16
19/P 19/T3	20/P 20/T3	21/P 21/T2
1 9 2 10 1 8 15 10	1 9 2 10 1 8 15 10	1 9 3 11 1 8 14 11
3 11 4 12 14 11 4 5	5 13 6 14 12 13 6 3	2 10 4 12 15 10 4 5
5 13 6 14 12 13 6 3	3 11 4 12 14 11 4 5	5 13 7 15 12 13 7 2
7 15 8 16 7 2 9 16	7 15 8 16 7 2 9 16	6 14 8 16 6 3 9 16
22/P 22/T2	23/P 23/T1	24/P 24/T1
1 9 3 11 1 8 14 11	1 9 5 13 1 8 12 13	1 9 5 13 1 8 12 13
5 13 7 15 12 13 7 2	2 10 6 14 15 10 6 3	3 11 7 15 14 11 7 2
2 10 4 12 15 10 4 5	3 11 7 15 14 11 7 2	2 10 6 14 15 10 6 3
6 14 8 16 6 3 9 16	4 12 8 16 4 5 9 16	4 12 8 16 4 5 9 16
25/P 25/T1	26/P 26/T1	27/P 27/T2
2 1 4 3 2 16 13 3	2 1 4 3 2 16 13 3	2 1 6 5 2 16 11 5
6 5 8 7 11 5 8 10	10 9 12 11 7 9 12 6	4 3 8 7 13 3 8 10
10 9 12 11 7 9 12 6	6 5 8 7 11 5 8 10	10 9 14 13 7 9 14 4
14 13 16 15 14 4 1 15	14 13 16 15 14 4 1 15	12 11 16 15 12 6 1 15
28/P 28/T2	29/P 29/T3	30/P 30/T3
2 1 6 5 2 16 11 5	2 1 10 9 2 16 7 9	2 1 10 9 2 16 7 9
10 9 14 13 7 9 14 4	4 3 12 11 13 3 12 6	6 5 14 13 11 5 14 4
4 3 8 7 13 3 8 10	6 5 14 13 11 5 14 4	4 3 12 11 13 3 12 6
12 11 16 15 12 6 1 15	8 7 16 15 8 10 1 15	8 7 16 15 8 10 1 15
379/P 379/T3	380/P 380/T3	381/P 381/T2
16 15 8 7 16 2 9 7	16 15 8 7 16 2 9 7	16 15 12 11 16 2 5 11
12 11 4 3 5 11 4 14	14 13 6 5 3 13 6 12	8 7 4 3 9 7 4 14
14 13 6 5 3 13 6 12	12 11 4 3 5 11 4 14	14 13 10 9 3 13 10 8
10 9 2 1 10 8 15 1	10 9 2 1 10 8 15 1	6 5 2 1 6 12 15 1
382/P 382/T2	383/P 383/T1	384/P 384/T1
16 15 12 11 16 2 5 11	16 15 14 13 16 2 3 13	16 15 14 13 16 2 3 13
14 13 10 9 3 13 10 8	8 7 6 5 9 7 6 12	12 11 10 9 5 11 10 8
8 7 4 3 9 7 4 14	12 11 10 9 5 11 10 8	8 7 6 5 9 7 6 12
6 5 2 1 6 12 15 1	4 3 2 1 4 14 15 1	4 3 2 1 4 14 15 1

[Count = 384]















[ 5]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 8 10	1 2 5 6	1 15 14 4	1 2 9 10	1 15 12 6
14 4 11 5	9 10 13 14	12 6 7 9	3 4 11 12	8 10 13 3
12 6 13 3	3 4 7 8	8 10 11 5	5 6 13 14	14 4 7 9
7 9 2 16	11 12 15 16	13 3 2 16	7 8 15 16	11 5 2 16
[ 6]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 8 10	1 2 3 4	1 15 8 10	1 2 3 4	1 15 8 10
12 6 13 3	5 6 7 8	12 6 13 3	5 6 7 8	12 6 13 3
14 4 11 5	9 10 11 12	14 4 11 5	9 10 11 12	14 4 11 5
7 9 2 16	13 14 15 16	7 9 2 16	13 14 15 16	7 9 2 16
[ 7]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 15 4	1 2 3 4	1 14 15 4	1 2 3 4	1 14 15 4
12 7 6 9	5 6 7 8	12 7 6 9	5 6 7 8	12 7 6 9
8 11 10 5	9 10 11 12	8 11 10 5	9 10 11 12	8 11 10 5
13 2 3 16	13 14 15 16	13 2 3 16	13 14 15 16	13 2 3 16
[ 8]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 15 4	1 2 3 4	1 14 15 4	1 2 3 4	1 14 15 4
8 11 10 5	5 6 7 8	8 11 10 5	5 6 7 8	8 11 10 5
12 7 6 9	9 10 11 12	12 7 6 9	9 10 11 12	12 7 6 9
13 2 3 16	13 14 15 16	13 2 3 16	13 14 15 16	13 2 3 16
[ 9]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 12 7	1 5 2 6	1 15 14 4	1 3 5 7	1 12 15 6
15 4 6 9	3 7 4 8	12 6 7 9	2 4 6 8	14 7 4 9
8 11 13 2	9 13 10 14	8 10 11 5	9 11 13 15	8 13 10 3
10 5 3 16	11 15 12 16	13 3 2 16	10 12 14 16	11 2 5 16
[10]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 12 7	1 5 9 13	1 8 15 10	1 2 3 4	1 14 12 7
8 11 13 2	2 6 10 14	14 11 4 5	5 6 7 8	8 11 13 2
15 4 6 9	3 7 11 15	12 13 6 3	9 10 11 12	15 4 6 9
10 5 3 16	4 8 12 16	7 2 9 16	13 14 15 16	10 5 3 16
[11]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 8 11	1 9 5 13	1 12 15 6	1 2 3 4	1 14 8 11
15 4 10 5	3 11 7 15	8 13 10 3	5 6 7 8	15 4 10 5
12 7 13 2	2 10 6 14	14 7 4 9	9 10 11 12	12 7 13 2
6 9 3 16	4 12 8 16	11 2 5 16	13 14 15 16	6 9 3 16
[12]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 8 11	1 9 2 10	1 15 14 4	1 3 9 11	1 8 15 10
12 7 13 2	5 13 6 14	12 6 7 9	5 7 13 15	12 13 6 3
15 4 10 5	3 11 4 12	8 10 11 5	2 4 10 12	14 11 4 5
6 9 3 16	7 15 8 16	13 3 2 16	6 8 14 16	7 2 9 16
[15]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 14 7	1 2 3 4	1 12 14 7	1 2 3 4	1 12 14 7
15 6 4 9	5 6 7 8	15 6 4 9	5 6 7 8	15 6 4 9
8 13 11 2	9 10 11 12	8 13 11 2	9 10 11 12	8 13 11 2
10 3 5 16	13 14 15 16	10 3 5 16	13 14 15 16	10 3 5 16
[17]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 8 13	1 2 3 4	1 12 8 13	1 2 3 4	1 12 8 13
15 6 10 3	5 6 7 8	15 6 10 3	5 6 7 8	15 6 10 3
14 7 11 2	9 10 11 12	14 7 11 2	9 10 11 12	14 7 11 2
4 9 5 16	13 14 15 16	4 9 5 16	13 14 15 16	4 9 5 16
[22]/0	/1	/2	/3	/4
1 8 14 11	1 2 3 4	1 8 14 11	1 2 3 4	1 8 14 11
12 13 7 2	5 6 7 8	12 13 7 2	5 6 7 8	12 13 7 2
15 10 4 5	9 10 11 12	15 10 4 5	9 10 11 12	15 10 4 5
6 3 9 16	13 14 15 16	6 3 9 16	13 14 15 16	6 3 9 16
[24]/0	/1	/2	/3	/4
1 8 12 13	1 2 3 4	1 8 12 13	1 2 3 4	1 8 12 13
14 11 7 2	5 6 7 8	14 11 7 2	5 6 7 8	14 11 7 2
15 10 6 3	9 10 11 12	15 10 6 3	9 10 11 12	15 10 6 3
4 5 9 16	13 14 15 16	4 5 9 16	13 14 15 16	4 5 9 16

変換結果が原初方陣第1解と自分自身との間を循環するひな形を、還元力が強くて最良としたのである。上のようにそれが24候補中10個もあった。これが、汎四方陣となると、

