

第3部：『魔方陣の新研究』

第3章：五方陣の最新研究

第2節：汎五方陣の最新研究： 摂田 寛二

0. 「汎五方陣」とは

5次の汎対角線魔方陣を追求する。左右方向にも上下方向にも行列ごとの逐次移動が可能で、移動した後も新たな対角線上の5数の定和が成り立つような魔方陣を言う。従って、元々の2本に加えて新たに何本もの対角線を予め考えてやらなければならない。この多数の仮想対角線のことを「汎対角線」と言う。

下図のように方陣空間を予め拡張しておくこと、汎対角線が見やすくなる。この図の中の斜線のどれを取っても、その上の連続する任意の5数の和は各行列の和に等しい。

汎五方陣では、この拡張空間の中を五方陣の枠組みそのものが左右・上下・斜方向に自由に移動できる。新たに切り取って出来た五方陣でも、行列の和ならびに対角線上の5数の和が等しい。

汎対角線は、何本あるか。調べてみると、元の主対角線を加えても、10本しかないことがわかる。そこで、定義として下表のように全部で20本の連立方程式を立てる。汎五方陣の個性的な性質は、この連立方程式群で説明できる（必要十分条件だから）。

1. 基本ポジション

[拡張空間]

18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	19
23	24	25	21	22	23	24	25	21	22	23	24
3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
8	9	10	6	7	8	9	10	6	7	8	9
13	14	15	11	12	13	14	15	11	12	13	14
18	19	20	16	17	18	19	20	16	17	18	19
23	24	25	21	22	23	24	25	21	22	23	24
3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
8	9	10	6	7	8	9	10	6	7	8	9
13	14	15	11	12	13	14	15	11	12	13	14

2. 連立方程式

[(11)~(20)式は、汎対角線]

- $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = K \dots (1)$
- $n_6 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} = K \dots (2)$
- $n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} = K \dots (3)$
- $n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} = K \dots (4)$
- $n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{25} = K \dots (5)$
- $n_1 + n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} = K \dots (6)$
- $n_2 + n_7 + n_{12} + n_{17} + n_{22} = K \dots (7)$
- $n_3 + n_8 + n_{13} + n_{18} + n_{23} = K \dots (8)$
- $n_4 + n_9 + n_{14} + n_{19} + n_{24} = K \dots (9)$
- $n_5 + n_{10} + n_{15} + n_{20} + n_{25} = K \dots (10)$
- $n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} = K \dots (11)$
- $n_1 + n_{10} + n_{14} + n_{18} + n_{22} = K \dots (12)$
- $n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{21} = K \dots (13)$
- $n_2 + n_6 + n_{15} + n_{19} + n_{23} = K \dots (14)$
- $n_3 + n_9 + n_{15} + n_{16} + n_{22} = K \dots (15)$
- $n_3 + n_7 + n_{11} + n_{20} + n_{24} = K \dots (16)$
- $n_4 + n_{10} + n_{11} + n_{17} + n_{23} = K \dots (17)$
- $n_4 + n_8 + n_{12} + n_{16} + n_{25} = K \dots (18)$
- $n_5 + n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} = K \dots (19)$
- $n_5 + n_9 + n_{13} + n_{17} + n_{21} = K \dots (20)$

まずは定数Kの値を計算で求めておこう。

$$(1)+(2)+(3)+(4)+(5)$$

$$\{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{24} + n_{25}\} = 5 * K$$

左辺には1~25の自然数が全個入るから、その総和は、

$$1 + 2 + 3 + \dots + 24 + 25 = 26 \times 25 \div 2 = 5 * K$$

$$\text{ゆえに } K = 65$$

... (21)

3. 汎五方陣のいろいろな性質

このままでも、プログラムを組んでコンピュータに解を求めさせることはできる。解のリストをプリントアウトさせることもできる。だが、実際にやらせてみるとわかるが、計数速度が驚くほど遅い。いつもと違って、なかなか計算が終わらない。しまいには、書いたプログラムにミスがあるのではないかと、自分で自分を疑ってしまう。

だが、これはあなたのせいではない。誰がやっても同じなのだ。高次方陣では、調べる「場合の数」が急激に増えて、さすがの高性能パソコンでも、すぐには数え切れない。

よほど賢い方策を講じなければ、時間ばかりを無駄に食ってしまう。
 そのためにも、構造研究がぜひ必要になる。とりあえずは、代数計算を試みよう。
 先ずは、方程式を相互に関わらせて、意味のある関係式を求めよう。
 汎対角線から任意の2本を選び、両辺を加えて、式の要素を組み換えてみる。

$(11)+(12)$ $n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} = K \dots (11)$ $+) n_1 + n_{10} + n_{14} + n_{18} + n_{22} = K \dots (12)$ <hr style="width: 100%;"/> $n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} +$ $n_1 + n_{10} + n_{14} + n_{18} + n_{22} = 2 * K$ $\{n_1 + n_7 + n_{10} + n_{22} + n_{25}\} +$ $\{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} = 2 * K \dots (22)$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>19</td><td>20</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>24</td><td>25</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>9</td><td>10</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>14</td><td>15</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td><td>*</td></tr> </table>	*	*	*	*	*	*	*	*	19	20	16	17	18	*	*	24	25	21	22	23	*	*	4	5	1	2	3	*	*	9	10	6	7	8	*	*	14	15	11	12	13	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*																																												
*	19	20	16	17	18	*																																												
*	24	25	21	22	23	*																																												
*	4	5	1	2	3	*																																												
*	9	10	6	7	8	*																																												
*	14	15	11	12	13	*																																												
*	*	*	*	*	*	*																																												

$(13)+(14)$ $n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{21} = K \dots (13)$ $+) n_2 + n_6 + n_{15} + n_{19} + n_{23} = K \dots (14)$ <hr style="width: 100%;"/> $\{n_2 + n_6 + n_8 + n_{21} + n_{23}\} +$ $\{n_2 + n_{14} + n_{15} + n_{19} + n_{20}\} = 2 * K \dots (23)$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>20</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>25</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>10</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>15</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>*</td></tr> </table>	*	20	16	17	18	19	*	*	25	21	22	23	24	*	*	5	1	2	3	4	*	*	10	6	7	8	9	*	*	15	11	12	13	14	*
*	20	16	17	18	19	*																														
*	25	21	22	23	24	*																														
*	5	1	2	3	4	*																														
*	10	6	7	8	9	*																														
*	15	11	12	13	14	*																														

$(15)+(16)$ $n_3 + n_9 + n_{15} + n_{16} + n_{22} = K \dots (15)$ $+) n_3 + n_7 + n_{11} + n_{20} + n_{24} = K \dots (16)$ <hr style="width: 100%;"/> $\{n_3 + n_{11} + n_{15} + n_{16} + n_{20}\} +$ $\{n_3 + n_7 + n_9 + n_{22} + n_{24}\} = 2 * K \dots (24)$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>*</td></tr> </table>	*	16	17	18	19	20	*	*	21	22	23	24	25	*	*	1	2	3	4	5	*	*	6	7	8	9	10	*	*	11	12	13	14	15	*
*	16	17	18	19	20	*																														
*	21	22	23	24	25	*																														
*	1	2	3	4	5	*																														
*	6	7	8	9	10	*																														
*	11	12	13	14	15	*																														

.....

$(14)+(19)$ $n_2 + n_6 + n_{15} + n_{19} + n_{23} = K \dots (14)$ $+) n_5 + n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} = K \dots (19)$ <hr style="width: 100%;"/> $\{n_2 + n_5 + n_6 + n_{12} + n_{15}\} +$ $\{n_6 + n_{18} + n_{19} + n_{23} + n_{24}\} = 2 * K \dots (25)$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>24</td><td>25</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>9</td><td>10</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>14</td><td>15</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>19</td><td>20</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>*</td></tr> </table>	*	24	25	21	22	23	*	*	4	5	1	2	3	*	*	9	10	6	7	8	*	*	14	15	11	12	13	*	*	19	20	16	17	18	*
*	24	25	21	22	23	*																														
*	4	5	1	2	3	*																														
*	9	10	6	7	8	*																														
*	14	15	11	12	13	*																														
*	19	20	16	17	18	*																														

$(11)+(16)$ $n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} = K \dots (11)$ $+) n_3 + n_7 + n_{11} + n_{20} + n_{24} = K \dots (16)$ <hr style="width: 100%;"/> $\{n_1 + n_3 + n_7 + n_{11} + n_{13}\} +$ $\{n_7 + n_{19} + n_{20} + n_{24} + n_{25}\} = 2 * K \dots (26)$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>25</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>10</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>15</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>20</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>*</td></tr> </table>	*	25	21	22	23	24	*	*	5	1	2	3	4	*	*	10	6	7	8	9	*	*	15	11	12	13	14	*	*	20	16	17	18	19	*
*	25	21	22	23	24	*																														
*	5	1	2	3	4	*																														
*	10	6	7	8	9	*																														
*	15	11	12	13	14	*																														
*	20	16	17	18	19	*																														

(22) ~ (26) 式は、何を意味するか。一々右側に付けた図からもわかるように、「正方連結5数の等和」に関するもので、おのおの「小正方形の5数の和と大正方形の5数の和とを加えると、2*K (=130) になる」ことを示している。しかも、元の2式の共通項が、各々大小2つの正方形のへソ（対角線の交点）になっている。

これだけでは「任意の正方連結5数の和がK (=65) に等しい」とまではまだ言えないが、汎対角線の式から導きだされているからは、汎五方陣固有の性質を表しているということができる。

では、同様に(1) ~ (10) 式を組み合わせると、何が言えるだろうか。

$(1)+(6)$ $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = K \dots (1)$ $+) n_1 + n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} = K \dots (6)$ <hr style="width: 100%;"/>	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td>*</td><td>19</td><td>20</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>24</td><td>25</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>*</td></tr> <tr><td>*</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>*</td></tr> </table>	*	19	20	16	17	18	*	*	24	25	21	22	23	*	*	4	5	1	2	3	*
*	19	20	16	17	18	*																
*	24	25	21	22	23	*																
*	4	5	1	2	3	*																

$\{n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_{21}\} +$ $\{n_1 + n_3 + n_4 + n_{11} + n_{16}\} = 2 * K \dots (27)$	$* \quad 9 \quad 10 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad *$ $* \quad 14 \quad 15 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad *$
(1)+(7)	
$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = K \dots (1)$	$* \quad 20 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad *$
+) $n_2 + n_7 + n_{12} + n_{17} + n_{22} = K \dots (7)$	$* \quad 25 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad *$
$\{n_1 + n_2 + n_3 + n_7 + n_{22}\} +$ $\{n_2 + n_4 + n_5 + n_{12} + n_{17}\} = 2 * K \dots (28)$	$* \quad 5 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad *$ $* \quad 10 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad *$ $* \quad 15 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad *$
(4)+(7)	
$n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} = K \dots (4)$	$* \quad 10 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad *$
+) $n_2 + n_7 + n_{12} + n_{17} + n_{22} = K \dots (7)$	$* \quad 15 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad *$
$\{n_{12} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{22}\} +$ $\{n_2 + n_7 + n_{17} + n_{19} + n_{20}\} = 2 * K \dots (29)$	$* \quad 20 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad *$ $* \quad 25 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad *$ $* \quad 5 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad *$

上図でわかるように「ひし形連結5数の和」に関する性質を説明しているようだ。おのこの「小さいひし形の5数の和と大きいひし形の5数の和とを加えると、 $2 * K (=130)$ になる」ことを示している。しかも、元の2式の共通項が、各々大小2つのひし形のヘソ（対角線の交点）になっている。

正方形よりひし形の連結5数の和の方が、一般的な五方陣の性質を示している。

だが、このままでは、正方形でもひし形でも「任意の連結5数の和が $K (=65)$ に等しい」とまではまだ言えない。それを導き出すには、式の計算に少々アクロバティックな力わざが必要になる。

(3)+(4)+(8)+(9)+(11)+(12)

$$n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} = K \dots (3)$$

$$n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} = K \dots (4)$$

$$n_3 + n_8 + n_{13} + n_{18} + n_{23} = K \dots (8)$$

$$n_4 + n_9 + n_{14} + n_{19} + n_{24} = K \dots (9)$$

$$n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} = K \dots (11)$$

+) $n_1 + n_{10} + n_{14} + n_{18} + n_{22} = K \dots (12)$

$$n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_3 + n_8 + n_{13} + n_{18} + n_{23} +$$

$$n_4 + n_9 + n_{14} + n_{19} + n_{24} + n_1 + n_7 + n_{13} + n_{19} + n_{25} + n_1 + n_{10} + n_{14} + n_{18} + n_{22} = 6 * K$$

$$n_1 + n_1 + n_3 + n_4 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{13} + n_{13} + n_{14} + n_{14} + n_{14} +$$

$$n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{18} + n_{18} + n_{19} + n_{19} + n_{19} + n_{20} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{25} = 6 * K$$

$$\{n_1 + n_3 + n_4 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} +$$

$$n_{20} + n_{22} + n_{23} + n_{24} + n_{25}\} + \{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} + \{n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} = 6 * K$$

両辺に $\{n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_{21}\}$ を加える。

$$\{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{24} + n_{25}\} + \{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} + \{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} =$$

$$6 * K + \{n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_{21}\}$$

$$325 + 2 * \{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} = 390 + \{n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_{21}\}$$

ゆえに $2 * \{n_1 + n_{13} + n_{14} + n_{18} + n_{19}\} = 65 + \{n_1 + n_2 + n_5 + n_6 + n_{21}\} \dots (30)$

また (1)+(6)+(13)+(14)+(19)+(20)

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = K \dots (1)$$

$$n_1 + n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} = K \dots (6)$$

$$n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{21} = K \dots (13)$$

$$n_2 + n_6 + n_{15} + n_{19} + n_{23} = K \dots (14)$$

$$n_5 + n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} = K \dots (19)$$

+) $n_5 + n_9 + n_{13} + n_{17} + n_{21} = K \dots (20)$

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_1 + n_6 + n_{11} + n_{16} + n_{21} + n_2 + n_8 + n_{14} + n_{20} + n_{21} +$$

$$n_2 + n_6 + n_{15} + n_{19} + n_{23} + n_5 + n_6 + n_{12} + n_{18} + n_{24} + n_5 + n_9 + n_{13} + n_{17} + n_{21} = 6 * K$$

$$n_1 + n_1 + n_2 + n_2 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_5 + n_5 + n_6 + n_6 + n_6 + n_8 + n_9 + n_{11} +$$

$$n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{21} + n_{21} + n_{23} + n_{24} = 6 * K$$

$$\{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_8 + n_9 + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} +$$

$$n_{18}+n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{23}+n_{24} + \{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} + \{n_2+n_5+n_6+n_{21}\} = 6 * K$$

両辺に $\{n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25}\}$ を加える。

$$\{n_1+n_2+n_3+\dots+n_{24}+n_{25}\} + \{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} + \{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} =$$

$$6 * K + \{n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25}\}$$

$$325+2 * \{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} = 390 + \{n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25}\}$$

$$\text{ゆえに } 2 * \{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} = 65 + \{n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25}\} \quad \dots (31)$$

ところが,

$$n_1+n_7+n_{13}+n_{19}+n_{25} = K \quad \dots (11)$$

$$+) n_1+n_{10}+n_{14}+n_{18}+n_{22} = K \quad \dots (12)$$

$$\{n_1+n_{13}+n_{14}+n_{18}+n_{19}\} + \{n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25}\} = 2 * K \quad \dots (32)$$

(30) (31) (32) 式は,

$$n_1+n_{13}+n_{14}+n_{18}+n_{19} = D, \quad n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21} = E,$$

$$n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25} = F \quad \text{とおくと,}$$

$$\begin{cases} 2 * D = 65 + E & \dots (30) \\ 2 * E = 65 + F & \dots (31) \\ D + F = 130 & \dots (32) \end{cases}$$

