第７章 ： 多次元超立体魔方陣の最新研究：摂田 寛二

第２節 ： 四次元超立体二方陣の最新研究

１． 基本図について新たにわかったことを用いて，**四次元超立体二方陣**の設計をもう一度試みることにしよう。前とは違う何かが見つかるであろうか。

我々は，基本図の小立方体二方陣２個について，各個を構成する６面のいずれにも「正方連結四数の定和」を要請するのであった。この方針は以前も今も変わらない。

では，そのために全部で何本の連立方程式が必要か。それを厳密に追求したい。

下図を見てほしい。我々は，下の展開見取り図（基本図）４通りについて各個に 12 本ずつ計 48 本の連立方程式を立てたいのであるが，はたしてそんなにも多数が必要であろうか。

よく見ると，重複している式がだいぶある。それを省くと，半分の 24 本になる。

＊　四次元超立体二方陣の展開見取り図（基本図４個）＊

**** 各面の頂点連結正方四数の定和条件式 ****

```
1/d0          /d1
 1---- 2       9----10
 |  3--+- 4    | 11--+-12
 5--|- 6  |   13--|-14  |
    7---- 8      15----16
```

n1+n2+n3+n4=C	n9+n10+n11+n12=C
n1+n2+n5+n6=C	n9+n10+n13+n14=C
n1+n3+n5+n7=C	n9+n11+n13+n15=C
n2+n4+n6+n8=C	n10+n12+n14+n16=C
n3+n4+n7+n8=C	n11+n12+n15+n16=C
n5+n6+n7+n8=C	n13+n14+n15+n16=C

```
2/d0          /d1
 1---- 2       5---- 6
 |  3--+- 4    |  7--+- 8
 9--|-10  |   13--|-14  |
   11----12      15----16
```

n1+n2+n3+n4=C	n5+n6+n7+n8=C
n1+n2+n9+n10=C	n5+n6+n13+n14=C
n1+n3+n9+n11=C	n5+n7+n13+n15=C
n2+n4+n10+n12=C	n6+n8+n14+n16=C
n3+n4+n11+n12=C	n7+n8+n15+n16=C
n9+n10+n11+n12=C	n13+n14+n15+n16=C

```
3/d0          /d1
 1---- 2       3---- 4
 |  5--+- 6    |  7--+- 8
 9--|-10  |   11--|-12  |
   13----14      15----16
```

n1+n2+n5+n6=C	n3+n4+n7+n8=C
n1+n2+n9+n10=C	n3+n4+n11+n12=C
n1+n5+n9+n13=C	n3+n7+n11+n15=C
n2+n6+n10+n14=C	n4+n8+n12+n16=C
n5+n6+n13+n14=C	n7+n8+n15+n16=C
n9+n10+n13+n14=C	n11+n12+n15+n16=C

```
4/d0          /d1
 1---- 3       2---- 4
 |  5--+- 7    |  6--+- 8
 9--|-11  |   10--|-12  |
   13----15      14----16
```

n1+n3+n5+n7=C	n2+n4+n6+n8=C
n1+n3+n9+n11=C	n2+n4+n10+n12=C
n1+n5+n9+n13=C	n2+n6+n10+n14=C
n3+n7+n11+n15=C	n4+n8+n12+n16=C
n5+n7+n13+n15=C	n6+n8+n14+n16=C
n9+n11+n13+n15=C	n10+n12+n14+n16=C

一方我々は，最初から次のような補数定和の「対称条件」も定義する方針であった。

n1+n16=n2+n15=n3+n14=n4+n13=n5+n12=n6+n11=n7+n10=n8+n9=CC=C/2=17

この式の辺々を加えると，例えば，

(n1+n16)+(n2+n15)+(n3+n14)+(n4+n13)=4*CC=68

(n1+n2+n3+n4)+(n13+n14+n15+n16)=68

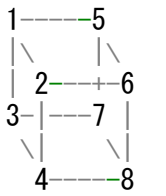
n13+n14+n15+n16=68-(n1+n2+n3+n4)=68-34=34=C

となって，左辺の４項和は，右辺さえ定義されていれば，あらためて定義しなくてもよいことがわかる。これは，補数の関係からそう決まるのである。こういう関係をさがして，さらに無駄を省くと，必要な式は半分の 12 本に減る。

n1+n2+n3+n4=C...(1)；	n1+n2+n5+n6=C ...(2)；	n1+n2+n9+n10=C ...(3)；
n1+n3+n5+n7=C...(4)；	n1+n3+n9+n11=C ...(5)；	n1+n5+n9+n13=C ...(6)；
n2+n4+n6+n8=C...(7)；	n2+n4+n10+n12=C...(8)；	n2+n6+n10+n14=C ...(9)；

n3+n4+n7+n8=C...(10)；　n3+n4+n11+n12=C...(11)；　n5+n6+n7+n8=C　...(12)；

このままでも構わないのだが，もう少し省けそうだ。
次のような代数計算を試みる。
各小立方体について，４面の頂点連結正方四数の定和を定義すれば，残りの２面は自動的に決まることがわかる。６面全部を一々定義しなくてもよいのである。