\*\* ひな形変換法を汎型のひな形自身に施し、その結果に対しても同じ変換法を繰り返すと \*\*

[ 1]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 4 14	1 5 14 10	1 12 10 3	1 2 3 4	1 15 4 14
12 6 9 7	2 6 13 9	15 6 8 13	5 6 7 8	12 6 9 7
13 3 16 2	8 4 11 15	7 14 16 5	9 10 11 12	13 3 16 2
8 10 5 11	7 3 12 16	9 4 2 11	13 14 15 16	8 10 5 11
[ 2]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 4 14	1 9 14 6	1 13 6 10	1 12 10 3	1 2 3 4
8 10 5 11	11 3 8 16	16 4 11 7	7 14 16 5	5 6 7 8
13 3 16 2	12 4 7 15	2 14 5 9	15 6 8 13	9 10 11 12
12 6 9 7	2 10 13 5	15 3 12 8	9 4 2 11	13 14 15 16
[ 3]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 6 12	1 3 4 2	1 6 12 15	1 4 2 3	1 12 15 6
14 4 9 7	10 12 11 9	5 2 16 11	14 15 13 16	10 3 8 13
11 5 16 2	16 14 13 15	13 10 8 3	8 5 7 6	7 14 9 4
8 10 3 13	7 5 6 8	9 14 4 7	11 10 12 9	16 5 2 11
[ 4]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 6 12	1 9 10 2	1 11 5 15	1 16 8 9	1 7 13 11
8 10 3 13	13 5 6 14	14 8 10 4	4 13 5 12	12 14 8 2
11 5 16 2	16 8 7 15	7 13 3 9	3 14 6 11	6 4 10 16
14 4 9 7	4 12 11 3	12 2 16 6	2 15 7 10	15 9 3 5
[ 5]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 10 8	1 3 9 11	1 10 7 16	1 9 5 13	1 7 14 12
14 4 5 11	6 8 14 16	4 11 6 13	8 16 4 12	11 13 8 2
7 9 16 2	5 7 13 15	14 5 12 3	6 14 2 10	4 6 15 9
12 6 3 13	2 4 10 12	15 8 9 2	3 11 7 15	10 16 5 3
[ 6]/0	/1	/2	/3	/4
1 15 10 8	1 5 9 13	1 12 7 14	1 2 3 4	1 15 10 8
12 6 3 13	2 6 10 14	15 6 9 4	5 6 7 8	12 6 3 13
7 9 16 2	3 7 11 15	10 3 16 5	9 10 11 12	7 9 16 2
14 4 5 11	4 8 12 16	8 13 2 11	13 14 15 16	14 4 5 11
[ 7]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 4 15	1 11 15 5	1 16 5 12	1 10 12 3	1 2 3 4
12 7 9 6	3 9 13 7	4 13 8 9	15 8 6 13	5 6 7 8
13 2 16 3	8 14 10 4	6 11 2 15	7 16 14 5	9 10 11 12
8 11 5 10	6 16 12 2	7 10 3 14	9 2 4 11	13 14 15 16
[ 8]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 4 15	1 7 15 9	1 5 9 13	1 8 13 12	1 10 12 3
8 11 5 10	10 16 8 2	2 6 10 14	14 11 2 7	7 16 14 5
13 2 16 3	12 14 6 4	3 7 11 15	4 5 16 9	15 8 6 13
12 7 9 6	3 5 13 11	4 8 12 16	15 10 3 6	9 2 4 11
[ 9]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 7 12	1 11 9 3	1 16 10 7	1 13 5 9	1 8 15 10
15 4 9 6	2 12 10 4	14 3 5 12	11 7 15 3	16 9 2 7
10 5 16 3	5 15 13 7	15 2 8 9	2 14 6 10	14 11 4 5
8 11 2 13	6 16 14 8	4 13 11 6	12 8 16 4	3 6 13 12
[10]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 7 12	1 4 2 3	1 12 14 7	1 3 4 2	1 7 12 14
8 11 2 13	13 16 14 15	15 6 4 9	9 11 12 10	10 16 3 5
10 5 16 3	5 8 6 7	8 13 11 2	13 15 16 14	15 9 6 4
15 4 9 6	9 12 10 11	10 3 5 16	5 7 8 6	8 2 13 11
[11]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 11 8	1 7 16 10	1 5 13 9	1 15 12 6	1 2 3 4
15 4 5 10	2 8 15 9	14 10 2 6	7 9 14 4	5 6 7 8
6 9 16 3	4 6 13 11	8 4 12 16	10 8 3 13	9 10 11 12
12 7 2 13	3 5 14 12	11 15 7 3	16 2 5 11	13 14 15 16
[12]/0	/1	/2	/3	/4
1 14 11 8	1 4 16 13	1 8 10 15	1 13 9 5	1 15 6 12
12 7 2 13	3 2 14 15	11 14 4 5	16 4 8 12	10 8 13 3
6 9 16 3	7 6 10 11	2 7 9 16	14 2 6 10	4 14 7 9
15 4 5 10	5 8 12 9	12 13 3 6	3 15 11 7	11 5 16 2

[13]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 6 15	1 5 7 3	1 14 9 6	1 13 11 7	1 8 16 9
14 7 9 4	13 9 11 15	8 11 16 3	4 16 10 6	15 10 2 7
11 2 16 5	16 12 10 14	10 5 2 13	2 14 12 8	12 13 5 4
8 13 3 10	4 8 6 2	15 4 7 12	3 15 9 5	6 3 11 14
[14]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 6 15	1 5 13 9	1 8 14 11	1 10 7 16	1 2 3 4
8 13 3 10	10 14 6 2	2 7 13 12	12 3 14 5	5 6 7 8
11 2 16 5	16 12 4 8	4 5 15 10	15 8 9 2	9 10 11 12
14 7 9 4	7 3 11 15	3 6 16 9	6 13 4 11	13 14 15 16
[15]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 7 14	1 5 9 13	1 15 10 8	1 2 3 4	1 12 7 14
15 6 9 4	2 6 10 14	12 6 3 13	5 6 7 8	15 6 9 4
10 3 16 5	3 7 11 15	7 9 16 2	9 10 11 12	10 3 16 5
8 13 2 11	4 8 12 16	14 4 5 11	13 14 15 16	8 13 2 11
[16]/0	/1	/2	/3	/4
1 12 7 14	1 5 2 6	1 8 12 13	1 11 5 15	1 16 8 9
8 13 2 11	11 15 12 16	16 9 5 4	4 10 8 14	14 3 11 6
10 3 16 5	3 7 4 8	7 2 14 11	2 12 6 16	12 5 13 4
15 6 9 4	9 13 10 14	10 15 3 6	3 9 7 13	7 10 2 15
.....				

一回で基本形に戻るものは皆無で、わずかに「反転形」に戻るものが2個あるのみ。最善ではないが、「次善」のひな形として、6番解と15番解を推薦するのであった。こういう検査を何のためにする必要があったのだろうか。その理由は不明である。目的方陣の再構成という一点に関して言うならば、推薦に何の意味も無い。

2. プリンシパル四方陣3個と「大基本解」3個との相性テストとは、次のようなものだ。最終的には、次のような組み合わせにしたい。果たしてどのようなひな形を選べば、こういう組み合わせが実現するのか。それをテストするのである。

**\* 原初四方陣と対称&汎四方陣の三大基本形 \***

1/プリンシパル	/対称型	/汎対角線型
1 2 3 4	1 15 14 4	1 15 4 14
5 6 7 8	12 6 7 9	12 6 9 7
9 10 11 12	8 10 11 5	13 3 16 2
13 14 15 16	13 3 2 16	8 10 5 11
2/プリンシパル	/対称型	/汎対角線型
1 2 5 6	1 15 12 6	1 15 6 12
3 4 7 8	14 4 7 9	14 4 9 7
9 10 13 14	8 10 13 3	11 5 16 2
11 12 15 16	11 5 2 16	8 10 3 13
3/プリンシパル	/対称型	/汎対角線型
1 2 9 10	1 15 8 10	1 15 10 8
3 4 11 12	14 4 11 5	14 4 5 11
5 6 13 14	12 6 13 3	7 9 16 2
7 8 15 16	7 9 2 16	12 6 3 13

前節のテストでは、この一通りしかなかった。故に最良のひな形が一つに決まった。今回は、もう少し違った考え方をして、新しいテストを実行してみよう。

補数対称型および汎対角線型の四方陣の大基本解3個の特徴の一つは、「解の三タイプ」を代表するものだということだ。

解の三タイプとは、数値1を含む行と列に注目してその内容が同じものを一つのタイプとしてくくった場合に、全数個の解が3つのタイプに分類されるところから来ている。

四方陣ならば、対称型でも汎型でも必ずそうなる。

次のリストを例に掲げる。

\*\* 汎対角線四方陣の原始解のリスト(部分): /Cn は解の三タイプを示す \*\*

1/C1	2/C1	3/C2	4/C2	5/C3	6/C3
1 15 4 14	1 15 4 14	1 15 6 12	1 15 6 12	1 15 10 8	1 15 10 8
12 6 9 7	8 10 5 11	14 4 9 7	8 10 3 13	14 4 5 11	12 6 3 13
13 3 16 2	13 3 16 2	11 5 16 2	11 5 16 2	7 9 16 2	7 9 16 2
8 10 5 11	12 6 9 7	8 10 3 13	14 4 9 7	12 6 3 13	14 4 5 11
7/C1	8/C1	9/C3	10/C3	11/C2	12/C2
1 14 4 15	1 14 4 15	1 14 7 12	1 14 7 12	1 14 11 8	1 14 11 8
12 7 9 6	8 11 5 10	15 4 9 6	8 11 2 13	15 4 5 10	12 7 2 13
13 2 16 3	13 2 16 3	10 5 16 3	10 5 16 3	6 9 16 3	6 9 16 3
8 11 5 10	12 7 9 6	8 11 2 13	15 4 9 6	12 7 2 13	15 4 5 10
13/C2	14/C2	15/C3	16/C3	17/C1	18/C1
1 12 6 15	1 12 6 15	1 12 7 14	1 12 7 14	1 12 13 8	1 12 13 8
14 7 9 4	8 13 3 10	15 6 9 4	8 13 2 11	15 6 3 10	14 7 2 11
11 2 16 5	11 2 16 5	10 3 16 5	10 3 16 5	4 9 16 5	4 9 16 5
8 13 3 10	14 7 9 4	8 13 2 11	15 6 9 4	14 7 2 11	15 6 3 10
19/C3	20/C3	21/C2	22/C2	23/C1	24/C1
1 8 10 15	1 8 10 15	1 8 11 14	1 8 11 14	1 8 13 12	1 8 13 12
14 11 5 4	12 13 3 6	15 10 5 4	12 13 2 7	15 10 3 6	14 11 2 7
7 2 16 9	7 2 16 9	6 3 16 9	6 3 16 9	4 5 16 9	4 5 16 9
12 13 3 6	14 11 5 4	12 13 2 7	15 10 5 4	14 11 2 7	15 10 3 6
25/C1	26/C1	27/C2	28/C2	29/C3	30/C3
2 16 3 13	2 16 3 13	2 16 5 11	2 16 5 11	2 16 9 7	2 16 9 7
11 5 10 8	7 9 6 12	13 3 10 8	7 9 4 14	13 3 6 12	11 5 4 14
14 4 15 1	14 4 15 1	12 6 15 1	12 6 15 1	8 10 15 1	8 10 15 1
7 9 6 12	11 5 10 8	7 9 4 14	13 3 10 8	11 5 4 14	13 3 6 12
...					
43/C3	44/C3	45/C2	46/C2	47/C1	48/C1
2 7 9 16	2 7 9 16	2 7 12 13	2 7 12 13	2 7 14 11	2 7 14 11
13 12 6 3	11 14 4 5	16 9 6 3	11 14 1 8	16 9 4 5	13 12 1 8
8 1 15 10	8 1 15 10	5 4 15 10	5 4 15 10	3 6 15 10	3 6 15 10
11 14 4 5	13 12 6 3	11 14 1 8	16 9 6 3	13 12 1 8	16 9 4 5
...					

