

第3部：『魔方陣の新研究』： 摂田 寛二

第9章： 正方連結型汎魔方陣の基礎的研究（改訂稿）

第2節： 正方連結汎八方陣の基礎的研究（最新清書稿）

0. 「正方連結八方陣」とは、方陣の内部で隣り合う任意の 2×2 の4数の和がどこをとっても等しくなる方陣を言う。例えば、右図左上の $1 + 58 + 47 + 24 = 130$; 同様に、右側の $8 + 51 + 25 + 46 = 130$; 下側の $37 + 18 + 59 + 16 = 130$; ...

1	58	13	60	15	56	3	54
47	24	35	22	33	26	45	28
49	10	61	12	63	8	51	6
48	23	36	21	34	25	46	27
50	9	62	11	64	7	52	5
32	39	20	37	18	41	30	43
2	57	14	59	16	55	4	53
31	40	19	38	17	42	29	44

このような特徴を持つだけでなく、行列の定和や2本の対角線の定和など一般的な方陣の特徴も、無論併せ持つ。

いつものように、基本条件を図と式によって定義する。

1~64 の自然数を全個重複無く欠落無く用いて、下記の条件を全て満たす。

1. 基本ポジションと変数名

[nNの n を省略してある]

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

2. 連立方程式群

先ず正方連結四数の定和条件から

- $n1 + n2 + n9 + n10 = S \dots (1)$
- $n9 + n10 + n17 + n18 = S \dots (2)$
- $n17 + n18 + n25 + n26 = S \dots (3)$
- $n25 + n26 + n33 + n34 = S \dots (4)$
- $n33 + n34 + n41 + n42 = S \dots (5)$
- $n41 + n42 + n49 + n50 = S \dots (6)$
- $n49 + n50 + n57 + n58 = S \dots (7)$
- $n2 + n3 + n10 + n11 = S \dots (8)$
- $n10 + n11 + n18 + n19 = S \dots (9)$
- $n18 + n19 + n26 + n27 = S \dots (10)$
- $n26 + n27 + n34 + n35 = S \dots (11)$
- $n34 + n35 + n42 + n43 = S \dots (12)$
- $n42 + n43 + n50 + n51 = S \dots (13)$
- $n50 + n51 + n58 + n59 = S \dots (14)$
- $n3 + n4 + n11 + n12 = S \dots (15)$
- $n11 + n12 + n19 + n20 = S \dots (16)$
- $n19 + n20 + n27 + n28 = S \dots (17)$

- $n27 + n28 + n35 + n36 = S \dots (18)$
- $n43 + n44 + n51 + n52 = S \dots (20)$
- $n4 + n5 + n12 + n13 = S \dots (22)$
- $n20 + n21 + n28 + n29 = S \dots (24)$
- $n36 + n37 + n44 + n45 = S \dots (26)$
- $n52 + n53 + n60 + n61 = S \dots (28)$
- $n13 + n14 + n21 + n22 = S \dots (30)$
- $n29 + n30 + n37 + n38 = S \dots (32)$
- $n45 + n46 + n53 + n54 = S \dots (34)$
- $n6 + n7 + n14 + n15 = S \dots (36)$
- $n22 + n23 + n30 + n31 = S \dots (38)$
- $n38 + n39 + n46 + n47 = S \dots (40)$
- $n54 + n55 + n62 + n63 = S \dots (42)$
- $n15 + n16 + n23 + n24 = S \dots (44)$
- $n31 + n32 + n39 + n40 = S \dots (46)$
- $n47 + n48 + n55 + n56 = S \dots (48)$

- $n35 + n36 + n43 + n44 = S \dots (19)$
- $n51 + n52 + n59 + n60 = S \dots (21)$
- $n12 + n13 + n20 + n21 = S \dots (23)$
- $n28 + n29 + n36 + n37 = S \dots (25)$
- $n44 + n45 + n52 + n53 = S \dots (27)$
- $n5 + n6 + n13 + n14 = S \dots (29)$
- $n21 + n22 + n29 + n30 = S \dots (31)$
- $n37 + n38 + n45 + n46 = S \dots (33)$
- $n53 + n54 + n61 + n62 = S \dots (35)$
- $n14 + n15 + n22 + n23 = S \dots (37)$
- $n30 + n31 + n38 + n39 = S \dots (39)$
- $n46 + n47 + n54 + n55 = S \dots (41)$
- $n7 + n8 + n15 + n16 = S \dots (43)$
- $n23 + n24 + n31 + n32 = S \dots (45)$
- $n39 + n40 + n47 + n48 = S \dots (47)$
- $n55 + n56 + n63 + n64 = S \dots (49)$

これら 49 本の正方連結四数の定和式に加えて、一般的な八方陣の行列定和やまた主対角線 8 数の定和なども満たさなければならない。

まず四数定和の定数 S の値を求めておこう。

$$n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S \quad \dots (1)$$

$$n_3 + n_4 + n_{11} + n_{12} = S \quad \dots (15)$$

$$n_5 + n_6 + n_{13} + n_{14} = S \quad \dots (29)$$

$$+) n_7 + n_8 + n_{15} + n_{16} = S \quad \dots (43)$$

$$(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8)$$

$$+ (n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16}) = 4S$$

2行分の和が $4S$ なのだから $2K = 4S$ [K は行和定数]

$$\text{ところが } K = 64 \times (64 + 1) \div 2 \div 8 = 260$$

$$\text{ゆえに } S = 2 \times 260 \div 4 = 130$$

かくしてすべての正方連結四数の和が 130 に等しくなることがわかった。

3. 先ずは正方連結に関する 49 本の条件式だけで何が言えるか、解析を積み重ねる。

例えば、(1) ~ (7) 式は、共通項を媒介にして幾つもの等式と補数群を生む。

一般に $A + C = S$ および $B + C = S$ ならば、 $A = B$ と言ってよい。

$$n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S \quad \dots (1) \quad \lrcorner$$

$$n_9 + n_{10} + n_{17} + n_{18} = S \quad \dots (2) \quad \lrcorner \quad n_1 + n_2 = n_{17} + n_{18} = P \quad (\text{とおく})$$

$$n_{17} + n_{18} + n_{25} + n_{26} = S \quad \dots (3) \quad \lrcorner \quad n_9 + n_{10} = n_{25} + n_{26} = Q \quad (\text{とおく})$$

$$n_{25} + n_{26} + n_{33} + n_{34} = S \quad \dots (4) \quad \lrcorner \quad n_{17} + n_{18} = n_{33} + n_{34} = P$$

$$n_{33} + n_{34} + n_{41} + n_{42} = S \quad \dots (5) \quad \lrcorner \quad n_{25} + n_{26} = n_{41} + n_{42} = Q$$

$$n_{41} + n_{42} + n_{49} + n_{50} = S \quad \dots (6) \quad \lrcorner \quad n_{33} + n_{34} = n_{49} + n_{50} = P$$

$$n_{49} + n_{50} + n_{57} + n_{58} = S \quad \dots (7) \quad \lrcorner \quad n_{41} + n_{42} = n_{57} + n_{58} = Q$$