この3元連立方程式を解く。

結局, $D = E = F = 65$ が得られる。

また(1), (6)から

$$n_1+n_2+n_3+n_4+n_5 = K \quad \dots (1)$$

$$+) n_1+n_6+n_{11}+n_{16}+n_{21} = K \quad \dots (6)$$

$$\{n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21}\} + \{n_1+n_3+n_4+n_{11}+n_{16}\} = 2 * K \quad \text{が言えるから,}$$

$$n_1+n_3+n_4+n_{11}+n_{16} = 65$$

13 14 15 11 12 13 14

18 | 19 | 20 | 16 | 17 | 18 | 19

23 | 24 | 25 | 21 | 22 | 23 | 24

3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4

8 | 9 | 10 | 6 | 7 | 8 | 9

13 | 14 | 15 | 11 | 12 | 13 | 14

18 19 20 16 17 18 19

まとめれば,

$$n_1+n_{13}+n_{14}+n_{18}+n_{19} = n_1+n_2+n_5+n_6+n_{21} =$$

$$n_1+n_7+n_{10}+n_{22}+n_{25} = n_1+n_3+n_4+n_{11}+n_{16} = 65$$

$$\dots (33)$$

これで, n_1 を対角線の交点とする大小の正方形・ひし形の連結5数の定和が言えた。

汎方阵では, 全ての数要素を平等に扱えるから, n_1 について言えたことは, $n_2 \sim n_{25}$ のいずれについても言える。

すなわち, 汎五方阵では, 任意の正方連結5数の定和がなりたつ。またひし形連結5数の定和も言える。

これは, 重要な性質であるばかりでなく, 解の探索・計数についても有益な戦術を提供してくれる。

調べる「場合の数」を効果的に減らしてくれる。

ここから言い得ることは, (33) 式のような関係式を, 計数プログラムの途中でどんどん入れて構わないということ。例えば, $n_1, n_{13}, n_{14}, n_{18}$ の値がわかっている時に,

$$n_{19} = 65 - n_1 - n_{13} - n_{14} - n_{18} \quad \text{と求めてよい。同様に } n_6 = 65 - n_1 - n_2 - n_5 - n_{21} \quad \text{と求めてよい。}$$

早い段階で一義的に決まるものを決めて行けば, 探索中の無駄を省くことができる。

最初に定義していないものを途中で使ってよいのかと, 怪しむ人が居るかもしれない。

もっともな疑問だが, 最初の定義から必然的に導かれる内在的な性質は, 定義と同様に使ってよいのである。たとえ使ったところで, 出るべき解が消えたり減ったりはしない。解が変わったりもしない。ただ, 探索中の無駄が省かれるだけだ。計数プログラムの実行速度がどんどん上がる。それは, 気持ちが良いほどだ。

次の2つのリストを見てほしい。最初の例は, 2タイプの「五数の和」を一切使わない原始的なプログラムで求めた解で, 100個出すのに1時間以上もかかった。2番目のリストは, 五数定和の条件式を積極的に使ったプログラムで計算させたもの。内容は全然変わらないのに, 何と1分間以内に120個もの解を出してくれた。

* 原始的なプログラムで汎五方阵の解を求めた場合 *

1/	9/	17/	25/
1 23 20 14 7	1 22 20 14 8	1 22 20 13 9	1 23 20 9 12
15 9 2 21 18	15 9 3 21 17	15 8 4 21 17	10 14 2 21 18
22 16 13 10 4	23 16 12 10 4	24 16 12 10 3	22 16 8 15 4
8 5 24 17 11	7 5 24 18 11	7 5 23 19 11	13 5 24 17 6
19 12 6 3 25	19 13 6 2 25	18 14 6 2 25	19 7 11 3 25
29/	33/	37/	45/
1 22 20 9 13	1 22 20 8 14	1 23 19 15 7	1 22 19 15 8
10 14 3 21 17	10 13 4 21 17	14 10 2 21 18	14 10 3 21 17
23 16 7 15 4	24 16 7 15 3	22 16 13 9 5	23 16 12 9 5
12 5 24 18 6	12 5 23 19 6	8 4 25 17 11	7 4 25 18 11
19 8 11 2 25	18 9 11 2 25	20 12 6 3 24	20 13 6 2 24
53/	61/	65/	69/
1 22 19 13 10	1 23 19 10 12	1 22 19 10 13	1 22 19 8 15
14 8 5 21 17	9 15 2 21 18	9 15 3 21 17	9 13 5 21 17
25 16 12 9 3	22 16 8 14 5	23 16 7 14 5	25 16 7 14 3
7 4 23 20 11	13 4 25 17 6	12 4 25 18 6	12 4 23 20 6
18 15 6 2 24	20 7 11 3 24	20 8 11 2 24	18 10 11 2 24
73/	81/	89/	97/
1 24 18 15 7	1 22 18 15 9	1 22 18 14 10	1 24 18 10 12
13 10 2 21 19	13 10 4 21 17	13 9 5 21 17	8 15 2 21 19
22 16 14 8 5	24 16 12 8 5	25 16 12 8 4	22 16 9 13 5
9 3 25 17 11	7 3 25 19 11	7 3 24 20 11	14 3 25 17 6
20 12 6 4 23	20 14 6 2 23	19 15 6 2 23	20 7 11 4 23

.....

* 新条件式を積極的に用いて汎五方陣の解を求めた場合 *

1/	9/	17/	25/
1 23 20 14 7	1 22 20 14 8	1 22 20 13 9	1 23 20 9 12
15 9 2 21 18	15 9 3 21 17	15 8 4 21 17	10 14 2 21 18
22 16 13 10 4	23 16 12 10 4	24 16 12 10 3	22 16 8 15 4
8 5 24 17 11	7 5 24 18 11	7 5 23 19 11	13 5 24 17 6
19 12 6 3 25	19 13 6 2 25	18 14 6 2 25	19 7 11 3 25
29/	33/	37/	45/
1 22 20 9 13	1 22 20 8 14	1 23 19 15 7	1 22 19 15 8
10 14 3 21 17	10 13 4 21 17	14 10 2 21 18	14 10 3 21 17
23 16 7 15 4	24 16 7 15 3	22 16 13 9 5	23 16 12 9 5
12 5 24 18 6	12 5 23 19 6	8 4 25 17 11	7 4 25 18 11
19 8 11 2 25	18 9 11 2 25	20 12 6 3 24	20 13 6 2 24
53/	61/	65/	69/
1 22 19 13 10	1 23 19 10 12	1 22 19 10 13	1 22 19 8 15
14 8 5 21 17	9 15 2 21 18	9 15 3 21 17	9 13 5 21 17
25 16 12 9 3	22 16 8 14 5	23 16 7 14 5	25 16 7 14 3
7 4 23 20 11	13 4 25 17 6	12 4 25 18 6	12 4 23 20 6
18 15 6 2 24	20 7 11 3 24	20 8 11 2 24	18 10 11 2 24
73/	81/	89/	97/
1 24 18 15 7	1 22 18 15 9	1 22 18 14 10	1 24 18 10 12
13 10 2 21 19	13 10 4 21 17	13 9 5 21 17	8 15 2 21 19
22 16 14 8 5	24 16 12 8 5	25 16 12 8 4	22 16 9 13 5
9 3 25 17 11	7 3 25 19 11	7 3 24 20 11	14 3 25 17 6
20 12 6 4 23	20 14 6 2 23	19 15 6 2 23	20 7 11 4 23
101/	105/	109/	117/
1 22 18 10 14	1 22 18 9 15	1 24 17 15 8	1 23 17 15 9
8 15 4 21 17	8 14 5 21 17	12 10 3 21 19	12 10 4 21 18
24 16 7 13 5	25 16 7 13 4	23 16 14 7 5	24 16 13 7 5
12 3 25 19 6	12 3 24 20 6	9 2 25 18 11	8 2 25 19 11
20 9 11 2 23	19 10 11 2 23	20 13 6 4 22	20 14 6 3 22

しかし、だからと言って、これを特別に「正方連結五数定和型」の汎五方陣だと取り立てて主張しても意味が無い。得られる解集合は、ただの汎五方陣の時と全く変わらないから。次のリストは、汎五方陣の標準解のリスト（抜粋）だ。総数は、3600個とわかった。

* 汎五方陣の標準解 3600 個のリスト（抜粋）： 2015年版 *

1/	37/	73/	109/	145/
1 7 13 24 20	1 8 12 24 20	1 9 12 23 20	1 10 12 23 19	1 12 8 24 20
14 25 16 2 8	14 25 16 3 7	13 25 16 4 7	13 24 16 5 7	9 25 16 2 13
17 3 9 15 21	18 2 9 15 21	19 2 8 15 21	20 2 8 14 21	17 3 14 10 21
10 11 22 18 4	10 11 23 17 4	10 11 24 17 3	9 11 25 17 3	15 6 22 18 4
23 19 5 6 12	22 19 5 6 13	22 18 5 6 14	22 18 4 6 15	23 19 5 11 7
181/	217/	253/	289/	325/
1 13 7 24 20	1 14 7 23 20	1 15 7 23 19	1 17 8 24 15	1 18 7 24 15
9 25 16 3 12	8 25 16 4 12	8 24 16 5 12	9 25 11 2 18	9 25 11 3 17
18 2 14 10 21	19 2 13 10 21	20 2 13 9 21	12 3 19 10 21	13 2 19 10 21
15 6 23 17 4	15 6 24 17 3	14 6 25 17 3	20 6 22 13 4	20 6 23 12 4
22 19 5 11 8	22 18 5 11 9	22 18 4 11 10	23 14 5 16 7	22 14 5 16 8
361/	397/	433/	469/	505/
1 19 7 23 15	1 20 7 23 14	1 22 8 19 15	1 23 7 19 15	1 24 7 18 15
8 25 11 4 17	8 24 11 5 17	9 20 11 2 23	9 20 11 3 22	8 20 11 4 22
14 2 18 10 21	15 2 18 9 21	12 3 24 10 16	13 2 24 10 16	14 2 23 10 16
20 6 24 12 3	19 6 25 12 3	25 6 17 13 4	25 6 18 12 4	25 6 19 12 3
22 13 5 16 9	22 13 4 16 10	18 14 5 21 7	17 14 5 21 8	17 13 5 21 9
541/	577/	613/	649/	685/
1 25 7 18 14	2 6 13 24 20	2 8 11 24 20	2 9 11 23 20	2 10 11 23 19
8 19 11 5 22	14 25 17 1 8	14 25 17 3 6	13 25 17 4 6	13 24 17 5 6
15 2 23 9 16	16 3 9 15 22	18 1 9 15 22	19 1 8 15 22	20 1 8 14 22
24 6 20 12 3	10 12 21 18 4	10 12 23 16 4	10 12 24 16 3	9 12 25 16 3
17 13 4 21 10	23 19 5 7 11	21 19 5 7 13	21 18 5 7 14	21 18 4 7 15
721/	757/	793/	829/	865/
2 11 8 24 20	2 13 6 24 20	2 14 6 23 20	2 15 6 23 19	2 16 8 24 15
9 25 17 1 13	9 25 17 3 11	8 25 17 4 11	8 24 17 5 11	9 25 12 1 18
16 3 14 10 22	18 1 14 10 22	19 1 13 10 22	20 1 13 9 22	11 3 19 10 22
15 7 21 18 4	15 7 23 16 4	15 7 24 16 3	14 7 25 16 3	20 7 21 13 4
23 19 5 12 6	21 19 5 12 8	21 18 5 12 9	21 18 4 12 10	23 14 5 17 6
901/	937/	973/	1009/	1045/
2 18 6 24 15	2 19 6 23 15	2 20 6 23 14	2 21 8 19 15	2 23 6 19 15
9 25 12 3 16	8 25 12 4 16	8 24 12 5 16	9 20 12 1 23	9 20 12 3 21
13 1 19 10 22	14 1 18 10 22	15 1 18 9 22	11 3 24 10 17	13 1 24 10 17
20 7 23 11 4	20 7 24 11 3	19 7 25 11 3	25 7 16 13 4	25 7 18 11 4
21 14 5 17 8	21 13 5 17 9	21 13 4 17 10	18 14 5 22 6	16 14 5 22 8
1081/	1117/	1153/	1189/	1225/
2 24 6 18 15	2 25 6 18 14	3 6 12 24 20	3 7 11 24 20	3 9 11 22 20
8 20 12 4 21	8 19 12 5 21	14 25 18 1 7	14 25 18 2 6	12 25 18 4 6
14 1 23 10 17	15 1 23 9 17	16 2 9 15 23	17 1 9 15 23	19 1 7 15 23
25 7 19 11 3	24 7 20 11 3	10 13 21 17 4	10 13 22 16 4	10 13 24 16 2
16 13 5 22 9	16 13 4 22 10	22 19 5 8 11	21 19 5 8 12	21 17 5 8 14
1261/	1297/	1333/	1369/	1405/
3 10 11 22 19	3 11 7 24 20	3 12 6 24 20	3 14 6 22 20	3 15 6 22 19
12 24 18 5 6	9 25 18 1 12	9 25 18 2 11	7 25 18 4 11	7 24 18 5 11
20 1 7 14 23	16 2 14 10 23	17 1 14 10 23	19 1 12 10 23	20 1 12 9 23
9 13 25 16 2	15 8 21 17 4	15 8 22 16 4	15 8 24 16 2	14 8 25 16 2
21 17 4 8 15	22 19 5 13 6	21 19 5 13 7	21 17 5 13 9	21 17 4 13 10
1441/	1477/	1513/	1549/	1585/
3 16 7 24 15	3 17 6 24 15	3 19 6 22 15	3 20 6 22 14	3 21 7 19 15
9 25 13 1 17	9 25 13 2 16	7 25 13 4 16	7 24 13 5 16	9 20 13 1 22
11 2 19 10 23	12 1 19 10 23	14 1 17 10 23	15 1 17 9 23	11 2 24 10 18
20 8 21 12 4	20 8 22 11 4	20 8 24 11 2	19 8 25 11 2	25 8 16 12 4
22 14 5 18 6	21 14 5 18 7	21 12 5 18 9	21 12 4 18 10	17 14 5 23 6

1621/ 3 22 6 19 15 9 20 13 2 21 12 1 24 10 18 25 8 17 11 4 16 14 5 23 7	1657/ 3 24 6 17 15 7 20 13 4 21 14 1 22 10 18 25 8 19 11 2 16 12 5 23 9	1693/ 3 25 6 17 14 7 19 13 5 21 15 1 22 9 18 24 8 20 11 2 16 12 4 23 10	1729/ 4 6 12 23 20 13 25 19 1 7 16 2 8 15 24 10 14 21 17 3 22 18 5 9 11	1765/ 4 7 11 23 20 13 25 19 2 6 17 1 8 15 24 10 14 22 16 3 21 18 5 9 12
1801/ 4 8 11 22 20 12 25 19 3 6 18 1 7 15 24 10 14 23 16 2 21 17 5 9 13	1837/ 4 10 11 22 18 12 23 19 5 6 20 1 7 13 24 8 14 25 16 2 21 17 3 9 15	1873/ 4 11 7 23 20 8 25 19 1 12 16 2 13 10 24 15 9 21 17 3 22 18 5 14 6	1909/ 4 12 6 23 20 8 25 19 2 11 17 1 13 10 24 15 9 22 16 3 21 18 5 14 7	1945/ 4 13 6 22 20 7 25 19 3 11 18 1 12 10 24 15 9 23 16 2 21 17 5 14 8
1981/ 4 15 6 22 18 7 23 19 5 11 20 1 12 8 24 13 9 25 16 2 21 17 3 14 10	2017/ 4 16 7 23 15 8 25 14 1 17 11 2 18 10 24 20 9 21 12 3 22 13 5 19 6	2053/ 4 17 6 23 15 8 25 14 2 16 12 1 18 10 24 20 9 22 11 3 21 13 5 19 7	2089/ 4 18 6 22 15 7 25 14 3 16 13 1 17 10 24 20 9 23 11 2 21 12 5 19 8	2125/ 4 20 6 22 13 7 23 14 5 16 15 1 17 8 24 18 9 25 11 2 21 12 3 19 10
2161/ 4 21 7 18 15 8 20 14 1 22 11 2 23 10 19 25 9 16 12 3 17 13 5 24 6	2197/ 4 22 6 18 15 8 20 14 2 21 12 1 23 10 19 25 9 17 11 3 16 13 5 24 7	2233/ 4 23 6 17 15 7 20 14 3 21 13 1 22 10 19 25 9 18 11 2 16 12 5 24 8	2269/ 4 25 6 17 13 7 18 14 5 21 15 1 22 8 19 23 9 20 11 2 16 12 3 24 10	2305/ 5 6 12 23 19 13 24 20 1 7 16 2 8 14 25 9 15 21 17 3 22 18 4 10 11
2341/ 5 7 11 23 19 13 24 20 2 6 17 1 8 14 25 9 15 22 16 3 21 18 4 10 12	2377/ 5 8 11 22 19 12 24 20 3 6 18 1 7 14 25 9 15 23 16 2 21 17 4 10 13	2413/ 5 9 11 22 18 12 23 20 4 6 19 1 7 13 25 8 15 24 16 2 21 17 3 10 14	2449/ 5 11 7 23 19 8 24 20 1 12 16 2 13 9 25 14 10 21 17 3 22 18 4 15 6	2485/ 5 12 6 23 19 8 24 20 2 11 17 1 13 9 25 14 10 22 16 3 21 18 4 15 7
2521/ 5 13 6 22 19 7 24 20 3 11 18 1 12 9 25 14 10 23 16 2 21 17 4 15 8	2557/ 5 14 6 22 18 7 23 20 4 11 19 1 12 8 25 13 10 24 16 2 21 17 3 15 9	2593/ 5 16 7 23 14 8 24 15 1 17 11 2 18 9 25 19 10 21 12 3 22 13 4 20 6	2629/ 5 17 6 23 14 8 24 15 2 16 12 1 18 9 25 19 10 22 11 3 21 13 4 20 7	2665/ 5 18 6 22 14 7 24 15 3 16 13 1 17 9 25 19 10 23 11 2 21 12 4 20 8
2701/ 5 19 6 22 13 7 23 15 4 16 14 1 17 8 25 18 10 24 11 2 21 12 3 20 9	2737/ 5 21 7 18 14 8 19 15 1 22 11 2 23 9 20 24 10 16 12 3 17 13 4 25 6	2773/ 5 22 6 18 14 8 19 15 2 21 12 1 23 9 20 24 10 17 11 3 16 13 4 25 7	2809/ 5 23 6 17 14 7 19 15 3 21 13 1 22 9 20 24 10 18 11 2 16 12 4 25 8	2845/ 5 24 6 17 13 7 18 15 4 21 14 1 22 8 20 23 10 19 11 2 16 12 3 25 9
2881/ 6 2 13 24 20 14 25 16 7 3 17 8 4 15 21 5 11 22 18 9 23 19 10 1 12	2899/ 6 3 12 24 20 14 25 16 8 2 18 7 4 15 21 5 11 23 17 9 22 19 10 1 13	2917/ 6 4 12 23 20 13 25 16 9 2 19 7 3 15 21 5 11 24 17 8 22 18 10 1 14	2935/ 6 5 12 23 19 13 24 16 10 2 20 7 3 14 21 4 11 25 17 8 22 18 9 1 15	2953/ 6 12 23 4 20 3 19 10 11 22 15 21 2 18 9 17 8 14 25 1 24 5 16 7 13
2959/ 6 13 22 4 20 2 19 10 11 23 15 21 3 17 9 18 7 14 25 1 24 5 16 8 12	2965/ 6 14 22 3 20 2 18 10 11 24 15 21 4 17 8 19 7 13 25 1 23 5 16 9 12	2971/ 6 15 22 3 19 2 18 9 11 25 14 21 5 17 8 20 7 13 24 1 23 4 16 10 12	2977/ 6 17 23 4 15 3 14 10 16 22 20 21 2 13 9 12 8 19 25 1 24 5 11 7 18	2983/ 6 18 22 4 15 2 14 10 16 23 20 21 3 12 9 13 7 19 25 1 24 5 11 8 17
2989/ 6 19 22 3 15 2 13 10 16 24 20 21 4 12 8 14 7 18 25 1 23 5 11 9 17	2995/ 6 20 22 3 14 2 13 9 16 25 19 21 5 12 8 15 7 18 24 1 23 4 11 10 17	3001/ 6 22 18 4 15 3 14 10 21 17 25 16 2 13 9 12 8 24 20 1 19 5 11 7 23	3007/ 6 23 17 4 15 2 14 10 21 18 25 16 3 12 9 13 7 24 20 1 19 5 11 8 22	3013/ 6 24 17 3 15 2 13 10 21 19 25 16 4 12 8 14 7 23 20 1 18 5 11 9 22