数値 1 を含む行列の中で数字の並び方は問わない, 行列が入れ替わっていても構わない。要するに 7 つの数字の組み合わせが同じものをくくると, その内容に応じて, すべての解を三つのタイプに分類することができる。

しかも, 各タイプの解は, 同数ずつ存在する (128+128+128=384)。従って, 大基本解 3 個は, 各々が是非その三タイプを代表するものであって欲しい。この極(ごく) 自然な要請に応えるのが, 基本解の概念の一つになっている。前節の不等式による選別は, それを実現するための一手段である。

今回は, この点に着目して新しいテストを実行する。一つのひな形を選んだ場合に, プリンシパル四方陣に対応する目的方陣の解が, 三タイプを代表するかどうかを専ら調べる。原始解レベルで探索し, プリンシパル方陣を 6 個にして調べよう。前節で仮定した不等式は, 今回は仮定しない。基本解を新たに選びなおす意気込みで進めたい。

\* プリンシパル四方陣 6 個のリスト \*

1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	6/P
1 2 3 4	1 2 5 6	1 2 9 10	1 3 5 7	1 3 9 11	1 5 9 13
5 6 7 8	3 4 7 8	3 4 11 12	2 4 6 8	2 4 10 12	2 6 10 14
9 10 11 12	9 10 13 14	5 6 13 14	9 11 13 15	5 7 13 15	3 7 11 15
13 14 15 16	11 12 15 16	7 8 15 16	10 12 14 16	6 8 14 16	4 8 12 16

\* ひな形-1 による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト: 合格 \*

1/S1	3/S2	5/S3	9/S3	11/S2	17/S1
1 15 14 4	1 15 12 6	1 15 8 10	1 14 12 7	1 14 8 11	1 12 8 13
12 6 7 9	14 4 7 9	14 4 11 5	15 4 6 9	15 4 10 5	15 6 10 3
8 10 11 5	8 10 13 3	12 6 13 3	8 11 13 2	12 7 13 2	14 7 11 2
13 3 2 16	11 5 2 16	7 9 2 16	10 5 3 16	6 9 3 16	4 9 5 16



1/C1	3/C2	5/C3	9/C3	11/C2	17/C1
1 15 4 14	1 15 6 12	1 15 10 8	1 14 7 12	1 14 11 8	1 12 13 8
12 6 9 7	14 4 9 7	14 4 5 11	15 4 9 6	15 4 5 10	15 6 3 10
13 3 16 2	11 5 16 2	7 9 16 2	10 5 16 3	6 9 16 3	4 9 16 5
8 10 5 11	8 10 3 13	12 6 3 13	8 11 2 13	12 7 2 13	14 7 2 11

\* ひな形-2による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト: 合格 \*

2/S1	4/S2	6/S3	10/S3	12/S2	18/S1
1 15 14 4	1 15 12 6	1 15 8 10	1 14 12 7	1 14 8 11	1 12 8 13
8 10 11 5	8 10 13 3	12 6 13 3	8 11 13 2	12 7 13 2	14 7 11 2
12 6 7 9	14 4 7 9	14 4 11 5	15 4 6 9	15 4 10 5	15 6 10 3
13 3 2 16	11 5 2 16	7 9 2 16	10 5 3 16	6 9 3 16	4 9 5 16

2/C1	4/C2	6/C3	10/C3	12/C2	18/C1
1 15 4 14	1 15 6 12	1 15 10 8	1 14 7 12	1 14 11 8	1 12 13 8
8 10 5 11	8 10 3 13	12 6 3 13	8 11 2 13	12 7 2 13	14 7 2 11
13 3 16 2	11 5 16 2	7 9 16 2	10 5 16 3	6 9 16 3	4 9 16 5
12 6 9 7	14 4 9 7	14 4 5 11	15 4 9 6	15 4 5 10	15 6 3 10

\* ひな形-3による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

3/S2	1/S1	2/S1	7/S1	8/S1	14/S2
1 15 12 6	1 15 14 4	1 15 14 4	1 14 15 4	1 14 15 4	1 12 15 6
14 4 7 9	12 6 7 9	8 10 11 5	12 7 6 9	8 11 10 5	8 13 10 3
8 10 13 3	8 10 11 5	12 6 7 9	8 11 10 5	12 7 6 9	14 7 4 9
11 5 2 16	13 3 2 16	13 3 2 16	13 2 3 16	13 2 3 16	11 2 5 16

3/C2	1/C1	2/C1	7/C1	8/C1	14/C2
1 15 6 12	1 15 4 14	1 15 4 14	1 14 4 15	1 14 4 15	1 12 6 15
14 4 9 7	12 6 9 7	8 10 5 11	12 7 9 6	8 11 5 10	8 13 3 10
11 5 16 2	13 3 16 2	13 3 16 2	13 2 16 3	13 2 16 3	11 2 16 5
8 10 3 13	8 10 5 11	12 6 9 7	8 11 5 10	12 7 9 6	14 7 9 4

\* ひな形-4による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

4/S2	2/S1	1/S1	8/S1	7/S1	13/S2
1 15 12 6	1 15 14 4	1 15 14 4	1 14 15 4	1 14 15 4	1 12 15 6
8 10 13 3	8 10 11 5	12 6 7 9	8 11 10 5	12 7 6 9	14 7 4 9
14 4 7 9	12 6 7 9	8 10 11 5	12 7 6 9	8 11 10 5	8 13 10 3
11 5 2 16	13 3 2 16	13 3 2 16	13 2 3 16	13 2 3 16	11 2 5 16

4/C2	2/C1	1/C1	8/C1	7/C1	13/C2
1 15 6 12	1 15 4 14	1 15 4 14	1 14 4 15	1 14 4 15	1 12 6 15
8 10 3 13	8 10 5 11	12 6 9 7	8 11 5 10	12 7 9 6	14 7 9 4
11 5 16 2	13 3 16 2	13 3 16 2	13 2 16 3	13 2 16 3	11 2 16 5
14 4 9 7	12 6 9 7	8 10 5 11	12 7 9 6	8 11 5 10	8 13 3 10

\* ひな形-5による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

5/S3	6/S3	4/S2	12/S2	10/S3	16/S3
1 15 8 10	1 15 8 10	1 15 12 6	1 14 8 11	1 14 12 7	1 12 14 7
14 4 11 5	12 6 13 3	8 10 13 3	12 7 13 2	8 11 13 2	8 13 11 2
12 6 13 3	14 4 11 5	14 4 7 9	15 4 10 5	15 4 6 9	15 6 4 9
7 9 2 16	7 9 2 16	11 5 2 16	6 9 3 16	10 5 3 16	10 3 5 16

5/C3	6/C3	4/C2	12/C2	10/C3	16/C3
1 15 10 8	1 15 10 8	1 15 6 12	1 14 11 8	1 14 7 12	1 12 7 14
14 4 5 11	12 6 3 13	8 10 3 13	12 7 2 13	8 11 2 13	8 13 2 11
7 9 16 2	7 9 16 2	11 5 16 2	6 9 16 3	10 5 16 3	10 3 16 5
12 6 3 13	14 4 5 11	14 4 9 7	15 4 5 10	15 4 9 6	15 6 9 4

\* ひな形-6による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

6/S3	5/S3	3/S2	11/S2	9/S3	15/S3
1 15 8 10	1 15 8 10	1 15 12 6	1 14 8 11	1 14 12 7	1 12 14 7
12 6 13 3	14 4 11 5	14 4 7 9	15 4 10 5	15 4 6 9	15 6 4 9
14 4 11 5	12 6 13 3	8 10 13 3	12 7 13 2	8 11 13 2	8 13 11 2
7 9 2 16	7 9 2 16	11 5 2 16	6 9 3 16	10 5 3 16	10 3 5 16

6/C3	5/C3	3/C2	11/C2	9/C3	15/C3
1 15 10 8	1 15 10 8	1 15 6 12	1 14 11 8	1 14 7 12	1 12 7 14
12 6 3 13	14 4 5 11	14 4 9 7	15 4 5 10	15 4 9 6	15 6 9 4

7 9 16 2    7 9 16 2    11 5 16 2    6 9 16 3    10 5 16 3    10 3 16 5  
 14 4 5 11    12 6 3 13    8 10 3 13    12 7 2 13    8 11 2 13    8 13 2 11

\* ひな形-7による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

7/S1            13/S2            19/S3            15/S3            21/S2            23/S1  
 1 14 15 4    1 12 15 6    1 8 15 10    1 12 14 7    1 8 14 11    1 8 12 13  
 12 7 6 9    14 7 4 9    14 11 4 5    15 6 4 9    15 10 4 5    15 10 6 3  
 8 11 10 5    8 13 10 3    12 13 6 3    8 13 11 2    12 13 7 2    14 11 7 2  
 13 2 3 16    11 2 5 16    7 2 9 16    10 3 5 16    6 3 9 16    4 5 9 16

7/C1            13/C2            19/C3            15/C3            21/C2            23/C1  
 1 14 4 15    1 12 6 15    1 8 10 15    1 12 7 14    1 8 11 14    1 8 13 12  
 12 7 9 6    14 7 9 4    14 11 5 4    15 6 9 4    15 10 5 4    15 10 3 6  
 13 2 16 3    11 2 16 5    7 2 16 9    10 3 16 5    6 3 16 9    4 5 16 9  
 8 11 5 10    8 13 3 10    12 13 3 6    8 13 2 11    12 13 2 7    14 11 2 7

\* ひな形-8による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

8/S1            14/S2            20/S3            16/S3            22/S2            24/S1  
 1 14 15 4    1 12 15 6    1 8 15 10    1 12 14 7    1 8 14 11    1 8 12 13  
 8 11 10 5    8 13 10 3    12 13 6 3    8 13 11 2    12 13 7 2    14 11 7 2  
 12 7 6 9    14 7 4 9    14 11 4 5    15 6 4 9    15 10 4 5    15 10 6 3  
 13 2 3 16    11 2 5 16    7 2 9 16    10 3 5 16    6 3 9 16    4 5 9 16

8/C1            14/C2            20/C3            16/C3            22/C2            24/C1  
 1 14 4 15    1 12 6 15    1 8 10 15    1 12 7 14    1 8 11 14    1 8 13 12  
 8 11 5 10    8 13 3 10    12 13 3 6    8 13 2 11    12 13 2 7    14 11 2 7  
 13 2 16 3    11 2 16 5    7 2 16 9    10 3 16 5    6 3 16 9    4 5 16 9  
 12 7 9 6    14 7 9 4    14 11 5 4    15 6 9 4    15 10 5 4    15 10 3 6