2種類の和の P, Q でまとめると、

$$\lrcorner n_1 + n_2 = n_{17} + n_{18} = n_{33} + n_{34} = n_{49} + n_{50} = P \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_9 + n_{10} = n_{25} + n_{26} = n_{41} + n_{42} = n_{57} + n_{58} = Q \quad \lrcorner$$

ただし、 $P + Q = S = 130$

$$\text{ゆえに } n_{57} + n_{58} + n_1 + n_2 = P + Q = S \quad \dots (50)$$

(8) ~ (14) 式以下についても、全く同様のことが言える。ゆえに

$$\lrcorner n_2 + n_3 = n_{18} + n_{19} = n_{34} + n_{35} = n_{50} + n_{51} = P_2 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{10} + n_{11} = n_{26} + n_{27} = n_{42} + n_{43} = n_{58} + n_{59} = Q_2 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_3 + n_4 = n_{19} + n_{20} = n_{35} + n_{36} = n_{51} + n_{52} = P_3 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{11} + n_{12} = n_{27} + n_{28} = n_{43} + n_{44} = n_{59} + n_{60} = Q_3 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_4 + n_5 = n_{20} + n_{21} = n_{36} + n_{37} = n_{52} + n_{53} = P_4 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{12} + n_{13} = n_{28} + n_{29} = n_{44} + n_{45} = n_{60} + n_{61} = Q_4 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_5 + n_6 = n_{21} + n_{22} = n_{37} + n_{38} = n_{53} + n_{54} = P_5 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{13} + n_{14} = n_{29} + n_{30} = n_{45} + n_{46} = n_{61} + n_{62} = Q_5 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_6 + n_7 = n_{22} + n_{23} = n_{38} + n_{39} = n_{54} + n_{55} = P_6 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{14} + n_{15} = n_{30} + n_{31} = n_{46} + n_{47} = n_{62} + n_{63} = Q_6 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_7 + n_8 = n_{23} + n_{24} = n_{39} + n_{40} = n_{55} + n_{56} = P_7 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{15} + n_{16} = n_{31} + n_{32} = n_{47} + n_{48} = n_{63} + n_{64} = Q_7 \quad \lrcorner$$

$$\text{また } n_{58} + n_{59} + n_2 + n_3 = P_2 + Q_2 = S \quad \dots (51)$$

$$n_{59} + n_{60} + n_3 + n_4 = P_3 + Q_3 = S \quad \dots (52)$$

$$n_{60} + n_{61} + n_4 + n_5 = P_4 + Q_4 = S \quad \dots (53)$$

$$n_{61} + n_{62} + n_5 + n_6 = P_5 + Q_5 = S \quad \dots (54)$$

$$n_{62} + n_{63} + n_6 + n_7 = P_6 + Q_6 = S \quad \dots (55)$$

$$n_{63} + n_{64} + n_7 + n_8 = P_7 + Q_7 = S \quad \dots (56)$$

が言える。(50) ~ (56) 式を1つずつ組み合わせて媒介項を消去すると、

$$\lrcorner n_{57} + n_1 = n_{59} + n_3 = n_{61} + n_5 = n_{63} + n_7 = P_8 \quad \lrcorner$$

$$\lrcorner n_{58} + n_2 = n_{60} + n_4 = n_{62} + n_6 = n_{64} + n_8 = Q_8 \quad \lrcorner$$

だから、 $n_{57} + n_1 + n_{64} + n_8 = P_8 + Q_8 = S \quad \dots (57)$ も言える。

これで、最上行全体を最下行の下に移しても、全ての正方連結四数の定和が成り立つことがわかる。これは、汎魔方陣の性質によく似ている。

また次の各式から、左右方向でも同様の手順を尽くす。

$$\begin{array}{l}
 n_1 + n_9 + n_2 + n_{10} = S \dots (1) \lrcorner \\
 n_2 + n_{10} + n_3 + n_{11} = S \dots (8) \lrcorner \quad n_1 + n_9 = n_3 + n_{11} = M \text{ (とおく)} \\
 n_3 + n_{11} + n_4 + n_{12} = S \dots (15) \lrcorner \quad n_2 + n_{10} = n_4 + n_{12} = N \text{ (とおく)} \\
 n_4 + n_{12} + n_5 + n_{13} = S \dots (22) \lrcorner \quad n_3 + n_{11} = n_5 + n_{13} = M \\
 n_5 + n_{13} + n_6 + n_{14} = S \dots (29) \lrcorner \quad n_4 + n_{12} = n_6 + n_{14} = N \\
 n_6 + n_{14} + n_7 + n_{15} = S \dots (36) \lrcorner \quad n_5 + n_{13} = n_7 + n_{15} = M \\
 n_7 + n_{15} + n_8 + n_{16} = S \dots (43) \lrcorner \quad n_6 + n_{14} = n_8 + n_{16} = N
 \end{array}$$

M, Nでまとめると,

$$\begin{array}{l}
 \lrcorner n_1 + n_9 = n_3 + n_{11} = n_5 + n_{13} = n_7 + n_{15} = M \lrcorner \\
 \lrcorner n_2 + n_{10} = n_4 + n_{12} = n_6 + n_{14} = n_8 + n_{16} = N \lrcorner
 \end{array}$$

ただし, $M + N = S = 130$

ゆえに, $n_8 + n_{16} + n_1 + n_9 = N + M = S \dots (58)$

他の行についても、同様のことが言える。

$$\begin{array}{l}
 \lrcorner n_9 + n_{17} = n_{11} + n_{19} = n_{13} + n_{21} = n_{15} + n_{23} = M_2 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{10} + n_{18} = n_{12} + n_{20} = n_{14} + n_{22} = n_{16} + n_{24} = N_2 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{17} + n_{25} = n_{19} + n_{27} = n_{21} + n_{29} = n_{23} + n_{31} = M_3 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{18} + n_{26} = n_{20} + n_{28} = n_{22} + n_{30} = n_{24} + n_{32} = N_3 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{25} + n_{33} = n_{27} + n_{35} = n_{29} + n_{37} = n_{31} + n_{39} = M_4 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{26} + n_{34} = n_{28} + n_{36} = n_{30} + n_{38} = n_{32} + n_{40} = N_4 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{33} + n_{41} = n_{35} + n_{43} = n_{37} + n_{45} = n_{39} + n_{47} = M_5 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{34} + n_{42} = n_{36} + n_{44} = n_{38} + n_{46} = n_{40} + n_{48} = N_5 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{41} + n_{49} = n_{43} + n_{51} = n_{45} + n_{53} = n_{47} + n_{55} = M_6 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{42} + n_{50} = n_{44} + n_{52} = n_{46} + n_{54} = n_{48} + n_{56} = N_6 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{49} + n_{57} = n_{51} + n_{59} = n_{53} + n_{61} = n_{55} + n_{63} = M_7 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{50} + n_{58} = n_{52} + n_{60} = n_{54} + n_{62} = n_{56} + n_{64} = N_7 \lrcorner
 \end{array}$$