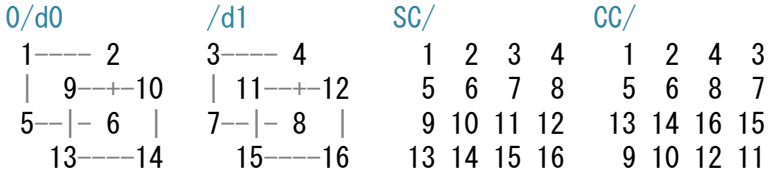
```
n1+n2+n3+n4=C          ...(1)
n1+n2+n5+n6=C          ...(2)
n1+n3+n5+n7=C          ...(3)
n2+n4+n6+n8=C          ...(4)

n1+n3+n5+n7=C          ...(3)
      +)  n2+n4+n6+n8=C          ...(4)
-----------------------------
 n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=2*C
(n1+n2+n3+n4)+(n5+n6+n7+n8)=2*C
   But    n1+n2+n3+n4=C          ...(1)
Therefore n5+n6+n7+n8=C          ...(5)

          n1+n3+n5+n7=C          ...(3)
      +)  n2+n4+n6+n8=C          ...(4)
--------------------------
 n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=2*C
(n1+n2+n5+n6)+(n3+n4+n7+n8)=2*C
   But    n1+n2+n5+n6=C          ...(2)
Therefore n3+n4+n7+n8=C          ...(6)
```

こういう関係を利用して，さらに無駄を省くと，結局必須のものとして次の10本の連立方程式が残る。

```
n1+n2+n3+n4=C　...(c1)；　n1+n2+n5+n6=C　...(c2)；　n1+n2+n9+n10=C　...(c3)；
n1+n3+n5+n7=C　...(c4)；　n1+n3+n9+n11=C　...(c5)；　n1+n5+n9+n13=C　...(c6)；
n2+n4+n6+n8=C　...(c7)；　n2+n4+n10+n12=C...(c8)；　n2+n6+n10+n14=C...(c9)；
n1+n16=n2+n15=n3+n14=n4+n13=n5+n12=n6+n11=n7+n10=n8+n9=CC=17　..(c10)；
```

２． 四次元二方陣の具体的な設計とプログラミングに進もう。
「基本図」を下図のように決め，付与する 10 本の連立方程式を下表のように定義する。
基本図に四方陣図２種類が加わっているが，これも「展開図」である。最終的には，**対称四方陣**と**完全四方陣**を同時に変換・構成したいので，その意図を基本図に示したのである。
この方針も昔と変わらない。詳しくは，第６章の方を読んでほしい。
10 本の連立方程式は必須のものだが，これに今まで出て来て省かれた式を任意に選んでプログラムに加えても解は求まる。何を加えても解は減らず，求まる解集合はいつも同じだ。二三加えると，実行スピードが速まる場合がある。入れ過ぎると，実行速度は逆に落ちる。

＊　四次元超立体二方陣の定義　＊
＊　展開見取り図（基本図，対称型および完全型四方陣基本図）＊



```
 0/d0          /d1          SC/           CC/
 1---- 2       3---- 4       1  2  3  4     1  2  4  3
 |  9--+-10    | 11--+-12     5  6  7  8     5  6  8  7
 5--|- 6  |    7--|- 8  |     9 10 11 12    13 14 16 15
   13----14      15----16    13 14 15 16     9 10 12 11
```

＊　正方連結条件式　＊

```
n1+n2+n3+n4=C　...(1)；　n1+n2+n5+n6=C　...(2)；　n1+n2+n9+n10=C　...(3)；
n1+n3+n5+n7=C　...(4)；　n1+n3+n9+n11=C　...(5)；　n1+n5+n9+n13=C　...(6)；
n2+n4+n6+n8=C　...(7)；　n2+n4+n10+n12=C...(8)；　n2+n6+n10+n14=C　...(9)；
```

＊　対称型の補数定和条件式　＊

n1+n16=n2+n15=n3+n14=n4+n13=n5+n12=n6+n11=n7+n10=n8+n9=CC=C/2　..(10);