\* ひな形-9による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

9/S3            15/S3            21/S2            13/S2            19/S3            20/S3  
 1 14 12 7    1 12 14 7    1 8 14 11    1 12 15 6    1 8 15 10    1 8 15 10  
 15 4 6 9    15 6 4 9    15 10 4 5    14 7 4 9    14 11 4 5    12 13 6 3  
 8 11 13 2    8 13 11 2    12 13 7 2    8 13 10 3    12 13 6 3    14 11 4 5  
 10 5 3 16    10 3 5 16    6 3 9 16    11 2 5 16    7 2 9 16    7 2 9 16

9/C3            15/C3            21/C2            13/C2            19/C3            20/C3  
 1 14 7 12    1 12 7 14    1 8 11 14    1 12 6 15    1 8 10 15    1 8 10 15  
 15 4 9 6    15 6 9 4    15 10 5 4    14 7 9 4    14 11 5 4    12 13 3 6  
 10 5 16 3    10 3 16 5    6 3 16 9    11 2 16 5    7 2 16 9    7 2 16 9  
 8 11 2 13    8 13 2 11    12 13 2 7    8 13 3 10    12 13 3 6    14 11 5 4

\* ひな形-10による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

10/S3            16/S3            22/S2            14/S2            20/S3            19/S3  
 1 14 12 7    1 12 14 7    1 8 14 11    1 12 15 6    1 8 15 10    1 8 15 10  
 8 11 13 2    8 13 11 2    12 13 7 2    8 13 10 3    12 13 6 3    14 11 4 5  
 15 4 6 9    15 6 4 9    15 10 4 5    14 7 4 9    14 11 4 5    12 13 6 3  
 10 5 3 16    10 3 5 16    6 3 9 16    11 2 5 16    7 2 9 16    7 2 9 16

10/C3            16/C3            22/C2            14/C2            20/C3            19/C3  
 1 14 7 12    1 12 7 14    1 8 11 14    1 12 6 15    1 8 10 15    1 8 10 15  
 8 11 2 13    8 13 2 11    12 13 2 7    8 13 3 10    12 13 3 6    14 11 5 4  
 10 5 16 3    10 3 16 5    6 3 16 9    11 2 16 5    7 2 16 9    7 2 16 9  
 15 4 9 6    15 6 9 4    15 10 5 4    14 7 9 4    14 11 5 4    12 13 3 6

\* ひな形-11による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

11/S2            17/S1            23/S1            18/S1            24/S1            22/S2  
 1 14 8 11    1 12 8 13    1 8 12 13    1 12 8 13    1 8 12 13    1 8 14 11  
 15 4 10 5    15 6 10 3    15 10 6 3    14 7 11 2    14 11 7 2    12 13 7 2  
 12 7 13 2    14 7 11 2    14 11 7 2    15 6 10 3    15 10 6 3    15 10 4 5  
 6 9 3 16    4 9 5 16    4 5 9 16    4 9 5 16    4 5 9 16    6 3 9 16

11/C2            17/C1            23/C1            18/C1            24/C1            22/C2  
 1 14 11 8    1 12 13 8    1 8 13 12    1 12 13 8    1 8 13 12    1 8 11 14  
 15 4 5 10    15 6 3 10    15 10 3 6    14 7 2 11    14 11 2 7    12 13 2 7  
 6 9 16 3    4 9 16 5    4 5 16 9    4 9 16 5    4 5 16 9    6 3 16 9  
 12 7 2 13    14 7 2 11    14 11 2 7    15 6 3 10    15 10 3 6    15 10 5 4

\* ひな形-12による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト \*

12/S2	18/S1	24/S1	17/S1	23/S1	21/S2
1 14 8 11	1 12 8 13	1 8 12 13	1 12 8 13	1 8 12 13	1 8 14 11
12 7 13 2	14 7 11 2	14 11 7 2	15 6 10 3	15 10 6 3	15 10 4 5
15 4 10 5	15 6 10 3	15 10 6 3	14 7 11 2	14 11 7 2	12 13 7 2
6 9 3 16	4 9 5 16	4 5 9 16	4 9 5 16	4 5 9 16	6 3 9 16
12/C2	18/C1	24/C1	17/C1	23/C1	21/C2
1 14 11 8	1 12 13 8	1 8 13 12	1 12 13 8	1 8 13 12	1 8 11 14
12 7 2 13	14 7 2 11	14 11 2 7	15 6 3 10	15 10 3 6	15 10 5 4
6 9 16 3	4 9 16 5	4 5 16 9	4 9 16 5	4 5 16 9	6 3 16 9
15 4 5 10	15 6 3 10	15 10 3 6	14 7 2 11	14 11 2 7	12 13 2 7

.....

\* ひな形-17による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

17/S1	11/S2	9/S3	5/S3	3/S2	1/S1
1 12 8 13	1 14 8 11	1 14 12 7	1 15 8 10	1 15 12 6	1 15 14 4
15 6 10 3	15 4 10 5	15 4 6 9	14 4 11 5	14 4 7 9	12 6 7 9
14 7 11 2	12 7 13 2	8 11 13 2	12 6 13 3	8 10 13 3	8 10 11 5
4 9 5 16	6 9 3 16	10 5 3 16	7 9 2 16	11 5 2 16	13 3 2 16
17/C1	11/C2	9/C3	5/C3	3/C2	1/C1
1 12 13 8	1 14 11 8	1 14 7 12	1 15 10 8	1 15 6 12	1 15 4 14
15 6 3 10	15 4 5 10	15 4 9 6	14 4 5 11	14 4 9 7	12 6 9 7
4 9 16 5	6 9 16 3	10 5 16 3	7 9 16 2	11 5 16 2	13 3 16 2
14 7 2 11	12 7 2 13	8 11 2 13	12 6 3 13	8 10 3 13	8 10 5 11

\* ひな形-18による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

18/S1	12/S2	10/S3	6/S3	4/S2	2/S1
1 12 8 13	1 14 8 11	1 14 12 7	1 15 8 10	1 15 12 6	1 15 14 4
14 7 11 2	12 7 13 2	8 11 13 2	12 6 13 3	8 10 13 3	8 10 11 5
15 6 10 3	15 4 10 5	15 4 6 9	14 4 11 5	14 4 7 9	12 6 7 9
4 9 5 16	6 9 3 16	10 5 3 16	7 9 2 16	11 5 2 16	13 3 2 16
18/C1	12/C2	10/C3	6/C3	4/C2	2/C1
1 12 13 8	1 14 11 8	1 14 7 12	1 15 10 8	1 15 6 12	1 15 4 14
14 7 2 11	12 7 2 13	8 11 2 13	12 6 3 13	8 10 3 13	8 10 5 11
4 9 16 5	6 9 16 3	10 5 16 3	7 9 16 2	11 5 16 2	13 3 16 2
15 6 3 10	15 4 5 10	15 4 9 6	14 4 5 11	14 4 9 7	12 6 9 7

.....

\* ひな形-23による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

23/S1	21/S2	15/S3	19/S3	13/S2	7/S1
1 8 12 13	1 8 14 11	1 12 14 7	1 8 15 10	1 12 15 6	1 14 15 4
15 10 6 3	15 10 4 5	15 6 4 9	14 11 4 5	14 7 4 9	12 7 6 9
14 11 7 2	12 13 7 2	8 13 11 2	12 13 6 3	8 13 10 3	8 11 10 5
4 5 9 16	6 3 9 16	10 3 5 16	7 2 9 16	11 2 5 16	13 2 3 16
23/C1	21/C2	15/C3	19/C3	13/C2	7/C1
1 8 13 12	1 8 11 14	1 12 7 14	1 8 10 15	1 12 6 15	1 14 4 15
15 10 3 6	15 10 5 4	15 6 9 4	14 11 5 4	14 7 9 4	12 7 9 6
4 5 16 9	6 3 16 9	10 3 16 5	7 2 16 9	11 2 16 5	13 2 16 3
14 11 2 7	12 13 2 7	8 13 2 11	12 13 3 6	8 13 3 10	8 11 5 10

\* ひな形-24による変換法とプリンシパル方陣によって再構成した対称四方陣と完全四方陣のリスト : 合格 \*

24/S1	22/S2	16/S3	20/S3	14/S2	8/S1
1 8 12 13	1 8 14 11	1 12 14 7	1 8 15 10	1 12 15 6	1 14 15 4
14 11 7 2	12 13 7 2	8 13 11 2	12 13 6 3	8 13 10 3	8 11 10 5
15 10 6 3	15 10 4 5	15 6 4 9	14 11 4 5	14 7 4 9	12 7 6 9
4 5 9 16	6 3 9 16	10 3 5 16	7 2 9 16	11 2 5 16	13 2 3 16
24/C1	22/C2	16/C3	20/C3	14/C2	8/C1
1 8 13 12	1 8 11 14	1 12 7 14	1 8 10 15	1 12 6 15	1 14 4 15
14 11 2 7	12 13 2 7	8 13 2 11	12 13 3 6	8 13 3 10	8 11 5 10
4 5 16 9	6 3 16 9	10 3 16 5	7 2 16 9	11 2 16 5	13 2 16 3
15 10 3 6	15 10 5 4	15 6 9 4	14 11 5 4	14 7 9 4	12 7 9 6

上表で /Sn は対称四方陣, /Cn は完全四方陣, 数字 n はタイプ名を示す。  
補数対称四方陣と完全四方陣の両方の場合で, 全く同じ結果となった。

最初の3つの解がそれぞれタイプ1~3を代表する組み合わせのものを、合格としている。条件に合うものが、8個ずつ見つかった。必ずしも1個に限定されるものではないことがわかる。それぞれ最初の3つの四方陣の解を「大基本型」と称しても、何ら支障が無い。これを一体どう考えるべきだろうか。

英国のオーレンショウ&ブラーエ両氏は、なぜ最良のひな形を1個としたのだろうか。小生が考えるに、彼らは多分、全てを標準解レベルで考え、不等式の整合性を重視したのだろう。そして原初四方陣の構成法を考え、構造上の要請を重視したのであろう。彼らは、プリンシパル方陣を基本型と考え、それによって全体を再構成したかと思う。