また

$$\begin{array}{l}
 n_{16} + n_{24} + n_9 + n_{17} = M_2 + N_2 = S \dots (59) \\
 n_{24} + n_{32} + n_{17} + n_{25} = M_3 + N_3 = S \dots (60) \\
 n_{32} + n_{40} + n_{25} + n_{33} = M_4 + N_4 = S \dots (61) \\
 n_{40} + n_{48} + n_{33} + n_{41} = M_5 + N_5 = S \dots (62) \\
 n_{48} + n_{56} + n_{41} + n_{49} = M_6 + N_6 = S \dots (63) \\
 n_{56} + n_{64} + n_{49} + n_{57} = M_7 + N_7 = S \dots (64)
 \end{array}$$

(58) ~ (64) 式を1つずつ順に組み合わせ、媒介項を消去すると,

$$\begin{array}{l}
 \lrcorner n_8 + n_1 = n_{24} + n_{17} = n_{40} + n_{33} = n_{56} + n_{49} = M_8 \lrcorner \\
 \lrcorner n_{16} + n_9 = n_{32} + n_{25} = n_{48} + n_{41} = n_{64} + n_{57} = N_8 \lrcorner
 \end{array}$$

だから, $n_8 + n_1 + n_{64} + n_{57} = M_8 + N_8 = S \dots (65)$ も言える。

これで、最左列全体を最右列の右に移しても、全ての正方連結四数の定和が成り立つことがわかる。汎魔方陣の性質に、いよいよそっくりである。

はたして、正方連結八方陣は、汎八方陣なのであろうか。

4. 結論を急ぐ前に、正方連結方陣の面白い性質を他にも探してみよう。

八方陣の中には、幾つもの小さい七方陣、六方陣、……、三方陣が含まれているが、それら中小の方陣の頂点に位置する4数の間にはどんな関係があるだろうか。

小さい方の三方陣から行こう。例えば、 $(n_1, n_3, n_{17}, n_{19})$ を考える。

$$\begin{array}{l}
 n_1 + n_9 + n_2 + n_{10} = S \dots (1) \lrcorner \\
 n_2 + n_{10} + n_3 + n_{11} = S \dots (8) \lrcorner \quad n_1 + n_9 = n_3 + n_{11} \\
 n_9 + n_{17} + n_{10} + n_{18} = S \dots (2) \lrcorner \quad n_9 + n_{17} = n_{11} + n_{19} \text{ (-)} \\
 n_{10} + n_{18} + n_{11} + n_{19} = S \dots (9) \lrcorner \quad \hline
 \quad n_1 - n_{17} = n_3 - n_{19} \\
 \therefore n_1 + n_{19} = n_3 + n_{17}
 \end{array}$$

同様に調べて行くと、

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

$$\begin{aligned} n_2 + n_{20} &= n_4 + n_{18}, \\ n_3 + n_{21} &= n_5 + n_{19}, \\ n_{10} + n_{28} &= n_{12} + n_{26}, \\ n_{19} + n_{37} &= n_{21} + n_{35}, \\ &\dots\dots, \end{aligned}$$

$$n_{46} + n_{64} = n_{48} + n_{62}$$

など内包する全ての三方陣で、「対角二数の和が等しい」という関係が成り立つことがわかる。内包四方陣はどうであろうか。例えば(n19, n22, n43, n46)を調べる。

次の4式の辺々を加える。

$$n_{10} + n_{11} + n_{18} + n_{19} = S \quad \dots (9)$$

$$n_{14} + n_{15} + n_{22} + n_{23} = S \quad \dots (37)$$

$$n_{42} + n_{43} + n_{50} + n_{51} = S \quad \dots (13)$$

$$+) \quad n_{46} + n_{47} + n_{54} + n_{55} = S \quad \dots (41)$$

$$(n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + (n_{10} + n_{11} + n_{50} + n_{51}) + (n_{14} + n_{15} + n_{54} + n_{55}) + (n_{18} + n_{23} + n_{42} + n_{47}) = 4S$$

$$(n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + (Q_2 + P_2) + (Q_6 + P_6) + (n_{18} + n_{23} + n_{42} + n_{47}) = 4S$$

両辺に $n_{26} + n_{34} + n_{31} + n_{39} = N_4 + M_4 (= S)$ を加える。

$$(n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + S + S + (n_{18} + n_{26} + n_{23} + n_{31}) + (n_{34} + n_{42} + n_{39} + n_{47}) = 4S + (N_4 + M_4)$$

$$(n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + S + S + (N_3 + M_3) + (N_5 + M_5) = 4S + S$$

$$(n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + S + S + S + S = 5S$$

つまり $n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46} = S = 130$

同様に、内包する全ての四方陣で「頂点連結四数の和は 130 に等しい」ことがわかる。

では、内包する五方陣の場合どうか。例えば(n28, n32, n60, n64)を調べる。

内包三方陣の頂点4数の間には対角二数の和がお互いに等しいという関係があることは、すでにわかった。例えば、 $n_{28} + n_{46} = n_{30} + n_{44}$, $n_{30} + n_{48} = n_{32} + n_{46}$, $n_{44} + n_{62} = n_{46} + n_{60}$,

$n_{46} + n_{64} = n_{48} + n_{62}$ が成り立つ。辺々を加えると、

$$n_{28} + n_{46} + n_{30} + n_{48} + n_{44} + n_{62} + n_{46} + n_{64} = n_{30} + n_{44} + n_{32} + n_{46} + n_{46} + n_{60} + n_{48} + n_{62}$$

両辺に散在する同類項を消去整理して $n_{28} + n_{64} = n_{32} + n_{60}$

つまり、内包五方陣でも頂点4数の間には「対角二数の和がお互いに等しい」という関係があることがわかる。

同様のことが、内包六方陣にも七方陣にも言える。最大サイズの八方陣では、既に(57)と(65)式により既に $n_1 + n_8 + n_{57} + n_{64} = S = 130$ が言えている。