3019/ 6 25 17 3 14 2 13 9 21 20 24 16 5 12 8 15 7 23 19 1 18 4 11 10 22	3025/ 7 1 13 24 20 14 25 17 6 3 16 8 4 15 22 5 12 21 18 9 23 19 10 2 11	3043/ 7 3 11 24 20 14 25 17 8 1 18 6 4 15 22 5 12 23 16 9 21 19 10 2 13	3061/ 7 4 11 23 20 13 25 17 9 1 19 6 3 15 22 5 12 24 16 8 21 18 10 2 14	3079/ 7 5 11 23 19 13 24 17 10 1 20 6 3 14 22 4 12 25 16 8 21 18 9 2 15
3097/ 7 11 23 4 20 3 19 10 12 21 15 22 1 18 9 16 8 14 25 2 24 5 17 6 13	3103/ 7 13 21 4 20 1 19 10 12 23 15 22 3 16 9 18 6 14 25 2 24 5 17 8 11	3109/ 7 14 21 3 20 1 18 10 12 24 15 22 4 16 8 19 6 13 25 2 23 5 17 9 11	3115/ 7 15 21 3 19 1 18 9 12 25 14 22 5 16 8 20 6 13 24 2 23 4 17 10 11	3121/ 7 16 23 4 15 3 14 10 17 21 20 22 1 13 9 11 8 19 25 2 24 5 12 6 18
3127/ 7 18 21 4 15 1 14 10 17 23 20 22 3 11 9 13 6 19 25 2 24 5 12 8 16	3133/ 7 19 21 3 15 1 13 10 17 24 20 22 4 11 8 14 6 18 25 2 23 5 12 9 16	3139/ 7 20 21 3 14 1 13 9 17 25 19 22 5 11 8 15 6 18 24 2 23 4 12 10 16	3145/ 7 21 18 4 15 3 14 10 22 16 25 17 1 13 9 11 8 24 20 2 19 5 12 6 23	3151/ 7 23 16 4 15 1 14 10 22 18 25 17 3 11 9 13 6 24 20 2 19 5 12 8 21
3157/ 7 24 16 3 15 1 13 10 22 19 25 17 4 11 8 14 6 23 20 2 18 5 12 9 21	3163/ 7 25 16 3 14 1 13 9 22 20 24 17 5 11 8 15 6 23 19 2 18 4 12 10 21	3169/ 8 1 12 24 20 14 25 18 6 2 16 7 4 15 23 5 13 21 17 9 22 19 10 3 11	3187/ 8 2 11 24 20 14 25 18 7 1 17 6 4 15 23 5 13 22 16 9 21 19 10 3 12	3205/ 8 4 11 22 20 12 25 18 9 1 19 6 2 15 23 5 13 24 16 7 21 17 10 3 14
3223/ 8 5 11 22 19 12 24 18 10 1 20 6 2 14 23 4 13 25 16 7 21 17 9 3 15	3241/ 8 11 22 4 20 2 19 10 13 21 15 23 1 17 9 16 7 14 25 3 24 5 18 6 12	3247/ 8 12 21 4 20 1 19 10 13 22 15 23 2 16 9 17 6 14 25 3 24 5 18 7 11	3253/ 8 14 21 2 20 1 17 10 13 24 15 23 4 16 7 19 6 12 25 3 22 5 18 9 11	3259/ 8 15 21 2 19 1 17 9 13 25 14 23 5 16 7 20 6 12 24 3 22 4 18 10 11
3265/ 8 16 22 4 15 2 14 10 18 21 20 23 1 12 9 11 7 19 25 3 24 5 13 6 17	3271/ 8 17 21 4 15 1 14 10 18 22 20 23 2 11 9 12 6 19 25 3 24 5 13 7 16	3277/ 8 19 21 2 15 1 12 10 18 24 20 23 4 11 7 14 6 17 25 3 22 5 13 9 16	3283/ 8 20 21 2 14 1 12 9 18 25 19 23 5 11 7 15 6 17 24 3 22 4 13 10 16	3289/ 8 21 17 4 15 2 14 10 23 16 25 18 1 12 9 11 7 24 20 3 19 5 13 6 22
3295/ 8 22 16 4 15 1 14 10 23 17 25 18 2 11 9 12 6 24 20 3 19 5 13 7 21	3301/ 8 24 16 2 15 1 12 10 23 19 25 18 4 11 7 14 6 22 20 3 17 5 13 9 21	3307/ 8 25 16 2 14 1 12 9 23 20 24 18 5 11 7 15 6 22 19 3 17 4 13 10 21	3313/ 9 1 12 23 20 13 25 19 6 2 16 7 3 15 24 5 14 21 17 8 22 18 10 4 11	3331/ 9 2 11 23 20 13 25 19 7 1 17 6 3 15 24 5 14 22 16 8 21 18 10 4 12
3349/ 9 3 11 22 20 12 25 19 8 1 18 6 2 15 24 5 14 23 16 7 21 17 10 4 13	3367/ 9 5 11 22 18 12 23 19 10 1 20 6 2 13 24 3 14 25 16 7 21 17 8 4 15	3385/ 9 11 22 3 20 2 18 10 14 21 15 24 1 17 8 16 7 13 25 4 23 5 19 6 12	3391/ 9 12 21 3 20 1 18 10 14 22 15 24 2 16 8 17 6 13 25 4 23 5 19 7 11	3397/ 9 13 21 2 20 1 17 10 14 23 15 24 3 16 7 18 6 12 25 4 22 5 19 8 11
3403/ 9 15 21 2 18 1 17 8 14 25 13 24 5 16 7 20 6 12 23 4 22 3 19 10 11	3409/ 9 16 22 3 15 2 13 10 19 21 20 24 1 12 8 11 7 18 25 4 23 5 14 6 17	3415/ 9 17 21 3 15 1 13 10 19 22 20 24 2 11 8 12 6 18 25 4 23 5 14 7 16	3421/ 9 18 21 2 15 1 12 10 19 23 20 24 3 11 7 13 6 17 25 4 22 5 14 8 16	3427/ 9 20 21 2 13 1 12 8 19 25 18 24 5 11 7 15 6 17 23 4 22 3 14 10 16
3433/ 9 21 17 3 15 2 13 10 24 16 25 19 1 12 8 11 7 23 20 4 18 5 14 6 22	3439/ 9 22 16 3 15 1 13 10 24 17 25 19 2 11 8 12 6 23 20 4 18 5 14 7 21	3445/ 9 23 16 2 15 1 12 10 24 18 25 19 3 11 7 13 6 22 20 4 17 5 14 8 21	3451/ 9 25 16 2 13 1 12 8 24 20 23 19 5 11 7 15 6 22 18 4 17 3 14 10 21	3457/ 10 1 12 23 19 13 24 20 6 2 16 7 3 14 25 4 15 21 17 8 22 18 9 5 11

3475/ 10 2 11 23 19 13 24 20 7 1 17 6 3 14 25 4 15 22 16 8 21 18 9 5 12	3493/ 10 3 11 22 19 12 24 20 8 1 18 6 2 14 25 4 15 23 16 7 21 17 9 5 13	3511/ 10 4 11 22 18 12 23 20 9 1 19 6 2 13 25 3 15 24 16 7 21 17 8 5 14	3529/ 10 11 22 3 19 2 18 9 15 21 14 25 1 17 8 16 7 13 24 5 23 4 20 6 12	3535/ 10 12 21 3 19 1 18 9 15 22 14 25 2 16 8 17 6 13 24 5 23 4 20 7 11
3541/ 10 13 21 2 19 1 17 9 15 23 14 25 3 16 7 18 6 12 24 5 22 4 20 8 11	3547/ 10 14 21 2 18 1 17 8 15 24 13 25 4 16 7 19 6 12 23 5 22 3 20 9 11	3553/ 10 16 22 3 14 2 13 9 20 21 19 25 1 12 8 11 7 18 24 5 23 4 15 6 17	3559/ 10 17 21 3 14 1 13 9 20 22 19 25 2 11 8 12 6 18 24 5 23 4 15 7 16	3565/ 10 18 21 2 14 1 12 9 20 23 19 25 3 11 7 13 6 17 24 5 22 4 15 8 16
3571/ 10 19 21 2 13 1 12 8 20 24 18 25 4 11 7 14 6 17 23 5 22 3 15 9 16	3577/ 10 21 17 3 14 2 13 9 25 16 24 20 1 12 8 11 7 23 19 5 18 4 15 6 22	3583/ 10 22 16 3 14 1 13 9 25 17 24 20 2 11 8 12 6 23 19 5 18 4 15 7 21	3589/ 10 23 16 2 14 1 12 9 25 18 24 20 3 11 7 13 6 22 19 5 17 4 15 8 21	3595/ 10 24 16 2 13 1 12 8 25 19 23 20 4 11 7 14 6 22 18 5 17 3 15 9 21

[Count = 3600] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on
Jan. 21, 2015 with MacOSX 10.10.1 & Xcode 6.1.1 **

4. 「基本解」と変換法の研究

では、「基本解」は幾つあるのだろうか。具体的な探索・計数に入る前に、いつものように異形・派生形の問題を予め考察しておこう。

方陣拡張空間から読み取れる異形・派生形は、下図のように全てのポジションについて可能であり、凝った操作を施せばそれぞれについて3個ずつ派生形を作ることができる。原型を含めれば、4個。反転形・回転形を含めれば、32個もの異形を読み取れる。

こうして簡単に作れる方陣は、できれば1つに数え、拡張方陣空間を代表する何らかの原型、つまり「基本解」として扱いたい。そして、実際の計数の段階から重複を省いて、手間ひまを少なくしたい。

《五方陣拡張空間》	左の拡張空間から読み取ったものを下の左側に、それを清書したものを右側に置いた。
* * * * * * * * * *	(1) 原型はそのままよい。
* 7 8 9 10 6 7 8 9 10 *	1 2 3 4 5
* 12 13 14 15 11 12 13 14 15 *	6 7 8 9 10
* 17 18 19 20 16 17 18 19 20 *	11 12 13 14 15
* 22 23 24 25 21 22 23 24 25 *	16 17 18 19 20
* 2 3 4 5 1 2 3 4 5 *	21 22 23 24 25
* 7 8 9 10 6 7 8 9 10 *	(2) 左右を反転して清書すると、異形になる。
* 12 13 14 15 11 12 13 14 15 *	2 3 4 5 1 1 5 4 3 2
* 17 18 19 20 16 17 18 19 20 *	7 8 9 10 6 6 10 9 8 7
* 22 23 24 25 21 22 23 24 25 *	12 13 14 15 11 → 11 15 14 13 12
* * * * * * * * * *	17 18 19 20 16 16 20 19 18 17
(4個の異形を造り出す) →	22 23 24 25 21 21 25 24 23 22
↓ ↓	(3) 上下を反転して清書すると、異形になる。
6 7 8 9 10 1 2 3 4 5	(4) 180度回転して清書すると、異形になる。
11 12 13 14 15 21 22 23 24 25	7 8 9 10 6 1 5 4 3 2
16 17 18 19 20 → 16 17 18 19 20	12 13 14 15 11 21 25 24 23 22
21 22 23 24 25 11 12 13 14 15	17 18 19 20 16 → 16 20 19 18 17
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	22 23 24 25 21 11 15 14 13 12
	2 3 4 5 1 6 10 9 8 7

いったいどうすれば、この4形をまとめて基本解1個にすることができるだろうか。

そのためには、先ず n1=1 のタイプの標準形を考える。それを拡張空間に置く。

汎魔方陣特有の行列移動の規則によって $n1$ にある数値は、他の $n2\sim n64$ のどの場所にも動かすことができる。その反対に $n2\sim n64$ のどの場所にあるどの数値も、いつでもホームポジションの $n1$ に持って来ることができる。拡張空間内で方陣枠を適当に移動させればよいからである。標準形を調べれば、全部を調べたのと同じことになる。