だが、これらは必然とは必ずしも言えない。研究者の都合で希望した特性で、言わば美学的な「仮設」に過ぎない。そう考えないことには、事実の説明が付かない。

プリンシパル方陣と基本解とのマッチングも、美学的要請だ。そうでなければならないという必須条件ではない。事実、全ての解が平等に「良いひな形」になり得るからである。

事実が理論を裏切る場合には、真理探究者は、理論を先ず疑い見直すべきだと思う。独断論にあくまでこだわっていると、豊穡なる現実を見損じてしまう危険性がある。

この辺が、初心者には一番理解し難い大変な部分だと思う。

## #6. 原初方陣の解集合が何故一つしか無いのか

最初の問いに戻ろう。原初方陣とは何か。

小生は、「基本図」とそれを変形した解を集めた集合だと考えている。

「基本図」と言うと、普通は1個しか描かないが、それを規則的に変形した解もあえて含めて全体で多様性を表現しようとする、原初方陣の集合になるのではないか。

そして、次なる問いは、何故に補数対称型と汎対角線型の四方陣が、ともに原初四方陣の同じ解集合を持つのかということ。これは大変に不思議な事実だが、ただの偶然とはとても思えない。必ずそうなる理由は何か。また何を暗示しているのだろうか。

小生は、その説明のために、四次元超立体二方陣の存在を仮定してみた。哲学的に言うなら、「根源方陣」を仮定したのである。「根源は一つ」というアイデアを示すためにそういうふうになっているのではないかと、思索した。

アイデアが二次元世界に「現象」として現れ出ると、個性を獲得して、補数対称四方陣あるいは各種汎対角線四方陣となる。そして、元々は一つという痕跡が、解の総数の一致やお互いに良く似た構造や型変換法の存在に残される。原初四方陣にも残される。

第4部第7章で示したように、四次元超立体二方陣の展開図は384個描ける。二次元に展開すると、原初四方陣と同じものが描けてしまう。これも、ただの偶然とはとても思えない。根源は一つと言うことを、まさに暗示しているのではないだろうか。

## #7. 同じ原初四方陣から2タイプの四方陣を同時に作る

そのことを実感させてくれるのが、次の実験だ。同じ原初四方陣から、補数対称四方陣と汎対角線四方陣という2つのタイプの解を同時に作ってみよう。

今回は、原初四方陣を変換法によって作る。今節の#2で説明した方法によって。

そして次の2つのひな形を用意し、2種類のひな形変換法を記述する。

### \*\* 原初四方陣・対称四方陣・汎四方陣の第一基本形 \*\*

1   2   3   4	1   15   14   4	1   15   4   14
5   6   7   8	12   6   7   9	12   6   9   7
9   10   11   12	8   10   11   5	13   3   16   2
13   14   15   16	13   3   2   16	8   10   5   11

「美学的要請」を我々も受け入れ、代表的なひな形／ひな形変換法を選ぶことにした。

原初四方陣 384 個の各解にそのひな形変換法を施す。

そして今回は、最後に不等式を用いてふるいをかけ、標準解のみを出力するようにした。少し複雑なリストにはなるが、原初方陣との対応関係を是非にも図示しておきたい。

次のリストが、その実験の報告である。なるべく長くリスト出力する。

\*\* 原初四方陣 (P), 補数対称四方陣 (S) そして 完全型汎四方陣 (C) のリスト : 共通の

原初四方陣と2つのひな形変換法によって、同時に2つを作った結果 : 標準解のリスト \*\*

1/P				1/S				1/C				2/P				2/S				2/C			
1	2	3	4	1	15	14	4	1	15	4	14	1	2	3	4	1	15	14	4	1	15	4	14
5	6	7	8	12	6	7	9	12	6	9	7	9	10	11	12	8	10	11	5	8	10	5	11
9	10	11	12	8	10	11	5	13	3	16	2	5	6	7	8	12	6	7	9	13	3	16	2
13	14	15	16	13	3	2	16	8	10	5	11	13	14	15	16	13	3	2	16	12	6	9	7
3/P				3/S				3/C				4/P				4/S				4/C			
1	2	5	6	1	15	12	6	1	15	6	12	1	2	5	6	1	15	12	6	1	15	6	12
3	4	7	8	14	4	7	9	14	4	9	7	9	10	13	14	8	10	13	3	8	10	3	13
9	10	13	14	8	10	13	3	11	5	16	2	3	4	7	8	14	4	7	9	11	5	16	2
11	12	15	16	11	5	2	16	8	10	3	13	11	12	15	16	11	5	2	16	14	4	9	7
5/P				5/S				5/C				6/P				6/S				6/C			
1	2	9	10	1	15	8	10	1	15	10	8	1	2	9	10	1	15	8	10	1	15	10	8
3	4	11	12	14	4	11	5	14	4	5	11	5	6	13	14	12	6	13	3	12	6	3	13
5	6	13	14	12	6	13	3	7	9	16	2	3	4	11	12	14	4	11	5	7	9	16	2
7	8	15	16	7	9	2	16	12	6	3	13	7	8	15	16	7	9	2	16	14	4	5	11
7/P				7/S				7/C				8/P				8/S				8/C			
1	3	2	4	1	14	15	4	1	14	4	15	1	3	2	4	1	14	15	4	1	14	4	15
5	7	6	8	12	7	6	9	12	7	9	6	9	11	10	12	8	11	10	5	8	11	5	10
9	11	10	12	8	11	10	5	13	2	16	3	5	7	6	8	12	7	6	9	13	2	16	3
13	15	14	16	13	2	3	16	8	11	5	10	13	15	14	16	13	2	3	16	12	7	9	6
9/P				0/S				0/C				10/P				9/S				9/C			
1	3	5	7	-	-	-	-	-	-	-	-	1	3	5	7	1	14	12	7	1	14	7	12
2	4	6	8	-	-	-	-	-	-	-	-	9	11	13	15	8	11	13	2	8	11	2	13
9	11	13	15	-	-	-	-	-	-	-	-	2	4	6	8	15	4	6	9	10	5	16	3
10	12	14	16	-	-	-	-	-	-	-	-	10	12	14	16	10	5	3	16	15	4	9	6
11/P				0/S				0/C				12/P				10/S				10/C			
1	3	9	11	-	-	-	-	-	-	-	-	1	3	9	11	1	14	8	11	1	14	11	8
2	4	10	12	-	-	-	-	-	-	-	-	5	7	13	15	12	7	13	2	12	7	2	13
5	7	13	15	-	-	-	-	-	-	-	-	2	4	10	12	15	4	10	5	6	9	16	3
6	8	14	16	-	-	-	-	-	-	-	-	6	8	14	16	6	9	3	16	15	4	5	10
13/P				0/S				0/C				14/P				11/S				11/C			
1	5	2	6	-	-	-	-	-	-	-	-	1	5	2	6	1	12	15	6	1	12	6	15
3	7	4	8	-	-	-	-	-	-	-	-	9	13	10	14	8	13	10	3	8	13	3	10
9	13	10	14	-	-	-	-	-	-	-	-	3	7	4	8	14	7	4	9	11	2	16	5
11	15	12	16	-	-	-	-	-	-	-	-	11	15	12	16	11	2	5	16	14	7	9	4
15/P				0/S				0/C				16/P				12/S				12/C			
1	5	3	7	-	-	-	-	-	-	-	-	1	5	3	7	1	12	14	7	1	12	7	14
2	6	4	8	-	-	-	-	-	-	-	-	9	13	11	15	8	13	11	2	8	13	2	11
9	13	11	15	-	-	-	-	-	-	-	-	2	6	4	8	15	6	4	9	10	3	16	5
10	14	12	16	-	-	-	-	-	-	-	-	10	14	12	16	10	3	5	16	15	6	9	4
17/P				0/S				0/C				18/P				0/S				0/C			
19/P				0/S				0/C				20/P				0/S				0/C			
21/P				0/S				0/C				22/P				0/S				0/C			
23/P				0/S				0/C				24/P				0/S				0/C			
25/P				13/S				13/C				26/P				14/S				14/C			
2	1	4	3	2	16	13	3	2	16	3	13	2	1	4	3	2	16	13	3	2	16	3	13
6	5	8	7	11	5	8	10	11	5	10	8	10	9	12	11	7	9	12	6	7	9	6	12
10	9	12	11	7	9	12	6	14	4	15	1	6	5	8	7	11	5	8	10	14	4	15	1
14	13	16	15	14	4	1	15	7	9	6	12	14	13	16	15	14	4	1	15	11	5	10	8