つまり、内包する2次、4次、6次、8次の方陣では頂点連結四数の和が常に130に等しい。

3次、5次、7次の内包方陣では、対角二数の和がお互いに等しい。

5. 次に各行列の和について調べよう。与条件は、まだ正方連結 49 条件のみとする。

($n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8$) や ($n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57}$) について何が言えるだろうか。次の各式を加える。

$$n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S \quad \dots (1)$$

$$n_3 + n_4 + n_{11} + n_{12} = S \quad \dots (15)$$

$$n_5 + n_6 + n_{13} + n_{14} = S \quad \dots (29)$$

$$+) \quad n_7 + n_8 + n_{15} + n_{16} = S \quad \dots (43)$$

$$(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8) + (n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16}) = 4S$$

$$n_9 + n_{10} + n_{17} + n_{18} = S \quad \dots (2)$$

$$n_{11} + n_{12} + n_{19} + n_{20} = S \quad \dots (16)$$

$$n_{13} + n_{14} + n_{21} + n_{22} = S \quad \dots (30)$$

$$+) \quad n_{15} + n_{16} + n_{23} + n_{24} = S \quad \dots (44)$$

$$(n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16}) + (n_{17} + n_{18} + n_{19} + n_{20} + n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24}) = 4S$$

同様にして

$$\begin{aligned} (n_{17}+n_{18}+n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24}) + (n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32}) &= 4S \\ (n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32}) + (n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36}+n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40}) &= 4S \\ (n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36}+n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40}) + (n_{41}+n_{42}+n_{43}+n_{44}+n_{45}+n_{46}+n_{47}+n_{48}) &= 4S \\ (n_{41}+n_{42}+n_{43}+n_{44}+n_{45}+n_{46}+n_{47}+n_{48}) + (n_{49}+n_{50}+n_{51}+n_{52}+n_{53}+n_{54}+n_{55}+n_{56}) &= 4S \\ (n_{49}+n_{50}+n_{51}+n_{52}+n_{53}+n_{54}+n_{55}+n_{56}) + (n_{57}+n_{58}+n_{59}+n_{60}+n_{61}+n_{62}+n_{63}+n_{64}) &= 4S \end{aligned}$$

上の式を1つずつ組み合わせ、共通項を媒介にして、次の等式群を見つける。

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 &= n_{17}+n_{18}+n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24} \\ &= n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36}+n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40} = n_{49}+n_{50}+n_{51}+n_{52}+n_{53}+n_{54}+n_{55}+n_{56} = L_1 \\ n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} &= n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32} \\ &= n_{41}+n_{42}+n_{43}+n_{44}+n_{45}+n_{46}+n_{47}+n_{48} = n_{57}+n_{58}+n_{59}+n_{60}+n_{61}+n_{62}+n_{63}+n_{64} = L_2 \end{aligned}$$

ただし、 $L_1 + L_2 = 4S = 2K = 260$

つまり、上の各行は、その和によって L_1, L_2 群の2つにグループ分けされることがわかる。隣り合う2行の行和の和は、どこでも 260 である。

$(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8) + (n_{57} + n_{58} + n_{59} + n_{60} + n_{61} + n_{62} + n_{63} + n_{64}) = 2K$
も言えるから、最上行を最下行の下に持っていても良いことがわかる。拡張空間を作れる。

これは、縦の列和についても言える。

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} &= S \quad \dots (1) \\ n_{17} + n_{18} + n_{25} + n_{26} &= S \quad \dots (3) \\ n_{33} + n_{34} + n_{41} + n_{42} &= S \quad \dots (5) \\ +) n_{49} + n_{50} + n_{57} + n_{58} &= S \quad \dots (7) \end{aligned}$$

$$(n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57}) + (n_2 + n_{10} + n_{18} + n_{26} + n_{34} + n_{42} + n_{50} + n_{58}) = 4S$$

.....

ゆえに

$$\begin{aligned} n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57} &= n_3 + n_{11} + n_{19} + n_{27} + n_{35} + n_{43} + n_{51} + n_{59} \\ &= n_5 + n_{13} + n_{21} + n_{29} + n_{37} + n_{45} + n_{53} + n_{61} = n_7 + n_{15} + n_{23} + n_{31} + n_{39} + n_{47} + n_{55} + n_{63} = R_1 \\ n_2 + n_{10} + n_{18} + n_{26} + n_{34} + n_{42} + n_{50} + n_{58} &= n_4 + n_{12} + n_{20} + n_{28} + n_{36} + n_{44} + n_{52} + n_{60} \\ &= n_6 + n_{14} + n_{22} + n_{30} + n_{38} + n_{46} + n_{54} + n_{62} = n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32} + n_{40} + n_{48} + n_{56} + n_{64} = R_2 \end{aligned}$$

ただし、 $R_1 + R_2 = 4S = 2K = 260$

つまり、上の各列は、その和によって R_1, R_2 群の2つにグループ分けされることがわかる。隣り合う2列の行和の和は、どこでも 260 である。

$(n_1 + n_9 + n_{17} + n_{25} + n_{33} + n_{41} + n_{49} + n_{57}) + (n_8 + n_{16} + n_{24} + n_{32} + n_{40} + n_{48} + n_{56} + n_{64}) = 2K$
も言えるから、最左列を最右列の右に持っていても良いことがわかる。拡張空間を作れる。

まことに汎魔方陣に良く似ている。

ただし、 $L_1 + L_2 = 2K$ および $R_1 + R_2 = 2K$ は言えるのだが、 $L_1 = L_2 = R_1 = R_2 = K$ までは言えない。それを言い得るためには、最初に外から例えば $L_1 = K; R_1 = K$ などと条件を与えてやらなければならない。