標準形を $n1=1$ とすることは、数値 1 は最小値であるがゆえに、方陣の頂点を軽くして回転変形を抑えられるメリットもある。

さらに反転変形を防ぐために、 $n5 < n21$ とおく。

これは恣意的な仮定である。不等号の向きは別に反対でもかまわない。ただし、一度そう決めたら、途中で変えてはいけない。最後まで一貫すること。

これだけでは、まだ不十分だ。上の表の $n1=1$ の異形(2)～(4)の発生を防げない。

さらに、不等式 $n2 < n5$; $n6 < n21$; を加える必要がある。

不等号の向きは逆でも構わない。 $n2 > n5$; $n6 > n21$; でも良いのだ。

それで 3600 個をふるいにかけて、選別される解はだいぶ少なくなるはずだ。

5. ** 汎五方陣の「基本解」144個のリスト(全)：2015年版 **

1/		2/		3/		4/		5/		
1 7 13 24 20	1 7 13 25 19	1 7 14 23 20	1 7 14 25 18	1 7 15 23 19	14 25 16 2 8	15 24 16 2 8	13 25 16 2 9	15 23 16 2 9	13 24 16 2 10	
17 3 9 15 21	17 3 10 14 21	17 4 8 15 21	17 4 10 13 21	17 5 8 14 21	10 11 22 18 4	9 11 22 18 5	10 11 22 19 3	8 11 22 19 5	9 11 22 20 3	
23 19 5 6 12	23 20 4 6 12	24 18 5 6 12	24 20 3 6 12	25 18 4 6 12	6/		7/		8/	
1 7 15 24 18		1 7 18 24 15		1 7 18 25 14		1 7 19 23 15		1 7 19 25 13		
14 23 16 2 10	19 25 11 2 8	20 24 11 2 8	18 25 11 2 9	20 23 11 2 9	17 5 9 13 21	12 3 9 20 21	12 3 10 19 21	12 4 8 20 21	12 4 10 18 21	
8 11 22 20 4	10 16 22 13 4	9 16 22 13 5	10 16 22 14 3	8 16 22 14 5	25 19 3 6 12	23 14 5 6 17	23 15 4 6 17	24 13 5 6 17	24 15 3 6 17	
11/		12/		13/		14/		15/		
1 7 20 23 14	1 7 20 24 13	1 7 23 14 20	1 7 23 15 19	1 7 23 19 15	18 24 11 2 10	19 23 11 2 10	13 19 5 6 22	13 20 4 6 22	18 14 5 6 22	
12 5 8 19 21	12 5 9 18 21	10 21 12 18 4	9 21 12 18 5	10 21 17 13 4	9 16 22 15 3	8 16 22 15 4	17 3 9 25 11	17 3 10 24 11	12 3 9 25 16	
25 13 4 6 17	25 14 3 6 17	24 15 16 2 8	25 14 16 2 8	24 20 11 2 8	16/		17/		18/	
1 7 23 20 14		1 7 24 13 20		1 7 24 15 18		1 7 24 18 15		1 7 24 20 13		
18 15 4 6 22	14 18 5 6 22	14 20 3 6 22	19 13 5 6 22	19 15 3 6 22	9 21 17 13 5	10 21 12 19 3	8 21 12 19 5	10 21 17 14 3	8 21 17 14 5	
12 3 10 24 16	17 4 8 25 11	17 4 10 23 11	12 4 8 25 16	12 4 10 23 16	25 19 11 2 8	23 15 16 2 9	25 13 16 2 9	23 20 11 2 9	25 18 11 2 9	
21/		22/		23/		24/		25/		
1 7 25 13 19	1 7 25 14 18	1 7 25 18 14	1 7 25 19 13	1 8 12 24 20	15 18 4 6 22	15 19 3 6 22	20 13 4 6 22	20 14 3 6 22	14 25 16 3 7	
9 21 12 20 3	8 21 12 20 4	9 21 17 15 3	8 21 17 15 4	18 2 9 15 21	17 5 8 24 11	17 5 9 23 11	12 5 8 24 16	12 5 9 23 16	10 11 23 17 4	
23 14 16 2 10	24 13 16 2 10	23 19 11 2 10	24 18 11 2 10	22 19 5 6 13	26/		27/		28/	
1 8 12 25 19		1 8 14 22 20		1 8 14 25 17		1 8 15 22 19		1 8 15 24 17		
15 24 16 3 7	12 25 16 3 9	15 22 16 3 9	12 24 16 3 10	14 22 16 3 10	18 2 10 14 21	18 4 7 15 21	18 4 10 12 21	18 5 7 14 21	18 5 9 12 21	
9 11 23 17 5	10 11 23 19 2	7 11 23 19 5	9 11 23 20 2	7 11 23 20 4	22 20 4 6 13	24 17 5 6 13	24 20 2 6 13	25 17 4 6 13	25 19 2 6 13	
31/		32/		33/		34/		35/		
1 8 17 24 15	1 8 17 25 14	1 8 19 22 15	1 8 19 25 12	1 8 20 22 14	19 25 11 3 7	20 24 11 3 7	17 25 11 3 9	20 22 11 3 9	17 24 11 3 10	
13 2 9 20 21	13 2 10 19 21	13 4 7 20 21	13 4 10 17 21	13 5 7 19 21	10 16 23 12 4	9 16 23 12 5	10 16 23 14 2	7 16 23 14 5	9 16 23 15 2	
22 14 5 6 18	22 15 4 6 18	24 12 5 6 18	24 15 2 6 18	25 12 4 6 18						

36/ 1 8 20 24 12 19 22 11 3 10 13 5 9 17 21 7 16 23 15 4 25 14 2 6 18	37/ 1 8 22 14 20 12 19 5 6 23 10 21 13 17 4 18 2 9 25 11 24 15 16 3 7	38/ 1 8 22 15 19 12 20 4 6 23 9 21 13 17 5 18 2 10 24 11 25 14 16 3 7	39/ 1 8 22 19 15 17 14 5 6 23 10 21 18 12 4 13 2 9 25 16 24 20 11 3 7	40/ 1 8 22 20 14 17 15 4 6 23 9 21 18 12 5 13 2 10 24 16 25 19 11 3 7
41/ 1 8 24 12 20 14 17 5 6 23 10 21 13 19 2 18 4 7 25 11 22 15 16 3 9	42/ 1 8 24 15 17 14 20 2 6 23 7 21 13 19 5 18 4 10 22 11 25 12 16 3 9	43/ 1 8 24 17 15 19 12 5 6 23 10 21 18 14 2 13 4 7 25 16 22 20 11 3 9	44/ 1 8 24 20 12 19 15 2 6 23 7 21 18 14 5 13 4 10 22 16 25 17 11 3 9	45/ 1 8 25 12 19 15 17 4 6 23 9 21 13 20 2 18 5 7 24 11 22 14 16 3 10
46/ 1 8 25 14 17 15 19 2 6 23 7 21 13 20 4 18 5 9 22 11 24 12 16 3 10	47/ 1 8 25 17 14 20 12 4 6 23 9 21 18 15 2 13 5 7 24 16 22 19 11 3 10	48/ 1 8 25 19 12 20 14 2 6 23 7 21 18 15 4 13 5 9 22 16 24 17 11 3 10	49/ 1 9 12 23 20 13 25 16 4 7 19 2 8 15 21 10 11 24 17 3 22 18 5 6 14	50/ 1 9 12 25 18 15 23 16 4 7 19 2 10 13 21 8 11 24 17 5 22 20 3 6 14
51/ 1 9 13 22 20 12 25 16 4 8 19 3 7 15 21 10 11 24 18 2 23 17 5 6 14	52/ 1 9 13 25 17 15 22 16 4 8 19 3 10 12 21 7 11 24 18 5 23 20 2 6 14	53/ 1 9 15 22 18 12 23 16 4 10 19 5 7 13 21 8 11 24 20 2 25 17 3 6 14	54/ 1 9 15 23 17 13 22 16 4 10 19 5 8 12 21 7 11 24 20 3 25 18 2 6 14	55/ 1 9 17 23 15 18 25 11 4 7 14 2 8 20 21 10 16 24 12 3 22 13 5 6 19
56/ 1 9 17 25 13 20 23 11 4 7 14 2 10 18 21 8 16 24 12 5 22 15 3 6 19	57/ 1 9 18 22 15 17 25 11 4 8 14 3 7 20 21 10 16 24 13 2 23 12 5 6 19	58/ 1 9 18 25 12 20 22 11 4 8 14 3 10 17 21 7 16 24 13 5 23 15 2 6 19	59/ 1 9 20 22 13 17 23 11 4 10 14 5 7 18 21 8 16 24 15 2 25 12 3 6 19	60/ 1 9 20 23 12 18 22 11 4 10 14 5 8 17 21 7 16 24 15 3 25 13 2 6 19
61/ 1 9 22 13 20 12 18 5 6 24 10 21 14 17 3 19 2 8 25 11 23 15 16 4 7	62/ 1 9 22 15 18 12 20 3 6 24 8 21 14 17 5 19 2 10 23 11 25 13 16 4 7	63/ 1 9 22 18 15 17 13 5 6 24 10 21 19 12 3 14 2 8 25 16 23 20 11 4 7	64/ 1 9 22 20 13 17 15 3 6 24 8 21 19 12 5 14 2 10 23 16 25 18 11 4 7	65/ 1 9 23 12 20 13 17 5 6 24 10 21 14 18 2 19 3 7 25 11 22 15 16 4 8
66/ 1 9 23 15 17 13 20 2 6 24 7 21 14 18 5 19 3 10 22 11 25 12 16 4 8	67/ 1 9 23 17 15 18 12 5 6 24 10 21 19 13 2 14 3 7 25 16 22 20 11 4 8	68/ 1 9 23 20 12 18 15 2 6 24 7 21 19 13 5 14 3 10 22 16 25 17 11 4 8	69/ 1 9 25 12 18 15 17 3 6 24 8 21 14 20 2 19 5 7 23 11 22 13 16 4 10	70/ 1 9 25 13 17 15 18 2 6 24 7 21 14 20 3 19 5 8 22 11 23 12 16 4 10
71/ 1 9 25 17 13 20 12 3 6 24 8 21 19 15 2 14 5 7 23 16 22 18 11 4 10	72/ 1 9 25 18 12 20 13 2 6 24 7 21 19 15 3 14 5 8 22 16 23 17 11 4 10	73/ 1 10 12 23 19 13 24 16 5 7 20 2 8 14 21 9 11 25 17 3 22 18 4 6 15	74/ 1 10 12 24 18 14 23 16 5 7 20 2 9 13 21 8 11 25 17 4 22 19 3 6 15	75/ 1 10 13 22 19 12 24 16 5 8 20 3 7 14 21 9 11 25 18 2 23 17 4 6 15
76/ 1 10 13 24 17 14 22 16 5 8 20 3 9 12 21 7 11 25 18 4 23 19 2 6 15	77/ 1 10 14 22 18 12 23 16 5 9 20 4 7 13 21 8 11 25 19 2 24 17 3 6 15	78/ 1 10 14 23 17 13 22 16 5 9 20 4 8 12 21 7 11 25 19 3 24 18 2 6 15	79/ 1 10 17 23 14 18 24 11 5 7 15 2 8 19 21 9 16 25 12 3 22 13 4 6 20	80/ 1 10 17 24 13 19 23 11 5 7 15 2 9 18 21 8 16 25 12 4 22 14 3 6 20
81/ 1 10 18 22 14 17 24 11 5 8 15 3 7 19 21 9 16 25 13 2 23 12 4 6 20	82/ 1 10 18 24 12 19 22 11 5 8 15 3 9 17 21 7 16 25 13 4 23 14 2 6 20	83/ 1 10 19 22 13 17 23 11 5 9 15 4 7 18 21 8 16 25 14 2 24 12 3 6 20	84/ 1 10 19 23 12 18 22 11 5 9 15 4 8 17 21 7 16 25 14 3 24 13 2 6 20	85/ 1 10 22 13 19 12 18 4 6 25 9 21 15 17 3 20 2 8 24 11 23 14 16 5 7

86/ 1 10 22 14 18 12 19 3 6 25 8 21 15 17 4 20 2 9 23 11 24 13 16 5 7	87/ 1 10 22 18 14 17 13 4 6 25 9 21 20 12 3 15 2 8 24 16 23 19 11 5 7	88/ 1 10 22 19 13 17 14 3 6 25 8 21 20 12 4 15 2 9 23 16 24 18 11 5 7	89/ 1 10 23 12 19 13 17 4 6 25 9 21 15 18 2 20 3 7 24 11 22 14 16 5 8	90/ 1 10 23 14 17 13 19 2 6 25 7 21 15 18 4 20 3 9 22 11 24 12 16 5 8
91/ 1 10 23 17 14 18 12 4 6 25 9 21 20 13 2 15 3 7 24 16 22 19 11 5 8	92/ 1 10 23 19 12 18 14 2 6 25 7 21 20 13 4 15 3 9 22 16 24 17 11 5 8	93/ 1 10 24 12 18 14 17 3 6 25 8 21 15 19 2 20 4 7 23 11 22 13 16 5 9	94/ 1 10 24 13 17 14 18 2 6 25 7 21 15 19 3 20 4 8 22 11 23 12 16 5 9	95/ 1 10 24 17 13 19 12 3 6 25 8 21 20 14 2 15 4 7 23 16 22 18 11 5 9
96/ 1 10 24 18 12 19 13 2 6 25 7 21 20 14 3 15 4 8 22 16 23 17 11 5 9	97/ 1 12 8 24 20 9 25 16 2 13 17 3 14 10 21 15 6 22 18 4 23 19 5 11 7	98/ 1 12 8 25 19 10 24 16 2 13 17 3 15 9 21 14 6 22 18 5 23 20 4 11 7	99/ 1 12 9 23 20 8 25 16 2 14 17 4 13 10 21 15 6 22 19 3 24 18 5 11 7	100/ 1 12 9 25 18 10 23 16 2 14 17 4 15 8 21 13 6 22 19 5 24 20 3 11 7
101/ 1 12 10 23 19 8 24 16 2 15 17 5 13 9 21 14 6 22 20 3 25 18 4 11 7	102/ 1 12 10 24 18 9 23 16 2 15 17 5 14 8 21 13 6 22 20 4 25 19 3 11 7	103/ 1 12 23 9 20 8 19 5 11 22 15 21 7 18 4 17 3 14 25 6 24 10 16 2 13	104/ 1 12 23 10 19 8 20 4 11 22 14 21 7 18 5 17 3 15 24 6 25 9 16 2 13	105/ 1 12 24 8 20 9 18 5 11 22 15 21 7 19 3 17 4 13 25 6 23 10 16 2 14
106/ 1 12 24 10 18 9 20 3 11 22 13 21 7 19 5 17 4 15 23 6 25 8 16 2 14	107/ 1 12 25 8 19 10 18 4 11 22 14 21 7 20 3 17 5 13 24 6 23 9 16 2 15	108/ 1 12 25 9 18 10 19 3 11 22 13 21 7 20 4 17 5 14 23 6 24 8 16 2 15	109/ 1 13 7 24 20 9 25 16 3 12 18 2 14 10 21 15 6 23 17 4 22 19 5 11 8	110/ 1 13 7 25 19 10 24 16 3 12 18 2 15 9 21 14 6 23 17 5 22 20 4 11 8
111/ 1 13 9 22 20 7 25 16 3 14 18 4 12 10 21 15 6 23 19 2 24 17 5 11 8	112/ 1 13 9 25 17 10 22 16 3 14 18 4 15 7 21 12 6 23 19 5 24 20 2 11 8	113/ 1 13 10 22 19 7 24 16 3 15 18 5 12 9 21 14 6 23 20 2 25 17 4 11 8	114/ 1 13 10 24 17 9 22 16 3 15 18 5 14 7 21 12 6 23 20 4 25 19 2 11 8	115/ 1 13 22 9 20 7 19 5 11 23 15 21 8 17 4 18 2 14 25 6 24 10 16 3 12
116/ 1 13 22 10 19 7 20 4 11 23 14 21 8 17 5 18 2 15 24 6 25 9 16 3 12	117/ 1 13 24 7 20 9 17 5 11 23 15 21 8 19 2 18 4 12 25 6 22 10 16 3 14	118/ 1 13 24 10 17 9 20 2 11 23 12 21 8 19 5 18 4 15 22 6 25 7 16 3 14	119/ 1 13 25 7 19 10 17 4 11 23 14 21 8 20 2 18 5 12 24 6 22 9 16 3 15	120/ 1 13 25 9 17 10 19 2 11 23 12 21 8 20 4 18 5 14 22 6 24 7 16 3 15
121/ 1 14 7 23 20 8 25 16 4 12 19 2 13 10 21 15 6 24 17 3 22 18 5 11 9	122/ 1 14 7 25 18 10 23 16 4 12 19 2 15 8 21 13 6 24 17 5 22 20 3 11 9	123/ 1 14 8 22 20 7 25 16 4 13 19 3 12 10 21 15 6 24 18 2 23 17 5 11 9	124/ 1 14 8 25 17 10 22 16 4 13 19 3 15 7 21 12 6 24 18 5 23 20 2 11 9	125/ 1 14 10 22 18 7 23 16 4 15 19 5 12 8 21 13 6 24 20 2 25 17 3 11 9
126/ 1 14 10 23 17 8 22 16 4 15 19 5 13 7 21 12 6 24 20 3 25 18 2 11 9	127/ 1 14 22 8 20 7 18 5 11 24 15 21 9 17 3 19 2 13 25 6 23 10 16 4 12	128/ 1 14 22 10 18 7 20 3 11 24 13 21 9 17 5 19 2 15 23 6 25 8 16 4 12	129/ 1 14 23 7 20 8 17 5 11 24 15 21 9 18 2 19 3 12 25 6 22 10 16 4 13	130/ 1 14 23 10 17 8 20 2 11 24 12 21 9 18 5 19 3 15 22 6 25 7 16 4 13
131/ 1 14 25 7 18 10 17 3 11 24 13 21 9 20 2 19 5 12 23 6 22 8 16 4 15	132/ 1 14 25 8 17 10 18 2 11 24 12 21 9 20 3 19 5 13 22 6 23 7 16 4 15	133/ 1 15 7 23 19 8 24 16 5 12 20 2 13 9 21 14 6 25 17 3 22 18 4 11 10	134/ 1 15 7 24 18 9 23 16 5 12 20 2 14 8 21 13 6 25 17 4 22 19 3 11 10	135/ 1 15 8 22 19 7 24 16 5 13 20 3 12 9 21 14 6 25 18 2 23 17 4 11 10

