

第3部：『魔方陣の新研究』： 摂田 寛二

第9章： 方形連結型汎魔方陣の基礎的研究（最新）

第2-2節： 正方連結汎八方阵2タイプの対応関係について（最新）

0. 今節では、正方連結汎八方阵の中でも特に珍しい2タイプを採り上げて研究しよう。

一つは三連立型の正方連結対称汎八方阵であり、他の一つは多重四方陣型の正方連結完全汎八方阵である。どちらも、標準解の総数が5760個あることがわかっている。

解が同数あるということには、はたして何か特別の意味があるのであろうか。もし両者間に何らかの対応関係があるとすれば、それはどんなものか。ぜひ究明して報告をしたい。

この章では、多次元超立方陣や原初方阵などというような難しいことは言わない。二進法も使わない。なるべく平明な古典的研究方法だけを使って説明することにしよう。

1. 三連立型の定義は次のようなものである。例によって基本図と連立方程式群を用いる。

** 基本図（拡張方阵空間） **

61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12
21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20
29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28
37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36
45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44
53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52
61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60
5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4

** 正方連結四数定和の条件式(S=130) **

$n_1+n_2+n_9+n_{10}=S$...c01; | $n_{22}+n_{23}+n_{30}+n_{31}=S$...c22; | $n_{43}+n_{44}+n_{51}+n_{52}=S$...c43;
 $n_2+n_3+n_{10}+n_{11}=S$...c02; | $n_{23}+n_{24}+n_{31}+n_{32}=S$...c23; | $n_{44}+n_{45}+n_{52}+n_{53}=S$...c44;
 $n_3+n_4+n_{11}+n_{12}=S$...c03; | $n_{24}+n_{17}+n_{32}+n_{25}=S$...c24; | $n_{45}+n_{46}+n_{53}+n_{54}=S$...c45;
 $n_4+n_5+n_{12}+n_{13}=S$...c04; | $n_{25}+n_{26}+n_{33}+n_{34}=S$...c25; | $n_{46}+n_{47}+n_{54}+n_{55}=S$...c46;
 $n_5+n_6+n_{13}+n_{14}=S$...c05; | $n_{26}+n_{27}+n_{34}+n_{35}=S$...c26; | $n_{47}+n_{48}+n_{55}+n_{56}=S$...c47;
 $n_6+n_7+n_{14}+n_{15}=S$...c06; | $n_{27}+n_{28}+n_{35}+n_{36}=S$...c27; | $n_{48}+n_{41}+n_{56}+n_{49}=S$...c48;
 $n_7+n_8+n_{15}+n_{16}=S$...c07; | $n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37}=S$...c28; | $n_{49}+n_{50}+n_{57}+n_{58}=S$...c49;
 $n_8+n_1+n_{16}+n_9=S$...c08; | $n_{29}+n_{30}+n_{37}+n_{38}=S$...c29; | $n_{50}+n_{51}+n_{58}+n_{59}=S$...c50;
 $n_9+n_{10}+n_{17}+n_{18}=S$...c09; | $n_{30}+n_{31}+n_{38}+n_{39}=S$...c30; | $n_{51}+n_{52}+n_{59}+n_{60}=S$...c51;
 $n_{10}+n_{11}+n_{18}+n_{19}=S$...c10; | $n_{31}+n_{32}+n_{39}+n_{40}=S$...c31; | $n_{52}+n_{53}+n_{60}+n_{61}=S$...c52;
 $n_{11}+n_{12}+n_{19}+n_{20}=S$...c11; | $n_{32}+n_{25}+n_{40}+n_{33}=S$...c32; | $n_{53}+n_{54}+n_{61}+n_{62}=S$...c53;
 $n_{12}+n_{13}+n_{20}+n_{21}=S$...c12; | $n_{33}+n_{34}+n_{41}+n_{42}=S$...c33; | $n_{54}+n_{55}+n_{62}+n_{63}=S$...c54;
 $n_{13}+n_{14}+n_{21}+n_{22}=S$...c13; | $n_{34}+n_{35}+n_{42}+n_{43}=S$...c34; | $n_{55}+n_{56}+n_{63}+n_{64}=S$...c55;
 $n_{14}+n_{15}+n_{22}+n_{23}=S$...c14; | $n_{35}+n_{36}+n_{43}+n_{44}=S$...c35; | $n_{56}+n_{49}+n_{64}+n_{57}=S$...c56;
 $n_{15}+n_{16}+n_{23}+n_{24}=S$...c15; | $n_{36}+n_{37}+n_{44}+n_{45}=S$...c36; | $n_{57}+n_{58}+n_{1}+n_{2}=S$...c57;
 $n_{16}+n_9+n_{24}+n_{17}=S$...c16; | $n_{37}+n_{38}+n_{45}+n_{46}=S$...c37; | $n_{58}+n_{59}+n_{2}+n_{3}=S$...c58;
 $n_{17}+n_{18}+n_{25}+n_{26}=S$...c17; | $n_{38}+n_{39}+n_{46}+n_{47}=S$...c38; | $n_{59}+n_{60}+n_{3}+n_{4}=S$...c59;
 $n_{18}+n_{19}+n_{26}+n_{27}=S$...c18; | $n_{39}+n_{40}+n_{47}+n_{48}=S$...c39; | $n_{60}+n_{61}+n_{4}+n_{5}=S$...c60;
 $n_{19}+n_{20}+n_{27}+n_{28}=S$...c19; | $n_{40}+n_{33}+n_{48}+n_{41}=S$...c40; | $n_{61}+n_{62}+n_{5}+n_{6}=S$...c61;
 $n_{20}+n_{21}+n_{28}+n_{29}=S$...c20; | $n_{41}+n_{42}+n_{49}+n_{50}=S$...c41; | $n_{62}+n_{63}+n_{6}+n_{7}=S$...c62;
 $n_{21}+n_{22}+n_{29}+n_{30}=S$...c21; | $n_{42}+n_{43}+n_{50}+n_{51}=S$...c42; | $n_{63}+n_{64}+n_{7}+n_{8}=S$...c63;
and $n_{64}+n_{57}+n_{8}+n_{1}=S$...c64;

**** 対称型補数の定和式(CC=65) ****

$n1+n64=n2+n63=n3+n62=n4+n61=n5+n60=n6+n59=n7+n58=n8+n57=n9+n56=n10+n55=n11+n54=n12+n53=n13+n52=n14+n51=n15+n50=n16+n49=n17+n48=n18+n47=n19+n46=n20+n45=n21+n44=n22+n43=n23+n42=n24+n41=n25+n40=n26+n39=n27+n38=n28+n37=n29+n36=n30+n35=n31+n34=n32+n33=CC \dots ssc$

**** その他の基本条件式(C=260) ****

$n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C$...行和;
 $n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C$...列和;
 $n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C$...対角線和-1;
 $n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C$...対角線和-8;

最後の基本条件式が随分少ないと思われるかもしれないが、正方連結四数の定和式 64 本と対称型補数の定和式 32 本があるので、この 4 本があれば充分なのだ。これで全ての行列の和が 260 に等しくなる上に、全ての汎対角線の和も 260 に等しくなる。

実を言うと、対角線和の 2 本の定義式も不必要だ。わざわざ定義しなくても、必ず等しくなるからだ。しかし、あえて最初から加えておいても全然構わない。邪魔はしないし、それで結果が変わってしまうわけでもない。それに「三連立型」の意味は、正方連結型かつ補数対称型かつ汎対角線型ということであるから、定義に最初から加えておいた方がもっともらしく見える。構成時に実行スピードが速くなるメリットもある。

2. 正方連結型に特有の等和の補数ペアの存在は、いつも意識しておくようにしよう。

$n1+n2=n17+n18=n33+n34=n49+n50=P$;
 $n3+n4=n19+n20=n35+n36=n51+n52=Q$; ゆえに $n1+n2+n3+n4=n49+n50+n51+n52=P+Q$
 $n5+n6=n21+n22=n37+n38=n53+n54=R$;
 $n7+n8=n23+n24=n39+n40=n55+n56=S$; ゆえに $n5+n6+n7+n8=n53+n54+n55+n56=R+S \dots A$;

ところが、対称型補数の定和式から、

$(n1+n64)+(n2+n63)+(n3+n62)+(n4+n61)=CC+CC+CC+CC=4*65=260=C$

つまり $(n1+n2+n3+n4)+(n61+n62+n63+n64)=C \dots B$;

いっぽう $(n53+n54+n61+n62)+(n55+n56+n63+n64)=S+S=2*130=260=C$

つまり $(n53+n54+n55+n56)+(n61+n62+n63+n64)=C \dots C$;

A, B と C から $n1+n2+n3+n4=n5+n6+n7+n8$

ところが $n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C=260$...行和の定義式;

ゆえに $n1+n2+n3+n4=n5+n6+n7+n8=C/2=130 \dots D$;

同様に $n1+n9+n17+n25=n33+n41+n49+n57=C/2=130 \dots E$;

この関係があるが故に、この八方阵は必ず多重四方陣型になるのである。即ち、 4×4 のブロック内で全行列の和が 130 になる。したがって、最初の定義式の中に上の D, E 式を加えておいても全然差し支えない。結果は同じだ。逆に構成の実行スピードが上がる。

3. さて、三連立型を実際に構成しよう。その時に最初から多重四方陣型として構成するように作戦を定める。先ず左上の 4×4 のブロックから作って行く。そして、対称型補数の定和式を活かして、右下の 4×4 のブロックも同時に決定して行くことにしよう。

例えば、プログラムは次のように書く。長くなるので要点だけ示す。

```
/* Define Level 0: */
/* Set N1 & n64=CC-N1 & n1<n64 */
void stp01(){
  short a,b;
  for(a=1;a<33;a++){b=CC-a; //CC=65; (a, b) は 65 の補数である。
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){ //未使用フラグをチェックしている。
      nm[1]=a; nm[64]=b; // N1 と n64 を決める。
      uflg[a]=1; uflg[b]=1; //フラグを「使用中」にする。
      stp02(); //次のサブ・プロシーチャーへ
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;} //フラグを「未使用」にする。
  }
}
```

```

/* Set N2 & n63=CC-N2 */
void stp02(){
  short a,b;
  for(a=64;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[2]=a; nm[63]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp03();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set N9 & n56=CC-N9 & N9<N2 */
void stp03(){
  short a,b;
  for(a=nm[2]-1;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[9]=a; nm[56]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1; cnt2=0;
      stp04();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n10=SSM-n1-n2-n9 & n55=CC-n10 */
void stp04(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[9]; //SSM=130;
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[64]-nm[63]-nm[56];
    if(a+b==CC){ //CC=65;
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[10]=a; nm[55]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp05();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
      }}
}
/* Define Level 1: */
/* Set N3 & n62=CC-N3 */
void stp05(){
  short a,b;
  for(a=1;a<65;a++){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[3]=a; nm[62]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp06();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n4=HSM-n1-n2-n3 & n61=CC-n4 */
void stp06(){
  short a,b;
  a=HSM-nm[1]-nm[2]-nm[3]; //HSM=130;
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=HSM-nm[64]-nm[63]-nm[62];
    if(a+b==CC){
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[4]=a; nm[61]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp07();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
      }}
}

```

```

// 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58
//      .---.---.---.---.---.---.---.---.---.---.
// 7 8| 1| 2| 3| 4| 5| 6| 7| 8| 1 2
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 15 16| 9|10|11|12|13|14|15|16| 9 10
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 23 24|17|18|19|20|21|22|23|24|17 18
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 31 32|25|26|27|28|29|30|31|32|25 26
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 39 40|33|34|35|36|37|38|39|40|33 34
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 47 48|41|42|43|44|45|46|47|48|41 42
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 55 56|49|50|51|52|53|54|55|56|49 50
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 63 64|57|58|59|60|61|62|63|64|57 58
//      '---'---'---'---'---'---'---'---'---'---'
// 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2
//
//      ** 基本図 (拡張方陣空間) **

```

```

    }}
}
/* Set n11=SSM-n2-n3-n10 & n54=CC-n11 */
void stp07(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[2]-nm[3]-nm[10];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[63]-nm[62]-nm[55];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[11]=a; nm[54]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp08();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n12=SSM-n3-n4-n11 & n53=CC-n12 */
void stp08(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[3]-nm[4]-nm[11];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[62]-nm[61]-nm[54];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[12]=a; nm[53]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp09();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set N17 & n48=CC-N17 */
void stp09(){
    short a,b;
    for(a=1;a<65;a++){b=CC-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[17]=a; nm[48]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp10();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
}
/* Set n25=SSM-n1-n9-n17 & n40=CC-n25 */
void stp10(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[1]-nm[9]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[64]-nm[56]-nm[48];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[25]=a; nm[40]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp11();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n18=SSM-n9-n10-n17 & n47=CC-n18 */
void stp11(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[9]-nm[10]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<65)){