6. 今度は、主対角線および汎対角線について調べる。与える条件は、まだ正方連結定和の方程式 49 本のままとする。

最初に 16 本の対角線に名前をつけておこう (*印は、主対角線)。

$$\begin{aligned} n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} &= PD1* \\ n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} &= PD2 \\ n_2 + n_{11} + n_{20} + n_{29} + n_{38} + n_{47} + n_{56} + n_{57} &= PD3 \\ n_2 + n_9 + n_{24} + n_{31} + n_{38} + n_{45} + n_{52} + n_{59} &= PD4 \\ n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58} &= PD5 \\ n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60} &= PD6 \\ n_4 + n_{13} + n_{22} + n_{31} + n_{40} + n_{41} + n_{50} + n_{59} &= PD7 \\ n_4 + n_{11} + n_{18} + n_{25} + n_{40} + n_{47} + n_{54} + n_{61} &= PD8 \\ n_5 + n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{33} + n_{42} + n_{51} + n_{60} &= PD9 \\ n_5 + n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{33} + n_{48} + n_{55} + n_{62} &= PD10 \\ n_6 + n_{15} + n_{24} + n_{25} + n_{34} + n_{43} + n_{52} + n_{61} &= PD11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_6 + n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{34} + n_{41} + n_{56} + n_{63} &= PD12 \\ n_7 + n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{35} + n_{44} + n_{53} + n_{62} &= PD13 \\ n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64} &= PD14 \\ n_8 + n_9 + n_{18} + n_{27} + n_{36} + n_{45} + n_{54} + n_{63} &= PD15 \\ n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57} &= PD16* \end{aligned}$$

汎対角線を見やすくするために方陣空間を下図のごとく拡張しておく。
 先ず主対角線 2 本の線和の和を求めておこう。

$$\begin{aligned} PD1 + PD16 &= (n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64}) \\ &\quad + (n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57}) \\ &= (n_1 + n_8 + n_{57} + n_{64}) + (n_{10} + n_{15} + n_{50} + n_{55}) + (n_{19} + n_{22} + n_{43} + n_{46}) + (n_{28} + n_{29} + n_{36} + n_{37}) \\ &= (\text{内包八方陣頂点連結 4 数の和}) + (\text{内包六方陣頂点連結 4 数の和}) \\ &\quad + (\text{内包四方陣頂点連結 4 数の和}) + (\text{正方連結 4 数の定和式 (25)}) = 4S = 260 = 2K \end{aligned}$$

59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6
11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14
19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22
27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30
35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38
43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54
59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6

つまり, PD1, PD16 のどちらか一方の和に K の値を与えれば, 他方の和も K になる。

$$\begin{aligned} PD2 + PD3 &= (n_1 + n_2 + n_{57} + n_{58}) + (n_{11} + n_{16} + n_{51} + n_{56}) \\ &\quad + (n_{20} + n_{23} + n_{44} + n_{47}) + (n_{29} + n_{30} + n_{37} + n_{38}) \\ &= (\text{拡張空間での正方連結 4 数 (50)}) + (\text{内包六方陣}) + (\text{内包四方陣}) \\ &\quad + (\text{正方連結 4 数 (32)}) = S + S + S + S = 4 \times 130 = 2 \times 260 = 2K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PD7 + PD10 &= (n_4 + n_5 + n_{12} + n_{13}) + (n_{19} + n_{22} + n_{59} + n_{62}) \\ &\quad + (n_{26} + n_{31} + n_{50} + n_{55}) + (n_{33} + n_{41} + n_{40} + n_{48}) \\ &= (\text{正方連結 4 数の定和 (22)}) + (\text{拡張空間で内包四方陣}) + (\text{拡張空間で内包四方陣}) \\ &\quad + (\text{拡張空間で正方連結 (62)}) = S + S + S + S = 4 \times 130 = 2 \times 260 = 2K \end{aligned}$$

次は, 主対各線 PD1 と汎対角線 PD14 の比較をする。

内包七方陣, 五方陣, 三方陣の性質を利用して,

$$\begin{aligned} n_1 + n_{55} &= n_7 + n_{49} \\ n_{10} + n_{46} &= n_{14} + n_{42} \\ +) n_{19} + n_{37} &= n_{21} + n_{35} \end{aligned}$$

$$n_1 + n_{55} + n_{10} + n_{46} + n_{19} + n_{37} = n_7 + n_{49} + n_{14} + n_{42} + n_{21} + n_{35}$$

両辺に $(n_{28} + n_{64})$ を加えて整理する。

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64}$$

これは PD1 = PD14

同様にして, PD3 と PD16 を調べる。内包七方陣, 五方陣, 三方陣の性質を利用して,

$$\begin{aligned} n_2 + n_{56} &= n_8 + n_{50} \\ n_{11} + n_{47} &= n_{15} + n_{43} \\ +) n_{20} + n_{38} &= n_{22} + n_{36} \end{aligned}$$

$$n_2 + n_{56} + n_{11} + n_{47} + n_{20} + n_{38} = n_8 + n_{50} + n_{15} + n_{43} + n_{22} + n_{36}$$

両辺に $(n_{29} + n_{57})$ を加えて整理する。

$$n_2 + n_{11} + n_{20} + n_{29} + n_{38} + n_{47} + n_{56} + n_{57} = n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57}$$

ゆえに $PD_3 = PD_{16}$

次に PD_2 と PD_5 を調べる。

内包七方陣，五方陣，三方陣の性質を利用して，

$$n_1 + n_{51} = n_3 + n_{49} \quad [\text{拡張空間内で見つかる内包七方陣}]$$

$$n_{16} + n_{44} = n_{12} + n_{48}$$

$$+) \quad n_{23} + n_{37} = n_{21} + n_{39}$$

$$n_1 + n_{51} + n_{16} + n_{44} + n_{23} + n_{37} = n_3 + n_{49} + n_{12} + n_{48} + n_{21} + n_{39}$$

両辺に $(n_{30} + n_{58})$ を加えて整理する。

$$n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58}$$

ゆえに $PD_2 = PD_5$

次に PD_1 と PD_6 を調べる。

内包七方陣，五方陣，三方陣の性質を利用して，

$$n_1 + n_{19} = n_3 + n_{17}$$

$$n_{28} + n_{64} = n_{32} + n_{60}$$

$$+) \quad n_{37} + n_{55} = n_{39} + n_{53}$$

$$n_1 + n_{19} + n_{28} + n_{64} + n_{37} + n_{55} = n_3 + n_{17} + n_{32} + n_{60} + n_{39} + n_{53}$$

両辺に $(n_{10} + n_{46})$ を加えて整理する。

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60}$$

ゆえに $PD_1 = PD_6$

.....