プログラムは，実例で示そう。

```
//** Compose the 4-Dimensional Magic Objects of Order 2 and **
//**  Transform them into Two Types of MS44:'S-C' and 'C&C' **
//** File:'EC024A384.c' Dictated by Kanji Setsuda **
//**  on Jan.14, 2006; Revised on March 3, 2013; **
//**  Recompiled on March 2, 2015 **
//**  with MacOSX 10.10.2 & Xcode 6.1.1 **
//
#include <stdio.h>
//
//* Variables *
short int cnt;
short CC, LSM, cnt2;
short nm[17], uflg[17];
short t[384][17];
//
//* Sub-Routines *
void stp01(void), stp02(void), stp03(void);
void stp04(void), stp05(void), stp06(void);
void stp07(void), stp08(void), stp09(void);
void stp10(void), stp11(void), stp12(void);
void ansrecrd(void);
void pr4f24(void);
//
//* Main Program *
int main(){
 short n;
  printf("\n");
  printf("** Compose the 4-Dimensional Magic Objects of Order 2 and **\n");
  printf("**  Transform them into Two Types of MS44:'S-C' and 'C&C' **\n");
  for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0; uflg[n]=0;}
  CC=17; LSM=34; cnt=0;
  stp01();        //* Begin the Calculation *
  pr4f24();       //* Print the Answer in 4 Forms *
  printf(" [Count = %d]  OK!\n",cnt);
  printf("\n");
  printf("** Recompiled and Listed by Kanji Setsuda on\n");
  printf("    March 2, 2015 with MacOSX 10.10.2 & Xcode 6.1.1 **\n");
  printf("\n");
 return 0;
}
//
//* Calculations *
//* Set n1 & n16 *
void stp01(){
 short a,b;
  for(a=1;a<17;a++){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[1]=a; nm[16]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp02();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
//* Set n2 & n15 *
void stp02(){
 short a,b;
  for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[2]=a; nm[15]=b;
```

```
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp03();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
//* Set n5 & n12 *
void stp03(){
 short a,b;
  for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[5]=a; nm[12]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp04();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
//* Set n6=LSM-n1-n2-n5 & n11 *
void stp04(){
 short a,b;
  a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[5];
  if((0<a)&&(a<17)){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[6]=a; nm[11]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp05();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
//* Set n3 & n14 *
void stp05(){
 short a,b;
  for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[3]=a; nm[14]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp06();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
  }
}
//* Set n4=LSM-n1-n2-n3 & n13 *
void stp06(){
 short a,b;
  a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[3];
  if((0<a)&&(a<17)){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[4]=a; nm[13]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp07();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
//* Set n7=LSM-n1-n3-n5 & n10 *
void stp07(){
 short a,b;
  a=LSM-nm[1]-nm[3]-nm[5];
  if((0<a)&&(a<17)){b=CC-a;
    if((0<b)&&(uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[7]=a; nm[10]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1;
      stp08();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
//* Set n8=LSM-n2-n4-n6 & & n9 *
void stp08(){
 short a,b,c;
  a=LSM-nm[2]-nm[4]-nm[6];
  b=LSM-nm[3]-nm[4]-nm[7];
```

```
  c=LSM-nm[5]-nm[6]-nm[7];
  if((0<a)&&(a<17)&&(a==b)&&(a==c)){b=CC-a;
    if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
      nm[8]=a; nm[9]=b;
      uflg[a]=1; uflg[b]=1; cnt2=0;
      stp09();
      uflg[b]=0; uflg[a]=0;}}
}
//* Check some Line-sums *
void stp09(){
 short sm1,sm2,sm3;
  sm1=nm[1]+nm[2]+nm[9]+nm[10];
  sm2=nm[1]+nm[3]+nm[9]+nm[11];
  sm3=nm[1]+nm[5]+nm[9]+nm[13];
  if((sm1==LSM)&&(sm2==LSM)&&(sm3==LSM)){stp10();}
}
//* Check some Line-sums *
void stp10(){
 short sm1,sm2,sm3;
  sm1=nm[2]+nm[4]+nm[10]+nm[12];
  sm2=nm[2]+nm[6]+nm[10]+nm[14];
  sm3=nm[3]+nm[4]+nm[11]+nm[12];
  if((sm1==LSM)&&(sm2==LSM)&&(sm3==LSM)){ansrecrd();}
}
//
void ansrecrd(void){
 short n;
  t[cnt][0]=cnt+1;
  for(n=1;n<17;n++){t[cnt][n]=nm[n];}
  cnt++;
}
//
//* Print the Answer of Order 2^4 in 4 Forms *
void pr4f24(void){
 short m,n;
  short tn[17];
  for(m=0;m<cnt;m++){
    for(n=0;n<17;n++){tn[n]=t[m][n];}
    printf("%3d/d0         /d1         SC/          CC/\n",tn[0]);
    printf("%4d----%2d%7d----%2d   ",tn[1],tn[2],tn[3],tn[4]);
    printf("   %3d%3d%3d%3d  %3d%3d%3d%3d\n",
           tn[1],tn[2],tn[3],tn[4],tn[1],tn[2],tn[4],tn[3]);
    printf("   |  %2d--+-%2d   |  %2d--+-%2d",tn[9],tn[10],tn[11],tn[12]);
    printf("   %3d%3d%3d%3d  %3d%3d%3d%3d\n",
           tn[5],tn[6],tn[7],tn[8],tn[5],tn[6],tn[8],tn[7]);
    printf("%4d--|-%2d  |%4d--|-%2d  |",tn[5],tn[6],tn[7],tn[8]);
    printf("   %3d%3d%3d%3d  %3d%3d%3d%3d\n",
           tn[9],tn[10],tn[11],tn[12],tn[13],tn[14],tn[16],tn[15]);
    printf("%7d----%2d%7d----%2d",tn[13],tn[14],tn[15],tn[16]);
    printf("   %3d%3d%3d%3d  %3d%3d%3d%3d\n",
           tn[13],tn[14],tn[15],tn[16],tn[9],tn[10],tn[12],tn[11]);
  }
}
```