```

```

    b=SSM-nm[56]-nm[55]-nm[48];
    if(a+b==CC){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[18]=a; nm[47]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp12();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* Set n19=SSM-n10-n11-n18 & n46=CC-n19 */
void stp12(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[10]-nm[11]-nm[18];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[55]-nm[54]-nm[47];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[19]=a; nm[46]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp13();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n20=SSM-n11-n12-n19 & n45=CC-n20 */
void stp13(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[11]-nm[12]-nm[19];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[54]-nm[53]-nm[46];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[20]=a; nm[45]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp14();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n26=SSM-n17-n18-n25 & n39=CC-n26 */
void stp14(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[17]-nm[18]-nm[25];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[48]-nm[47]-nm[40];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[26]=a; nm[39]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp15();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n27=SSM-n18-n19-n26 & n38=CC-n27 */
void stp15(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[18]-nm[19]-nm[26];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[47]-nm[46]-nm[39];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[27]=a; nm[38]=b;

```

```

        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp16();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set n28=SSM-n19-n20-n27 & n37=CC-n28 */
void stp16(){
short a,b;
a=SSM-nm[19]-nm[20]-nm[27];
if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[46]-nm[45]-nm[38];
    if(a+b==CC){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[28]=a; nm[37]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp17();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* .... */

```

実行結果は、次のようになった。解のリストを示す。

**** 三連立型正方連結対称汎八方陣の標準解のリスト(部分): 摂田寛二謹製(02/14/2010) ****

	1/		25/		49/
1 63 6 60 18 48 21 43	1 63 4 62 18 48 19 45	1 63 4 62 18 48 19 45		56 10 53 11 39 25 38 28	
62 4 57 7 45 19 42 24	60 6 57 7 43 21 42 24	13 51 16 50 30 36 31 33		13 51 16 50 30 36 31 33	
11 53 16 50 28 38 31 33	56 10 53 11 39 25 38 28	37 27 40 26 54 12 55 9		60 6 57 7 43 21 42 24	
56 10 51 13 39 25 36 30	32 34 29 35 15 49 14 52	41 23 44 22 58 8 59 5		41 23 44 22 58 8 59 5	
35 29 40 26 52 14 55 9	41 23 44 22 58 8 59 5	32 34 29 35 15 49 14 52		32 34 29 35 15 49 14 52	
32 34 27 37 15 49 12 54	20 46 17 47 3 61 2 64	20 46 17 47 3 61 2 64		37 27 40 26 54 12 55 9	
41 23 46 20 58 8 61 3				20 46 17 47 3 61 2 64	
22 44 17 47 5 59 2 64					
	73/		97/		121/
1 63 4 62 10 56 11 53	1 63 4 62 10 56 11 53	1 62 4 63 19 48 18 45		60 7 57 6 42 21 43 24	
48 18 45 19 39 25 38 28	32 34 29 35 23 41 22 44	13 50 16 51 31 36 30 33		13 50 16 51 31 36 30 33	
21 43 24 42 30 36 31 33	37 27 40 26 46 20 47 17	56 11 53 10 38 25 39 28		56 11 53 10 38 25 39 28	
60 6 57 7 51 13 50 16	60 6 57 7 51 13 50 16	37 26 40 27 55 12 54 9		37 26 40 27 55 12 54 9	
49 15 52 14 58 8 59 5	49 15 52 14 58 8 59 5	32 35 29 34 14 49 15 52		32 35 29 34 14 49 15 52	
32 34 29 35 23 41 22 44	48 18 45 19 39 25 38 28	41 22 44 23 59 8 58 5		41 22 44 23 59 8 58 5	
37 27 40 26 46 20 47 17	21 43 24 42 30 36 31 33	20 47 17 46 2 61 3 64		20 47 17 46 2 61 3 64	
12 54 9 55 3 61 2 64	12 54 9 55 3 61 2 64				
	145/		169/		193/
1 62 4 63 19 48 18 45	1 62 4 63 11 56 10 53	1 62 4 63 11 56 10 53		32 35 29 34 22 41 23 44	
56 11 53 10 38 25 39 28	48 19 45 18 38 25 39 28	37 26 40 27 47 20 46 17		37 26 40 27 47 20 46 17	
13 50 16 51 31 36 30 33	21 42 24 43 31 36 30 33	60 7 57 6 50 13 51 16		60 7 57 6 50 13 51 16	
60 7 57 6 42 21 43 24	60 7 57 6 50 13 51 16	49 14 52 15 59 8 58 5		49 14 52 15 59 8 58 5	
41 22 44 23 59 8 58 5	49 14 52 15 59 8 58 5	48 19 45 18 38 25 39 28		48 19 45 18 38 25 39 28	
32 35 29 34 14 49 15 52	32 35 29 34 22 41 23 44	21 42 24 43 31 36 30 33		21 42 24 43 31 36 30 33	
37 26 40 27 55 12 54 9	37 26 40 27 47 20 46 17	12 55 9 54 2 61 3 64		12 55 9 54 2 61 3 64	
20 47 17 46 2 61 3 64	12 55 9 54 2 61 3 64				
	217/		241/		265/
1 60 6 63 21 48 18 43	1 60 6 63 13 56 10 51	1 60 6 63 13 56 10 51		32 37 27 34 20 41 23 46	
56 13 51 10 36 25 39 30	48 21 43 18 36 25 39 30	35 26 40 29 47 22 44 17		35 26 40 29 47 22 44 17	
11 50 16 53 31 38 28 33	19 42 24 45 31 38 28 33	62 7 57 4 50 11 53 16		62 7 57 4 50 11 53 16	
62 7 57 4 42 19 45 24	62 7 57 4 50 11 53 16	49 12 54 15 61 8 58 3		49 12 54 15 61 8 58 3	
41 20 46 23 61 8 58 3	49 12 54 15 61 8 58 3	48 21 43 18 36 25 39 30		48 21 43 18 36 25 39 30	
32 37 27 34 12 49 15 54	32 37 27 34 20 41 23 46				

35 26 40 29 55 14 52 9	35 26 40 29 47 22 44 17	19 42 24 45 31 38 28 33
22 47 17 44 2 59 5 64	14 55 9 52 2 59 5 64	14 55 9 52 2 59 5 64
289/	337/	361/
1 56 10 63 13 60 6 51	1 48 18 63 21 60 6 43	2 64 5 59 17 47 22 44
48 25 39 18 36 21 43 30	32 49 15 34 12 37 27 54	61 3 58 8 46 20 41 23
19 38 28 45 31 42 24 33	35 14 52 29 55 26 40 9	12 54 15 49 27 37 32 34
62 11 53 4 50 7 57 16	62 19 45 4 42 7 57 24	55 9 52 14 40 26 35 29
49 8 58 15 61 12 54 3	41 8 58 23 61 20 46 3	36 30 39 25 51 13 56 10
32 41 23 34 20 37 27 46	56 25 39 10 36 13 51 30	31 33 28 38 16 50 11 53
35 22 44 29 47 26 40 17	11 38 28 53 31 50 16 33	42 24 45 19 57 7 62 4
14 59 5 52 2 55 9 64	22 59 5 44 2 47 17 64	21 43 18 48 6 60 1 63
481/	577/	649/
2 61 3 64 20 47 17 46	2 59 5 64 22 47 17 44	2 55 9 64 14 59 5 52
59 8 58 5 41 22 44 23	55 14 52 9 35 26 40 29	47 26 40 17 35 22 44 29
14 49 15 52 32 35 29 34	12 49 15 54 32 37 27 34	20 37 27 46 32 41 23 34
55 12 54 9 37 26 40 27	61 8 58 3 41 20 46 23	61 12 54 3 49 8 58 15
38 25 39 28 56 11 53 10	42 19 45 24 62 7 57 4	50 7 57 16 62 11 53 4
31 36 30 33 13 50 16 51	31 38 28 33 11 50 16 53	31 42 24 33 19 38 28 45
42 21 43 24 60 7 57 6	36 25 39 30 56 13 51 10	36 21 43 30 48 25 39 18
19 48 18 45 1 62 4 63	21 48 18 43 1 60 6 63	13 60 6 51 1 56 10 63
697/	721/	841/
2 47 17 64 22 59 5 44	3 64 5 58 17 46 23 44	3 61 2 64 20 46 17 47
31 50 16 33 11 38 28 53	61 2 59 8 47 20 41 22	58 8 59 5 41 23 44 22
36 13 51 30 56 25 39 10	12 55 14 49 26 37 32 35	15 49 14 52 32 34 29 35
61 20 46 3 41 8 58 23	54 9 52 15 40 27 34 29	54 12 55 9 37 27 40 26
42 7 57 24 62 19 45 4	36 31 38 25 50 13 56 11	39 25 38 28 56 10 53 11
55 26 40 9 35 14 52 29	30 33 28 39 16 51 10 53	30 36 31 33 13 51 16 50
12 37 27 54 32 49 15 34	43 24 45 18 57 6 63 4	43 21 42 24 60 6 57 7
21 60 6 43 1 48 18 63	21 42 19 48 7 60 1 62	18 48 19 45 1 63 4 62
937/	1009/	1057/
3 58 5 64 23 46 17 44	3 54 9 64 15 58 5 52	3 46 17 64 23 58 5 44
54 15 52 9 34 27 40 29	46 27 40 17 34 23 44 29	30 51 16 33 10 39 28 53
12 49 14 55 32 37 26 35	20 37 26 47 32 41 22 35	36 13 50 31 56 25 38 11
61 8 59 2 41 20 47 22	61 12 55 2 49 8 59 14	61 20 47 2 41 8 59 22
43 18 45 24 63 6 57 4	51 6 57 16 63 10 53 4	43 6 57 24 63 18 45 4
30 39 28 33 10 51 16 53	30 43 24 33 18 39 28 45	54 27 40 9 34 15 52 29
36 25 38 31 56 13 50 11	36 21 42 31 48 25 38 19	12 37 26 55 32 49 14 35
21 48 19 42 1 60 7 62	13 60 7 50 1 56 11 62	21 60 7 42 1 48 19 62
1081/	1441/	1765/
4 63 6 57 18 45 24 43	5 64 3 58 17 44 23 46	6 63 4 57 18 43 24 45
62 1 60 7 48 19 42 21	59 2 61 8 47 22 41 20	60 1 62 7 48 21 42 19
11 56 13 50 25 38 31 36	14 55 12 49 26 35 32 37	13 56 11 50 25 36 31 38
53 10 51 16 39 28 33 30	52 9 54 15 40 29 34 27	51 10 53 16 39 30 33 28
35 32 37 26 49 14 55 12	38 31 36 25 50 11 56 13	37 32 35 26 49 12 55 14
29 34 27 40 15 52 9 54	28 33 30 39 16 53 10 51	27 34 29 40 15 54 9 52
44 23 46 17 58 5 64 3	45 24 43 18 57 4 63 6	46 23 44 17 58 3 64 5
22 41 20 47 8 59 2 61	19 42 21 48 7 62 1 60	20 41 22 47 8 61 2 59
2089/	2413/	2737/
7 62 4 57 19 42 24 45	8 61 3 58 20 41 23 46	9 64 3 54 17 40 27 46
60 1 63 6 48 21 43 18	59 2 64 5 47 22 44 17	55 2 61 12 47 26 37 20
13 56 10 51 25 36 30 39	14 55 9 52 26 35 29 40	14 59 8 49 22 35 32 41
50 11 53 16 38 31 33 28	49 12 54 15 37 32 34 27	52 5 58 15 44 29 34 23
37 32 34 27 49 12 54 15	38 31 33 28 50 11 53 16	42 31 36 21 50 7 60 13
26 35 29 40 14 55 9 52	25 36 30 39 13 56 10 51	24 33 30 43 16 57 6 51
47 22 44 17 59 2 64 5	48 21 43 18 60 1 63 6	45 28 39 18 53 4 63 10
20 41 23 46 8 61 3 58	19 42 24 45 7 62 4 57	19 38 25 48 11 62 1 56
2989/	3241/	3493/