136/ 1 15 8 24 17 9 22 16 5 13 20 3 14 7 21 12 6 25 18 4 23 19 2 11 10	137/ 1 15 9 22 18 7 23 16 5 14 20 4 12 8 21 13 6 25 19 2 24 17 3 11 10	138/ 1 15 9 23 17 8 22 16 5 14 20 4 13 7 21 12 6 25 19 3 24 18 2 11 10	139/ 1 15 22 8 19 7 18 4 11 25 14 21 10 17 3 20 2 13 24 6 23 9 16 5 12	140/ 1 15 22 9 18 7 19 3 11 25 13 21 10 17 4 20 2 14 23 6 24 8 16 5 12
141/ 1 15 23 7 19 8 17 4 11 25 14 21 10 18 2 20 3 12 24 6 22 9 16 5 13	142/ 1 15 23 9 17 8 19 2 11 25 12 21 10 18 4 20 3 14 22 6 24 7 16 5 13	143/ 1 15 24 7 18 9 17 3 11 25 13 21 10 19 2 20 4 12 23 6 22 8 16 5 14	144/ 1 15 24 8 17 9 18 2 11 25 12 21 10 19 3 20 4 13 22 6 23 7 16 5 14	

[Count = 144] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on
Jan. 21, 2015 with MacOSX 10.10.1 & Xcode 6.1.1 **

6. 変換法の研究

この 144 個をもって「基本解」と言うからには、何らかの手段を用いてこの 144 個から「標準解」の 3600 個全個を作って見せなければならない。変換法の研究が始まる。

しかし、五次の汎魔方陣には、補数ペアのセットのような格別便利なものが無い。もはや行列の簡単な交換規則を複数個も期待することができない。

あるのは、例の行列の逐次シフトのみ。下表のように全部で $5 \times 5 = 25$ 通りある。汎魔方陣の「定義」そのものであるが、これを変換法として使うことはできないか。

* 汎五方陣：「汎魔方陣シフト」による行列の逐次移動：その概念図 *

0/T 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	1/T 5 1 2 3 4 10 6 7 8 9 15 11 12 13 14 20 16 17 18 19 25 21 22 23 24	2/T 4 5 1 2 3 9 10 6 7 8 14 15 11 12 13 19 20 16 17 18 24 25 21 22 23	3/T 3 4 5 1 2 8 9 10 6 7 13 14 15 11 12 18 19 20 16 17 23 24 25 21 22	4/T 2 3 4 5 1 7 8 9 10 6 12 13 14 15 11 17 18 19 20 16 22 23 24 25 21
5/T 21 22 23 24 25 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	6/T 25 21 22 23 24 5 1 2 3 4 10 6 7 8 9 15 11 12 13 14 20 16 17 18 19	7/T 24 25 21 22 23 4 5 1 2 3 9 10 6 7 8 14 15 11 12 13 19 20 16 17 18	8/T 23 24 25 21 22 3 4 5 1 2 8 9 10 6 7 13 14 15 11 12 18 19 20 16 17	9/T 22 23 24 25 21 2 3 4 5 1 7 8 9 10 6 12 13 14 15 11 17 18 19 20 16
10/T 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	11/T 20 16 17 18 19 25 21 22 23 24 5 1 2 3 4 10 6 7 8 9 15 11 12 13 14	12/T 19 20 16 17 18 24 25 21 22 23 4 5 1 2 3 9 10 6 7 8 14 15 11 12 13	13/T 18 19 20 16 17 23 24 25 21 22 3 4 5 1 2 8 9 10 6 7 13 14 15 11 12	14/T 17 18 19 20 16 22 23 24 25 21 2 3 4 5 1 7 8 9 10 6 12 13 14 15 11
15/T 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	16/T 15 11 12 13 14 20 16 17 18 19 25 21 22 23 24 5 1 2 3 4 10 6 7 8 9	17/T 14 15 11 12 13 19 20 16 17 18 24 25 21 22 23 4 5 1 2 3 9 10 6 7 8	18/T 13 14 15 11 12 18 19 20 16 17 23 24 25 21 22 3 4 5 1 2 8 9 10 6 7	19/T 12 13 14 15 11 17 18 19 20 16 22 23 24 25 21 2 3 4 5 1 7 8 9 10 6
20/T 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 1 2 3 4 5	21/T 10 6 7 8 9 15 11 12 13 14 20 16 17 18 19 25 21 22 23 24 5 1 2 3 4	22/T 9 10 6 7 8 14 15 11 12 13 19 20 16 17 18 24 25 21 22 23 4 5 1 2 3	23/T 8 9 10 6 7 13 14 15 11 12 18 19 20 16 17 23 24 25 21 22 3 4 5 1 2	24/T 7 8 9 10 6 12 13 14 15 11 17 18 19 20 16 22 23 24 25 21 2 3 4 5 1

上図の原型 0/T のところに基本解の 1 つを入れると、それを変換して自動的に 24 個の派

生形が出来るようにしてはどうか。自分自身を含めれば、25 個の汎五方陣が出来るではないか。試しに実験をして見よう。行列がどのように動いたかを追跡して見てほしい。

[1/F]

	1/S	0/S	0/S	0/S	0/S
1 7 13 24 20	20 1 7 13 24	24 20 1 7 13	13 24 20 1 7	7 13 24 20 1	
14 25 16 2 8	8 14 25 16 2	2 8 14 25 16	16 2 8 14 25	25 16 2 8 14	
17 3 9 15 21	21 17 3 9 15	15 21 17 3 9	9 15 21 17 3	3 9 15 21 17	
10 11 22 18 4	4 10 11 22 18	18 4 10 11 22	22 18 4 10 11	11 22 18 4 10	
23 19 5 6 12	12 23 19 5 6	6 12 23 19 5	5 6 12 23 19	19 5 6 12 23	
	0/S	0/S	0/S	2305/S	0/S
23 19 5 6 12	12 23 19 5 6	6 12 23 19 5	5 6 12 23 19	19 5 6 12 23	
1 7 13 24 20	20 1 7 13 24	24 20 1 7 13	13 24 20 1 7	7 13 24 20 1	
14 25 16 2 8	8 14 25 16 2	2 8 14 25 16	16 2 8 14 25	25 16 2 8 14	
17 3 9 15 21	21 17 3 9 15	15 21 17 3 9	9 15 21 17 3	3 9 15 21 17	
10 11 22 18 4	4 10 11 22 18	18 4 10 11 22	22 18 4 10 11	11 22 18 4 10	
	0/S	1837/S	0/S	0/S	0/S
10 11 22 18 4	4 10 11 22 18	18 4 10 11 22	22 18 4 10 11	11 22 18 4 10	
23 19 5 6 12	12 23 19 5 6	6 12 23 19 5	5 6 12 23 19	19 5 6 12 23	
1 7 13 24 20	20 1 7 13 24	24 20 1 7 13	13 24 20 1 7	7 13 24 20 1	
14 25 16 2 8	8 14 25 16 2	2 8 14 25 16	16 2 8 14 25	25 16 2 8 14	
17 3 9 15 21	21 17 3 9 15	15 21 17 3 9	9 15 21 17 3	3 9 15 21 17	
	0/S	0/S	0/S	0/S	1229/S
17 3 9 15 21	21 17 3 9 15	15 21 17 3 9	9 15 21 17 3	3 9 15 21 17	
10 11 22 18 4	4 10 11 22 18	18 4 10 11 22	22 18 4 10 11	11 22 18 4 10	
23 19 5 6 12	12 23 19 5 6	6 12 23 19 5	5 6 12 23 19	19 5 6 12 23	
1 7 13 24 20	20 1 7 13 24	24 20 1 7 13	13 24 20 1 7	7 13 24 20 1	
14 25 16 2 8	8 14 25 16 2	2 8 14 25 16	16 2 8 14 25	25 16 2 8 14	
	0/S	0/S	616/S	0/S	0/S
14 25 16 2 8	8 14 25 16 2	2 8 14 25 16	16 2 8 14 25	25 16 2 8 14	
17 3 9 15 21	21 17 3 9 15	15 21 17 3 9	9 15 21 17 3	3 9 15 21 17	
10 11 22 18 4	4 10 11 22 18	18 4 10 11 22	22 18 4 10 11	11 22 18 4 10	
23 19 5 6 12	12 23 19 5 6	6 12 23 19 5	5 6 12 23 19	19 5 6 12 23	
1 7 13 24 20	20 1 7 13 24	24 20 1 7 13	13 24 20 1 7	7 13 24 20 1	

グリーン番号は、元の 3600 個のリストの番号だ。同じ解になったことを示している。

0/は、同じ解が元のリストに見つからなかったことを示している。変換後にリスト出力の条件である不等式 $n1 < n25$; $n1 < n5 < n21$; の範囲を逸脱してしまった解である。

ここは、できれば清書してやって、 $n1 < n25$; $n1 < n5 < n21$; の範囲に収まるようにしたい。簡単な反転・回転操作を必要なだけ行なって、下表のようになる。こうすれば、古いリスト中の同じ解をさがしやすくなる。

[1/F]

	1/S	2946/S	2736/S	2777/S	431/S
1 7 13 24 20	6 5 19 23 12	5 19 23 12 6	5 22 9 16 13	1 20 24 13 7	
14 25 16 2 8	18 22 11 10 4	22 11 10 4 18	6 18 15 2 24	14 8 2 16 25	
17 3 9 15 21	15 9 3 17 21	9 3 17 21 15	12 4 21 8 20	17 21 15 9 3	
10 11 22 18 4	2 16 25 14 8	16 25 14 8 2	23 10 17 14 1	10 4 18 22 11	
23 19 5 6 12	24 13 7 1 20	13 7 1 20 24	19 11 3 25 7	23 12 6 5 19	
	2116/S	2164/S	2735/S	2305/S	3522/S
4 18 22 11 10	4 21 8 20 12	5 19 23 12 6	5 6 12 23 19	10 4 18 22 11	
21 15 9 3 17	10 17 14 1 23	13 7 1 20 24	13 24 20 1 7	17 21 15 9 3	
8 2 16 25 14	11 3 25 7 19	16 25 14 8 2	16 2 8 14 25	14 8 2 16 25	
20 24 13 7 1	22 9 16 13 5	9 3 17 21 15	9 15 21 17 3	1 20 24 13 7	
12 6 5 19 23	18 15 2 24 6	22 11 10 4 18	22 18 4 10 11	23 12 6 5 19	
	2115/S	1837/S	3357/S	1500/S	1696/S
4 18 22 11 10	4 10 11 22 18	9 3 17 21 15	3 17 21 15 9	3 25 7 19 11	
12 6 5 19 23	12 23 19 5 6	16 25 14 8 2	25 14 8 2 16	9 16 13 5 22	
20 24 13 7 1	20 1 7 13 24	13 7 1 20 24	7 1 20 24 13	15 2 24 6 18	
8 2 16 25 14	8 14 25 16 2	5 19 23 12 6	19 23 12 6 5	21 8 20 12 4	
21 15 9 3 17	21 17 3 9 15	22 11 10 4 18	11 10 4 18 22	17 14 1 23 10	

3194/S	900/S	1081/S	1499/S	1229/S
8 2 16 25 14	2 16 25 14 8	2 24 6 18 15	3 17 21 15 9	3 9 15 21 17
20 24 13 7 1	24 13 7 1 20	8 20 12 4 21	11 10 4 18 22	11 22 18 4 10
12 6 5 19 23	6 5 19 23 12	14 1 23 10 17	19 23 12 6 5	19 5 6 12 23
4 18 22 11 10	18 22 11 10 4	25 7 19 11 3	7 1 20 24 13	7 13 24 20 1
21 15 9 3 17	15 9 3 17 21	16 13 5 22 9	25 14 8 2 16	25 16 2 8 14
473/S	899/S	616/S	3036/S	432/S
1 23 10 17 14	2 16 25 14 8	2 8 14 25 16	7 1 20 24 13	1 20 24 13 7
7 19 11 3 25	15 9 3 17 21	15 21 17 3 9	19 23 12 6 5	23 12 6 5 19
13 5 22 9 16	18 22 11 10 4	18 4 10 11 22	11 10 4 18 22	10 4 18 22 11
24 6 18 15 2	6 5 19 23 12	6 12 23 19 5	3 17 21 15 9	17 21 15 9 3
20 12 4 21 8	24 13 7 1 20	24 20 1 7 13	25 14 8 2 16	14 8 2 16 25

どうやらパターンに重複は無いようだ。しかも、 $n1=1$ の解が既に4つとも網羅されている。この変換法で案外すんなり行くのではないか。144個の標準形を入れさえすれば、 $144 \times 25 = 3600$ 個の全数が作れてしまうのではないか。

以下にその実験を試みる我が最新プログラムと、出力した結果を示そう。

```

/** Pan-Diagonal Magic Squares 5x5: Transform **
/** 144 Fundamentals into 3600 Standard Solutions **
/** 'MS55PDTrnsf.c': Dictated by Kanji Setsuda **
/** on Feb. 8, 2005; Feb.20, 2006 **
/** Revised on Jan. 24, 2015 **
/** Working with MacOSX 10.10.1 & Xcode 6.1.1 **
//
#include <stdio.h>
//
short cnt, cnt3;
short LSM, CC;
short nm[26], uflg[26];
short cn[26], dn[26];
short refnmb[3601];
short st[3601][26];
short ft[145][26];
short nt[26][26];
//
void stp01(void), stp02(void), stp03(void), stp04(void);
void stp05(void), stp06(void), stp07(void), stp08(void);
void stp09(void), stp10(void), stp11(void), stp12(void);
void stp13(void), stp14(void), stp15(void), stp16(void);
void stp17(void), stp18(void), stp19(void), stp20(void);
void stp21(void), stp22(void), stp23(void), stp24(void);
void stp25(void), rcrdsol(void);
void prtrns(void), pr5ans(void);
void trnsf1(void), trnsf2(void);
void refrot(void), reflect(void), rotate(void);
void fndon(void), prmon(void);
//
/** Main Program *
int main(){
short n;
printf("\n");
printf("** Pan-Diagonal Magic Squares of Order 5: **\n");
printf("* Save Two Sets of Solutions: Fundamental & Standard; *\n");
for(n=0;n<26;n++){nm[n]=0; uflg[n]=0;}
for(n=0;n<3601;n++){refnmb[n]=0;}
LSM=65; CC=26; cnt=0; cnt3=0;
stp01();      /** Begin The Calculations *
printf(" [Count(F/S) = %d/%d]\n",cnt3,cnt);
printf("\n");
printf("** Transformations: Making Fundamental 144 into Standard 3600 **\n");
prtrns();

```

```

printf("\n");
printf(" . . . . .\n");
printf("\n");
printf(" [Count(F/S) = %d/%d]\n",cnt3,cnt);
printf("\n");
printf("* Monitor List of Correspondence between Old and New *\n");
prmon();
printf(" [Count = %d] OK!\n",cnt);
printf("\n");
printf("*** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on\n");
printf(" Jan. 24, 2015 with MacOSX 10.10.1 & Xcode 6.1.1 **\n");
printf("\n");
return 0;
}
//
/** Begin The Calculations *
/** Define Level 1: *
/** Set n1 *
void stp01(){
short a;
for(a=1;a<13;a++){
if(uflg[a]==0){
nm[1]=a; uflg[a]=1;
stp02();
uflg[a]=0;}
}
}
/** Set n2 *
void stp02(){
short a;
for(a=1;a<26;a++){
if(uflg[a]==0){
nm[2]=a; uflg[a]=1;
stp03();
uflg[a]=0;}
}
}
/** Set n3 *
void stp03(){
short a;
for(a=1;a<26;a++){
if(uflg[a]==0){
nm[3]=a; uflg[a]=1;
stp04();
uflg[a]=0;}
}
}
/** Set n4 *
void stp04(){
short a;
for(a=1;a<26;a++){
if(uflg[a]==0){
nm[4]=a; uflg[a]=1;
stp05();
uflg[a]=0;}
}
}
/** Set n5=LSM-n1-n2-n3-n4 & n5>n1 *
void stp05(){
short a;
a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[3]-nm[4];
if((nm[1]<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[5]=a; uflg[a]=1;
stp06();
}
}
}