早速その実行結果を示そう。二次元に展開し，型変換して２タイプの四方陣を作った。

＊　四次元超立体二方陣の構成と展開　＊

＊　小立方体二個，対称四方陣，完全四方陣に展開した図　＊

```
 1/d0          /d1          SC/          CC/
  1----15     12---- 6       1 15 12  6    1 15  6 12
  |  8--+-10  | 13--+- 3    14  4  7  9   14  4  9  7
 14--|- 4  |  7--|- 9  |    8 10 13  3   11  5 16  2
    11---- 5     2----16    11  5  2 16    8 10  3 13
```

```
2/d0          /d1          SC/             CC/
 1----15       8----10       1 15  8 10      1 15 10  8
 | 12--+- 6    | 13--+- 3   14  4 11  5     14  4  5 11
14--|- 4  |   11--|- 5  |   12  6 13  3      7  9 16  2
    7---- 9       2----16    7  9  2 16     12  6  3 13
```

```
3/d0          /d1          SC/             CC/
 1----15      14---- 4       1 15 14  4      1 15  4 14
 |  8--+-10   | 11--+- 5    12  6  7  9     12  6  9  7
12--|- 6  |   7--|- 9  |    8 10 11  5     13  3 16  2
   13---- 3       2----16   13  3  2 16      8 10  5 11
```

```
4/d0          /d1          SC/             CC/
 1----15       8----10       1 15  8 10      1 15 10  8
 | 14--+- 4    | 11--+- 5   12  6 13  3     12  6  3 13
12--|- 6  |   13--|- 3  |   14  4 11  5      7  9 16  2
    7---- 9       2----16    7  9  2 16     14  4  5 11
```

```
5/d0          /d1          SC/             CC/
 1----15      14---- 4       1 15 14  4      1 15  4 14
 | 12--+- 6   |  7--+- 9    8 10 11  5      8 10  5 11
 8--|-10  |   11--|- 5  |   12  6  7  9     13  3 16  2
   13---- 3       2----16   13  3  2 16     12  6  9  7
```

```
6/d0          /d1          SC/             CC/
 1----15      12---- 6       1 15 12  6      1 15  6 12
 | 14--+- 4   |  7--+- 9    8 10 13  3      8 10  3 13
 8--|-10  |   13--|- 3  |   14  4  7  9     11  5 16  2
   11---- 5       2----16   11  5  2 16     14  4  9  7
```

```
7/d0          /d1          SC/             CC/
 1----14      12---- 7       1 14 12  7      1 14  7 12
 |  8--+-11   | 13--+- 2    15  4  6  9     15  4  9  6
15--|- 4  |   6--|- 9  |    8 11 13  2     10  5 16  3
   10---- 5       3----16   10  5  3 16      8 11  2 13
```

```
8/d0          /d1          SC/             CC/
 1----14       8----11       1 14  8 11      1 14 11  8
 | 12--+- 7    | 13--+- 2   15  4 10  5     15  4  5 10
15--|- 4  |   10--|- 5  |   12  7 13  2      6  9 16  3
    6---- 9       3----16    6  9  3 16     12  7  2 13
```

```
9/d0          /d1          SC/             CC/
 1----14      15---- 4       1 14 15  4      1 14  4 15
 |  8--+-11   | 10--+- 5    12  7  6  9     12  7  9  6
12--|- 7  |   6--|- 9  |    8 11 10  5     13  2 16  3
   13---- 2       3----16   13  2  3 16      8 11  5 10
```

```
10/d0         /d1          SC/             CC/
 1----14       8----11       1 14  8 11      1 14 11  8
 | 15--+- 4    | 10--+- 5   12  7 13  2     12  7  2 13
12--|- 7  |   13--|- 2  |   15  4 10  5      6  9 16  3
    6---- 9       3----16    6  9  3 16     15  4  5 10
```

```
11/d0         /d1          SC/             CC/
 1----14      15---- 4       1 14 15  4      1 14  4 15
 | 12--+- 7   |  6--+- 9    8 11 10  5      8 11  5 10
 8--|-11  |   10--|- 5  |   12  7  6  9     13  2 16  3
   13---- 2       3----16   13  2  3 16     12  7  9  6
```

```
12/d0         /d1          SC/             CC/
 1----14      12---- 7       1 14 12  7      1 14  7 12
 | 15--+- 4   |  6--+- 9    8 11 13  2      8 11  2 13
 8--|-11  |   13--|- 2  |   15  4  6  9     10  5 16  3
   10---- 5       3----16   10  5  3 16     15  4  9  6
```