10 63 4 53 18 39 28 45	11 62 4 53 19 38 28 45	12 61 3 54 20 37 27 46
56 1 62 11 48 25 38 19	56 1 63 10 48 25 39 18	55 2 64 9 47 26 40 17
13 60 7 50 21 36 31 42	13 60 6 51 21 36 30 43	14 59 5 52 22 35 29 44
51 6 57 16 43 30 33 24	50 7 57 16 42 31 33 24	49 8 58 15 41 32 34 23
41 32 35 22 49 8 59 14	41 32 34 23 49 8 58 15	42 31 33 24 50 7 57 16
23 34 29 44 15 58 5 52	22 35 29 44 14 59 5 52	21 36 30 43 13 60 6 51
46 27 40 17 54 3 64 9	47 26 40 17 55 2 64 9	48 25 39 18 56 1 63 10
20 37 26 47 12 61 2 55	20 37 27 46 12 61 3 54	19 38 28 45 11 62 4 53

3745/

3961/

4177/

13 60 6 51 21 36 30 43	14 59 5 52 22 35 29 44	15 58 5 52 23 34 29 44
56 1 63 10 48 25 39 18	55 2 64 9 47 26 40 17	54 3 64 9 46 27 40 17
11 62 4 53 19 38 28 45	12 61 3 54 20 37 27 46	12 61 2 55 20 37 26 47
50 7 57 16 42 31 33 24	49 8 58 15 41 32 34 23	49 8 59 14 41 32 35 22
41 32 34 23 49 8 58 15	42 31 33 24 50 7 57 16	43 30 33 24 51 6 57 16
20 37 27 46 12 61 3 54	19 38 28 45 11 62 4 53	18 39 28 45 10 63 4 53
47 26 40 17 55 2 64 9	48 25 39 18 56 1 63 10	48 25 38 19 56 1 62 11
22 35 29 44 14 59 5 52	21 36 30 43 13 60 6 51	21 36 31 42 13 60 7 50

4393/

4609/

4753/

16 57 6 51 24 33 30 43	17 64 3 46 33 16 51 30	18 63 4 45 34 15 52 29
53 4 63 10 45 28 39 18	47 2 61 20 31 50 13 36	48 1 62 19 32 49 14 35
11 62 1 56 19 38 25 48	22 59 8 41 38 11 56 25	21 60 7 42 37 12 55 26
50 7 60 13 42 31 36 21	44 5 58 23 28 53 10 39	43 6 57 24 27 54 9 40
44 29 34 23 52 5 58 15	26 55 12 37 42 7 60 21	25 56 11 38 41 8 59 22
17 40 27 46 9 64 3 54	40 9 54 27 24 57 6 43	39 10 53 28 23 58 5 44
47 26 37 20 55 2 61 12	29 52 15 34 45 4 63 18	30 51 16 33 46 3 64 17
22 35 32 41 14 59 8 49	35 14 49 32 19 62 1 48	36 13 50 31 20 61 2 47

4897/

5041/

5185/

19 62 4 45 35 14 52 29	20 61 3 46 36 13 51 30	21 60 6 43 37 12 54 27
48 1 63 18 32 49 15 34	47 2 64 17 31 50 16 33	48 1 63 18 32 49 15 34
21 60 6 43 37 12 54 27	22 59 5 44 38 11 53 28	19 62 4 45 35 14 52 29
42 7 57 24 26 55 9 40	41 8 58 23 25 56 10 39	42 7 57 24 26 55 9 40
25 56 10 39 41 8 58 23	26 55 9 40 42 7 57 24	25 56 10 39 41 8 58 23
38 11 53 28 22 59 5 44	37 12 54 27 21 60 6 43	36 13 51 30 20 61 3 46
31 50 16 33 47 2 64 17	32 49 15 34 48 1 63 18	31 50 16 33 47 2 64 17
36 13 51 30 20 61 3 46	35 14 52 29 19 62 4 45	38 11 53 28 22 59 5 44

5293/

5401/

5509/

22 59 5 44 38 11 53 28	23 58 5 44 39 10 53 28	24 57 6 43 40 9 54 27
47 2 64 17 31 50 16 33	46 3 64 17 30 51 16 33	45 4 63 18 29 52 15 34
20 61 3 46 36 13 51 30	20 61 2 47 36 13 50 31	19 62 1 48 35 14 49 32
41 8 58 23 25 56 10 39	41 8 59 22 25 56 11 38	42 7 60 21 26 55 12 37
26 55 9 40 42 7 57 24	27 54 9 40 43 6 57 24	28 53 10 39 44 5 58 23
35 14 52 29 19 62 4 45	34 15 52 29 18 63 4 45	33 16 51 30 17 64 3 46
32 49 15 34 48 1 63 18	32 49 14 35 48 1 62 19	31 50 13 36 47 2 61 20
37 12 54 27 21 60 6 43	37 12 55 26 21 60 7 42	38 11 56 25 22 59 8 41

5617/

5653/

5689/

25 56 1 48 41 8 49 32	26 55 2 47 42 7 50 31	27 54 3 46 43 6 51 30
39 10 63 18 23 58 15 34	40 9 64 17 24 57 16 33	40 9 64 17 24 57 16 33
28 53 4 45 44 5 52 29	27 54 3 46 43 6 51 30	26 55 2 47 42 7 50 31
38 11 62 19 22 59 14 35	37 12 61 20 21 60 13 36	37 12 61 20 21 60 13 36
30 51 6 43 46 3 54 27	29 52 5 44 45 4 53 28	29 52 5 44 45 4 53 28
36 13 60 21 20 61 12 37	35 14 59 22 19 62 11 38	34 15 58 23 18 63 10 39
31 50 7 42 47 2 55 26	32 49 8 41 48 1 56 25	32 49 8 41 48 1 56 25
33 16 57 24 17 64 9 40	34 15 58 23 18 63 10 39	35 14 59 22 19 62 11 38

5725/

28 53 4 45 44 5 52 29
39 10 63 18 23 58 15 34
25 56 1 48 41 8 49 32
38 11 62 19 22 59 14 35


```

30 51 6 43 46 3 54 27
33 16 57 24 17 64 9 40
31 50 7 42 47 2 55 26
36 13 60 21 20 61 12 37 [Count = 5760]

```

4. 次に、多重四方陣型の正方連結完全汎八方陣を構成しよう。定義は三連立型と良く似ていて、正方連結四数定和の条件式が全く同じだ。従って踏襲する。記述は省略する。

**** 基本図 (拡張方陣空間) ****

```

61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60
 5  6  7  8 | 1| 2| 3| 4| 5| 6| 7| 8 | 1  2  3  4
-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
13 14 15 16 | 9|10|11|12|13|14|15|16 | 9 10 11 12
-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
21 22 23 24 |17|18|19|20|21|22|23|24 |17 18 19 20
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
29 30 31 32 |25|26|27|28|29|30|31|32 |25 26 27 28
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
37 38 39 40 |33|34|35|36|37|38|39|40 |33 34 35 36
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
45 46 47 48 |41|42|43|44|45|46|47|48 |41 42 43 44
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
53 54 55 56 |49|50|51|52|53|54|55|56 |49 50 51 52
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
61 62 63 64 |57|58|59|60|61|62|63|64 |57 58 59 60
-----+-----+-----+-----+-----+-----+
 5  6  7  8 | 1  2  3  4  5  6  7  8 | 1  2  3  4

```

**** 完全型補数の定和式(CC=65) ****

```

n1+n37=n2+n38=n3+n39=n4+n40=n5+n33=n6+n34=n7+n35=n8+n36=n9+n45=
n10+n46=n11+n47=n12+n48=n13+n41=n14+n42=n15+n43=n16+n44=n17+n53=n18+n54=
n19+n55=n20+n56=n21+n49=n22+n50=n23+n51=n24+n52=n25+n61=n26+n62=n27+n63=
n28+n64=n29+n57=n30+n58=n31+n59=n32+n60=CC ...scc

```

**** その他の基本条件式(HS=130; C=260) ****

```

n1+n2+n3+n4=HS ...行和-1; | n1+n9+n17+n25=HS ...列和-1;
n5+n6+n7+n8=HS ...行和-2; | n33+n41+n49+n57=HS ...列和-2;
n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C ...対角線和-1;
n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C ...対角線和-8;

```

違うのは、完全型補数の定義式だ。日本古来の伝統に従って、上の様に定める。

最初から多重型を目指すので、行列和の定義式は上のようにする。対角線和の定義式は、殊更に必要なわけではない。正方連結四数定和の条件式と完全型補数の定和式があれば、汎対角線定和は黙って居ても成り立つが、あえて定義式に加える。邪魔になるわけではなく、結果が変わってしまうわけでもない。チェックのつもりで入れておく。

プログラムは、次のように変わる。

```

/* Define Level 0: */
/* Set N1 & n37=CC-N1 */
void stp01(){
  short a,b;
  for(a=1;a<65;a++){b=CC-a; //CC=65; (a, b) は 65 の補数である。
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){ //未使用フラグをチェックしている。
      nm[1]=a; nm[37]=b; // N1 と n37 を決める。
      uflg[a]=1; uflg[b]=1; //フラグを「使用中」にする。
      stp02(); //次のサブ・プロシーチャーへ
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;} //フラグを「未使用」にする。
    }
}

```

```

/* Set N2 & n38=CC-N2 */
void stp02(){
  short a,b;
  for(a=64;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[2]=a; nm[38]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp03();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set N9 & n45=CC-N9 & N9<N2 */
void stp03(){
  short a,b;
  for(a=nm[2]-1;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[9]=a; nm[45]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1; cnt2=0;
      stp04();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n10=SSM-n1-n2-n9 & n46=CC-n10 */
void stp04(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[9]; //SSM=130;
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[37]-nm[38]-nm[45];
    if(a+b==CC){ //CC=65;
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[10]=a; nm[46]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp05();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
      }}
}
/* Define Level 1: */
/* Set N3 & n39=CC-N3 */
void stp05(){
  short a,b;
  for(a=1;a<65;a++){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[3]=a; nm[39]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp06();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
/* Set n4=HSM-n1-n2-n3 & n40=CC-n4 */
void stp06(){
  short a,b;
  a=HSM-nm[1]-nm[2]-nm[3]; //HSM=130;
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=HSM-nm[37]-nm[38]-nm[39];
    if(a+b==CC){
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[4]=a; nm[40]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp07();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
      }}
}

```

```

// 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58
//      .---.---.---.---.---.---.---.---.---.---.
// 7 8| 1| 2| 3| 4| 5| 6| 7| 8| 1 2
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 15 16| 9|10|11|12|13|14|15|16| 9 10
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 23 24|17|18|19|20|21|22|23|24|17 18
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 31 32|25|26|27|28|29|30|31|32|25 26
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 39 40|33|34|35|36|37|38|39|40|33 34
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 47 48|41|42|43|44|45|46|47|48|41 42
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 55 56|49|50|51|52|53|54|55|56|49 50
//      |---+---+---+---+---+---+---+---+---+---|
// 63 64|57|58|59|60|61|62|63|64|57 58
//      '---'---'---'---'---'---'---'---'---'---'
// 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2
//
//      ** 基本図 (拡張方陣空間) **

```

```

    }}
}
/* Set n11=SSM-n2-n3-n10 & n47=CC-n11 */
void stp07(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[2]-nm[3]-nm[10];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[38]-nm[39]-nm[46];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[11]=a; nm[47]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp08();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n12=SSM-n3-n4-n11 & n48=CC-n12 */
void stp08(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[3]-nm[4]-nm[11];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[39]-nm[40]-nm[47];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[12]=a; nm[48]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp09();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set N17 & n53=CC-N17 */
void stp09(){
    short a,b;
    for(a=1;a<65;a++){b=CC-a;
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[17]=a; nm[53]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp10();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
}
/* Set n25=SSM-n1-n9-n17 & n61=CC-n25 */
void stp10(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[1]-nm[9]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[37]-nm[45]-nm[53];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[25]=a; nm[61]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp11();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n18=SSM-n9-n10-n17 & n54=CC-n18 */
void stp11(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[9]-nm[10]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<65)){