```



```

        uflg[a]=0;}}
}
/** Set n6 *
void stp06(){
    short a;
    for(a=1;a<26;a++){
        if(uflg[a]==0){
            nm[6]=a; uflg[a]=1;
            stp07();
            uflg[a]=0;}
        }
}
/** Set n11 *
void stp07(){
    short a;
    for(a=1;a<26;a++){
        if(uflg[a]==0){
            nm[11]=a; uflg[a]=1;
            stp08();
            uflg[a]=0;}
        }
}
/** Set n16 *
void stp08(){
    short a;
    for(a=1;a<26;a++){
        if(uflg[a]==0){
            nm[16]=a; uflg[a]=1;
            stp09();
            uflg[a]=0;}
        }
}
/** Set n21=LSM-n1-n6-n11-n16 & n21>n5 *
void stp09(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[1]-nm[6]-nm[11]-nm[16];
    b=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[5]-nm[6];
    if((nm[5]<a)&&(a<26)){
        if((uflg[a]==0)&&(a==b)){
            nm[21]=a; uflg[a]=1;
            stp10();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Set n25(>n1) *
void stp10(){
    short a;
    for(a=25;a>nm[1];a--){
        if(uflg[a]==0){
            nm[25]=a; uflg[a]=1;
            stp11();
            uflg[a]=0;}
        }
}
/** Set n13=LSM-n1-n5-n21-n25 *
void stp11(){
    short a;
    a=LSM-nm[1]-nm[5]-nm[21]-nm[25];
    if((0<a)&&(a<26)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[13]=a; uflg[a]=1;
            stp12();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Level 2: *
/** Set n7=LSM-n1-n3-n11-n13 *

```

```

void stp12(){
short a;
a=LSM-nm[1]-nm[3]-nm[11]-nm[13];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[7]=a; uflg[a]=1;
stp13();
uflg[a]=0;}}
}
/** Set n19=LSM-n1-n7-n13-n25 *
void stp13(){
short a;
a=LSM-nm[1]-nm[7]-nm[13]-nm[25];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[19]=a; uflg[a]=1;
stp14();
uflg[a]=0;}}
}
/** Set n10=LSM-n1-n4-n5-n25 *
void stp14(){
short a;
a=LSM-nm[1]-nm[4]-nm[5]-nm[25];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[10]=a; uflg[a]=1;
stp15();
uflg[a]=0;}}
}
/** Set n8 *
void stp15(){
short a;
for(a=1;a<26;a++){
if(uflg[a]==0){
nm[8]=a; uflg[a]=1;
stp16();
uflg[a]=0;}}
}
}
/** Set n12=LSM-n4-n8-n16-n25 *
void stp16(){
short a;
a=LSM-nm[4]-nm[8]-nm[16]-nm[25];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[12]=a; uflg[a]=1;
stp17();
uflg[a]=0;}}
}
/** Set n9=LSM-n6-n7-n8-n10 *
void stp17(){
short a;
a=LSM-nm[6]-nm[7]-nm[8]-nm[10];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){
nm[9]=a; uflg[a]=1;
stp18();
uflg[a]=0;}}
}
/** Set n17=LSM-n5-n9-n13-n21 *
void stp18(){
short a;
a=LSM-nm[5]-nm[9]-nm[13]-nm[21];
if((0<a)&&(a<26)){
if(uflg[a]==0){

```

```

        nm[17]=a; uflg[a]=1;
        stp19();
        uflg[a]=0;}}
}
/** Set n22=LSM-n2-n7-n12-n17 *
void stp19(){
    short a;
    a=LSM-nm[2]-nm[7]-nm[12]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<26)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[22]=a; uflg[a]=1;
            stp20();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Level 3: *
/** Set n14=LSM-n2-n4-n8-n12 *
void stp20(){
    short a;
    a=LSM-nm[2]-nm[4]-nm[8]-nm[12];
    if((0<a)&&(a<26)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[14]=a; uflg[a]=1;
            stp21();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Set n15=LSM-n11-n12-n13-n14 *
void stp21(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[11]-nm[12]-nm[13]-nm[14];
    b=LSM-nm[3]-nm[9]-nm[16]-nm[22];
    if((0<a)&&(a<26)&&(a==b)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[15]=a; uflg[a]=1;
            stp22();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Set n20=LSM-n5-n10-n15-n25 *
void stp22(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[5]-nm[10]-nm[15]-nm[25];
    b=LSM-nm[2]-nm[8]-nm[14]-nm[21];
    if((0<a)&&(a<26)&&(a==b)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[20]=a; uflg[a]=1;
            stp23();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Set n18=LSM-n16-n17-n19-n20 *
void stp23(){
    short a,b;
    a=LSM-nm[16]-nm[17]-nm[19]-nm[20];
    b=LSM-nm[1]-nm[10]-nm[14]-nm[22];
    if((0<a)&&(a<26)&&(a==b)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[18]=a; uflg[a]=1;
            stp24();
            uflg[a]=0;}}
}
/** Set n23=LSM-n3-n8-n13-n18 *
void stp24(){
    short a,b,c;
    a=LSM-nm[3]-nm[8]-nm[13]-nm[18];
    b=LSM-nm[2]-nm[6]-nm[15]-nm[19];
    c=LSM-nm[4]-nm[10]-nm[11]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<26)&&(a==b)&&(a==c)){

```

```

    if(uflg[a]==0){
        nm[23]=a; uflg[a]=1;
        stp25();
        uflg[a]=0;}}
}
/* Set n24=LSM-n4-n9-n14-n19 *
void stp25(){
short a,b,c,d;
a=LSM-nm[4]-nm[9]-nm[14]-nm[19];
b=LSM-nm[21]-nm[22]-nm[23]-nm[25];
c=LSM-nm[3]-nm[7]-nm[11]-nm[20];
d=LSM-nm[5]-nm[6]-nm[12]-nm[18];
if((0<a)&&(a<26)){
    if((a==b)&&(a==c)&&(a==d)){
        if(uflg[a]==0){
            nm[24]=a; uflg[a]=1;
            rcrdsol();
            uflg[a]=0;}}}
}
//
/* Record All the Solutions to the Table
// and Select the Fundamental Ones out of them **
void rcrdsol(void){
short n;
for(n=1;n<26;n++){st[cnt][n]=nm[n];}
st[cnt][0]=cnt+1; cnt++;
if((nm[1]==1)&&(nm[2]<nm[5])&&(nm[6]<nm[21])){
    for(n=1;n<26;n++){ft[cnt3][n]=nm[n];}
    ft[cnt3][0]=cnt; cnt3++;
}
}
//
/* Print the Transformations *
void prtrns(){
short m,n,p,q,q5;
for(m=0;m<cnt3;m++){
    for(n=1;n<26;n++){cn[n]=ft[m][n]; nt[0][n]=cn[n];}
    for(p=1;p<5;p++){
        trnsf2(); for(n=1;n<26;n++){nt[p][n]=dn[n];}
    }
    /**/
    for(p=0;p<5;p++){
        for(n=1;n<26;n++){cn[n]=nt[p][n];}
        for(q=1;q<5;q++){q5=q*5;
            trnsf1(); for(n=1;n<26;n++){nt[p+q5][n]=dn[n];}
        }
    }
    refrot();
    fndon();
    if(m%12==0){
        printf("[%d/F]\n",m+1);
        pr5ans();}
}
}
//
/* Find the Old Number *
void fndon(){
int l;
short mtc=0;
short m,n;
for(m=0;m<25;m++){
    for(l=0;l<cnt;l++){mtc=0;
        for(n=1;n<26;n++){
            if(nt[m][n]==st[l][n]){mtc++;}
            else{break;}}
}
}

```

```

    }
    if(mtc==25){nt[m][0]=l+1; refnmb[l+1]++; break;}
}
if(mtc<25){refnmb[0]++;}
}
}
//
/* Print the 5 Answers *
void pr5ans(){
short k,k5,l,15,m,n;
for(k=0;k<5;k++){k5=k*5;
printf("%14d/S%15d/S%15d/S%15d/S%15d/S\n",
nt[k5][0],nt[k5+1][0],nt[k5+2][0],nt[k5+3][0],nt[k5+4][0]);
for(l=0;l<5;l++){l5=l*5;
for(m=0;m<5;m++){
printf(" ");
for(n=1;n<6;n++){printf("%3d",nt[k5+m][l5+n]);}
if(m+1<5){printf(" ");}
}
printf("\n");
}
}
}
//
/* Print the Reference Monitor *
void prmon(){
short m;
printf(" ??: %d",refnmb[0]);
for(m=1;m<=cnt;m++){
if(m%36==1){printf("\n%5d:",m);}
printf("%2d",refnmb[m]);
}
printf("\n");
}
}
//
/* Transform: Type 1 *
void trnsf1(){
short n;
dn[1]=cn[21]; dn[2]=cn[22]; dn[3]=cn[23]; dn[4]=cn[24]; dn[5]=cn[25];
dn[6]=cn[1]; dn[7]=cn[2]; dn[8]=cn[3]; dn[9]=cn[4]; dn[10]=cn[5];
dn[11]=cn[6]; dn[12]=cn[7]; dn[13]=cn[8]; dn[14]=cn[9]; dn[15]=cn[10];
dn[16]=cn[11]; dn[17]=cn[12]; dn[18]=cn[13]; dn[19]=cn[14]; dn[20]=cn[15];
dn[21]=cn[16]; dn[22]=cn[17]; dn[23]=cn[18]; dn[24]=cn[19]; dn[25]=cn[20];
for(n=1;n<26;n++){cn[n]=dn[n];}
}
//
/* Transform: Type 2 *
void trnsf2(){
short n;
dn[1]=cn[5]; dn[2]=cn[1]; dn[3]=cn[2]; dn[4]=cn[3]; dn[5]=cn[4];
dn[6]=cn[10]; dn[7]=cn[6]; dn[8]=cn[7]; dn[9]=cn[8]; dn[10]=cn[9];
dn[11]=cn[15]; dn[12]=cn[11]; dn[13]=cn[12]; dn[14]=cn[13]; dn[15]=cn[14];
dn[16]=cn[20]; dn[17]=cn[16]; dn[18]=cn[17]; dn[19]=cn[18]; dn[20]=cn[19];
dn[21]=cn[25]; dn[22]=cn[21]; dn[23]=cn[22]; dn[24]=cn[23]; dn[25]=cn[24];
for(n=1;n<26;n++){cn[n]=dn[n];}
}
//
/* Reflect & Rotate *
void refrot(){
short m,n;
for(m=0;m<25;m++){
for(n=1;n<26;n++){cn[n]=nt[m][n]; dn[n]=cn[n];}
while((cn[1]>cn[25])|| (cn[1]>cn[5])|| (cn[1]>cn[21])){rotate();}
if(cn[5]>cn[21]){reflect();}
for(n=1;n<26;n++){nt[m][n]=dn[n];}
}
}

```

```

}
}
//
/** Mirror Reflection with Respect to n1+n7+n13+n19+n25 *
void reflect(){
    dn[1]=cn[1];    dn[2]=cn[6];    dn[3]=cn[11];    dn[4]=cn[16];    dn[5]=cn[21];
    dn[6]=cn[2];    dn[7]=cn[7];    dn[8]=cn[12];    dn[9]=cn[17];    dn[10]=cn[22];
    dn[11]=cn[3];   dn[12]=cn[8];    dn[13]=cn[13];   dn[14]=cn[18];   dn[15]=cn[23];
    dn[16]=cn[4];   dn[17]=cn[9];    dn[18]=cn[14];   dn[19]=cn[19];   dn[20]=cn[24];
    dn[21]=cn[5];   dn[22]=cn[10];   dn[23]=cn[15];   dn[24]=cn[20];   dn[25]=cn[25];
}
//
/** Rotation by 90 degrees *
void rotate(){
    short n;
    dn[1]=cn[21];  dn[2]=cn[16];  dn[3]=cn[11];  dn[4]=cn[6];    dn[5]=cn[1];
    dn[6]=cn[22];  dn[7]=cn[17];  dn[8]=cn[12];  dn[9]=cn[7];    dn[10]=cn[2];
    dn[11]=cn[23]; dn[12]=cn[18]; dn[13]=cn[13];  dn[14]=cn[8];   dn[15]=cn[3];
    dn[16]=cn[24]; dn[17]=cn[19]; dn[18]=cn[14];  dn[19]=cn[9];   dn[20]=cn[4];
    dn[21]=cn[25]; dn[22]=cn[20]; dn[23]=cn[15];  dn[24]=cn[10]; dn[25]=cn[5];
    for(n=1;n<26;n++){cn[n]=dn[n];}
}
//

```

* 変換法によって 144個の基本解から 3600個の標準解を再構成した結果： 2015年版 *

[1/F]

1/S					2946/S					2736/S					2777/S					431/S				
1	7	13	24	20	6	5	19	23	12	5	19	23	12	6	5	22	9	16	13	1	20	24	13	7
14	25	16	2	8	18	22	11	10	4	22	11	10	4	18	6	18	15	2	24	14	8	2	16	25
17	3	9	15	21	15	9	3	17	21	9	3	17	21	15	12	4	21	8	20	17	21	15	9	3
10	11	22	18	4	2	16	25	14	8	16	25	14	8	2	23	10	17	14	1	10	4	18	22	11
23	19	5	6	12	24	13	7	1	20	13	7	1	20	24	19	11	3	25	7	23	12	6	5	19
2116/S					2164/S					2735/S					2305/S					3522/S				
4	18	22	11	10	4	21	8	20	12	5	19	23	12	6	5	6	12	23	19	10	4	18	22	11
21	15	9	3	17	10	17	14	1	23	13	7	1	20	24	13	24	20	1	7	17	21	15	9	3
8	2	16	25	14	11	3	25	7	19	16	25	14	8	2	16	2	8	14	25	14	8	2	16	25
20	24	13	7	1	22	9	16	13	5	9	3	17	21	15	9	15	21	17	3	1	20	24	13	7
12	6	5	19	23	18	15	2	24	6	22	11	10	4	18	22	18	4	10	11	23	12	6	5	19
2115/S					1837/S					3357/S					1500/S					1696/S				
4	18	22	11	10	4	10	11	22	18	9	3	17	21	15	3	17	21	15	9	3	25	7	19	11
12	6	5	19	23	12	23	19	5	6	16	25	14	8	2	25	14	8	2	16	9	16	13	5	22
20	24	13	7	1	20	1	7	13	24	13	7	1	20	24	7	1	20	24	13	15	2	24	6	18
8	2	16	25	14	8	14	25	16	2	5	19	23	12	6	19	23	12	6	5	21	8	20	12	4
21	15	9	3	17	21	17	3	9	15	22	11	10	4	18	11	10	4	18	22	17	14	1	23	10
3194/S					900/S					1081/S					1499/S					1229/S				
8	2	16	25	14	2	16	25	14	8	2	24	6	18	15	3	17	21	15	9	3	9	15	21	17
20	24	13	7	1	24	13	7	1	20	8	20	12	4	21	11	10	4	18	22	11	22	18	4	10
12	6	5	19	23	6	5	19	23	12	14	1	23	10	17	19	23	12	6	5	19	5	6	12	23
4	18	22	11	10	18	22	11	10	4	25	7	19	11	3	7	1	20	24	13	7	13	24	20	1
21	15	9	3	17	15	9	3	17	21	16	13	5	22	9	25	14	8	2	16	25	16	2	8	14
473/S					899/S					616/S					3036/S					432/S				
1	23	10	17	14	2	16	25	14	8	2	8	14	25	16	7	1	20	24	13	1	20	24	13	7
7	19	11	3	25	15	9	3	17	21	15	21	17	3	9	19	23	12	6	5	23	12	6	5	19
13	5	22	9	16	18	22	11	10	4	18	4	10	11	22	11	10	4	18	22	10	4	18	22	11
24	6	18	15	2	6	5	19	23	12	6	12	23	19	5	3	17	21	15	9	17	21	15	9	3
20	12	4	21	8	24	13	7	1	20	24	20	1	7	13	25	14	8	2	16	14	8	2	16	25

[13/F]

19/S					882/S					1141/S					3133/S					413/S				
1	7	23	14	20	2	16	15	24	8	2	25	18	6	14	7	19	21	3	15	1	20	14	23	7
13	19	5	6	22	25	9	3	17	11	8	11	4	22	20	1	13	10	17	24	13	22	6	5	19
10	21	12	18	4	18	12	21	10	4	24	17	10	13	1	20	22	4	11	8	10	4	18	12	21
17	3	9	25	11	6	5	19	13	22	15	3	21	19	7	14	6	18	25	2	17	11	25	9	3
24	15	16	2	8	14	23	7	1	20	16	9	12	5	23	23	5	12	9	16	24	8	2	16	15