13/d0
```
  1----12
  |  8--+-13
 15--|- 6  |
    10---- 3
```
/d1
```
 14---- 7
  | 11--+- 2
  4--|- 9  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12 14  7
 15  6  4  9
  8 13 11  2
 10  3  5 16
```
CC/
```
  1 12  7 14
 15  6  9  4
 10  3 16  5
  8 13  2 11
```
14/d0
```
  1----12
  | 14--+- 7
 15--|- 6  |
     4---- 9
```
/d1
```
  8----13
  | 11--+- 2
 10--|- 3  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12  8 13
 15  6 10  3
 14  7 11  2
  4  9  5 16
```
CC/
```
  1 12 13  8
 15  6  3 10
  4  9 16  5
 14  7  2 11
```
15/d0
```
  1----12
  |  8--+-13
 14--|- 7  |
    11---- 2
```
/d1
```
 15---- 6
  | 10--+- 3
  4--|- 9  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12 15  6
 14  7  4  9
  8 13 10  3
 11  2  5 16
```
CC/
```
  1 12  6 15
 14  7  9  4
 11  2 16  5
  8 13  3 10
```
16/d0
```
  1----12
  | 15--+- 6
 14--|- 7  |
     4---- 9
```
/d1
```
  8----13
  | 10--+- 3
 11--|- 2  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12  8 13
 14  7 11  2
 15  6 10  3
  4  9  5 16
```
CC/
```
  1 12 13  8
 14  7  2 11
  4  9 16  5
 15  6  3 10
```
17/d0
```
  1----12
  | 14--+- 7
  8--|-13  |
    11---- 2
```
/d1
```
 15---- 6
  |  4--+- 9
 10--|- 3  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12 15  6
  8 13 10  3
 14  7  4  9
 11  2  5 16
```
CC/
```
  1 12  6 15
  8 13  3 10
 11  2 16  5
 14  7  9  4
```
18/d0
```
  1----12
  | 15--+- 6
  8--|-13  |
    10---- 3
```
/d1
```
 14---- 7
  |  4--+- 9
 11--|- 2  |
     5----16
```
SC/
```
  1 12 14  7
  8 13 11  2
 15  6  4  9
 10  3  5 16
```
CC/
```
  1 12  7 14
  8 13  2 11
 10  3 16  5
 15  6  9  4
```
19/d0
```
  1---- 8
  | 12--+-13
 15--|-10  |
     6---- 3
```
/d1
```
 14----11
  |  7--+- 2
  4--|- 5  |
     9----16
```
SC/
```
  1  8 14 11
 15 10  4  5
 12 13  7  2
  6  3  9 16
```
CC/
```
  1  8 11 14
 15 10  5  4
  6  3 16  9
 12 13  2  7
```
20/d0
```
  1---- 8
  | 14--+-11
 15--|-10  |
     4---- 5
```
/d1
```
 12----13
  |  7--+- 2
  6--|- 3  |
     9----16
```
SC/
```
  1  8 12 13
 15 10  6  3
 14 11  7  2
  4  5  9 16
```
CC/
```
  1  8 13 12
 15 10  3  6
  4  5 16  9
 14 11  2  7
```
21/d0
```
  1---- 8
  | 12--+-13
 14--|-11  |
     7---- 2
```
/d1
```
 15----10
  |  6--+- 3
  4--|- 5  |
     9----16
```
SC/
```
  1  8 15 10
 14 11  4  5
 12 13  6  3
  7  2  9 16
```
CC/
```
  1  8 10 15
 14 11  5  4
  7  2 16  9
 12 13  3  6
```
22/d0
```
  1---- 8
  | 15--+-10
 14--|-11  |
     4---- 5
```
/d1
```
 12----13
  |  6--+- 3
  7--|- 2  |
     9----16
```
SC/
```
  1  8 12 13
 14 11  7  2
 15 10  6  3
  4  5  9 16
```
CC/
```
  1  8 13 12
 14 11  2  7
  4  5 16  9
 15 10  3  6
```
23/d0
```
  1---- 8
  | 14--+-11
 12--|-13  |
     7---- 2
```
/d1
```
 15----10
  |  4--+- 5
  6--|- 3  |
     9----16
```
SC/
```
  1  8 15 10
 12 13  6  3
 14 11  4  5
  7  2  9 16
```
CC/
```
  1  8 10 15
 12 13  3  6
 14 11  5  4
  7  2 16  9
```

24/d0

```
  1---- 8
  | 15--+-10
 12--|-13  |
     6---- 3
```

/d1

```
 14----11
  |  4--+- 5
  |  7--|- 2  |
     9----16
```

SC/

```
 1  8 14 11
12 13  7  2
15 10  4  5
 6  3  9 16
```

CC/

```
 1  8 11 14
12 13  2  7
 6  3 16  9
15 10  5  4
```

SC/ 25/CC

```
 2 16 11  5
13  3  8 10
 7  9 14  4
12  6  1 15
```

```
 2 16  5 11
13  3 10  8
12  6 15  1
 7  9  4 14
```

SC/ 26/CC

```
 2 16  7  9
13  3 12  6
11  5 14  4
 8 10  1 15
```

```
 2 16  9  7
13  3  6 12
 8 10 15  1
11  5  4 14
```

SC/ 27/CC

```
 2 16 13  3
11  5  8 10
 7  9 12  6
14  4  1 15
```

```
 2 16  3 13
11  5 10  8
14  4 15  1
 7  9  6 12
```

SC/ 28/CC

```
 2 16  7  9
11  5 14  4
13  3 12  6
 8 10  1 15
```

```
 2 16  9  7
11  5  4 14
 8 10 15  1
13  3  6 12
```

SC/ 29/CC

```
 2 16 13  3
 7  9 12  6
11  5  8 10
14  4  1 15
```

```
 2 16  3 13
 7  9  6 12
14  4 15  1
11  5 10  8
```

SC/ 30/CC

```
 2 16 11  5
 7  9 14  4
13  3  8 10
12  6  1 15
```

```
 2 16  5 11
 7  9  4 14
12  6 15  1
13  3 10  8
```

SC/ 31/CC

```
 2 13 11  8
16  3  5 10
 7 12 14  1
 9  6  4 15
```

```
 2 13  8 11
16  3 10  5
 9  6 15  4
 7 12  1 14
```

SC/ 32/CC

```
 2 13  7 12
16  3  9  6
11  8 14  1
 5 10  4 15
```

```
 2 13 12  7
16  3  6  9
 5 10 15  4
11  8  1 14
```

SC/ 33/CC

```
 2 13 16  3
11  8  5 10
 7 12  9  6
14  1  4 15
```

```
 2 13  3 16
11  8 10  5
14  1 15  4
 7 12  6  9
```

SC/ 34/CC

```
 2 13  7 12
11  8 14  1
16  3  9  6
 5 10  4 15
```

```
 2 13 12  7
11  8  1 14
 5 10 15  4
16  3  6  9
```