```

```

    b=SSM-nm[45]-nm[46]-nm[53];
    if(a+b==CC){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[18]=a; nm[54]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp12();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* Set n19=SSM-n10-n11-n18 & n55=CC-n19 */
void stp12(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[10]-nm[11]-nm[18];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[46]-nm[47]-nm[54];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[19]=a; nm[55]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp13();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n20=SSM-n11-n12-n19 & n56=CC-n20 */
void stp13(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[11]-nm[12]-nm[19];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[47]-nm[48]-nm[55];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[20]=a; nm[56]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp14();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n26=SSM-n17-n18-n25 & n62=CC-n26 */
void stp14(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[17]-nm[18]-nm[25];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[53]-nm[54]-nm[61];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[26]=a; nm[62]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp15();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n27=SSM-n18-n19-n26 & n63=CC-n27 */
void stp15(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[18]-nm[19]-nm[26];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[54]-nm[55]-nm[62];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[27]=a; nm[63]=b;

```

```

        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp16();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set n28=SSM-n19-n20-n27 & n64=CC-n28 & n64>N1 */
void stp16(){
short a,b;
a=SSM-nm[19]-nm[20]-nm[27];
if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[55]-nm[56]-nm[63];
    if((b>nm[1])&&(a+b==CC)){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[28]=a; nm[64]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp17();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* .... */

```

実行結果は、次のようになった。解のリストを掲げる。

**** 多重四方陣型正方連結完全汎八方陣の標準解のリスト(部分): 撰田寛二謹製(02/14/2010) ****

1/ 1 63 6 60 22 44 17 47 62 4 57 7 41 23 46 20 11 53 16 50 32 34 27 37 56 10 51 13 35 29 40 26 43 21 48 18 64 2 59 5 24 42 19 45 3 61 8 58 33 31 38 28 54 12 49 15 30 36 25 39 9 55 14 52	25/ 1 63 4 62 20 46 17 47 60 6 57 7 41 23 44 22 13 51 16 50 32 34 29 35 56 10 53 11 37 27 40 26 45 19 48 18 64 2 61 3 24 42 21 43 5 59 8 58 33 31 36 30 52 14 49 15 28 38 25 39 9 55 12 54	49/ 1 63 4 62 20 46 17 47 56 10 53 11 37 27 40 26 13 51 16 50 32 34 29 35 60 6 57 7 41 23 44 22 45 19 48 18 64 2 61 3 28 38 25 39 9 55 12 54 33 31 36 30 52 14 49 15 24 42 21 43 5 59 8 58
73/ 1 63 4 62 12 54 9 55 48 18 45 19 37 27 40 26 21 43 24 42 32 34 29 35 60 6 57 7 49 15 52 14 53 11 56 10 64 2 61 3 28 38 25 39 17 47 20 46 33 31 36 30 44 22 41 23 16 50 13 51 5 59 8 58	97/ 1 63 4 62 12 54 9 55 32 34 29 35 21 43 24 42 37 27 40 26 48 18 45 19 60 6 57 7 49 15 52 14 53 11 56 10 64 2 61 3 44 22 41 23 33 31 36 30 17 47 20 46 28 38 25 39 16 50 13 51 5 59 8 58	121/ 1 62 4 63 20 47 17 46 60 7 57 6 41 22 44 23 13 50 16 51 32 35 29 34 56 11 53 10 37 26 40 27 45 18 48 19 64 3 61 2 24 43 21 42 5 58 8 59 33 30 36 31 52 15 49 14 28 39 25 38 9 54 12 55
145/ 1 62 4 63 20 47 17 46 56 11 53 10 37 26 40 27 13 50 16 51 32 35 29 34 60 7 57 6 41 22 44 23 45 18 48 19 64 3 61 2 28 39 25 38 9 54 12 55 33 30 36 31 52 15 49 14 24 43 21 42 5 58 8 59	169/ 1 62 4 63 12 55 9 54 48 19 45 18 37 26 40 27 21 42 24 43 32 35 29 34 60 7 57 6 49 14 52 15 53 10 56 11 64 3 61 2 28 39 25 38 17 46 20 47 33 30 36 31 44 23 41 22 16 51 13 50 5 58 8 59	193/ 1 62 4 63 12 55 9 54 32 35 29 34 21 42 24 43 37 26 40 27 48 19 45 18 60 7 57 6 49 14 52 15 53 10 56 11 64 3 61 2 44 23 41 22 33 30 36 31 17 46 20 47 28 39 25 38 16 51 13 50 5 58 8 59
217/ 1 60 6 63 22 47 17 44 56 13 51 10 35 26 40 29 11 50 16 53 32 37 27 34 62 7 57 4 41 20 46 23 43 18 48 21 64 5 59 2 30 39 25 36 9 52 14 55	241/ 1 60 6 63 14 55 9 52 48 21 43 18 35 26 40 29 19 42 24 45 32 37 27 34 62 7 57 4 49 12 54 15 51 10 56 13 64 5 59 2 30 39 25 36 17 44 22 47	265/ 1 60 6 63 14 55 9 52 32 37 27 34 19 42 24 45 35 26 40 29 48 21 43 18 62 7 57 4 49 12 54 15 51 10 56 13 64 5 59 2 46 23 41 20 33 28 38 31

33 28 38 31 54 15 49 12	33 28 38 31 46 23 41 20	17 44 22 47 30 39 25 36
24 45 19 42 3 58 8 61	16 53 11 50 3 58 8 61	16 53 11 50 3 58 8 61
289/	337/	361/
1 56 10 63 14 59 5 52	1 48 18 63 22 59 5 44	2 64 5 59 21 43 18 48
48 25 39 18 35 22 44 29	32 49 15 34 11 38 28 53	61 3 58 8 42 24 45 19
19 38 28 45 32 41 23 34	35 14 52 29 56 25 39 10	12 54 15 49 31 33 28 38
62 11 53 4 49 8 58 15	62 19 45 4 41 8 58 23	55 9 52 14 36 30 39 25
51 6 60 13 64 9 55 2	43 6 60 21 64 17 47 2	44 22 47 17 63 1 60 6
30 43 21 36 17 40 26 47	54 27 37 12 33 16 50 31	23 41 20 46 4 62 7 57
33 24 42 31 46 27 37 20	9 40 26 55 30 51 13 36	34 32 37 27 53 11 50 16
16 57 7 50 3 54 12 61	24 57 7 42 3 46 20 61	29 35 26 40 10 56 13 51
481/	577/	649/
2 61 3 64 19 48 18 45	2 59 5 64 21 48 18 43	2 55 9 64 13 60 6 51
59 8 58 5 42 21 43 24	55 14 52 9 36 25 39 30	47 26 40 17 36 21 43 30
14 49 15 52 31 36 30 33	12 49 15 54 31 38 28 33	20 37 27 46 31 42 24 33
55 12 54 9 38 25 39 28	61 8 58 3 42 19 45 24	61 12 54 3 50 7 57 16
46 17 47 20 63 4 62 1	44 17 47 22 63 6 60 1	52 5 59 14 63 10 56 1
23 44 22 41 6 57 7 60	29 40 26 35 10 51 13 56	29 44 22 35 18 39 25 48
34 29 35 32 51 16 50 13	34 27 37 32 53 16 50 11	34 23 41 32 45 28 38 19
27 40 26 37 10 53 11 56	23 46 20 41 4 57 7 62	15 58 8 49 4 53 11 62
697/	721/	841/
2 47 17 64 21 60 6 43	3 64 5 58 21 42 19 48	3 61 2 64 18 48 19 45
31 50 16 33 12 37 27 54	61 2 59 8 43 24 45 18	58 8 59 5 43 21 42 24
36 13 51 30 55 26 40 9	12 55 14 49 30 33 28 39	15 49 14 52 30 36 31 33
61 20 46 3 42 7 57 24	54 9 52 15 36 31 38 25	54 12 55 9 39 25 38 28
44 5 59 22 63 18 48 1	44 23 46 17 62 1 60 7	47 17 46 20 62 4 63 1
53 28 38 11 34 15 49 32	22 41 20 47 4 63 6 57	22 44 23 41 7 57 6 60
10 39 25 56 29 52 14 35	35 32 37 26 53 10 51 16	35 29 34 32 50 16 51 13
23 58 8 41 4 45 19 62	29 34 27 40 11 56 13 50	26 40 27 37 11 53 10 56
937/	1009/	1057/
3 58 5 64 21 48 19 42	3 54 9 64 13 60 7 50	3 46 17 64 21 60 7 42
54 15 52 9 36 25 38 31	46 27 40 17 36 21 42 31	30 51 16 33 12 37 26 55
12 49 14 55 30 39 28 33	20 37 26 47 30 43 24 33	36 13 50 31 54 27 40 9
61 8 59 2 43 18 45 24	61 12 55 2 51 6 57 16	61 20 47 2 43 6 57 24
44 17 46 23 62 7 60 1	52 5 58 15 62 11 56 1	44 5 58 23 62 19 48 1
29 40 27 34 11 50 13 56	29 44 23 34 19 38 25 48	53 28 39 10 35 14 49 32
35 26 37 32 53 16 51 10	35 22 41 32 45 28 39 18	11 38 25 56 29 52 15 34
22 47 20 41 4 57 6 63	14 59 8 49 4 53 10 63	22 59 8 41 4 45 18 63
1081/	1441/	1801/
4 63 6 57 22 41 20 47	5 64 3 58 19 42 21 48	6 63 4 57 20 41 22 47
62 1 60 7 44 23 46 17	59 2 61 8 45 24 43 18	60 1 62 7 46 23 44 17
11 56 13 50 29 34 27 40	14 55 12 49 28 33 30 39	13 56 11 50 27 34 29 40
53 10 51 16 35 32 37 26	52 9 54 15 38 31 36 25	51 10 53 16 37 32 35 26
43 24 45 18 61 2 59 8	46 23 44 17 60 1 62 7	45 24 43 18 59 2 61 8
21 42 19 48 3 64 5 58	20 41 22 47 6 63 4 57	19 42 21 48 5 64 3 58
36 31 38 25 54 9 52 15	37 32 35 26 51 10 53 16	38 31 36 25 52 9 54 15
30 33 28 39 12 55 14 49	27 34 29 40 13 56 11 50	28 33 30 39 14 55 12 49
2161/	2521/	2881/
7 62 4 57 20 41 23 46	8 61 3 58 19 42 24 45	9 64 3 54 19 38 25 48
60 1 63 6 47 22 44 17	59 2 64 5 48 21 43 18	55 2 61 12 45 28 39 18
13 56 10 51 26 35 29 40	14 55 9 52 25 36 30 39	14 59 8 49 24 33 30 43
50 11 53 16 37 32 34 27	49 12 54 15 38 31 33 28	52 5 58 15 42 31 36 21
45 24 42 19 58 3 61 8	46 23 41 20 57 4 62 7	46 27 40 17 56 1 62 11
18 43 21 48 5 64 2 59	17 44 22 47 6 63 1 60	20 37 26 47 10 63 4 53
39 30 36 25 52 9 55 14	40 29 35 26 51 10 56 13	41 32 35 22 51 6 57 16
28 33 31 38 15 54 12 49	27 34 32 37 16 53 11 50	23 34 29 44 13 60 7 50
3169/	3457/	3745/