	27/P	15/S	15/C		28/P	16/S	16/C
2	1 6 5	2 16 11 5	2 16 5 11	2	1 6 5	2 16 11 5	2 16 5 11
4	3 8 7	13 3 8 10	13 3 10 8	10	9 14 13	7 9 14 4	7 9 4 14
10	9 14 13	7 9 14 4	12 6 15 1	4	3 8 7	13 3 8 10	12 6 15 1
12	11 16 15	12 6 1 15	7 9 4 14	12	11 16 15	12 6 1 15	13 3 10 8
	29/P	17/S	17/C		30/P	18/S	18/C
2	1 10 9	2 16 7 9	2 16 9 7	2	1 10 9	2 16 7 9	2 16 9 7
4	3 12 11	13 3 12 6	13 3 6 12	6	5 14 13	11 5 14 4	11 5 4 14
6	5 14 13	11 5 14 4	8 10 15 1	4	3 12 11	13 3 12 6	8 10 15 1
8	7 16 15	8 10 1 15	11 5 4 14	8	7 16 15	8 10 1 15	13 3 6 12
	31/P	19/S	19/C		32/P	20/S	20/C
2	4 1 3	2 13 16 3	2 13 3 16	2	4 1 3	2 13 16 3	2 13 3 16
6	8 5 7	11 8 5 10	11 8 10 5	10	12 9 11	7 12 9 6	7 12 6 9
10	12 9 11	7 12 9 6	14 1 15 4	6	8 5 7	11 8 5 10	14 1 15 4
14	16 13 15	14 1 4 15	7 12 6 9	14	16 13 15	14 1 4 15	11 8 10 5
	33/P	0/S	0/C		34/P	21/S	21/C
2	4 6 8	- - - -	- - - -	2	4 6 8	2 13 11 8	2 13 8 11
1	3 5 7	- - - -	- - - -	10	12 14 16	7 12 14 1	7 12 1 14
10	12 14 16	- - - -	- - - -	1	3 5 7	16 3 5 10	9 6 15 4
9	11 13 15	- - - -	- - - -	9	11 13 15	9 6 4 15	16 3 10 5
	35/P	0/S	0/C		36/P	22/S	22/C
2	4 10 12	- - - -	- - - -	2	4 10 12	2 13 7 12	2 13 12 7
1	3 9 11	- - - -	- - - -	6	8 14 16	11 8 14 1	11 8 1 14
6	8 14 16	- - - -	- - - -	1	3 9 11	16 3 9 6	5 10 15 4
5	7 13 15	- - - -	- - - -	5	7 13 15	5 10 4 15	16 3 6 9
	37/P	0/S	0/C		38/P	23/S	23/C
2	6 1 5	- - - -	- - - -	2	6 1 5	2 11 16 5	2 11 5 16
4	8 3 7	- - - -	- - - -	10	14 9 13	7 14 9 4	7 14 4 9
10	14 9 13	- - - -	- - - -	4	8 3 7	13 8 3 10	12 1 15 6
12	16 11 15	- - - -	- - - -	12	16 11 15	12 1 6 15	13 8 10 3
	39/P	0/S	0/C		40/P	24/S	24/C
2	6 4 8	- - - -	- - - -	2	6 4 8	2 11 13 8	2 11 8 13
1	5 3 7	- - - -	- - - -	10	14 12 16	7 14 12 1	7 14 1 12
10	14 12 16	- - - -	- - - -	1	5 3 7	16 5 3 10	9 4 15 6
9	13 11 15	- - - -	- - - -	9	13 11 15	9 4 6 15	16 5 10 3
	41/P	0/S	0/C		42/P	0/S	0/C
	43/P	0/S	0/C		44/P	0/S	0/C
	45/P	0/S	0/C		46/P	0/S	0/C
	47/P	0/S	0/C		48/P	0/S	0/C
	49/P	0/S	25/C		50/P	0/S	26/C
3	1 4 2	- - - -	3 16 2 13	3	1 4 2	- - - -	3 16 2 13
7	5 8 6	- - - -	10 5 11 8	11	9 12 10	- - - -	6 9 7 12
11	9 12 10	- - - -	15 4 14 1	7	5 8 6	- - - -	15 4 14 1
15	13 16 14	- - - -	6 9 7 12	15	13 16 14	- - - -	10 5 11 8
	51/P	25/S	27/C		52/P	26/S	28/C
3	1 7 5	3 16 10 5	3 16 5 10	3	1 7 5	3 16 10 5	3 16 5 10
4	2 8 6	13 2 8 11	13 2 11 8	11	9 15 13	6 9 15 4	6 9 4 15
11	9 15 13	6 9 15 4	12 7 14 1	4	2 8 6	13 2 8 11	12 7 14 1
12	10 16 14	12 7 1 14	6 9 4 15	12	10 16 14	12 7 1 14	13 2 11 8
	53/P	27/S	29/C		54/P	28/S	30/C
3	1 11 9	3 16 6 9	3 16 9 6	3	1 11 9	3 16 6 9	3 16 9 6
4	2 12 10	13 2 12 7	13 2 7 12	7	5 15 13	10 5 15 4	10 5 4 15
7	5 15 13	10 5 15 4	8 11 14 1	4	2 12 10	13 2 12 7	8 11 14 1
8	6 16 14	8 11 1 14	10 5 4 15	8	6 16 14	8 11 1 14	13 2 7 12
	55/P	0/S	31/C		56/P	0/S	32/C
3	4 1 2	- - - -	3 13 2 16	3	4 1 2	- - - -	3 13 2 16

7 8 5 6	- - - -	10 8 11 5	11 12 9 10	- - - -	6 12 7 9
11 12 9 10	- - - -	15 1 14 4	7 8 5 6	- - - -	15 1 14 4
15 16 13 14	- - - -	6 12 7 9	15 16 13 14	- - - -	10 8 11 5
57/P	0/S	0/C	58/P	29/S	33/C
3 4 7 8	- - - -	- - - -	3 4 7 8	3 13 10 8	3 13 8 10
1 2 5 6	- - - -	- - - -	11 12 15 16	6 12 15 1	6 12 1 15
11 12 15 16	- - - -	- - - -	1 2 5 6	16 2 5 11	9 7 14 4
9 10 13 14	- - - -	- - - -	9 10 13 14	9 7 4 14	16 2 11 5
59/P	0/S	0/C	60/P	30/S	34/C
3 4 11 12	- - - -	- - - -	3 4 11 12	3 13 6 12	3 13 12 6
1 2 9 10	- - - -	- - - -	7 8 15 16	10 8 15 1	10 8 1 15
7 8 15 16	- - - -	- - - -	1 2 9 10	16 2 9 7	5 11 14 4
5 6 13 14	- - - -	- - - -	5 6 13 14	5 11 4 14	16 2 7 9
61/P	0/S	0/C	62/P	31/S	0/C
3 7 1 5	- - - -	- - - -	3 7 1 5	3 10 16 5	- - - -
4 8 2 6	- - - -	- - - -	11 15 9 13	6 15 9 4	- - - -
11 15 9 13	- - - -	- - - -	4 8 2 6	13 8 2 11	- - - -
12 16 10 14	- - - -	- - - -	12 16 10 14	12 1 7 14	- - - -
63/P	0/S	0/C	64/P	32/S	0/C
3 7 4 8	- - - -	- - - -	3 7 4 8	3 10 13 8	- - - -
1 5 2 6	- - - -	- - - -	11 15 12 16	6 15 12 1	- - - -
11 15 12 16	- - - -	- - - -	1 5 2 6	16 5 2 11	- - - -
9 13 10 14	- - - -	- - - -	9 13 10 14	9 4 7 14	- - - -
65/P	0/S	0/C	66/P	0/S	0/C
67/P	0/S	0/C	68/P	0/S	0/C
69/P	0/S	0/C	70/P	0/S	0/C
71/P	0/S	0/C	72/P	0/S	0/C
73/P	0/S	35/C	74/P	0/S	36/C
4 2 3 1	- - - -	4 15 1 14	4 2 3 1	- - - -	4 15 1 14
8 6 7 5	- - - -	9 6 12 7	12 10 11 9	- - - -	5 10 8 11
12 10 11 9	- - - -	16 3 13 2	8 6 7 5	- - - -	16 3 13 2
16 14 15 13	- - - -	5 10 8 11	16 14 15 13	- - - -	9 6 12 7
75/P	33/S	37/C	76/P	34/S	38/C
4 2 8 6	4 15 9 6	4 15 6 9	4 2 8 6	4 15 9 6	4 15 6 9
3 1 7 5	14 1 7 12	14 1 12 7	12 10 16 14	5 10 16 3	5 10 3 16
12 10 16 14	5 10 16 3	11 8 13 2	3 1 7 5	14 1 7 12	11 8 13 2
11 9 15 13	11 8 2 13	5 10 3 16	11 9 15 13	11 8 2 13	14 1 12 7
77/P	35/S	39/C	78/P	36/S	40/C
4 2 12 10	4 15 5 10	4 15 10 5	4 2 12 10	4 15 5 10	4 15 10 5
3 1 11 9	14 1 11 8	14 1 8 11	8 6 16 14	9 6 16 3	9 6 3 16
8 6 16 14	9 6 16 3	7 12 13 2	3 1 11 9	14 1 11 8	7 12 13 2
7 5 15 13	7 12 2 13	9 6 3 16	7 5 15 13	7 12 2 13	14 1 8 11
79/P	0/S	41/C	80/P	0/S	42/C
4 3 2 1	- - - -	4 14 1 15	4 3 2 1	- - - -	4 14 1 15
8 7 6 5	- - - -	9 7 12 6	12 11 10 9	- - - -	5 11 8 10
12 11 10 9	- - - -	16 2 13 3	8 7 6 5	- - - -	16 2 13 3
16 15 14 13	- - - -	5 11 8 10	16 15 14 13	- - - -	9 7 12 6
81/P	0/S	0/C	82/P	37/S	43/C
4 3 8 7	- - - -	- - - -	4 3 8 7	4 14 9 7	4 14 7 9
2 1 6 5	- - - -	- - - -	12 11 16 15	5 11 16 2	5 11 2 16
12 11 16 15	- - - -	- - - -	2 1 6 5	15 1 6 12	10 8 13 3
10 9 14 13	- - - -	- - - -	10 9 14 13	10 8 3 13	15 1 12 6
83/P	0/S	0/C	84/P	38/S	44/C
4 3 12 11	- - - -	- - - -	4 3 12 11	4 14 5 11	4 14 11 5
2 1 10 9	- - - -	- - - -	8 7 16 15	9 7 16 2	9 7 2 16
8 7 16 15	- - - -	- - - -	2 1 10 9	15 1 10 8	6 12 13 3
6 5 14 13	- - - -	- - - -	6 5 14 13	6 12 3 13	15 1 8 10