SC/ 35/CC

```
 2 13 16  3
 7 12  9  6
11  8  5 10
14  1  4 15
```

```
 2 13  3 16
 7 12  6  9
14  1 15  4
11  8 10  5
```

SC/ 36/CC

```
 2 13 11  8
 7 12 14  1
16  3  5 10
 9  6  4 15
```

```
 2 13  8 11
 7 12  1 14
16  3 10  5
 9  6 15  4
```

SC/ 37/CC

```
 2 11 13  8
16  5  3 10
 7 14 12  1
 9  4  6 15
```

```
 2 11  8 13
16  5 10  3
 9  4 15  6
 7 14  1 12
```

SC/ 38/CC

```
 2 11  7 14
16  5  9  4
13  8 12  1
 3 10  6 15
```

```
 2 11 14  7
16  5  4  9
 3 10 15  6
13  8  1 12
```

SC/ 39/CC

```
 2 11 16  5
13  8  3 10
 7 14  9  4
12  1  6 15
```

```
 2 11  5 16
13  8 10  3
12  1 15  6
 7 14  4  9
```

SC/ 40/CC

```
 2 11  7 14
13  8 12  1
16  5  9  4
 3 10  6 15
```

```
 2 11 14  7
13  8  1 12
 3 10 15  6
16  5  4  9
```

SC/ 41/CC

```
 2 11 16  5
 7 14  9  4
13  8  3 10
12  1  6 15
```

```
 2 11  5 16
 7 14  4  9
12  1 15  6
13  8 10  3
```

SC/ 42/CC

```
 2 11 13  8
 7 14 12  1
16  5  3 10
 9  4  6 15
```

```
 2 11  8 13
 7 14  1 12
16  5 10  3
 9  4 15  6
```

SC/ 43/CC

```
 2  7 13 12
16  9  3  6
11 14  8  1
 5  4 10 15
```

```
 2  7 12 13
16  9  6  3
 5  4 15 10
11 14  1  8
```

SC/ 44/CC

```
 2  7 11 14
16  9  5  4
13 12  8  1
 3  6 10 15
```

```
 2  7 14 11
16  9  4  5
 3  6 15 10
13 12  1  8
```

SC/ 45/CC

```
 2  7 16  9
13 12  3  6
11 14  5  4
 8  1 10 15
```

```
 2  7  9 16
13 12  6  3
11 14  8  1
 5  4 10 15
```

SC/ 46/CC

```
 2  7 11 14
13 12  8  1
16  9  5  4
 3  6 10 15
```

```
 2  7 14 11
13 12  1  8
 3  6 15 10
16  9  4  5
```

SC/ 47/CC

```
 2  7 16  9
11 14  5  4
13 12  3  6
 8  1 10 15
```

```
 2  7  9 16
11 14  4  5
 8  1 15 10
13 12  6  3
```

SC/ 48/CC

```
 2  7 13 12
11 14  8  1
16  9  3  6
 5  4 10 15
```

```
 2  7 12 13
11 14  1  8
16  9  6  3
 5  4 15 10
```

SC/ 49/CC

```
 3 16 10  5
13  2  8 11
 6  9 15  4
12  7  1 14
```

```
 3 16  5 10
13  2 11  8
12  7 14  1
 6  9  4 15
```

SC/ 50/CC

```
 3 16  6  9
13  2 12  7
10  5 15  4
 8 11  1 14
```

```
 3 16  9  6
13  2  7 12
 8 11 14  1
10  5  4 15
```

SC/ 51/CC

```
 3 16 13  2
10  5  8 11
 6  9 12  7
15  4  1 14
```

```
 3 16  2 13
10  5 11  8
 6  9 15  4
12  7 14  1
```

SC/ 52/CC

```
 3 16  6  9
10  5 15  4
13  2 12  7
 8 11  1 14
```

```
 3 16  9  6
10  5  4 15
 8 11 14  1
13  2  7 12
```

SC/ 53/CC

```
 3 16 13  2
 6  9 12  7
10  5  8 11
15  4  1 14
```

```
 3 16  2 13
 6  9  7 12
15  4 14  1
10  5 11  8
```

SC/ 54/CC

```
 3 16 10  5
 6  9 15  4
13  2  8 11
12  7  1 14
```

```
 3 16  5 10
 6  9  4 15
12  7 14  1
13  2 11  8
```

SC/ 55/CC

```
 3 13 10  8
16  2  5 11
 6 12 15  1
 9  7  4 14
```

```
 3 13  8 10
16  2 11  5
 9  7 14  4
 6 12  1 15
```

SC/ 56/CC

```
 3 13  6 12
16  2  9  7
10  8 15  1
 5 11  4 14
```

```
 3 13 12  6
16  2  7  9
 5 11 14  4
10  8  1 15
```

SC/ 57/CC

```
 3 13 16  2
10  8  5 11
 6 12  9  7
15  1  4 14
```

```
 3 13  2 16
10  8 11  5
15  1 14  4
 6 12  7  9
```