10 63 4 53 20 37 26 47	11 62 4 53 20 37 27 46	12 61 3 54 19 38 28 45						
56 1 62 11 46 27 40 17	56 1 63 10 47 26 40 17	55 2 64 9 48 25 39 18						
13 60 7 50 23 34 29 44	13 60 6 51 22 35 29 44	14 59 5 52 21 36 30 43						
51 6 57 16 41 32 35 22	50 7 57 16 41 32 34 23	49 8 58 15 42 31 33 24						
45 28 39 18 55 2 61 12	45 28 38 19 54 3 61 12	46 27 37 20 53 4 62 11						
19 38 25 48 9 64 3 54	18 39 25 48 9 64 2 55	17 40 26 47 10 63 1 56						
42 31 36 21 52 5 58 15	43 30 36 21 52 5 59 14	44 29 35 22 51 6 60 13						
24 33 30 43 14 59 8 49	24 33 31 42 15 58 8 49	23 34 32 41 16 57 7 50						
4033/			4321/			4609/		
13 60 6 51 22 35 29 44	14 59 5 52 21 36 30 43	15 58 5 52 21 36 31 42						
56 1 63 10 47 26 40 17	55 2 64 9 48 25 39 18	54 3 64 9 48 25 38 19						
11 62 4 53 20 37 27 46	12 61 3 54 19 38 28 45	12 61 2 55 18 39 28 45						
50 7 57 16 41 32 34 23	49 8 58 15 42 31 33 24	49 8 59 14 43 30 33 24						
43 30 36 21 52 5 59 14	44 29 35 22 51 6 60 13	44 29 34 23 50 7 60 13						
18 39 25 48 9 64 2 55	17 40 26 47 10 63 1 56	17 40 27 46 11 62 1 56						
45 28 38 19 54 3 61 12	46 27 37 20 53 4 62 11	47 26 37 20 53 4 63 10						
24 33 31 42 15 58 8 49	23 34 32 41 16 57 7 50	22 35 32 41 16 57 6 51						
4897/			5185/			5257/		
16 57 6 51 22 35 32 41	17 64 3 46 35 14 49 32	18 63 4 45 36 13 50 31						
53 4 63 10 47 26 37 20	47 2 61 20 29 52 15 34	48 1 62 19 30 51 16 33						
11 62 1 56 17 40 27 46	22 59 8 41 40 9 54 27	21 60 7 42 39 10 53 28						
50 7 60 13 44 29 34 23	44 5 58 23 26 55 12 37	43 6 57 24 25 56 11 38						
43 30 33 24 49 8 59 14	30 51 16 33 48 1 62 19	29 52 15 34 47 2 61 20						
18 39 28 45 12 61 2 55	36 13 50 31 18 63 4 45	35 14 49 32 17 64 3 46						
48 25 38 19 54 3 64 9	25 56 11 38 43 6 57 24	26 55 12 37 44 5 58 23						
21 36 31 42 15 58 5 52	39 10 53 28 21 60 7 42	40 9 54 27 22 59 8 41						
5329/			5401/			5473/		
19 62 4 45 36 13 51 30	20 61 3 46 35 14 52 29	21 60 6 43 38 11 53 28						
48 1 63 18 31 50 16 33	47 2 64 17 32 49 15 34	48 1 63 18 31 50 16 33						
21 60 6 43 38 11 53 28	22 59 5 44 37 12 54 27	19 62 4 45 36 13 51 30						
42 7 57 24 25 56 10 39	41 8 58 23 26 55 9 40	42 7 57 24 25 56 10 39						
29 52 14 35 46 3 61 20	30 51 13 36 45 4 62 19	27 54 12 37 44 5 59 22						
34 15 49 32 17 64 2 47	33 16 50 31 18 63 1 48	34 15 49 32 17 64 2 47						
27 54 12 37 44 5 59 22	28 53 11 38 43 6 60 21	29 52 14 35 46 3 61 20						
40 9 55 26 23 58 8 41	39 10 56 25 24 57 7 42	40 9 55 26 23 58 8 41						
5545/			5617/			5689/		
22 59 5 44 37 12 54 27	23 58 5 44 37 12 55 26	24 57 6 43 38 11 56 25						
47 2 64 17 32 49 15 34	46 3 64 17 32 49 14 35	45 4 63 18 31 50 13 36						
20 61 3 46 35 14 52 29	20 61 2 47 34 15 52 29	19 62 1 48 33 16 51 30						
41 8 58 23 26 55 9 40	41 8 59 22 27 54 9 40	42 7 60 21 28 53 10 39						
28 53 11 38 43 6 60 21	28 53 10 39 42 7 60 21	27 54 9 40 41 8 59 22						
33 16 50 31 18 63 1 48	33 16 51 30 19 62 1 48	34 15 52 29 20 61 2 47						
30 51 13 36 45 4 62 19	31 50 13 36 45 4 63 18	32 49 14 35 46 3 64 17						
39 10 56 25 24 57 7 42	38 11 56 25 24 57 6 43	37 12 55 26 23 58 5 44						

[Count = 5760]

確かに2タイプともに標準解の総数が5760個ある。稀少価値の高い解集合である。

n1=1の時の解も、同数の360個を数える。しかも、その1個1個の解の内容がお互いに良く似ている。これならば、両者の対応関係を見出しやすいのではないか。

我々は、両タイプの解をほとんど同じ手順で作成している。特に左上の4×4のブロックの内容が全く同じになるように配慮・工夫して構成している。こういうふうに通共の部位を作っておけば、違ったところの相違が見やすくなる。異同の研究がしやすくなる。

はたして、どんな対応が見出せるだろうか。例えば、変換法を見つけるというようなことが可能だろうか。一つの変換法で、全部の解を一括して他の型に変え得るだろうか。

5. 上のリストのままでは比較し難いので、以下のような対照リストを作ってみた。

** 2つのタイプの解の対照リスト：同じ解番号のものを3個ずつ上下に並べてみた **

1/S								25/S								49/S							
1	63	6	60	18	48	21	43	1	63	4	62	18	48	19	45	1	63	4	62	18	48	19	45
62	4	57	7	45	19	42	24	60	6	57	7	43	21	42	24	56	10	53	11	39	25	38	28
11	53	16	50	28	38	31	33	13	51	16	50	30	36	31	33	13	51	16	50	30	36	31	33
56	10	51	13	39	25	36	30	56	10	53	11	39	25	38	28	60	6	57	7	43	21	42	24
35	29	40	26	52	14	55	9	37	27	40	26	54	12	55	9	41	23	44	22	58	8	59	5
32	34	27	37	15	49	12	54	32	34	29	35	15	49	14	52	32	34	29	35	15	49	14	52
41	23	46	20	58	8	61	3	41	23	44	22	58	8	59	5	37	27	40	26	54	12	55	9
22	44	17	47	5	59	2	64	20	46	17	47	3	61	2	64	20	46	17	47	3	61	2	64
1/C								25/C								49/C							
1	63	6	60	22	44	17	47	1	63	4	62	20	46	17	47	1	63	4	62	20	46	17	47
62	4	57	7	41	23	46	20	60	6	57	7	41	23	44	22	56	10	53	11	37	27	40	26
11	53	16	50	32	34	27	37	13	51	16	50	32	34	29	35	13	51	16	50	32	34	29	35
56	10	51	13	35	29	40	26	56	10	53	11	37	27	40	26	60	6	57	7	41	23	44	22
43	21	48	18	64	2	59	5	45	19	48	18	64	2	61	3	45	19	48	18	64	2	61	3
24	42	19	45	3	61	8	58	24	42	21	43	5	59	8	58	28	38	25	39	9	55	12	54
33	31	38	28	54	12	49	15	33	31	36	30	52	14	49	15	33	31	36	30	52	14	49	15
30	36	25	39	9	55	14	52	28	38	25	39	9	55	12	54	24	42	21	43	5	59	8	58

詳しい異同研究を試みて、小生は次のような変換法を抽出した。

** 変換法のご概念図：タイプ別：撰田寛二謹製(02/15/2010) **

0/S ->								0/C							
1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	57	58	59	60
9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	49	50	51	52
17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	41	42	43	44
25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	33	34	35	36
33	34	35	36	37	38	39	40	8	7	6	5	64	63	62	61
41	42	43	44	45	46	47	48	16	15	14	13	56	55	54	53
49	50	51	52	53	54	55	56	24	23	22	21	48	47	46	45
57	58	59	60	61	62	63	64	32	31	30	29	40	39	38	37
1/C ->								1/S							
1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	36	35	34	33
9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	44	43	42	41
17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	52	51	50	49
25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	60	59	58	57
33	34	35	36	37	38	39	40	29	30	31	32	64	63	62	61
41	42	43	44	45	46	47	48	21	22	23	24	56	55	54	53
49	50	51	52	53	54	55	56	13	14	15	16	48	47	46	45
57	58	59	60	61	62	63	64	5	6	7	8	40	39	38	37

/**/

/* 変換法の規則-1：プログラム：三連立型から多重型へ */

```
void trnsf1(void){
  tn[1]=nm[1]; tn[2]=nm[2]; tn[3]=nm[3]; tn[4]=nm[4];
  tn[5]=nm[57]; tn[6]=nm[58]; tn[7]=nm[59]; tn[8]=nm[60];
  tn[9]=nm[9]; tn[10]=nm[10]; tn[11]=nm[11]; tn[12]=nm[12];
  tn[13]=nm[49]; tn[14]=nm[50]; tn[15]=nm[51]; tn[16]=nm[52];
  tn[17]=nm[17]; tn[18]=nm[18]; tn[19]=nm[19]; tn[20]=nm[20];
  tn[21]=nm[41]; tn[22]=nm[42]; tn[23]=nm[43]; tn[24]=nm[44];
  tn[25]=nm[25]; tn[26]=nm[26]; tn[27]=nm[27]; tn[28]=nm[28];
  tn[29]=nm[33]; tn[30]=nm[34]; tn[31]=nm[35]; tn[32]=nm[36];
  tn[33]=nm[8]; tn[34]=nm[7]; tn[35]=nm[6]; tn[36]=nm[5];
  tn[37]=nm[64]; tn[38]=nm[63]; tn[39]=nm[62]; tn[40]=nm[61];
  tn[41]=nm[16]; tn[42]=nm[15]; tn[43]=nm[14]; tn[44]=nm[13];
  tn[45]=nm[56]; tn[46]=nm[55]; tn[47]=nm[54]; tn[48]=nm[53];
```



```

tn[49]=nm[24]; tn[50]=nm[23]; tn[51]=nm[22]; tn[52]=nm[21];
tn[53]=nm[48]; tn[54]=nm[47]; tn[55]=nm[46]; tn[56]=nm[45];
tn[57]=nm[32]; tn[58]=nm[31]; tn[59]=nm[30]; tn[60]=nm[29];
tn[61]=nm[40]; tn[62]=nm[39]; tn[63]=nm[38]; tn[64]=nm[37];
}
/**/
/* 変換法の規則-2 : プログラム : 多重型から三連立型へ */
void trnsf2(void){
tn[1]=nm[1]; tn[2]=nm[2]; tn[3]=nm[3]; tn[4]=nm[4];
tn[5]=nm[36]; tn[6]=nm[35]; tn[7]=nm[34]; tn[8]=nm[33];
tn[9]=nm[9]; tn[10]=nm[10]; tn[11]=nm[11]; tn[12]=nm[12];
tn[13]=nm[44]; tn[14]=nm[43]; tn[15]=nm[42]; tn[16]=nm[41];
tn[17]=nm[17]; tn[18]=nm[18]; tn[19]=nm[19]; tn[20]=nm[20];
tn[21]=nm[52]; tn[22]=nm[51]; tn[23]=nm[50]; tn[24]=nm[49];
tn[25]=nm[25]; tn[26]=nm[26]; tn[27]=nm[27]; tn[28]=nm[28];
tn[29]=nm[60]; tn[30]=nm[59]; tn[31]=nm[58]; tn[32]=nm[57];
tn[33]=nm[29]; tn[34]=nm[30]; tn[35]=nm[31]; tn[36]=nm[32];
tn[37]=nm[64]; tn[38]=nm[63]; tn[39]=nm[62]; tn[40]=nm[61];
tn[41]=nm[21]; tn[42]=nm[22]; tn[43]=nm[23]; tn[44]=nm[24];
tn[45]=nm[56]; tn[46]=nm[55]; tn[47]=nm[54]; tn[48]=nm[53];
tn[49]=nm[13]; tn[50]=nm[14]; tn[51]=nm[15]; tn[52]=nm[16];
tn[53]=nm[48]; tn[54]=nm[47]; tn[55]=nm[46]; tn[56]=nm[45];
tn[57]=nm[5]; tn[58]=nm[6]; tn[59]=nm[7]; tn[60]=nm[8];
tn[61]=nm[40]; tn[62]=nm[39]; tn[63]=nm[38]; tn[64]=nm[37];
}
/**/

```

早速にも、この仮説を検証してみよう。

先ず、この2つの変換法を連続して実行してみる。最初に三連立型から多重型に変換し、その結果に対して多重型から三連立型への変換を試みる。

0/S								->	1/C								->	2/S							
1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	57	58	59	60		1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16		9	10	11	12	49	50	51	52		9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24		17	18	19	20	41	42	43	44		17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32		25	26	27	28	33	34	35	36		25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40		8	7	6	5	64	63	62	61		33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48		16	15	14	13	56	55	54	53		41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56		24	23	22	21	48	47	46	45		49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64		32	31	30	29	40	39	38	37		57	58	59	60	61	62	63	64

スタートの 0/S とゴールの 2/S を比較すると、完全に元に戻っている。

今度は、多重型から三連立型へ、その結果をまた多重型に連続変換してみよう。

0/C								->	1/S								->	2/C							
1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	36	35	34	33		1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16		9	10	11	12	44	43	42	41		9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24		17	18	19	20	52	51	50	49		17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32		25	26	27	28	60	59	58	57		25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40		29	30	31	32	64	63	62	61		33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48		21	22	23	24	56	55	54	53		41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56		13	14	15	16	48	47	46	45		49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64		5	6	7	8	40	39	38	37		57	58	59	60	61	62	63	64