	85/P	0/S	0/C		86/P	39/S	0/C
4	8 2 6	- - - -	- - - -	4	8 2 6	4 9 15 6	- - - -
3	7 1 5	- - - -	- - - -	12	16 10 14	5 16 10 3	- - - -
12	16 10 14	- - - -	- - - -	3	7 1 5	14 7 1 12	- - - -
11	15 9 13	- - - -	- - - -	11	15 9 13	11 2 8 13	- - - -
	87/P	0/S	0/C		88/P	40/S	0/C
4	8 3 7	- - - -	- - - -	4	8 3 7	4 9 14 7	- - - -
2	6 1 5	- - - -	- - - -	12	16 11 15	5 16 11 2	- - - -
12	16 11 15	- - - -	- - - -	2	6 1 5	15 6 1 12	- - - -
10	14 9 13	- - - -	- - - -	10	14 9 13	10 3 8 13	- - - -
	89/P	0/S	0/C		90/P	0/S	0/C
	91/P	0/S	0/C		92/P	0/S	0/C
	93/P	0/S	0/C		94/P	0/S	0/C
	95/P	0/S	0/C		96/P	0/S	0/C
	97/P	0/S	0/C		98/P	0/S	45/C
5	1 6 2	- - - -	- - - -	5	1 6 2	- - - -	5 16 2 11
7	3 8 4	- - - -	- - - -	13	9 14 10	- - - -	4 9 7 14
13	9 14 10	- - - -	- - - -	7	3 8 4	- - - -	15 6 12 1
15	11 16 12	- - - -	- - - -	15	11 16 12	- - - -	10 3 13 8
	99/P	0/S	0/C		100/P	0/S	46/C
5	1 7 3	- - - -	- - - -	5	1 7 3	- - - -	5 16 3 10
6	2 8 4	- - - -	- - - -	13	9 15 11	- - - -	4 9 6 15
13	9 15 11	- - - -	- - - -	6	2 8 4	- - - -	14 7 12 1
14	10 16 12	- - - -	- - - -	14	10 16 12	- - - -	11 2 13 8
	101/P	41/S	0/C		102/P	42/S	0/C
5	1 13 9	5 16 4 9	- - - -	5	1 13 9	5 16 4 9	- - - -
6	2 14 10	11 2 14 7	- - - -	7	3 15 11	10 3 15 6	- - - -
7	3 15 11	10 3 15 6	- - - -	6	2 14 10	11 2 14 7	- - - -
8	4 16 12	8 13 1 12	- - - -	8	4 16 12	8 13 1 12	- - - -
	103/P	0/S	0/C		104/P	0/S	0/C
	105/P	0/S	0/C		106/P	43/S	0/C
5	6 7 8	- - - -	- - - -	5	6 7 8	5 11 10 8	- - - -
1	2 3 4	- - - -	- - - -	13	14 15 16	4 14 15 1	- - - -
13	14 15 16	- - - -	- - - -	1	2 3 4	16 2 3 13	- - - -
9	10 11 12	- - - -	- - - -	9	10 11 12	9 7 6 12	- - - -
	107/P	0/S	0/C		108/P	0/S	0/C
	109/P	0/S	0/C		110/P	0/S	0/C
	111/P	0/S	0/C		112/P	44/S	0/C
5	7 6 8	- - - -	- - - -	5	7 6 8	5 10 11 8	- - - -
1	3 2 4	- - - -	- - - -	13	15 14 16	4 15 14 1	- - - -
13	15 14 16	- - - -	- - - -	1	3 2 4	16 3 2 13	- - - -
9	11 10 12	- - - -	- - - -	9	11 10 12	9 6 7 12	- - - -
	113/P	0/S	0/C		114/P	0/S	0/C
	115/P	0/S	0/C		116/P	0/S	0/C
	117/P	0/S	0/C		118/P	0/S	0/C
	119/P	0/S	0/C		120/P	0/S	0/C
	121/P	0/S	0/C		122/P	0/S	47/C
6	2 5 1	- - - -	- - - -	6	2 5 1	- - - -	6 15 1 12
8	4 7 3	- - - -	- - - -	14	10 13 9	- - - -	3 10 8 13
14	10 13 9	- - - -	- - - -	8	4 7 3	- - - -	16 5 11 2
16	12 15 11	- - - -	- - - -	16	12 15 11	- - - -	9 4 14 7
	123/P	0/S	0/C		124/P	0/S	48/C
6	2 8 4	- - - -	- - - -	6	2 8 4	- - - -	6 15 4 9
5	1 7 3	- - - -	- - - -	14	10 16 12	- - - -	3 10 5 16
14	10 16 12	- - - -	- - - -	5	1 7 3	- - - -	13 8 11 2
13	9 15 11	- - - -	- - - -	13	9 15 11	- - - -	12 1 14 7

125/P	45/S	0/C	126/P	46/S	0/C
6 2 14 10	6 15 3 10	- - - -	6 2 14 10	6 15 3 10	- - - -
5 1 13 9	12 1 13 8	- - - -	8 4 16 12	9 4 16 5	- - - -
8 4 16 12	9 4 16 5	- - - -	5 1 13 9	12 1 13 8	- - - -
7 3 15 11	7 14 2 11	- - - -	7 3 15 11	7 14 2 11	- - - -
127/P	0/S	0/C	128/P	0/S	0/C
129/P	0/S	0/C	130/P	47/S	0/C
6 5 8 7	- - - -	- - - -	6 5 8 7	6 12 9 7	- - - -
2 1 4 3	- - - -	- - - -	14 13 16 15	3 13 16 2	- - - -
14 13 16 15	- - - -	- - - -	2 1 4 3	15 1 4 14	- - - -
10 9 12 11	- - - -	- - - -	10 9 12 11	10 8 5 11	- - - -
131/P	0/S	0/C	132/P	0/S	0/C
133/P	0/S	0/C	134/P	0/S	0/C
135/P	0/S	0/C	136/P	48/S	0/C
6 8 5 7	- - - -	- - - -	6 8 5 7	6 9 12 7	- - - -
2 4 1 3	- - - -	- - - -	14 16 13 15	3 16 13 2	- - - -
14 16 13 15	- - - -	- - - -	2 4 1 3	15 4 1 14	- - - -
10 12 9 11	- - - -	- - - -	10 12 9 11	10 5 8 11	- - - -
137/P	0/S	0/C	138/P	0/S	0/C
139/P	0/S	0/C	140/P	0/S	0/C
141/P	0/S	0/C	142/P	0/S	0/C
143/P	0/S	0/C	144/P	0/S	0/C

.....  
[Counts = 384/P, 48/S, 48/C] OK!

文末に付録として、プログラムのリストを掲げておく（英語版で申し訳ない）。

(On March 9, 2009; MacOSX 10.5 & Xcode 3.0; by 摂田 寛二(Kanji Setsuda))

E-Mail Address:<jag12001@nifty.com>

```

/** Prototype Squares, Self-complementary and Complete MS44 */
/** Reconstructed by the 'DAMT' with the common Prototypes */
/** Print the List of Standard Solutions of both Types: */
/** 'ProtoST44S&C48.c' dictated by Kanji Setsuda */
/** on Mar.8, 2003, Sep.14, 2006 and Mar. 6, 2009 */
/** Working with MacOSX 10.5 & Xcode 3.0 */
/**/
#include <stdio.h>
/**/
short cnt;
short scnt, ccnt;
short nm[17];
short dnm[17], tnm[17], tcnt[17];
short pt[385][17];
short dt[192][17], et[192][17];
/**/
/* Sub-Routines */
/**/
void makeps(void);
void trnsf44(void);
void trnsf01(void), trnsf02(void);
void reflect(short x);
void trnsf11(void), trnsf12(void), trnsf13(void);
void trns10(void), trns20(void), trns30(void);

```

```

void trns01(void), trns02(void), trns03(void);
/**/
void damt(void), damt2(void);
void damtrns(short x);
void pr32ans(short x);
/**/
void sorting(short x), exchnng(short x);
/**/
/* Main Program */
int main(){
short n;
cnt=384; scnt=0; ccnt=0;
for(n=0;n<17;n++){nm[n]=n; tcnt[n]=0;}
makeps(); // Make Basic 'Prototype Squares of Order 4'
trnsf44(); // 4x4 Transformations for all Prototypes
sorting(cnt/2); // Data Sorting for the Smart List
damtrns(cnt/2); // Transform each PS into the 'SCMS44' and 'CMS44'
printf("\n** Prototype Squares(/P), Self-complementary(/S) and Complete(/C)\n");
printf(" MS44 Reconstructed by the 'D.A.M.T.' with the common Prototypes **\n");
printf(" * Print the List of Standard Solutions of both Types: *\n");
pr32ans(cnt*3/8); printf(" . . . . .\n");
printf(" [Counts = %3d/P,%3d/S,%3d/C]\n",cnt,scnt,ccnt);
printf("\n OK!\n");
return 0;
}
/**/
/* Sub-Procedures */
/** Make the 'Prototype Squares of Order 4' **/
void makeps(){
short m,m4,n;
short tt[25][17];
for(n=1;n<17;n++){tt[0][n]=nm[n];};
trnsf01(); for(n=1;n<17;n++){tt[4][n]=tnm[n];};
trnsf02(); for(n=1;n<17;n++){tt[8][n]=tnm[n];};
trnsf02(); reflect(1); for(n=1;n<17;n++){tt[12][n]=tnm[n];};
trnsf01(); reflect(1); for(n=1;n<17;n++){tt[16][n]=tnm[n];};
reflect(0); for(n=1;n<17;n++){tt[20][n]=tnm[n];};
for(m=0;m<6;m++){m4=m*4;
for(n=1;n<17;n++){nm[n]=tt[m4][n];};
trnsf11(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+1][n]=tnm[n];};
trnsf12(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+2][n]=tnm[n];};
trnsf13(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+3][n]=tnm[n];};}}
for(m=0;m<24;m++){for(n=1;n<17;n++){pt[m][n]=tt[m][n];};}}
}
/**/
/** 4x4 Transformations **/
void trnsf44(){
short p,m,m4,n,d1,da;
short tt[17][17];
for(p=0;p<24;p++){
for(n=1;n<17;n++){nm[n]=pt[p][n]; tt[0][n]=nm[n];};
trns10(); for(n=1;n<17;n++){tt[4][n]=dnm[n];};
trns20(); for(n=1;n<17;n++){tt[8][n]=dnm[n];};
trns30(); for(n=1;n<17;n++){tt[12][n]=dnm[n];};
for(m=0;m<4;m++){m4=m*4;

```

```

    for(n=1;n<17;n++){nm[n]=tt[m4][n];}
    trns01(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+1][n]=dnm[n];}
    trns02(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+2][n]=dnm[n];}
    trns03(); for(n=1;n<17;n++){tt[m4+3][n]=dnm[n];}}
    for(m=0;m<16;m++){d1=tt[m][1]; da=(d1-1)*24+tcnt[d1];
    for(n=1;n<17;n++){pt[da][n]=tt[m][n];}
    tcnt[d1]++;}
}
}
/**/
/* Generate All the 6 'Principal' Squares */
void trnsf01(void){
    tnm[1]=nm[1];    tnm[2]=nm[2];    tnm[3]=nm[5];    tnm[4]=nm[6];
    tnm[5]=nm[3];    tnm[6]=nm[4];    tnm[7]=nm[7];    tnm[8]=nm[8];
    tnm[9]=nm[9];    tnm[10]=nm[10]; tnm[11]=nm[13];   tnm[12]=nm[14];
    tnm[13]=nm[11]; tnm[14]=nm[12]; tnm[15]=nm[15];   tnm[16]=nm[16];
}
void trnsf02(void){
    tnm[1]=nm[1];    tnm[2]=nm[2];    tnm[3]=nm[9];    tnm[4]=nm[10];
    tnm[5]=nm[3];    tnm[6]=nm[4];    tnm[7]=nm[11];   tnm[8]=nm[12];
    tnm[9]=nm[5];    tnm[10]=nm[6];   tnm[11]=nm[13];  tnm[12]=nm[14];
    tnm[13]=nm[7];   tnm[14]=nm[8];   tnm[15]=nm[15];  tnm[16]=nm[16];
}
/**/
void reflect(short x){
    short mm[17];
    short n;
    if(x==0){for(n=1;n<17;n++){mm[n]=nm[n];}}
    else{for(n=1;n<17;n++){mm[n]=tnm[n];}}
    tnm[1]=mm[1];    tnm[2]=mm[5];    tnm[3]=mm[9];    tnm[4]=mm[13];
    tnm[5]=mm[2];    tnm[6]=mm[6];    tnm[7]=mm[10];   tnm[8]=mm[14];
    tnm[9]=mm[3];    tnm[10]=mm[7];   tnm[11]=mm[11];  tnm[12]=mm[15];
    tnm[13]=mm[4];   tnm[14]=mm[8];   tnm[15]=mm[12];  tnm[16]=mm[16];
}
/**/
/* Generate another 4 Prototype Squares */
void trnsf11(void){
    tnm[1]=nm[1];    tnm[2]=nm[2];    tnm[3]=nm[3];    tnm[4]=nm[4];
    tnm[5]=nm[9];    tnm[6]=nm[10];   tnm[7]=nm[11];   tnm[8]=nm[12];
    tnm[9]=nm[5];    tnm[10]=nm[6];   tnm[11]=nm[7];   tnm[12]=nm[8];
    tnm[13]=nm[13]; tnm[14]=nm[14]; tnm[15]=nm[15];   tnm[16]=nm[16];
}
void trnsf12(void){
    tnm[1]=nm[1];    tnm[2]=nm[3];    tnm[3]=nm[2];    tnm[4]=nm[4];
    tnm[5]=nm[5];    tnm[6]=nm[7];    tnm[7]=nm[6];    tnm[8]=nm[8];
    tnm[9]=nm[9];    tnm[10]=nm[11]; tnm[11]=nm[10];  tnm[12]=nm[12];
    tnm[13]=nm[13]; tnm[14]=nm[15]; tnm[15]=nm[14];  tnm[16]=nm[16];
}
void trnsf13(void){
    tnm[1]=nm[1];    tnm[2]=nm[3];    tnm[3]=nm[2];    tnm[4]=nm[4];
    tnm[5]=nm[9];    tnm[6]=nm[11];   tnm[7]=nm[10];   tnm[8]=nm[12];
    tnm[9]=nm[5];    tnm[10]=nm[7];   tnm[11]=nm[6];   tnm[12]=nm[8];
    tnm[13]=nm[13]; tnm[14]=nm[15]; tnm[15]=nm[14];  tnm[16]=nm[16];
}
/**/