SC/ 58/CC

3	13	6	12	3	13	12	6
10	8	15	1	10	8	1	15
16	2	9	7	5	11	14	4
5	11	4	14	16	2	7	9

SC/ 59/CC

3	13	16	2	3	13	2	16
6	12	9	7	6	12	7	9
10	8	5	11	15	1	14	4
15	1	4	14	10	8	11	5

SC/ 60/CC

3	13	10	8	3	13	8	10
6	12	15	1	6	12	1	15
16	2	5	11	9	7	14	4
9	7	4	14	16	2	11	5

SC/ 61/CC

3	10	13	8	3	10	8	13
16	5	2	11	16	5	11	2
6	15	12	1	9	4	14	7
9	4	7	14	6	15	1	12

SC/ 62/CC

3	10	6	15	3	10	15	6
16	5	9	4	16	5	4	9
13	8	12	1	2	11	14	7
2	11	7	14	13	8	1	12

SC/ 63/CC

3	10	16	5	3	10	5	16
13	8	2	11	13	8	11	2
6	15	9	4	12	1	14	7
12	1	7	14	6	15	4	9

SC/ 64/CC

3	10	6	15	3	10	15	6
13	8	12	1	13	8	1	12
16	5	9	4	2	11	14	7
2	11	7	14	16	5	4	9

SC/ 65/CC

3	10	16	5	3	10	5	16
6	15	9	4	6	15	4	9
13	8	2	11	12	1	14	7
12	1	7	14	13	8	11	2

SC/ 66/CC

3	10	13	8	3	10	8	13
6	15	12	1	6	15	1	12
16	5	2	11	9	4	14	7
9	4	7	14	16	5	11	2

SC/ 67/CC

3	6	13	12	3	6	12	13
16	9	2	7	16	9	7	2
10	15	8	1	5	4	14	11
5	4	11	14	10	15	1	8

SC/ 68/CC

3	6	10	15	3	6	15	10
16	9	5	4	16	9	4	5
13	12	8	1	2	7	14	11
2	7	11	14	13	12	1	8

SC/ 69/CC

3	6	16	9	3	6	9	16
13	12	2	7	13	12	7	2
10	15	5	4	8	1	14	11
8	1	11	14	10	15	4	5

SC/ 70/CC

3	6	10	15	3	6	15	10
13	12	8	1	13	12	1	8
16	9	5	4	2	7	14	11
2	7	11	14	16	9	4	5

SC/ 71/CC

3	6	16	9	3	6	9	16
10	15	5	4	10	15	4	5
13	12	2	7	8	1	14	11
8	1	11	14	13	12	7	2

SC/ 72/CC

3	6	13	12	3	6	12	13
10	15	8	1	10	15	1	8
16	9	2	7	5	4	14	11
5	4	11	14	16	9	7	2

SC/ 73/CC

4	15	9	6	4	15	6	9
14	1	7	12	14	1	12	7
5	10	16	3	11	8	13	2
11	8	2	13	5	10	3	16

SC/ 74/CC

4	15	5	10	4	15	10	5
14	1	11	8	14	1	8	11
9	6	16	3	7	12	13	2
7	12	2	13	9	6	3	16

SC/ 75/CC

4	15	14	1	4	15	1	14
9	6	7	12	9	6	12	7
5	10	11	8	16	3	13	2
16	3	2	13	5	10	8	11

. . . . .