スタートの 0/C とゴールの 2/C を比較すると、完全に元に戻っている。

概念図の間でもうまく行っている。双方向の変換が可能なのがわかる。

次は、実際の解集合に適用して、うまく変えられるかどうか調べよう。

6. 三連立型の正方連結対称汎八方陣の解集合にこの変換法を適用した結果、次のようになった。n1=1の場合に限って、実例の幾つかを示す。

** 三連立型から多重四方陣型への変換の実際：解の対照リスト：チェックサム付き **

1/S =Row C1m\PD1/PD2														1/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	63	6	60	18	48	21	43	=260		260	\	260	/260	1	63	6	60	22	44	17	47	=260		260	\	260	/260
62	4	57	7	45	19	42	24	=260		260	\	260	/260	62	4	57	7	41	23	46	20	=260		260	\	260	/260
11	53	16	50	28	38	31	33	=260		260	\	260	/260	11	53	16	50	32	34	27	37	=260		260	\	260	/260
56	10	51	13	39	25	36	30	=260		260	\	260	/260	56	10	51	13	35	29	40	26	=260		260	\	260	/260
35	29	40	26	52	14	55	9	=260		260	\	260	/260	43	21	48	18	64	2	59	5	=260		260	\	260	/260
32	34	27	37	15	49	12	54	=260		260	\	260	/260	24	42	19	45	3	61	8	58	=260		260	\	260	/260
41	23	46	20	58	8	61	3	=260		260	\	260	/260	33	31	38	28	54	12	49	15	=260		260	\	260	/260
22	44	17	47	5	59	2	64	=260		260	\	260	/260	30	36	25	39	9	55	14	52	=260		260	\	260	/260

25/S =Row C1m\PD1/PD2														25/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	63	4	62	18	48	19	45	=260		260	\	260	/260	1	63	4	62	20	46	17	47	=260		260	\	260	/260
60	6	57	7	43	21	42	24	=260		260	\	260	/260	60	6	57	7	41	23	44	22	=260		260	\	260	/260
13	51	16	50	30	36	31	33	=260		260	\	260	/260	13	51	16	50	32	34	29	35	=260		260	\	260	/260
56	10	53	11	39	25	38	28	=260		260	\	260	/260	56	10	53	11	37	27	40	26	=260		260	\	260	/260
37	27	40	26	54	12	55	9	=260		260	\	260	/260	45	19	48	18	64	2	61	3	=260		260	\	260	/260
32	34	29	35	15	49	14	52	=260		260	\	260	/260	24	42	21	43	5	59	8	58	=260		260	\	260	/260
41	23	44	22	58	8	59	5	=260		260	\	260	/260	33	31	36	30	52	14	49	15	=260		260	\	260	/260
20	46	17	47	3	61	2	64	=260		260	\	260	/260	28	38	25	39	9	55	12	54	=260		260	\	260	/260

49/S =Row C1m\PD1/PD2														49/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	63	4	62	18	48	19	45	=260		260	\	260	/260	1	63	4	62	20	46	17	47	=260		260	\	260	/260
56	10	53	11	39	25	38	28	=260		260	\	260	/260	56	10	53	11	37	27	40	26	=260		260	\	260	/260
13	51	16	50	30	36	31	33	=260		260	\	260	/260	13	51	16	50	32	34	29	35	=260		260	\	260	/260
60	6	57	7	43	21	42	24	=260		260	\	260	/260	60	6	57	7	41	23	44	22	=260		260	\	260	/260
41	23	44	22	58	8	59	5	=260		260	\	260	/260	45	19	48	18	64	2	61	3	=260		260	\	260	/260
32	34	29	35	15	49	14	52	=260		260	\	260	/260	28	38	25	39	9	55	12	54	=260		260	\	260	/260
37	27	40	26	54	12	55	9	=260		260	\	260	/260	33	31	36	30	52	14	49	15	=260		260	\	260	/260
20	46	17	47	3	61	2	64	=260		260	\	260	/260	24	42	21	43	5	59	8	58	=260		260	\	260	/260

73/S =Row C1m\PD1/PD2														73/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	63	4	62	10	56	11	53	=260		260	\	260	/260	1	63	4	62	12	54	9	55	=260		260	\	260	/260
48	18	45	19	39	25	38	28	=260		260	\	260	/260	48	18	45	19	37	27	40	26	=260		260	\	260	/260
21	43	24	42	30	36	31	33	=260		260	\	260	/260	21	43	24	42	32	34	29	35	=260		260	\	260	/260
60	6	57	7	51	13	50	16	=260		260	\	260	/260	60	6	57	7	49	15	52	14	=260		260	\	260	/260
49	15	52	14	58	8	59	5	=260		260	\	260	/260	53	11	56	10	64	2	61	3	=260		260	\	260	/260
32	34	29	35	23	41	22	44	=260		260	\	260	/260	28	38	25	39	17	47	20	46	=260		260	\	260	/260
37	27	40	26	46	20	47	17	=260		260	\	260	/260	33	31	36	30	44	22	41	23	=260		260	\	260	/260
12	54	9	55	3	61	2	64	=260		260	\	260	/260	16	50	13	51	5	59	8	58	=260		260	\	260	/260

97/S =Row C1m\PD1/PD2														97/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	63	4	62	10	56	11	53	=260		260	\	260	/260	1	63	4	62	12	54	9	55	=260		260	\	260	/260
32	34	29	35	23	41	22	44	=260		260	\	260	/260	32	34	29	35	21	43	24	42	=260		260	\	260	/260
37	27	40	26	46	20	47	17	=260		260	\	260	/260	37	27	40	26	48	18	45	19	=260		260	\	260	/260
60	6	57	7	51	13	50	16	=260		260	\	260	/260	60	6	57	7	49	15	52	14	=260		260	\	260	/260
49	15	52	14	58	8	59	5	=260		260	\	260	/260	53	11	56	10	64	2	61	3	=260		260	\	260	/260
48	18	45	19	39	25	38	28	=260		260	\	260	/260	44	22	41	23	33	31	36	30	=260		260	\	260	/260
21	43	24	42	30	36	31	33	=260		260	\	260	/260	17	47	20	46	28	38	25	39	=260		260	\	260	/260
12	54	9	55	3	61	2	64	=260		260	\	260	/260	16	50	13	51	5	59	8	58	=260		260	\	260	/260

121/S =Row C1m\PD1/PD2														121/C =Row C1m\PD1/PD2													
1	62	4	63	19	48	18	45	=260		260	\	260	/260	1	62	4	63	20	47	17	46	=260		260	\	260	/260
60	7	57	6	42	21	43	24	=260		260	\	260	/260	60	7	57	6	41	22	44	23	=260		260	\	260	/260
13	50	16	51	31	36	30	33	=260		260	\	260	/260	13	50	16	51	32	35	29	34	=260		260	\	260	/260
56	11	53	10	38	25	39	28	=260		260	\	260	/260	56	11	53	10	37	26	40	27	=260		260	\	260	/260
37	26	40	27	55	12	54	9	=260		260	\	260	/260	45	18	48	19	64	3	61	2	=260		260	\	260	/260
32	35	29	34	14	49	15	52	=260		260	\	260	/260	24	43	21	42	5	58	8	59	=260		260	\	260	/260
41	22	44	23	59	8	58	5	=260		260	\	260	/260	33	30	36	31	52	15	49	14	=260		260	\	260	/260
20	47	17	46	2	61	3	64	=260		260	\	260	/260	28	39	25	38	9	54	12	55	=260		260	\	260	/260

145/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 19 48 18 45|=260|260\260/260
 56 11 53 10 38 25 39 28|=260|260\260/260
 13 50 16 51 31 36 30 33|=260|260\260/260
 60 7 57 6 42 21 43 24|=260|260\260/260
 41 22 44 23 59 8 58 5|=260|260\260/260
 32 35 29 34 14 49 15 52|=260|260\260/260
 37 26 40 27 55 12 54 9|=260|260\260/260
 20 47 17 46 2 61 3 64|=260|260\260/260

145/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 20 47 17 46|=260|260\260/260
 56 11 53 10 37 26 40 27|=260|260\260/260
 13 50 16 51 32 35 29 34|=260|260\260/260
 60 7 57 6 41 22 44 23|=260|260\260/260
 45 18 48 19 64 3 61 2|=260|260\260/260
 28 39 25 38 9 54 12 55|=260|260\260/260
 33 30 36 31 52 15 49 14|=260|260\260/260
 24 43 21 42 5 58 8 59|=260|260\260/260

169/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 11 56 10 53|=260|260\260/260
 48 19 45 18 38 25 39 28|=260|260\260/260
 21 42 24 43 31 36 30 33|=260|260\260/260
 60 7 57 6 50 13 51 16|=260|260\260/260
 49 14 52 15 59 8 58 5|=260|260\260/260
 32 35 29 34 22 41 23 44|=260|260\260/260
 37 26 40 27 47 20 46 17|=260|260\260/260
 12 55 9 54 2 61 3 64|=260|260\260/260

169/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 12 55 9 54|=260|260\260/260
 48 19 45 18 37 26 40 27|=260|260\260/260
 21 42 24 43 32 35 29 34|=260|260\260/260
 60 7 57 6 49 14 52 15|=260|260\260/260
 53 10 56 11 64 3 61 2|=260|260\260/260
 28 39 25 38 17 46 20 47|=260|260\260/260
 33 30 36 31 44 23 41 22|=260|260\260/260
 16 51 13 50 5 58 8 59|=260|260\260/260

193/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 11 56 10 53|=260|260\260/260
 32 35 29 34 22 41 23 44|=260|260\260/260
 37 26 40 27 47 20 46 17|=260|260\260/260
 60 7 57 6 50 13 51 16|=260|260\260/260
 49 14 52 15 59 8 58 5|=260|260\260/260
 48 19 45 18 38 25 39 28|=260|260\260/260
 21 42 24 43 31 36 30 33|=260|260\260/260
 12 55 9 54 2 61 3 64|=260|260\260/260

193/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 12 55 9 54|=260|260\260/260
 32 35 29 34 21 42 24 43|=260|260\260/260
 37 26 40 27 48 19 45 18|=260|260\260/260
 60 7 57 6 49 14 52 15|=260|260\260/260
 53 10 56 11 64 3 61 2|=260|260\260/260
 44 23 41 22 33 30 36 31|=260|260\260/260
 17 46 20 47 28 39 25 38|=260|260\260/260
 16 51 13 50 5 58 8 59|=260|260\260/260

217/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 21 48 18 43|=260|260\260/260
 56 13 51 10 36 25 39 30|=260|260\260/260
 11 50 16 53 31 38 28 33|=260|260\260/260
 62 7 57 4 42 19 45 24|=260|260\260/260
 41 20 46 23 61 8 58 3|=260|260\260/260
 32 37 27 34 12 49 15 54|=260|260\260/260
 35 26 40 29 55 14 52 9|=260|260\260/260
 22 47 17 44 2 59 5 64|=260|260\260/260

217/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 22 47 17 44|=260|260\260/260
 56 13 51 10 35 26 40 29|=260|260\260/260
 11 50 16 53 32 37 27 34|=260|260\260/260
 62 7 57 4 41 20 46 23|=260|260\260/260
 43 18 48 21 64 5 59 2|=260|260\260/260
 30 39 25 36 9 52 14 55|=260|260\260/260
 33 28 38 31 54 15 49 12|=260|260\260/260
 24 45 19 42 3 58 8 61|=260|260\260/260

241/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 13 56 10 51|=260|260\260/260
 48 21 43 18 36 25 39 30|=260|260\260/260
 19 42 24 45 31 38 28 33|=260|260\260/260
 62 7 57 4 50 11 53 16|=260|260\260/260
 49 12 54 15 61 8 58 3|=260|260\260/260
 32 37 27 34 20 41 23 46|=260|260\260/260
 35 26 40 29 47 22 44 17|=260|260\260/260
 14 55 9 52 2 59 5 64|=260|260\260/260