3286/S	881/S	638/S	1486/S	1609/S
8 20 22 4 11	2 16 15 24 8	2 8 24 15 16	3 17 11 25 9	3 21 19 7 15
2 14 6 18 25	14 23 7 1 20	14 20 1 7 23	21 10 4 18 12	9 12 5 23 16
16 23 5 12 9	6 5 19 13 22	6 22 13 19 5	19 13 22 6 5	25 18 6 14 2
15 7 19 21 3	18 12 21 10 4	18 4 10 21 12	7 1 20 14 23	11 4 22 20 8
24 1 13 10 17	25 9 3 17 11	25 11 17 3 9	15 24 8 2 16	17 10 13 1 24

2100/S	2228/S	3412/S	1485/S	1255/S
4 18 12 21 10	4 22 20 8 11	9 16 23 5 12	3 17 11 25 9	3 9 25 11 17
22 6 5 19 13	10 13 1 24 17	3 15 7 19 21	15 24 8 2 16	15 16 2 8 24
20 14 23 7 1	21 19 7 15 3	17 24 1 13 10	7 1 20 14 23	7 23 14 20 1
8 2 16 15 24	12 5 23 16 9	11 8 20 22 4	19 13 22 6 5	19 5 6 22 13
11 25 9 3 17	18 6 14 2 25	25 2 14 6 18	21 10 4 18 12	21 12 18 4 10

2099/S	1855/S	2718/S	2828/S	3563/S
4 18 12 21 10	4 10 21 12 18	5 19 13 22 6	5 23 16 9 12	10 17 24 1 13
11 25 9 3 17	11 17 3 9 25	23 7 1 20 14	6 14 2 25 18	4 11 8 20 22
8 2 16 15 24	8 24 15 16 2	16 15 24 8 2	22 20 8 11 4	18 25 2 14 6
20 14 23 7 1	20 1 7 23 14	9 3 17 11 25	13 1 24 17 10	12 9 16 23 5
22 6 5 19 13	22 13 19 5 6	12 21 10 4 18	19 7 15 3 21	21 3 15 7 19

524/S	2987/S	2717/S	2323/S	414/S
1 24 17 10 13	6 18 25 2 14	5 19 13 22 6	5 6 22 13 19	1 20 14 23 7
7 15 3 21 19	5 12 9 16 23	12 21 10 4 18	12 18 4 10 21	24 8 2 16 15
23 16 9 12 5	19 21 3 15 7	9 3 17 11 25	9 25 11 17 3	17 11 25 9 3
14 2 25 18 6	13 10 17 24 1	16 15 24 8 2	16 2 8 24 15	10 4 18 12 21
20 8 11 4 22	22 4 11 8 20	23 7 1 20 14	23 14 20 1 7	13 22 6 5 19

[25/F]

37/S	2945/S	2730/S	2813/S	429/S
1 8 12 24 20	6 5 19 22 13	5 19 22 13 6	5 23 9 16 12	1 20 24 12 8
14 25 16 3 7	17 23 11 10 4	23 11 10 4 17	6 17 15 3 24	14 7 3 16 25
18 2 9 15 21	15 9 2 18 21	9 2 18 21 15	13 4 21 7 20	18 21 15 9 2
10 11 23 17 4	3 16 25 14 7	16 25 14 7 3	22 10 18 14 1	10 4 17 23 11
22 19 5 6 13	24 12 8 1 20	12 8 1 20 24	19 11 2 25 8	22 13 6 5 19

2080/S	2162/S	2729/S	2307/S	3520/S
4 17 23 11 10	4 21 7 20 13	5 19 22 13 6	5 6 13 22 19	10 4 17 23 11
21 15 9 2 18	10 18 14 1 22	12 8 1 20 24	12 24 20 1 8	18 21 15 9 2
7 3 16 25 14	11 2 25 8 19	16 25 14 7 3	16 3 7 14 25	14 7 3 16 25
20 24 12 8 1	23 9 16 12 5	9 2 18 21 15	9 15 21 18 2	1 20 24 12 8
13 6 5 19 22	17 15 3 24 6	23 11 10 4 17	23 17 4 10 11	22 13 6 5 19

2079/S	1838/S	3339/S	924/S	1120/S
4 17 23 11 10	4 10 11 23 17	9 2 18 21 15	2 18 21 15 9	2 25 8 19 11
13 6 5 19 22	13 22 19 5 6	16 25 14 7 3	25 14 7 3 16	9 16 12 5 23
20 24 12 8 1	20 1 8 12 24	12 8 1 20 24	8 1 20 24 12	15 3 24 6 17
7 3 16 25 14	7 14 25 16 3	5 19 22 13 6	19 22 13 6 5	21 7 20 13 4
21 15 9 2 18	21 18 2 9 15	23 11 10 4 17	11 10 4 17 23	18 14 1 22 10

3050/S	1476/S	1657/S	923/S	653/S
7 3 16 25 14	3 16 25 14 7	3 24 6 17 15	2 18 21 15 9	2 9 15 21 18
20 24 12 8 1	24 12 8 1 20	7 20 13 4 21	11 10 4 17 23	11 23 17 4 10
13 6 5 19 22	6 5 19 22 13	14 1 22 10 18	19 22 13 6 5	19 5 6 13 22
4 17 23 11 10	17 23 11 10 4	25 8 19 11 2	8 1 20 24 12	8 12 24 20 1
21 15 9 2 18	15 9 2 18 21	16 12 5 23 9	25 14 7 3 16	25 16 3 7 14

437/S	1475/S	1192/S	3180/S	430/S
1 22 10 18 14	3 16 25 14 7	3 7 14 25 16	8 1 20 24 12	1 20 24 12 8
8 19 11 2 25	15 9 2 18 21	15 21 18 2 9	19 22 13 6 5	22 13 6 5 19
12 5 23 9 16	17 23 11 10 4	17 4 10 11 23	11 10 4 17 23	10 4 17 23 11
24 6 17 15 3	6 5 19 22 13	6 13 22 19 5	2 18 21 15 9	18 21 15 9 2
20 13 4 21 7	24 12 8 1 20	24 20 1 8 12	25 14 7 3 16	14 7 3 16 25

[37/F]

55/S	1458/S	1717/S	3277/S	411/S
1 8 22 14 20	3 16 15 24 7	3 25 17 6 14	8 19 21 2 15	1 20 14 22 8
12 19 5 6 23	25 9 2 18 11	7 11 4 23 20	1 12 10 18 24	12 23 6 5 19
10 21 13 17 4	17 13 21 10 4	24 18 10 12 1	20 23 4 11 7	10 4 17 13 21
18 2 9 25 11	6 5 19 12 23	15 2 21 19 8	14 6 17 25 3	18 11 25 9 2
24 15 16 3 7	14 22 8 1 20	16 9 13 5 22	22 5 13 9 16	24 7 3 16 15

3142/S	1457/S	1214/S	910/S	1033/S
7 20 23 4 11	3 16 15 24 7	3 7 24 15 16	2 18 11 25 9	2 21 19 8 15
3 14 6 17 25	14 22 8 1 20	14 20 1 8 22	21 10 4 17 13	9 13 5 22 16
16 22 5 13 9	6 5 19 12 23	6 23 12 19 5	19 12 23 6 5	25 17 6 14 3
15 8 19 21 2	17 13 21 10 4	17 4 10 21 13	8 1 20 14 22	11 4 23 20 7
24 1 12 10 18	25 9 2 18 11	25 11 18 2 9	15 24 7 3 16	18 10 12 1 24

2064/S	2264/S	3410/S	909/S	679/S
4 17 13 21 10	4 23 20 7 11	9 16 22 5 13	2 18 11 25 9	2 9 25 11 18
23 6 5 19 12	10 12 1 24 18	2 15 8 19 21	15 24 7 3 16	15 16 3 7 24
20 14 22 8 1	21 19 8 15 2	18 24 1 12 10	8 1 20 14 22	8 22 14 20 1
7 3 16 15 24	13 5 22 16 9	11 7 20 23 4	19 12 23 6 5	19 5 6 23 12
11 25 9 2 18	17 6 14 3 25	25 3 14 6 17	21 10 4 17 13	21 13 17 4 10

2063/S	1856/S	2714/S	2792/S	3569/S
4 17 13 21 10	4 10 21 13 17	5 19 12 23 6	5 22 16 9 13	10 18 24 1 12
11 25 9 2 18	11 18 2 9 25	22 8 1 20 14	6 14 3 25 17	4 11 7 20 23
7 3 16 15 24	7 24 15 16 3	16 15 24 7 3	23 20 7 11 4	17 25 3 14 6
20 14 22 8 1	20 1 8 22 14	9 2 18 11 25	12 1 24 18 10	13 9 16 22 5
23 6 5 19 12	23 12 19 5 6	13 21 10 4 17	19 8 15 2 21	21 2 15 8 19

530/S	2981/S	2713/S	2329/S	412/S
1 24 18 10 12	6 17 25 3 14	5 19 12 23 6	5 6 23 12 19	1 20 14 22 8
8 15 2 21 19	5 13 9 16 22	13 21 10 4 17	13 17 4 10 21	24 7 3 16 15
22 16 9 13 5	19 21 2 15 8	9 2 18 11 25	9 25 11 18 2	18 11 25 9 2
14 3 25 17 6	12 10 18 24 1	16 15 24 7 3	16 3 7 24 15	10 4 17 13 21
20 7 11 4 23	23 4 11 7 20	22 8 1 20 14	22 14 20 1 8	12 23 6 5 19

[49/F]

73/S	2943/S	2694/S	2849/S	423/S
1 9 12 23 20	6 5 18 22 14	5 18 22 14 6	5 24 8 16 12	1 20 23 12 9
13 25 16 4 7	17 24 11 10 3	24 11 10 3 17	6 17 15 4 23	13 7 4 16 25
19 2 8 15 21	15 8 2 19 21	8 2 19 21 15	14 3 21 7 20	19 21 15 8 2
10 11 24 17 3	4 16 25 13 7	16 25 13 7 4	22 10 19 13 1	10 3 17 24 11
22 18 5 6 14	23 12 9 1 20	12 9 1 20 23	18 11 2 25 9	22 14 6 5 18

1504/S	1586/S	2693/S	2309/S	3502/S
3 17 24 11 10	3 21 7 20 14	5 18 22 14 6	5 6 14 22 18	10 3 17 24 11
21 15 8 2 19	10 19 13 1 22	12 9 1 20 23	12 23 20 1 9	19 21 15 8 2
7 4 16 25 13	11 2 25 9 18	16 25 13 7 4	16 4 7 13 25	13 7 4 16 25
20 23 12 9 1	24 8 16 12 5	8 2 19 21 15	8 15 21 19 2	1 20 23 12 9
14 6 5 18 22	17 15 4 23 6	24 11 10 3 17	24 17 3 10 11	22 14 6 5 18

1503/S	1262/S	3195/S	960/S	1122/S
3 17 24 11 10	3 10 11 24 17	8 2 19 21 15	2 19 21 15 8	2 25 9 18 11
14 6 5 18 22	14 22 18 5 6	16 25 13 7 4	25 13 7 4 16	8 16 12 5 24
20 23 12 9 1	20 1 9 12 23	12 9 1 20 23	9 1 20 23 12	15 4 23 6 17
7 4 16 25 13	7 13 25 16 4	5 18 22 14 6	18 22 14 6 5	21 7 20 14 3
21 15 8 2 19	21 19 2 8 15	24 11 10 3 17	11 10 3 17 24	19 13 1 22 10

3068/S	2052/S	2233/S	959/S	617/S
7 4 16 25 13	4 16 25 13 7	4 23 6 17 15	2 19 21 15 8	2 8 15 21 19
20 23 12 9 1	23 12 9 1 20	7 20 14 3 21	11 10 3 17 24	11 24 17 3 10
14 6 5 18 22	6 5 18 22 14	13 1 22 10 19	18 22 14 6 5	18 5 6 14 22
3 17 24 11 10	17 24 11 10 3	25 9 18 11 2	9 1 20 23 12	9 12 23 20 1
21 15 8 2 19	15 8 2 19 21	16 12 5 24 8	25 13 7 4 16	25 16 4 7 13

438/S	2051/S	1768/S	3324/S	424/S
1 22 10 19 13	4 16 25 13 7	4 7 13 25 16	9 1 20 23 12	1 20 23 12 9
9 18 11 2 25	15 8 2 19 21	15 21 19 2 8	18 22 14 6 5	22 14 6 5 18
12 5 24 8 16	17 24 11 10 3	17 3 10 11 24	11 10 3 17 24	10 3 17 24 11
23 6 17 15 4	6 5 18 22 14	6 14 22 18 5	2 19 21 15 8	19 21 15 8 2
20 14 3 21 7	23 12 9 1 20	23 20 1 9 12	25 13 7 4 16	13 7 4 16 25

[61/F]

91/S	2034/S	2293/S	3421/S	407/S
1 9 22 13 20	4 16 15 23 7	4 25 17 6 13	9 18 21 2 15	1 20 13 22 9
12 18 5 6 24	25 8 2 19 11	7 11 3 24 20	1 12 10 19 23	12 24 6 5 18
10 21 14 17 3	17 14 21 10 3	23 19 10 12 1	20 24 3 11 7	10 3 17 14 21
19 2 8 25 11	6 5 18 12 24	15 2 21 18 9	13 6 17 25 4	19 11 25 8 2
23 15 16 4 7	13 22 9 1 20	16 8 14 5 22	22 5 14 8 16	23 7 4 16 15

3144/S	2033/S	1790/S	946/S	1027/S
7 20 24 3 11	4 16 15 23 7	4 7 23 15 16	2 19 11 25 8	2 21 18 9 15
4 13 6 17 25	13 22 9 1 20	13 20 1 9 22	21 10 3 17 14	8 14 5 22 16
16 22 5 14 8	6 5 18 12 24	6 24 12 18 5	18 12 24 6 5	25 17 6 13 4
15 9 18 21 2	17 14 21 10 3	17 3 10 21 14	9 1 20 13 22	11 3 24 20 7
23 1 12 10 19	25 8 2 19 11	25 11 19 2 8	15 23 7 4 16	19 10 12 1 23

1488/S	1688/S	3266/S	945/S	643/S
3 17 14 21 10	3 24 20 7 11	8 16 22 5 14	2 19 11 25 8	2 8 25 11 19
24 6 5 18 12	10 12 1 23 19	2 15 9 18 21	15 23 7 4 16	15 16 4 7 23
20 13 22 9 1	21 18 9 15 2	19 23 1 12 10	9 1 20 13 22	9 22 13 20 1
7 4 16 15 23	14 5 22 16 8	11 7 20 24 3	18 12 24 6 5	18 5 6 24 12
11 25 8 2 19	17 6 13 4 25	25 4 13 6 17	21 10 3 17 14	21 14 17 3 10

1487/S	1280/S	2678/S	2791/S	3575/S
3 17 14 21 10	3 10 21 14 17	5 18 12 24 6	5 22 16 8 14	10 19 23 1 12
11 25 8 2 19	11 19 2 8 25	22 9 1 20 13	6 13 4 25 17	3 11 7 20 24
7 4 16 15 23	7 23 15 16 4	16 15 23 7 4	24 20 7 11 3	17 25 4 13 6
20 13 22 9 1	20 1 9 22 13	8 2 19 11 25	12 1 23 19 10	14 8 16 22 5
24 6 5 18 12	24 12 18 5 6	14 21 10 3 17	18 9 15 2 21	21 2 15 9 18

494/S	2982/S	2677/S	2335/S	408/S
1 23 19 10 12	6 17 25 4 13	5 18 12 24 6	5 6 24 12 18	1 20 13 22 9
9 15 2 21 18	5 14 8 16 22	14 21 10 3 17	14 17 3 10 21	23 7 4 16 15
22 16 8 14 5	18 21 2 15 9	8 2 19 11 25	8 25 11 19 2	19 11 25 8 2
13 4 25 17 6	12 10 19 23 1	16 15 23 7 4	16 4 7 23 15	10 3 17 14 21
20 7 11 3 24	24 3 11 7 20	22 9 1 20 13	22 13 20 1 9	12 24 6 5 18

[73/F]

109/S	2925/S	2118/S	2273/S	387/S
1 10 12 23 19	6 4 18 22 15	4 18 22 15 6	4 25 8 16 12	1 19 23 12 10
13 24 16 5 7	17 25 11 9 3	25 11 9 3 17	6 17 14 5 23	13 7 5 16 24
20 2 8 14 21	14 8 2 20 21	8 2 20 21 14	15 3 21 7 19	20 21 14 8 2
9 11 25 17 3	5 16 24 13 7	16 24 13 7 5	22 9 20 13 1	9 3 17 25 11
22 18 4 6 15	23 12 10 1 19	12 10 1 19 23	18 11 2 24 10	22 15 6 4 18