SC/358/CC

15	1	4	14	15	1	14	4
6	12	9	7	6	12	7	9
10	8	5	11	3	13	2	16
3	13	16	2	10	8	11	5

SC/359/CC

15	1	10	8	15	1	8	10
4	14	5	11	4	14	11	5
6	12	3	13	9	7	2	16
9	7	16	2	6	12	13	3

SC/360/CC

15	1	6	12	15	1	12	6
4	14	9	7	4	14	7	9
10	8	3	13	5	11	2	16
5	11	16	2	10	8	13	3

SC/361/CC

16	9	3	6	16	9	6	3
5	4	10	15	5	4	15	10
2	7	13	12	11	14	1	8
11	14	8	1	2	7	12	13

SC/362/CC

16	9	2	7	16	9	7	2
5	4	11	14	5	4	14	11
3	6	13	12	10	15	1	8
10	15	8	1	3	6	12	13

SC/363/CC

16	9	5	4	16	9	4	5
3	6	10	15	3	6	15	10
2	7	11	14	13	12	1	8
13	12	8	1	2	7	14	11

SC/364/CC

16	9	2	7	16	9	7	2
3	6	13	12	3	6	12	13
5	4	11	14	10	15	1	8
10	15	8	1	5	4	14	11

SC/365/CC

16	9	5	4	16	9	4	5
2	7	11	14	2	7	14	11
3	6	10	15	13	12	1	8
13	12	8	1	3	6	15	10

SC/366/CC

16	9	3	6	16	9	6	3
2	7	13	12	2	7	12	13
5	4	10	15	11	14	1	8
11	14	8	1	5	4	15	10

SC/367/CC

16	5	3	10	16	5	10	3
9	4	6	15	9	4	15	6
2	11	13	8	7	14	1	12
7	14	12	1	2	11	8	13

SC/368/CC

16	5	2	11	16	5	11	2
9	4	7	14	9	4	14	7
3	10	13	8	6	15	1	12
6	15	12	1	3	10	8	13

SC/369/CC

16	5	9	4	16	5	4	9
3	10	6	15	3	10	15	6
2	11	7	14	13	8	1	12
13	8	12	1	2	11	14	7

SC/370/CC

16	5	2	11	16	5	11	2
3	10	13	8	3	10	8	13
9	4	7	14	6	15	1	12
6	15	12	1	9	4	14	7

SC/371/CC

16	5	9	4	16	5	4	9
2	11	7	14	2	11	14	7
3	10	6	15	13	8	1	12
13	8	12	1	3	10	15	6

SC/372/CC

16	5	3	10	16	5	10	3
2	11	13	8	2	11	8	13
9	4	6	15	7	14	1	12
7	14	12	1	9	4	15	6

SC/373/CC

16	3	5	10	16	3	10	5
9	6	4	15	9	6	15	4
2	13	11	8	7	12	1	14
7	12	14	1	2	13	8	11

SC/374/CC

16	3	2	13	16	3	13	2
9	6	7	12	9	6	12	7
5	10	11	8	4	15	1	14
4	15	14	1	5	10	8	11

SC/375/CC

16	3	9	6	16	3	6	9
5	10	4	15	5	10	15	4
2	13	7	12	11	8	1	14
11	8	14	1	2	13	12	7

```
        SC/376/CC                SC/377/CC                SC/378/CC
 16  3  2 13    16  3 13  2     16  3  9  6    16  3  6  9    16  3  5 10    16  3 10  5
  5 10 11  8     5 10  8 11      2 13  7 12     2 13 12  7     2 13 11  8     2 13  8 11
  9  6  7 12     4 15  1 14      5 10  4 15    11  8  1 14     9  6  4 15     7 12  1 14
  4 15 14  1     9  6 12  7     11  8 14  1     5 10 15  4     7 12 14  1     9  6 15  4
        SC/379/CC                SC/380/CC                SC/381/CC
 16  2  5 11    16  2 11  5     16  2  3 13    16  2 13  3    16  2  9  7    16  2  7  9
  9  7  4 14     9  7 14  4      9  7  6 12     9  7 12  6     5 11  4 14     5 11 14  4
  3 13 10  8     6 12  1 15      5 11 10  8     4 14  1 15     3 13  6 12    10  8  1 15
  6 12 15  1     3 13  8 10      4 14 15  1     5 11  8 10    10  8 15  1     3 13 12  6
        SC/382/CC                SC/383/CC                SC/384/CC
 16  2  3 13    16  2 13  3     16  2  9  7    16  2  7  9    16  2  5 11    16  2 11  5
  5 11 10  8     5 11  8 10      3 13  6 12     3 13 12  6     3 13 10  8     3 13  8 10
  9  7  6 12     4 14  1 15      5 11  4 14    10  8  1 15     9  7  4 14     6 12  1 15
  4 14 15  1     9  7 12  6     10  8 15  1     5 11 14  4     6 12 15  1     9  7 14  4
 [Count = 384]    OK!
```

```
** Recompiled and Listed by Kanji Setsuda on
    March 2, 2015 with MacOSX 10.10.2 & Xcode 6.1.1 **
```

３． 今回は，正規化出力用の不等式を一切用いていない。だから，出て来たのはいわゆる「原始解」の集合だ。384 個出た。これは，対称四方陣・完全四方陣の「原始解」と同じ総数である。実際，併記した四方陣二種類の個々が，その原始解と同じものになっている。

試みに普通のやり方で正方連結完全四方陣の総数を求め，そのリストと今回のリストを比較対照して見たら，解の出力順序は違っても，完全に**一対一対応**することがわかった。

```
** 新旧のリストで解の対応関係をモニターした結果 **
??: 0
  1: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 25: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 49: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 73: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 97: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
121: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
145: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
169: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
193: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
217: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
241: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
265: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
289: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
313: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
337: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
361: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
```

重複した解は無かったし，求まらない解も無かった。

４． またもや同じ解集合に遭遇した。定義や構成法がまるで違うのに，同じものを作ってしまったのである。これは，どのように考えたらよいのだろう。

この事実を根拠に，小生は次のような大胆な主張を試みたい。**四次元超立体二方陣**は，対称四方陣および全てのタイプの汎四方陣の「根源方陣」であると。全ての源泉は，ここにあるのである。これあるが故に例の「四次の魔方陣の奇跡の一致」が起きるのである，と。

前の研究でもそのことには触れていたが，384 個の**原始解**のレベルで成り立つとまでは，明言していなかった。それが今回解の総数が確定したことで，厳密に言えるようになった。

集合の「同値」を言い「解の一対一対応」を言うには，原始解レベルで論じるのが問題が少ない。総数が一致すること。そして具体的に解が一対一対応することが示せれば，たとえ定義や構成法に違いがあっても，２つの解集合は「同一」とも「論理的同値」とも主張する

ことができる。と，小生は信じる。それがわが「次元変換法」の根拠である。

対称四方陣および完全四方陣の 48 個の「標準解」や３個の「基本解」の集合を得るには，その目的に応じたリスト出力用の正規化不等式群を用いて原始解をフルイに掛ければよい。

不等式は，プログラムの途中に入れてもよいし，最後に書いてもかまわない。ただし，型変換の前と後では，不等式の内容が当然異なる。その際注意深く考えて変えてやらないと，目的物を正しく得られない。その辺は，自ら実地に苦労しながら技術を身に付けてほしい。

（著者：摂田 寛二(Kanji Setsuda)； jag12001@nifty.com;
初稿：執筆・計数・作表： on April 22, 2005 with MacOSX 10.3.5 & Xcode 1.5;
清書稿： on January 16, 2006; 最新清書稿： on March 2, 2015;
with MacOSX 10.10.2 & Xcode 6.1.1）