241/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 14 55 9 52|=260|260\260/260
 48 21 43 18 35 26 40 29|=260|260\260/260
 19 42 24 45 32 37 27 34|=260|260\260/260
 62 7 57 4 49 12 54 15|=260|260\260/260
 51 10 56 13 64 5 59 2|=260|260\260/260
 30 39 25 36 17 44 22 47|=260|260\260/260
 33 28 38 31 46 23 41 20|=260|260\260/260
 16 53 11 50 3 58 8 61|=260|260\260/260

265/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 13 56 10 51|=260|260\260/260
 32 37 27 34 20 41 23 46|=260|260\260/260
 35 26 40 29 47 22 44 17|=260|260\260/260
 62 7 57 4 50 11 53 16|=260|260\260/260
 49 12 54 15 61 8 58 3|=260|260\260/260
 48 21 43 18 36 25 39 30|=260|260\260/260
 19 42 24 45 31 38 28 33|=260|260\260/260
 14 55 9 52 2 59 5 64|=260|260\260/260

265/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 60 6 63 14 55 9 52|=260|260\260/260
 32 37 27 34 19 42 24 45|=260|260\260/260
 35 26 40 29 48 21 43 18|=260|260\260/260
 62 7 57 4 49 12 54 15|=260|260\260/260
 51 10 56 13 64 5 59 2|=260|260\260/260
 46 23 41 20 33 28 38 31|=260|260\260/260
 17 44 22 47 30 39 25 36|=260|260\260/260
 16 53 11 50 3 58 8 61|=260|260\260/260

289/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 56 10 63 13 60 6 51|=260|260\260/260
 48 25 39 18 36 21 43 30|=260|260\260/260
 19 38 28 45 31 42 24 33|=260|260\260/260
 62 11 53 4 50 7 57 16|=260|260\260/260

289/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 56 10 63 14 59 5 52|=260|260\260/260
 48 25 39 18 35 22 44 29|=260|260\260/260
 19 38 28 45 32 41 23 34|=260|260\260/260
 62 11 53 4 49 8 58 15|=260|260\260/260

49 8 58 15 61 12 54 3 =260 260\260/260	51 6 60 13 64 9 55 2 =260 260\260/260
32 41 23 34 20 37 27 46 =260 260\260/260	30 43 21 36 17 40 26 47 =260 260\260/260
35 22 44 29 47 26 40 17 =260 260\260/260	33 24 42 31 46 27 37 20 =260 260\260/260
14 59 5 52 2 55 9 64 =260 260\260/260	16 57 7 50 3 54 12 61 =260 260\260/260

313/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 13 60 6 51 =260 260\260/260
32 41 23 34 20 37 27 46 =260 260\260/260
35 22 44 29 47 26 40 17 =260 260\260/260
62 11 53 4 50 7 57 16 =260 260\260/260
49 8 58 15 61 12 54 3 =260 260\260/260
48 25 39 18 36 21 43 30 =260 260\260/260
19 38 28 45 31 42 24 33 =260 260\260/260
14 59 5 52 2 55 9 64 =260 260\260/260

313/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 14 59 5 52 =260 260\260/260
32 41 23 34 19 38 28 45 =260 260\260/260
35 22 44 29 48 25 39 18 =260 260\260/260
62 11 53 4 49 8 58 15 =260 260\260/260
51 6 60 13 64 9 55 2 =260 260\260/260
46 27 37 20 33 24 42 31 =260 260\260/260
17 40 26 47 30 43 21 36 =260 260\260/260
16 57 7 50 3 54 12 61 =260 260\260/260

337/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 48 18 63 21 60 6 43 =260 260\260/260
32 49 15 34 12 37 27 54 =260 260\260/260
35 14 52 29 55 26 40 9 =260 260\260/260
62 19 45 4 42 7 57 24 =260 260\260/260
41 8 58 23 61 20 46 3 =260 260\260/260
56 25 39 10 36 13 51 30 =260 260\260/260
11 38 28 53 31 50 16 33 =260 260\260/260
22 59 5 44 2 47 17 64 =260 260\260/260

337/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 48 18 63 22 59 5 44 =260 260\260/260
32 49 15 34 11 38 28 53 =260 260\260/260
35 14 52 29 56 25 39 10 =260 260\260/260
62 19 45 4 41 8 58 23 =260 260\260/260
43 6 60 21 64 17 47 2 =260 260\260/260
54 27 37 12 33 16 50 31 =260 260\260/260
9 40 26 55 30 51 13 36 =260 260\260/260
24 57 7 42 3 46 20 61 =260 260\260/260

361/S|=Row|C1m\PD1/PD2

2 64 5 59 17 47 22 44 =260 260\260/260
61 3 58 8 46 20 41 23 =260 260\260/260
12 54 15 49 27 37 32 34 =260 260\260/260
55 9 52 14 40 26 35 29 =260 260\260/260
36 30 39 25 51 13 56 10 =260 260\260/260
31 33 28 38 16 50 11 53 =260 260\260/260
42 24 45 19 57 7 62 4 =260 260\260/260
21 43 18 48 6 60 1 63 =260 260\260/260

361/C|=Row|C1m\PD1/PD2

2 64 5 59 21 43 18 48 =260 260\260/260
61 3 58 8 42 24 45 19 =260 260\260/260
12 54 15 49 31 33 28 38 =260 260\260/260
55 9 52 14 36 30 39 25 =260 260\260/260
44 22 47 17 63 1 60 6 =260 260\260/260
23 41 20 46 4 62 7 57 =260 260\260/260
34 32 37 27 53 11 50 16 =260 260\260/260
29 35 26 40 10 56 13 51 =260 260\260/260

** Calculated and listed by Kanji Setsuda on Feb.15, 2010 **

チェックサムが、行列和も汎対角線和も全て定和に等しいことを示している。

7. 多重四方陣型の正方連結完全汎八方陣の解集合にこの変換法を適用した結果は、次のようになった。n1=1の場合に限って、実例を幾つか示す。

** 多重四方陣型から三連立型への変換の実際：解の対照リスト：チェックサム付き **

1/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 63 6 60 22 44 17 47 =260 260\260/260
62 4 57 7 41 23 46 20 =260 260\260/260
11 53 16 50 32 34 27 37 =260 260\260/260
56 10 51 13 35 29 40 26 =260 260\260/260
43 21 48 18 64 2 59 5 =260 260\260/260
24 42 19 45 3 61 8 58 =260 260\260/260
33 31 38 28 54 12 49 15 =260 260\260/260
30 36 25 39 9 55 14 52 =260 260\260/260

1/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 63 6 60 18 48 21 43 =260 260\260/260
62 4 57 7 45 19 42 24 =260 260\260/260
11 53 16 50 28 38 31 33 =260 260\260/260
56 10 51 13 39 25 36 30 =260 260\260/260
35 29 40 26 52 14 55 9 =260 260\260/260
32 34 27 37 15 49 12 54 =260 260\260/260
41 23 46 20 58 8 61 3 =260 260\260/260
22 44 17 47 5 59 2 64 =260 260\260/260

25/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 63 4 62 20 46 17 47 =260 260\260/260
60 6 57 7 41 23 44 22 =260 260\260/260
13 51 16 50 32 34 29 35 =260 260\260/260
56 10 53 11 37 27 40 26 =260 260\260/260
45 19 48 18 64 2 61 3 =260 260\260/260
24 42 21 43 5 59 8 58 =260 260\260/260
33 31 36 30 52 14 49 15 =260 260\260/260
28 38 25 39 9 55 12 54 =260 260\260/260

25/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 63 4 62 18 48 19 45 =260 260\260/260
60 6 57 7 43 21 42 24 =260 260\260/260
13 51 16 50 30 36 31 33 =260 260\260/260
56 10 53 11 39 25 38 28 =260 260\260/260
37 27 40 26 54 12 55 9 =260 260\260/260
32 34 29 35 15 49 14 52 =260 260\260/260
41 23 44 22 58 8 59 5 =260 260\260/260
20 46 17 47 3 61 2 64 =260 260\260/260

49/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 20 46 17 47|=260|260\260/260
 56 10 53 11 37 27 40 26|=260|260\260/260
 13 51 16 50 32 34 29 35|=260|260\260/260
 60 6 57 7 41 23 44 22|=260|260\260/260
 45 19 48 18 64 2 61 3|=260|260\260/260
 28 38 25 39 9 55 12 54|=260|260\260/260
 33 31 36 30 52 14 49 15|=260|260\260/260
 24 42 21 43 5 59 8 58|=260|260\260/260

49/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 18 48 19 45|=260|260\260/260
 56 10 53 11 39 25 38 28|=260|260\260/260
 13 51 16 50 30 36 31 33|=260|260\260/260
 60 6 57 7 43 21 42 24|=260|260\260/260
 41 23 44 22 58 8 59 5|=260|260\260/260
 32 34 29 35 15 49 14 52|=260|260\260/260
 37 27 40 26 54 12 55 9|=260|260\260/260
 20 46 17 47 3 61 2 64|=260|260\260/260

73/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 12 54 9 55|=260|260\260/260
 48 18 45 19 37 27 40 26|=260|260\260/260
 21 43 24 42 32 34 29 35|=260|260\260/260
 60 6 57 7 49 15 52 14|=260|260\260/260
 53 11 56 10 64 2 61 3|=260|260\260/260
 28 38 25 39 17 47 20 46|=260|260\260/260
 33 31 36 30 44 22 41 23|=260|260\260/260
 16 50 13 51 5 59 8 58|=260|260\260/260

73/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 10 56 11 53|=260|260\260/260
 48 18 45 19 39 25 38 28|=260|260\260/260
 21 43 24 42 30 36 31 33|=260|260\260/260
 60 6 57 7 51 13 50 16|=260|260\260/260
 49 15 52 14 58 8 59 5|=260|260\260/260
 32 34 29 35 23 41 22 44|=260|260\260/260
 37 27 40 26 46 20 47 17|=260|260\260/260
 12 54 9 55 3 61 2 64|=260|260\260/260

97/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 12 54 9 55|=260|260\260/260
 32 34 29 35 21 43 24 42|=260|260\260/260
 37 27 40 26 48 18 45 19|=260|260\260/260
 60 6 57 7 49 15 52 14|=260|260\260/260
 53 11 56 10 64 2 61 3|=260|260\260/260
 44 22 41 23 33 31 36 30|=260|260\260/260
 17 47 20 46 28 38 25 39|=260|260\260/260
 16 50 13 51 5 59 8 58|=260|260\260/260

97/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 63 4 62 10 56 11 53|=260|260\260/260
 32 34 29 35 23 41 22 44|=260|260\260/260
 37 27 40 26 46 20 47 17|=260|260\260/260
 60 6 57 7 51 13 50 16|=260|260\260/260
 49 15 52 14 58 8 59 5|=260|260\260/260
 48 18 45 19 39 25 38 28|=260|260\260/260
 21 43 24 42 30 36 31 33|=260|260\260/260
 12 54 9 55 3 61 2 64|=260|260\260/260

121/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 20 47 17 46|=260|260\260/260
 60 7 57 6 41 22 44 23|=260|260\260/260
 13 50 16 51 32 35 29 34|=260|260\260/260
 56 11 53 10 37 26 40 27|=260|260\260/260
 45 18 48 19 64 3 61 2|=260|260\260/260
 24 43 21 42 5 58 8 59|=260|260\260/260
 33 30 36 31 52 15 49 14|=260|260\260/260
 28 39 25 38 9 54 12 55|=260|260\260/260

121/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 19 48 18 45|=260|260\260/260
 60 7 57 6 42 21 43 24|=260|260\260/260
 13 50 16 51 31 36 30 33|=260|260\260/260
 56 11 53 10 38 25 39 28|=260|260\260/260
 37 26 40 27 55 12 54 9|=260|260\260/260
 32 35 29 34 14 49 15 52|=260|260\260/260
 41 22 44 23 59 8 58 5|=260|260\260/260
 20 47 17 46 2 61 3 64|=260|260\260/260

145/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 20 47 17 46|=260|260\260/260
 56 11 53 10 37 26 40 27|=260|260\260/260
 13 50 16 51 32 35 29 34|=260|260\260/260
 60 7 57 6 41 22 44 23|=260|260\260/260
 45 18 48 19 64 3 61 2|=260|260\260/260
 28 39 25 38 9 54 12 55|=260|260\260/260
 33 30 36 31 52 15 49 14|=260|260\260/260
 24 43 21 42 5 58 8 59|=260|260\260/260