同様の作業を繰り返すと，全ての汎対角線は和によって結局次の4種類に分類される。

$$PD_1 = PD_6 = PD_{10} = PD_{14} = PP \quad \text{とおく}$$

$$PD_2 = PD_5 = PD_9 = PD_{13} = QQ$$

$$PD_3 = PD_8 = PD_{12} = PD_{16} = RR$$

$$PD_4 = PD_7 = PD_{11} = PD_{15} = SS$$

しかも， $PD_1 + PD_{16} = 2K$ および $PD_2 + PD_3 = 2K$ および $PD_7 + PD_{10} = 2K$ であったから，

$$PP + RR = 2K \quad \text{および} \quad QQ + RR = 2K \quad \text{および} \quad PP + SS = 2K$$

ゆえに $PP = QQ$ および $RR = SS$ が言える。

$$\text{従って} \quad PD_1 = PD_2 = PD_5 = PD_6 = PD_9 = PD_{10} = PD_{13} = PD_{14} = PP$$

$$PD_3 = PD_4 = PD_7 = PD_8 = PD_{11} = PD_{12} = PD_{15} = PD_{16} = RR$$

$$n_1 + n_{10} + n_{19} + n_{28} + n_{37} + n_{46} + n_{55} + n_{64} = PD_1 = PP \quad \blacksquare$$

$$n_1 + n_{16} + n_{23} + n_{30} + n_{37} + n_{44} + n_{51} + n_{58} = PD_2 = PP \quad \blacksquare$$

$$n_2 + n_{11} + n_{20} + n_{29} + n_{38} + n_{47} + n_{56} + n_{57} = PD_3 = RR \quad \square$$

$$n_2 + n_9 + n_{24} + n_{31} + n_{38} + n_{45} + n_{52} + n_{59} = PD_4 = RR \quad \square$$

$$n_3 + n_{12} + n_{21} + n_{30} + n_{39} + n_{48} + n_{49} + n_{58} = PD_5 = PP \quad \blacksquare$$

$$n_3 + n_{10} + n_{17} + n_{32} + n_{39} + n_{46} + n_{53} + n_{60} = PD_6 = PP \quad \blacksquare$$

$$n_4 + n_{13} + n_{22} + n_{31} + n_{40} + n_{41} + n_{50} + n_{59} = PD_7 = RR \quad \square$$

$$n_4 + n_{11} + n_{18} + n_{25} + n_{40} + n_{47} + n_{54} + n_{61} = PD_8 = RR \quad \square$$

$$n_5 + n_{14} + n_{23} + n_{32} + n_{33} + n_{42} + n_{51} + n_{60} = PD_9 = PP \quad \blacksquare$$

$$n_5 + n_{12} + n_{19} + n_{26} + n_{33} + n_{48} + n_{55} + n_{62} = PD_{10} = PP \quad \blacksquare$$

$$n_6 + n_{15} + n_{24} + n_{25} + n_{34} + n_{43} + n_{52} + n_{61} = PD_{11} = RR \quad \square$$

$$n_6 + n_{13} + n_{20} + n_{27} + n_{34} + n_{41} + n_{56} + n_{63} = PD_{12} = RR \quad \square$$

$$n_7 + n_{16} + n_{17} + n_{26} + n_{35} + n_{44} + n_{53} + n_{62} = PD_{13} = PP \quad \blacksquare$$

$$n_7 + n_{14} + n_{21} + n_{28} + n_{35} + n_{42} + n_{49} + n_{64} = PD_{14} = PP \quad \blacksquare$$

$$n_8 + n_9 + n_{18} + n_{27} + n_{36} + n_{45} + n_{54} + n_{63} = PD_{15} = RR \quad \square$$

$$n_8 + n_{15} + n_{22} + n_{29} + n_{36} + n_{43} + n_{50} + n_{57} = PD_{16} = RR \quad \square$$

かくして全ての汎対角線は，その和によって PP ， RR の2種類のグループに分類できる

ことがわかった。右上がり／右下がりに関係なく n_1, n_3, n_5, n_7 を含む対角線は、どの位置でも連続する 8 数を加えると、和が必ず一定の PP になる。 n_2, n_4, n_6, n_8 を含む対角線は、どの位置でも連続する 8 数の和が RR になる。しかも、 $PP+RR=2K$

これは、この方陣拡張空間に固有の性質と言える。汎魔方陣にまったく良く似ている。ほとんど同じという意味で、「準」汎対角線」とも「準汎魔方陣」とも、言って良い。

ただし、 $PP+RR=2K$ は言えるのだが、 $PP=RR=K$ までは言えない。2 種類にまではまとまるが、最後の 1 本化はできない。つまり、汎魔方陣にまではならない。

汎八方陣を作りたければ、最初に外から、例えば、 $n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64}=K$ と与えなければならない。さもないと、全ての汎対角線の和が一定の値に揃わない。しかし、正方連結方陣では、1 本だけ $PD1=K$ と初期条件を与えればよい。それで十分である。後は自動的に全ての汎対角線の和が K になる。

7. ここまで準備すれば、具体的の方陣を構成できるのだが、その前に幾つかの選択をしなければならぬ。正方連結条件の 49 本の式は当然として、下の条件式をどう加えるか。

$$L1: n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8=K$$

$$R1: n_1+n_9+n_{17}+n_{25}+n_{33}+n_{41}+n_{49}+n_{57}=K$$

$$PD1: n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64}=K$$

$L1, R1$ を加えるのには、異存が無い。行列の定和が成り立たないのでは、「方陣」の格好が付かない。美的価値が皆無に等しいのでは、魔方陣を作っても空しい。

問題は、対角線だ。 $PD1$ を加えれば、「正方連結汎八方陣」が出来る。 $PD1$ を加えなければ、「正方連結準汎八方陣」となる。八次の魔方陣では、出来ないものは何も無いから、あえて後者を選ぶ必然性は無い。それに後者の解の総数も多そうだ。はたして数え切れるかどうか。

高次方陣では、解の数をなるべく少なくしたい。やはり、 $PD1$ を加えることにしよう。

次の選択は、「完全八方陣」か、それとも一般的な「汎八方陣」か。

今回は、補数 65 型の「完全八方陣」の上に正方連結型を実現した。これは、16 本の汎対角線の上に和が 65 になる補数ペア 32 組を全部並べる特別な方陣であった。条件が特に厳しいので、解の総数は極めて少なかった。基本解として 360 個を得た。

今回は、補数条件を付けない普通の「汎八方陣」の上に正方連結型を実現しよう。前回とは、違った解が出て来るはずである。そして、いったい幾つぐらい数があるだろうか。そして完全型との関連は？

8. プログラムを普通に組んで、ごく当たり前の不等式を加える： $n_1 < n_8$; $n_1 < n_{57}$; $n_1 < n_{64}$; $n_2 > n_9$; そして計数を始める。

解は、無数に出てくる。いくら時間をかけても、終わらない。もしかしたら億を超える総数になるのではあるまいか。そんな予感を持って、途中で計数を諦めた。

ここは、「基本解」を求めるしかあるまい。

汎魔方陣ならば、独自のテクニックを使える。さらに $n_1=1$ の「標準形」を調べるだけで良い。

問題は、行列の全交換の可能性と不等式の立て方だ。

先ず上下方向で (4-8) 行の全交換ができるか、調べよう。

(1) 正方連結条件は壊れない。 $n_{25}+n_{26}=n_{57}+n_{58}=Q$, $n_{26}+n_{27}=n_{58}+n_{59}=Q_2$, $n_{27}+n_{28}=n_{59}+n_{60}=Q_3$, $\dots\dots$, $n_{31}+n_{32}=n_{63}+n_{64}=Q_7$ だから。