1510/S	1585/S	2117/S	1733/S	3358/S
3 17 25 11 9	3 21 7 19 15	4 18 22 15 6	4 6 15 22 18	9 3 17 25 11
21 14 8 2 20	9 20 13 1 22	12 10 1 19 23	12 23 19 1 10	20 21 14 8 2
7 5 16 24 13	11 2 24 10 18	16 24 13 7 5	16 5 7 13 24	13 7 5 16 24
19 23 12 10 1	25 8 16 12 4	8 2 20 21 14	8 14 21 20 2	1 19 23 12 10
15 6 4 18 22	17 14 5 23 6	25 11 9 3 17	25 17 3 9 11	22 15 6 4 18

1509/S	1226/S	3197/S	996/S	1086/S
3 17 25 11 9	3 9 11 25 17	8 2 20 21 14	2 20 21 14 8	2 24 10 18 11
15 6 4 18 22	15 22 18 4 6	16 24 13 7 5	24 13 7 5 16	8 16 12 4 25
19 23 12 10 1	19 1 10 12 23	12 10 1 19 23	10 1 19 23 12	14 5 23 6 17
7 5 16 24 13	7 13 24 16 5	4 18 22 15 6	18 22 15 6 4	21 7 19 15 3
21 14 8 2 20	21 20 2 8 14	25 11 9 3 17	11 9 3 17 25	20 13 1 22 9

3086/S	2628/S	2809/S	995/S	615/S
7 5 16 24 13	5 16 24 13 7	5 23 6 17 14	2 20 21 14 8	2 8 14 21 20
19 23 12 10 1	23 12 10 1 19	7 19 15 3 21	11 9 3 17 25	11 25 17 3 9
15 6 4 18 22	6 4 18 22 15	13 1 22 9 20	18 22 15 6 4	18 4 6 15 22
3 17 25 11 9	17 25 11 9 3	24 10 18 11 2	10 1 19 23 12	10 12 23 19 1
21 14 8 2 20	14 8 2 20 21	16 12 4 25 8	24 13 7 5 16	24 16 5 7 13

436/S	2627/S	2344/S	3468/S	388/S
1 22 9 20 13	5 16 24 13 7	5 7 13 24 16	10 1 19 23 12	1 19 23 12 10
10 18 11 2 24	14 8 2 20 21	14 21 20 2 8	18 22 15 6 4	22 15 6 4 18
12 4 25 8 16	17 25 11 9 3	17 3 9 11 25	11 9 3 17 25	9 3 17 25 11
23 6 17 14 5	6 4 18 22 15	6 15 22 18 4	2 20 21 14 8	20 21 14 8 2
19 15 3 21 7	23 12 10 1 19	23 19 1 10 12	24 13 7 5 16	13 7 5 16 24

[85/F]

127/S	2610/S	2869/S	3565/S	371/S
1 10 22 13 19	5 16 14 23 7	5 24 17 6 13	10 18 21 2 14	1 19 13 22 10
12 18 4 6 25	24 8 2 20 11	7 11 3 25 19	1 12 9 20 23	12 25 6 4 18
9 21 15 17 3	17 15 21 9 3	23 20 9 12 1	19 25 3 11 7	9 3 17 15 21
20 2 8 24 11	6 4 18 12 25	14 2 21 18 10	13 6 17 24 5	20 11 24 8 2
23 14 16 5 7	13 22 10 1 19	16 8 15 4 22	22 4 15 8 16	23 7 5 16 14

3138/S	2609/S	2366/S	982/S	1028/S
7 19 25 3 11	5 16 14 23 7	5 7 23 14 16	2 20 11 24 8	2 21 18 10 14
5 13 6 17 24	13 22 10 1 19	13 19 1 10 22	21 9 3 17 15	8 15 4 22 16
16 22 4 15 8	6 4 18 12 25	6 25 12 18 4	18 12 25 6 4	24 17 6 13 5
14 10 18 21 2	17 15 21 9 3	17 3 9 21 15	10 1 19 13 22	11 3 25 19 7
23 1 12 9 20	24 8 2 20 11	24 11 20 2 8	14 23 7 5 16	20 9 12 1 23

1492/S	1724/S	3265/S	981/S	637/S
3 17 15 21 9	3 25 19 7 11	8 16 22 4 15	2 20 11 24 8	2 8 24 11 20
25 6 4 18 12	9 12 1 23 20	2 14 10 18 21	14 23 7 5 16	14 16 5 7 23
19 13 22 10 1	21 18 10 14 2	20 23 1 12 9	10 1 19 13 22	10 22 13 19 1
7 5 16 14 23	15 4 22 16 8	11 7 19 25 3	18 12 25 6 4	18 4 6 25 12
11 24 8 2 20	17 6 13 5 24	24 5 13 6 17	21 9 3 17 15	21 15 17 3 9

1491/S	1244/S	2102/S	2215/S	3431/S
3 17 15 21 9	3 9 21 15 17	4 18 12 25 6	4 22 16 8 15	9 20 23 1 12
11 24 8 2 20	11 20 2 8 24	22 10 1 19 13	6 13 5 24 17	3 11 7 19 25
7 5 16 14 23	7 23 14 16 5	16 14 23 7 5	25 19 7 11 3	17 24 5 13 6
19 13 22 10 1	19 1 10 22 13	8 2 20 11 24	12 1 23 20 9	15 8 16 22 4
25 6 4 18 12	25 12 18 4 6	15 21 9 3 17	18 10 14 2 21	21 2 14 10 18

500/S	2980/S	2101/S	1759/S	372/S
1 23 20 9 12	6 17 24 5 13	4 18 12 25 6	4 6 25 12 18	1 19 13 22 10
10 14 2 21 18	4 15 8 16 22	15 21 9 3 17	15 17 3 9 21	23 7 5 16 14
22 16 8 15 4	18 21 2 14 10	8 2 20 11 24	8 24 11 20 2	20 11 24 8 2
13 5 24 17 6	12 9 20 23 1	16 14 23 7 5	16 5 7 23 14	9 3 17 15 21
19 7 11 3 25	25 3 11 7 19	22 10 1 19 13	22 13 19 1 10	12 25 6 4 18

[97/F]

145/S	3154/S	2788/S	2787/S	428/S
1 12 8 24 20	7 23 19 5 11	5 22 14 16 8	5 22 14 16 8	1 20 24 8 12
9 25 16 2 13	4 15 6 22 18	19 6 3 25 12	11 18 10 2 24	9 13 2 16 25
17 3 14 10 21	21 17 3 14 10	23 15 17 9 1	7 4 21 13 20	17 21 10 14 3
15 6 22 18 4	13 9 25 16 2	7 4 21 13 20	23 15 17 9 1	15 4 18 22 6
23 19 5 11 7	20 1 12 8 24	11 18 10 2 24	19 6 3 25 12	23 7 11 5 19

2174/S	2173/S	2732/S	2449/S	3001/S
4 21 13 20 7	4 21 13 20 7	5 19 23 7 11	5 11 7 23 19	6 22 18 4 15
18 10 2 24 11	15 17 9 1 23	8 12 1 20 24	8 24 20 1 12	3 14 10 21 17
22 14 16 8 5	6 3 25 12 19	16 25 9 13 2	16 2 13 9 25	25 16 2 13 9
6 3 25 12 19	22 14 16 8 5	14 3 17 21 10	14 10 21 17 3	12 8 24 20 1
15 17 9 1 23	18 10 2 24 11	22 6 15 4 18	22 18 4 15 6	19 5 11 7 23

2113/S	1981/S	3577/S	1706/S	1705/S
4 18 22 6 15	4 15 6 22 18	10 21 17 3 14	3 25 12 19 6	3 25 12 19 6
7 11 5 19 23	7 23 19 5 11	2 13 9 25 16	17 9 1 23 15	14 16 8 5 22
20 24 8 12 1	20 1 12 8 24	24 20 1 12 8	21 13 20 7 4	10 2 24 11 18
13 2 16 25 9	13 9 25 16 2	11 7 23 19 5	10 2 24 11 18	21 13 20 7 4
21 10 14 3 17	21 17 3 14 10	18 4 15 6 22	14 16 8 5 22	17 9 1 23 15

3451/S	1088/S	1087/S	1496/S	1373/S
9 25 16 2 13	2 24 11 18 10	2 24 11 18 10	3 17 21 10 14	3 14 10 21 17
1 12 8 24 20	16 8 5 22 14	13 20 7 4 21	6 15 4 18 22	6 22 18 4 15
23 19 5 11 7	25 12 19 6 3	9 1 23 15 17	19 23 7 11 5	19 5 11 7 23
15 6 22 18 4	9 1 23 15 17	25 12 19 6 3	12 1 20 24 8	12 8 24 20 1
17 3 14 10 21	13 20 7 4 21	16 8 5 22 14	25 9 13 2 16	25 16 2 13 9

483/S	896/S	760/S	3305/S	484/S
1 23 15 17 9	2 16 25 9 13	2 13 9 25 16	8 24 20 1 12	1 23 15 17 9
12 19 6 3 25	10 14 3 17 21	10 21 17 3 14	5 11 7 23 19	20 7 4 21 13
8 5 22 14 16	18 22 6 15 4	18 4 15 6 22	22 18 4 15 6	24 11 18 10 2
24 11 18 10 2	11 5 19 23 7	11 7 23 19 5	14 10 21 17 3	8 5 22 14 16
20 7 4 21 13	24 8 12 1 20	24 20 1 12 8	16 2 13 9 25	12 19 6 3 25

[109/F]

181/S	3298/S	2824/S	2823/S	427/S
1 13 7 24 20	8 22 19 5 11	5 23 14 16 7	5 23 14 16 7	1 20 24 7 13
9 25 16 3 12	4 15 6 23 17	19 6 2 25 13	11 17 10 3 24	9 12 3 16 25
18 2 14 10 21	21 18 2 14 10	22 15 18 9 1	8 4 21 12 20	18 21 10 14 2
15 6 23 17 4	12 9 25 16 3	8 4 21 12 20	22 15 18 9 1	15 4 17 23 6
22 19 5 11 8	20 1 13 7 24	11 17 10 3 24	19 6 2 25 13	22 8 11 5 19

2170/S	2169/S	2726/S	2451/S	3007/S
4 21 12 20 8	4 21 12 20 8	5 19 22 8 11	5 11 8 22 19	6 23 17 4 15
17 10 3 24 11	15 18 9 1 22	7 13 1 20 24	7 24 20 1 13	2 14 10 21 18
23 14 16 7 5	6 2 25 13 19	16 25 9 12 3	16 3 12 9 25	25 16 3 12 9
6 2 25 13 19	23 14 16 7 5	14 2 18 21 10	14 10 21 18 2	13 7 24 20 1
15 18 9 1 22	17 10 3 24 11	23 6 15 4 17	23 17 4 15 6	19 5 11 8 22

2077/S	1982/S	3579/S	1130/S	1129/S
4 17 23 6 15	4 15 6 23 17	10 21 18 2 14	2 25 13 19 6	2 25 13 19 6
8 11 5 19 22	8 22 19 5 11	3 12 9 25 16	18 9 1 22 15	14 16 7 5 23
20 24 7 13 1	20 1 13 7 24	24 20 1 13 7	21 12 20 8 4	10 3 24 11 17
12 3 16 25 9	12 9 25 16 3	11 8 22 19 5	10 3 24 11 17	21 12 20 8 4
21 10 14 2 18	21 18 2 14 10	17 4 15 6 23	14 16 7 5 23	18 9 1 22 15

3452/S	1664/S	1663/S	920/S	797/S
9 25 16 3 12	3 24 11 17 10	3 24 11 17 10	2 18 21 10 14	2 14 10 21 18
1 13 7 24 20	16 7 5 23 14	12 20 8 4 21	6 15 4 17 23	6 23 17 4 15
22 19 5 11 8	25 13 19 6 2	9 1 22 15 18	19 22 8 11 5	19 5 11 8 22
15 6 23 17 4	9 1 22 15 18	25 13 19 6 2	13 1 20 24 7	13 7 24 20 1
18 2 14 10 21	12 20 8 4 21	16 7 5 23 14	25 9 12 3 16	25 16 3 12 9

447/S	1472/S	1336/S	3161/S	448/S
1 22 15 18 9	3 16 25 9 12	3 12 9 25 16	7 24 20 1 13	1 22 15 18 9
13 19 6 2 25	10 14 2 18 21	10 21 18 2 14	5 11 8 22 19	20 8 4 21 12
7 5 23 14 16	17 23 6 15 4	17 4 15 6 23	23 17 4 15 6	24 11 17 10 3
24 11 17 10 3	11 5 19 22 8	11 8 22 19 5	14 10 21 18 2	7 5 23 14 16
20 8 4 21 12	24 7 13 1 20	24 20 1 13 7	16 3 12 9 25	13 19 6 2 25

[121/F]

217/S	3442/S	2860/S	2859/S	421/S
1 14 7 23 20	9 22 18 5 11	5 24 13 16 7	5 24 13 16 7	1 20 23 7 14
8 25 16 4 12	3 15 6 24 17	18 6 2 25 14	11 17 10 4 23	8 12 4 16 25
19 2 13 10 21	21 19 2 13 10	22 15 19 8 1	9 3 21 12 20	19 21 10 13 2
15 6 24 17 3	12 8 25 16 4	9 3 21 12 20	22 15 19 8 1	15 3 17 24 6
22 18 5 11 9	20 1 14 7 23	11 17 10 4 23	18 6 2 25 14	22 9 11 5 18

1594/S	1593/S	2690/S	2453/S	3013/S
3 21 12 20 9	3 21 12 20 9	5 18 22 9 11	5 11 9 22 18	6 24 17 3 15
17 10 4 23 11	15 19 8 1 22	7 14 1 20 23	7 23 20 1 14	2 13 10 21 19
24 13 16 7 5	6 2 25 14 18	16 25 8 12 4	16 4 12 8 25	25 16 4 12 8
6 2 25 14 18	24 13 16 7 5	13 2 19 21 10	13 10 21 19 2	14 7 23 20 1
15 19 8 1 22	17 10 4 23 11	24 6 15 3 17	24 17 3 15 6	18 5 11 9 22

1501/S	1406/S	3581/S	1134/S	1133/S
3 17 24 6 15	3 15 6 24 17	10 21 19 2 13	2 25 14 18 6	2 25 14 18 6
9 11 5 18 22	9 22 18 5 11	4 12 8 25 16	19 8 1 22 15	13 16 7 5 24
20 23 7 14 1	20 1 14 7 23	23 20 1 14 7	21 12 20 9 3	10 4 23 11 17
12 4 16 25 8	12 8 25 16 4	11 9 22 18 5	10 4 23 11 17	21 12 20 9 3
21 10 13 2 19	21 19 2 13 10	17 3 15 6 24	13 16 7 5 24	19 8 1 22 15

3308/S	2240/S	2239/S	956/S	761/S
8 25 16 4 12	4 23 11 17 10	4 23 11 17 10	2 19 21 10 13	2 13 10 21 19
1 14 7 23 20	16 7 5 24 13	12 20 9 3 21	6 15 3 17 24	6 24 17 3 15
22 18 5 11 9	25 14 18 6 2	8 1 22 15 19	18 22 9 11 5	18 5 11 9 22
15 6 24 17 3	8 1 22 15 19	25 14 18 6 2	14 1 20 23 7	14 7 23 20 1
19 2 13 10 21	12 20 9 3 21	16 7 5 24 13	25 8 12 4 16	25 16 4 12 8

449/S	2048/S	1912/S	3155/S	450/S
1 22 15 19 8	4 16 25 8 12	4 12 8 25 16	7 23 20 1 14	1 22 15 19 8
14 18 6 2 25	10 13 2 19 21	10 21 19 2 13	5 11 9 22 18	20 9 3 21 12
7 5 24 13 16	17 24 6 15 3	17 3 15 6 24	24 17 3 15 6	23 11 17 10 4
23 11 17 10 4	11 5 18 22 9	11 9 22 18 5	13 10 21 19 2	7 5 24 13 16
20 9 3 21 12	23 7 14 1 20	23 20 1 14 7	16 4 12 8 25	14 18 6 2 25

[133/F]

253/S	3586/S	2284/S	2283/S	385/S
1 15 7 23 19	10 22 18 4 11	4 25 13 16 7	4 25 13 16 7	1 19 23 7 15
8 24 16 5 12	3 14 6 25 17	18 6 2 24 15	11 17 9 5 23	8 12 5 16 24
20 2 13 9 21	21 20 2 13 9	22 14 20 8 1	10 3 21 12 19	20 21 9 13 2
14 6 25 17 3	12 8 24 16 5	10 3 21 12 19	22 14 20 8 1	14 3 17 25 6
22 18 4 11 10	19 1 15 7 23	11 17 9 5 23	18 6 2 24 15	22 10 11 4 18