145/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 19 48 18 45|=260|260\260/260
 56 11 53 10 38 25 39 28|=260|260\260/260
 13 50 16 51 31 36 30 33|=260|260\260/260
 60 7 57 6 42 21 43 24|=260|260\260/260
 41 22 44 23 59 8 58 5|=260|260\260/260
 32 35 29 34 14 49 15 52|=260|260\260/260
 37 26 40 27 55 12 54 9|=260|260\260/260
 20 47 17 46 2 61 3 64|=260|260\260/260

169/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 12 55 9 54|=260|260\260/260
 48 19 45 18 37 26 40 27|=260|260\260/260
 21 42 24 43 32 35 29 34|=260|260\260/260
 60 7 57 6 49 14 52 15|=260|260\260/260
 53 10 56 11 64 3 61 2|=260|260\260/260
 28 39 25 38 17 46 20 47|=260|260\260/260
 33 30 36 31 44 23 41 22|=260|260\260/260
 16 51 13 50 5 58 8 59|=260|260\260/260

169/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 11 56 10 53|=260|260\260/260
 48 19 45 18 38 25 39 28|=260|260\260/260
 21 42 24 43 31 36 30 33|=260|260\260/260
 60 7 57 6 50 13 51 16|=260|260\260/260
 49 14 52 15 59 8 58 5|=260|260\260/260
 32 35 29 34 22 41 23 44|=260|260\260/260
 37 26 40 27 47 20 46 17|=260|260\260/260
 12 55 9 54 2 61 3 64|=260|260\260/260

193/C|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 12 55 9 54|=260|260\260/260
 32 35 29 34 21 42 24 43|=260|260\260/260
 37 26 40 27 48 19 45 18|=260|260\260/260
 60 7 57 6 49 14 52 15|=260|260\260/260

193/S|=Row|C1m\PD1/PD2
 1 62 4 63 11 56 10 53|=260|260\260/260
 32 35 29 34 22 41 23 44|=260|260\260/260
 37 26 40 27 47 20 46 17|=260|260\260/260
 60 7 57 6 50 13 51 16|=260|260\260/260

53 10 56 11 64 3 61 2|=260|260\260/260
44 23 41 22 33 30 36 31|=260|260\260/260
17 46 20 47 28 39 25 38|=260|260\260/260
16 51 13 50 5 58 8 59|=260|260\260/260

217/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 22 47 17 44|=260|260\260/260
56 13 51 10 35 26 40 29|=260|260\260/260
11 50 16 53 32 37 27 34|=260|260\260/260
62 7 57 4 41 20 46 23|=260|260\260/260
43 18 48 21 64 5 59 2|=260|260\260/260
30 39 25 36 9 52 14 55|=260|260\260/260
33 28 38 31 54 15 49 12|=260|260\260/260
24 45 19 42 3 58 8 61|=260|260\260/260

241/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 14 55 9 52|=260|260\260/260
48 21 43 18 35 26 40 29|=260|260\260/260
19 42 24 45 32 37 27 34|=260|260\260/260
62 7 57 4 49 12 54 15|=260|260\260/260
51 10 56 13 64 5 59 2|=260|260\260/260
30 39 25 36 17 44 22 47|=260|260\260/260
33 28 38 31 46 23 41 20|=260|260\260/260
16 53 11 50 3 58 8 61|=260|260\260/260

265/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 14 55 9 52|=260|260\260/260
32 37 27 34 19 42 24 45|=260|260\260/260
35 26 40 29 48 21 43 18|=260|260\260/260
62 7 57 4 49 12 54 15|=260|260\260/260
51 10 56 13 64 5 59 2|=260|260\260/260
46 23 41 20 33 28 38 31|=260|260\260/260
17 44 22 47 30 39 25 36|=260|260\260/260
16 53 11 50 3 58 8 61|=260|260\260/260

289/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 14 59 5 52|=260|260\260/260
48 25 39 18 35 22 44 29|=260|260\260/260
19 38 28 45 32 41 23 34|=260|260\260/260
62 11 53 4 49 8 58 15|=260|260\260/260
51 6 60 13 64 9 55 2|=260|260\260/260
30 43 21 36 17 40 26 47|=260|260\260/260
33 24 42 31 46 27 37 20|=260|260\260/260
16 57 7 50 3 54 12 61|=260|260\260/260

313/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 14 59 5 52|=260|260\260/260
32 41 23 34 19 38 28 45|=260|260\260/260
35 22 44 29 48 25 39 18|=260|260\260/260
62 11 53 4 49 8 58 15|=260|260\260/260
51 6 60 13 64 9 55 2|=260|260\260/260
46 27 37 20 33 24 42 31|=260|260\260/260
17 40 26 47 30 43 21 36|=260|260\260/260
16 57 7 50 3 54 12 61|=260|260\260/260

337/C|=Row|C1m\PD1/PD2

1 48 18 63 22 59 5 44|=260|260\260/260
32 49 15 34 11 38 28 53|=260|260\260/260
35 14 52 29 56 25 39 10|=260|260\260/260
62 19 45 4 41 8 58 23|=260|260\260/260
43 6 60 21 64 17 47 2|=260|260\260/260
54 27 37 12 33 16 50 31|=260|260\260/260
9 40 26 55 30 51 13 36|=260|260\260/260
24 57 7 42 3 46 20 61|=260|260\260/260

49 14 52 15 59 8 58 5|=260|260\260/260
48 19 45 18 38 25 39 28|=260|260\260/260
21 42 24 43 31 36 30 33|=260|260\260/260
12 55 9 54 2 61 3 64|=260|260\260/260

217/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 21 48 18 43|=260|260\260/260
56 13 51 10 36 25 39 30|=260|260\260/260
11 50 16 53 31 38 28 33|=260|260\260/260
62 7 57 4 42 19 45 24|=260|260\260/260
41 20 46 23 61 8 58 3|=260|260\260/260
32 37 27 34 12 49 15 54|=260|260\260/260
35 26 40 29 55 14 52 9|=260|260\260/260
22 47 17 44 2 59 5 64|=260|260\260/260

241/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 13 56 10 51|=260|260\260/260
48 21 43 18 36 25 39 30|=260|260\260/260
19 42 24 45 31 38 28 33|=260|260\260/260
62 7 57 4 50 11 53 16|=260|260\260/260
49 12 54 15 61 8 58 3|=260|260\260/260
32 37 27 34 20 41 23 46|=260|260\260/260
35 26 40 29 47 22 44 17|=260|260\260/260
14 55 9 52 2 59 5 64|=260|260\260/260

265/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 60 6 63 13 56 10 51|=260|260\260/260
32 37 27 34 20 41 23 46|=260|260\260/260
35 26 40 29 47 22 44 17|=260|260\260/260
62 7 57 4 50 11 53 16|=260|260\260/260
49 12 54 15 61 8 58 3|=260|260\260/260
48 21 43 18 36 25 39 30|=260|260\260/260
19 42 24 45 31 38 28 33|=260|260\260/260
14 55 9 52 2 59 5 64|=260|260\260/260

289/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 13 60 6 51|=260|260\260/260
48 25 39 18 36 21 43 30|=260|260\260/260
19 38 28 45 31 42 24 33|=260|260\260/260
62 11 53 4 50 7 57 16|=260|260\260/260
49 8 58 15 61 12 54 3|=260|260\260/260
32 41 23 34 20 37 27 46|=260|260\260/260
35 22 44 29 47 26 40 17|=260|260\260/260
14 59 5 52 2 55 9 64|=260|260\260/260

313/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 56 10 63 13 60 6 51|=260|260\260/260
32 41 23 34 20 37 27 46|=260|260\260/260
35 22 44 29 47 26 40 17|=260|260\260/260
62 11 53 4 50 7 57 16|=260|260\260/260
49 8 58 15 61 12 54 3|=260|260\260/260
48 25 39 18 36 21 43 30|=260|260\260/260
19 38 28 45 31 42 24 33|=260|260\260/260
14 59 5 52 2 55 9 64|=260|260\260/260

337/S|=Row|C1m\PD1/PD2

1 48 18 63 21 60 6 43|=260|260\260/260
32 49 15 34 12 37 27 54|=260|260\260/260
35 14 52 29 55 26 40 9|=260|260\260/260
62 19 45 4 42 7 57 24|=260|260\260/260
41 8 58 23 61 20 46 3|=260|260\260/260
56 25 39 10 36 13 51 30|=260|260\260/260
11 38 28 53 31 50 16 33|=260|260\260/260
22 59 5 44 2 47 17 64|=260|260\260/260

361/C =Row C1m\PD1/PD2													361/S =Row C1m\PD1/PD2												
2	64	5	59	21	43	18	48	=260	260\260/260	2	64	5	59	17	47	22	44	=260	260\260/260						
61	3	58	8	42	24	45	19	=260	260\260/260	61	3	58	8	46	20	41	23	=260	260\260/260						
12	54	15	49	31	33	28	38	=260	260\260/260	12	54	15	49	27	37	32	34	=260	260\260/260						
55	9	52	14	36	30	39	25	=260	260\260/260	55	9	52	14	40	26	35	29	=260	260\260/260						
44	22	47	17	63	1	60	6	=260	260\260/260	36	30	39	25	51	13	56	10	=260	260\260/260						
23	41	20	46	4	62	7	57	=260	260\260/260	31	33	28	38	16	50	11	53	=260	260\260/260						
34	32	37	27	53	11	50	16	=260	260\260/260	42	24	45	19	57	7	62	4	=260	260\260/260						
29	35	26	40	10	56	13	51	=260	260\260/260	21	43	18	48	6	60	1	63	=260	260\260/260						

** Calculated and listed by Kanji Setsuda on Feb.15, 2010 **

書き忘れていたが、標準解のリスト整形出力用の不等式は、 $n1=1$; $n2>n9$; だ。 $n1$ が最小値を取っているので、回転形が生じる心配は無い。反転形も問題無く封じられている。 $n2$, $n9$ が第1ブロックにあるので、 $n2>n9$ は変換法の影響を受けない。

この変換法を $n1=1$ に限らず全ての値に対して、つまり 5760 個の解集合全部に対して、適用する場合には、回転形や反転形について特別の配慮が必要になる。 $n1$, $n8$, $n57$, $n64$ の取る値の大小関係が、変換法によって微妙に変わってしまうためだ。この配慮が極めて複雑で、とてつもなく面倒くさい。標準解と変換法とは、本質的に相性が悪い。

小生は、こういう時は、5760 個の標準解ではなく、46080 個の原始解どうしで対応関係を論じることになっている。46080 個の原始解に対して逐一変換法を適用し、最後に不等式群： $n1<n8$; $n1<n57$; $n1<n64$; and $n2>n9$; によって標準解を選別する習慣にしている。

ともあれ、同一の変換法によって、全ての解がめでたく相手のタイプの解に書き変わる事がわかった。しかも、書き変わった解集合内部には、重複も無ければ、欠落も無い。

8. かくして、2つのタイプの正方連結八方陣の解集合の間には、完全な「一対一対応」の関係があることが確かめられた。そう宣言して良いと、小生は思う。

この美しい「対応関係」を、我々が発見したたった2つの変換法が保証している。

対象が単なる補数対称型八方陣と完全汎八方陣ならば、変換法はもう少し簡単で、しかも双方向に適用可能な1タイプで済むのだが、この原始的変換法は正方連結型と相性が悪い。どうしても正方連結四数の定和条件が部分的に崩れてしまう。

正方連結型には、だから、各方向ごとに異なった、全部で2タイプの変換法が無くてはならない。操作が少し複雑になったけれども、それでもこの方法の欠点だとは言えない。

「一対一対応」の完全性に弱点は無い、と思う。

対応する2タイプの解を実際に見ていると、お互いが「表裏の関係」にあるように小生には思えてならない。では、一つの実体の表裏を考えた時に、その「実体」とはいったい何ものなのか。具体的にこれと示せるものだろうか。……

考え始めると、切りが無くなる。哲学好きの血がつい騒いでしまう。

かくして小生は、かつて正方連結完全立体四方陣、多重四方陣型正方連結完全汎八方陣、および三連立型正方連結対称汎八方陣の3タイプの間美しい対応関係があることに気付いた時に、必然的に多次元超立体魔方陣の研究に進んだ。最後には、究極の根源として六次元超立体二方陣の可能性を指名するに至った。

第4部の諸章で詳しく論じているので、興味のある方はぜひ読み進んでいただきたい。

(Written on February 16, 2010 by Kanji Setsuda with MacOSX & Xcode3.1.2)

E-Mail Address: jag12001@nifty.com