(2) 行和・列和も壊れていない。内容が変わらないから。

(3) 汎対角線定和の条件が成り立つか？ 主対角線で調べると、

$$\begin{aligned} \text{原形が} \quad & n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64} \\ & =n_8+n_{15}+n_{22}+n_{29}+n_{36}+n_{43}+n_{50}+n_{57}=K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{派生形が} \quad & n_1+n_{10}+n_{19}+n_{60}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{32} \\ & =n_8+n_{15}+n_{22}+n_{61}+n_{36}+n_{43}+n_{50}+n_{25}=K \quad \text{に変わっている。} \end{aligned}$$

成り立つためには、元の方陣で $n_{28}+n_{64}=n_{60}+n_{32}$ および $n_{29}+n_{57}=n_{61}+n_{25}$ が成り立つ必要がある。ところが、これは成り立つのである。内包五方陣の頂点四数の間には対角二数の和が

お互いに等しいという関係が成り立つから。

他の汎対角線でも、内包五方陣の対角二数の等和関係で、成り立つのである。

(4-8) 全行交換は認めて良い。

〔原型〕

(4-8) 全行交換

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
→ 25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
→ 57	58	59	60	61	62	63	64

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
57	58	59	60	61	62	63	64
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
25	26	27	28	29	30	31	32

一々証明はしないが、同様の考察から、(2, 4, 6, 8) 行列の間で任意の2行2列の全交換が可能であることがわかる。(1, 3, 5, 7) 行列でも成り立つが、 $n1 = 1$ の標準形では、(3, 5, 7) 行列の交換のみを考えれば良い。

その他、最左列を最右列の右に持って来るシフトも可能。最上行を最下行の下に持って来るシフトも可能だ。連続して行い、 $n1$ を右下に持って来ることもできる。

これらのシフトや行列の交換によって、異形・派生形を簡単に作ることができる。それらを別個の解と数えると、基本解の総数が増え過ぎる。それはなるべく避けて、重複計数を断然封じる方策を立てる。

そのために $n1 = 1$ の他に、 $n3 < n7 < n5$; $n17 < n49 < n33$; $n2 > n4 > n8 > n6$; および $n9 > n25 > n57 > n41$ という不等式を立てて、基本解を探索・計数する。

単純な反転・回転を防ぐために $n2 > n9$ も必要だ ($n1 < n64$ は、標準形では既の実現している)。

こうした立てた式の不等号の向きは、自分の都合で恣意的に決めてかまわないが、一度決めた約束は最後まで変えてはならない。

9. 長大なプログラムを組んで長い時間をかけてパソコンに数えさせたところ、総数 360 個の基本解を得ることができた。リストの一部を文末に添える。

「汎八方陣」の解集合と「完全八方陣」のそれは、後者が下位集合として前者に含まれる内包関係と思われる。何故なら、完全八方陣は、「補数 65 型」という特殊な条件を備えた汎八方陣の一種だからである。

では、見つかった「正方連結型汎八方陣」の 360 個の解の集合の中に、我々が既に得ている「正方連結完全八方陣」の解は実際に含まれているだろうか。含まれているはずだ。

調べてみると、90 個しか含まれていなかった。これは、どうしたことか。

10. かくして「正方連結完全八方陣」の解の計数作業の見直しを余儀無くされる。もしかしたら基本解の総数は、360 個ではなくて、90 個なのではないだろうか。

完全八方陣内部の行列の交換可能性を、もう一度徹底的に調べると、汎八方陣と共通の性質と、違った性質が見つかった。何ができて何ができないか。以下に完全八方陣の場合を示す。補数型であるので、補数表示を用いて、交換可能性を直視できるようにしてある。

〔基本図〕

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 33 34 35 36 37 38 39 40
 41 42 43 44 45 46 47 48
 49 50 51 52 53 54 55 56
 57 58 59 60 61 62 63 64

〔補数表現 : $n5 = 65 - n5$ 〕

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 5 6 7 8 1 2 3 4
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

今は、上下方向の全行交換のみを実例として示す。上下でできることは左右方向の全列でも交換できる。組み合わせても良い。連続して交換しても良い。

←(赤字は、補数表現 : $nX = 65 - nX$)

○ (2-6) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →13 14 15 16 9 10 11 12
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 5 6 7 8 1 2 3 4
 →9 10 11 12 13 14 15 16
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

○ (3-7) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 →21 22 23 24 17 18 19 20
 25 26 27 28 29 30 31 32
 5 6 7 8 1 2 3 4
 13 14 15 16 9 10 11 12
 →17 18 19 20 21 22 23 24
 29 30 31 32 25 26 27 28

○ (4-8) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 5 6 7 8 1 2 3 4
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 →25 26 27 28 29 30 31 32

○ (1-5) 全行交換

→5 6 7 8 1 2 3 4
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →1 2 3 4 5 6 7 8
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

× (2-4) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →25 26 27 28 29 30 31 32
 17 18 19 20 21 22 23 24
 →9 10 11 12 13 14 15 16
 5 6 7 8 1 2 3 4
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

× (2-8) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 5 6 7 8 1 2 3 4
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 →9 10 11 12 13 14 15 16

× (4-6) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 →13 14 15 16 9 10 11 12
 5 6 7 8 1 2 3 4
 →25 26 27 28 29 30 31 32
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

× (6-8) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 21 22 23 24 17 18 19 20
 →13 14 15 16 9 10 11 12

○ (2-4)&(6-8) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →25 26 27 28 29 30 31 32
 17 18 19 20 21 22 23 24
 →9 10 11 12 13 14 15 16
 5 6 7 8 1 2 3 4
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 21 22 23 24 17 18 19 20
 →13 14 15 16 9 10 11 12

○ (2-8) & (4-6) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 17 18 19 20 21 22 23 24
 →13 14 15 16 9 10 11 12
 5 6 7 8 1 2 3 4
 →25 26 27 28 29 30 31 32
 21 22 23 24 17 18 19 20
 →9 10 11 12 13 14 15 16

× (3-5) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 →5 6 7 8 1 2 3 4
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →17 18 19 20 21 22 23 24
 13 14 15 16 9 10 11 12
 21 22 23 24 17 18 19 20
 29 30 31 32 25 26 27 28