```

```

/* Prototype Transformations */
void trns01(void){
  dnm[1]=nm[2];   dnm[2]=nm[1];   dnm[3]=nm[4];   dnm[4]=nm[3];
  dnm[5]=nm[6];   dnm[6]=nm[5];   dnm[7]=nm[8];   dnm[8]=nm[7];
  dnm[9]=nm[10];  dnm[10]=nm[9];  dnm[11]=nm[12]; dnm[12]=nm[11];
  dnm[13]=nm[14]; dnm[14]=nm[13]; dnm[15]=nm[16]; dnm[16]=nm[15];
}
void trns02(void){
  dnm[1]=nm[3];   dnm[2]=nm[4];   dnm[3]=nm[1];   dnm[4]=nm[2];
  dnm[5]=nm[7];   dnm[6]=nm[8];   dnm[7]=nm[5];   dnm[8]=nm[6];
  dnm[9]=nm[11];  dnm[10]=nm[12]; dnm[11]=nm[9];  dnm[12]=nm[10];
  dnm[13]=nm[15]; dnm[14]=nm[16]; dnm[15]=nm[13]; dnm[16]=nm[14];
}
void trns03(void){
  dnm[1]=nm[4];   dnm[2]=nm[3];   dnm[3]=nm[2];   dnm[4]=nm[1];
  dnm[5]=nm[8];   dnm[6]=nm[7];   dnm[7]=nm[6];   dnm[8]=nm[5];
  dnm[9]=nm[12];  dnm[10]=nm[11]; dnm[11]=nm[10]; dnm[12]=nm[9];
  dnm[13]=nm[16]; dnm[14]=nm[15]; dnm[15]=nm[14]; dnm[16]=nm[13];
}
void trns10(void){
  dnm[1]=nm[5];   dnm[2]=nm[6];   dnm[3]=nm[7];   dnm[4]=nm[8];
  dnm[5]=nm[1];   dnm[6]=nm[2];   dnm[7]=nm[3];   dnm[8]=nm[4];
  dnm[9]=nm[13];  dnm[10]=nm[14]; dnm[11]=nm[15]; dnm[12]=nm[16];
  dnm[13]=nm[9];  dnm[14]=nm[10]; dnm[15]=nm[11]; dnm[16]=nm[12];
}
void trns20(void){
  dnm[1]=nm[9];   dnm[2]=nm[10];  dnm[3]=nm[11];  dnm[4]=nm[12];
  dnm[5]=nm[13];  dnm[6]=nm[14];  dnm[7]=nm[15];  dnm[8]=nm[16];
  dnm[9]=nm[1];   dnm[10]=nm[2];  dnm[11]=nm[3];  dnm[12]=nm[4];
  dnm[13]=nm[5];  dnm[14]=nm[6];  dnm[15]=nm[7];  dnm[16]=nm[8];
}
void trns30(void){
  dnm[1]=nm[13];  dnm[2]=nm[14];  dnm[3]=nm[15];  dnm[4]=nm[16];
  dnm[5]=nm[9];   dnm[6]=nm[10];  dnm[7]=nm[11];  dnm[8]=nm[12];
  dnm[9]=nm[5];   dnm[10]=nm[6];  dnm[11]=nm[7];  dnm[12]=nm[8];
  dnm[13]=nm[1];  dnm[14]=nm[2];  dnm[15]=nm[3];  dnm[16]=nm[4];
}
/**/
/* 'Do-it-After-the-Model Transformation *
      Proto/   /Model:SC   CMS44/
      .---.---.---.   .---.---.---.   .---.---.---.
      | 1| 2| 3| 4|   | 1|15|14| 4|   | 1|15| 4|14|
      |---+---+---+---|   |---+---+---+---|   |---+---+---+---|
      | 5| 6| 7| 8|   |12| 6| 7| 9|   |12| 6| 9| 7|
      |---+---+---+---|   |---+---+---+---|   |---+---+---+---|
      | 9|10|11|12|   | 8 10|11| 5|   |13  3|16| 2|
      |---+---+---+---|   |---+---+---+---|   |---+---+---+---|
      |13|14|15|16|   |13| 3| 2|16|   | 8|10| 5|11|
      |'---'|'---'|'---'|   |'---'|'---'|'---'|   |'---'|'---'|'---'|
*/
/* 'DAM Transformation' making Prototype into 'SC' Object */
void damt(void){
  dnm[1]=nm[1];   dnm[2]=nm[15];  dnm[3]=nm[14];  dnm[4]=nm[4];
  dnm[5]=nm[12];  dnm[6]=nm[6];   dnm[7]=nm[7];   dnm[8]=nm[9];
  dnm[9]=nm[8];   dnm[10]=nm[10]; dnm[11]=nm[11]; dnm[12]=nm[5];
}

```

```

    dnm[13]=nm[13]; dnm[14]=nm[3]; dnm[15]=nm[2]; dnm[16]=nm[16];
}
/**/
/* 'DAM Transformation' making Prototype into 'PD' Object */
void damt2(void){
    tnm[1]=nm[1]; tnm[2]=nm[15]; tnm[3]=nm[4]; tnm[4]=nm[14];
    tnm[5]=nm[12]; tnm[6]=nm[6]; tnm[7]=nm[9]; tnm[8]=nm[7];
    tnm[9]=nm[13]; tnm[10]=nm[3]; tnm[11]=nm[16]; tnm[12]=nm[2];
    tnm[13]=nm[8]; tnm[14]=nm[10]; tnm[15]=nm[5]; tnm[16]=nm[11];
}
/**/
/** Transform them into 'SC' and 'Complete' PMS44 by 'DAMT' */
void damtrns(short x){
    short m,n;
    for(m=0;m<x;m++){
        for(n=0;n<17;n++){dt[m][n]=0; et[m][n]=0;}
        for(n=1;n<17;n++){nm[n]=pt[m][n];}
        damt();
        damt2();
        if((dnm[1]<dnm[4])&&(dnm[1]<dnm[13])&&(dnm[1]<dnm[16])&&(dnm[5]<dnm[2])){
            scnt++; dt[m][0]=scnt;
            for(n=1;n<17;n++){dt[m][n]=dnm[n];}}
        if((tnm[1]<tnm[4])&&(tnm[1]<tnm[13])&&(tnm[1]<tnm[16])&&(tnm[5]<tnm[2])){
            ccnt++; et[m][0]=ccnt;
            for(n=1;n<17;n++){et[m][n]=tnm[n];}
        }
    }
}
/**/
/* Print 3 Types of Solutions */
void pr32ans(short x){
    short c,d,l,l4,m,n;
    for(c=0;c<x;c=c+2){
        printf("%11d/P%11d/S%11d/C%13d/P%11d/S%11d/C\n",
            c+1,dt[c][0],et[c][0],c+2,dt[c+1][0],et[c+1][0]);
        if((dt[c][0]>0)||(dt[c+1][0]>0)||(et[c][0]>0)||(et[c+1][0]>0)){
            for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
                for(m=0;m<2;m++){
                    printf(" ");
                    for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",pt[c+m][l4+n]);}
                    printf(" ");
                    for(n=1;n<5;n++){d=dt[c+m][l4+n];
                        if(d==0){printf(" -");}else{printf("%3d",d);}}
                    printf(" ");
                    for(n=1;n<5;n++){d=et[c+m][l4+n];
                        if(d==0){printf(" -");}else{printf("%3d",d);}}
                    if(m<1){printf(" ");}
                }
            printf("\n");
        }
    }
}
/**/
/* Solution Sorting for the Smart List */

```

```

void sorting(short x){
short mx,m,f;
mx=x-1;
do{f=0;
for(m=0;m<mx;m++){
if(pt[m][1]>pt[m+1][1]){exchnng(m); f=1;}
else if(pt[m][1]==pt[m+1][1]){
if(pt[m][2]>pt[m+1][2]){exchnng(m); f=1;}
if((pt[m][2]==pt[m+1][2])&&(pt[m][3]>pt[m+1][3])){exchnng(m); f=1;}
if((pt[m][2]==pt[m+1][2])&&(pt[m][3]==pt[m+1][3])&&(pt[m][5]>pt[m+1][5])){
exchnng(m); f=1;}
}
}
mx--;
}while(f>0);
}
/**/
void exchnng(short x){
short n,d;
for(n=0;n<17;n++){
d=pt[x][n]; pt[x][n]=pt[x+1][n]; pt[x+1][n]=d;}
}
/**/

```