× (5-7) 全行交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 9 10 11 12 13 14 15 16
 17 18 19 20 21 22 23 24
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →21 22 23 24 17 18 19 20
 13 14 15 16 9 10 11 12
 →5 6 7 8 1 2 3 4
 29 30 31 32 25 26 27 28

○ (1-7) & (3-5) 全行交換

→21 22 23 24 17 18 19 20
 9 10 11 12 13 14 15 16
 →5 6 7 8 1 2 3 4
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →17 18 19 20 21 22 23 24
 13 14 15 16 9 10 11 12
 →1 2 3 4 5 6 7 8
 29 30 31 32 25 26 27 28

○ (1-3) & (5-7) 全行交換

→17 18 19 20 21 22 23 24
 9 10 11 12 13 14 15 16
 →1 2 3 4 5 6 7 8
 25 26 27 28 29 30 31 32
 →21 22 23 24 17 18 19 20
 13 14 15 16 9 10 11 12
 →5 6 7 8 1 2 3 4
 29 30 31 32 25 26 27 28

○ (2-8) & (3-7) & (4-6) 交換

1 2 3 4 5 6 7 8
 →29 30 31 32 25 26 27 28
 →21 22 23 24 17 18 19 20
 →13 14 15 16 9 10 11 12
 5 6 7 8 1 2 3 4
 →25 26 27 28 29 30 31 32
 →17 18 19 20 21 22 23 24
 →9 10 11 12 13 14 15 16

最後の三連交換は、方陣の最上行を最下行の下にシフトしたものを下から上に向けて清書したのと同じ結果である。つまり「汎魔方陣」特有のシフトを行列交換で表現すると、この三連交換となる。

左右方向にも、すべて同じことができる。上下方向のものと併用しても良い。

完全八方陣では、(1-5), (2-6), (3-7), (4-8) 行列で相互に 8 数の交換ができるが、(1-3), (1-7), (2-4), (2-8), (3-5), (4-6), (5-7), (6-8) 行列でシングルの 8 数交換はできない。しかし、(1-7)&(3-5), (1-3)&(5-7), (2-8)&(4-6), (2-4)&(6-8) のダブル交換はできるのである。さらに (2-8)&(3-7)&(4-6) のトリプル交換もできる。

けっこうできるものが多いことがわかる。これらの行列交換によって、異なった派生形を容易に構成することができる。しかも、この派生形の内容は、原形のそれとほとんど変わるところがなく、変換を逆に行えば、容易に原形に戻すことができるのである。

基本解の総数を少なくするには、この「容易に元に戻せる」派生形を計数しないように工夫しなければならない。そのために不等式を立てて選別する。

その不等式の立て方が問題だ。

.....

いろいろと試した結果、基本形では、 $n1 = 1; n3 < n7 < n5; n17 < n49 < n33; n2 < n4 < n8 < n6; n9 < n25 < n57 < n41$; そして $n2 > n9$; と立てるのが良いとわかった。

何故、 $n1 < n3 < n5 < n7$ ではなくて、 $n1 < n3 < n7 < n5$ なのかについては、れっきとした理由がある。完全八方陣では、補数の配置と内包五方陣の性質によって $n5$ や $n33$ に比較的大きな数値が来る場合が多いからである。実際、 $n1 < n3 < n5 < n7$ と立てると、解無しになってしまう。

この不等式の立て方は、汎八方陣の場合と同じである。

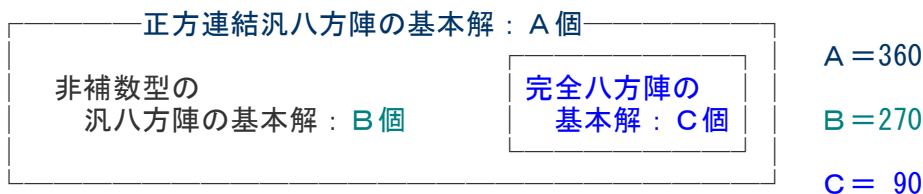
こうすれば、余分な派生形を出力しないですむばかりでなく、同じ尺度で完全型と汎型を比較できるメリットが生じる。

かくして再度「正方連結完全八方陣」の計数を試みたところ、基本解の総数は 90 個に絞られた。内容は、全く同じであった。

全然別個のアルゴリズムで計数を試みて、同じ 90 個の基本解を得たのであるから、本物に触ったという手応えがある。気分が良い。

新しいリストを文末に添える。

かくして、基本解の集合を 360 個から 90 個に訂正したい。そうして



のように考えたい。

なお、前回、データ圧縮のために用いた (3-4)&(7-8) 行列での 4 数交換のテクニックは、この 90 個のセットでは部分的にしか通用しない。今回は触れないでおく。

11. 仮にあなたが次の解を得たとする。正方連結型の完全方陣らしいが、基本解のどれと一致するのか。比定の仕方を実例で示そう。

(1) 先ず方陣空間を右図のごとく拡張する。

[与形]	14 3 45 36 61 52 30 19 14 3 45 36 61 52 30 19
14 3 45 36 61 52 30 19	63 50 32 17 16 1 47 34 63 50 32 17 16 1 47 34
63 50 32 17 16 1 47 34	8 9 39 42 55 58 24 25 8 9 39 42 55 58 24 25
8 9 39 42 55 58 24 25	53 60 22 27 6 11 37 44 53 60 22 27 6 11 37 44
53 60 22 27 6 11 37 44	→ 4 13 35 46 51 62 20 29 4 13 35 46 51 62 20 29
4 13 35 46 51 62 20 29	49 64 18 31 2 15 33 48 49 64 18 31 2 15 33 48
49 64 18 31 2 15 33 48	10 7 41 40 57 56 26 23 10 7 41 40 57 56 26 23
10 7 41 40 57 56 26 23	59 54 28 21 12 5 43 38 59 54 28 21 12 5 43 38
59 54 28 21 12 5 43 38	14 3 45 36 61 52 30 19 14 3 45 36 61 52 30 19
	63 50 32 17 16 1 47 34 63 50 32 17 16 1 47 34
	8 9 39 42 55 58 24 25 8 9 39 42 55 58 24 25

(2) 拡張空間で数値 **1** をさがし出し、下図のように **1** を左上にして **64** 数を抜き出す

1	47	34	63	50	32	17	16
58	24	25	8	9	39	42	55
11	37	44	53	60	22	27	6
62	20	29	4	13	35	46	51
15	33	48	49	64	18	31	2
56	26	23	10	7	41	40	57
5	43	38	59	54	28	21	12
52	30	19	14	3	45	36	61

(3) 1 行目の中で最大数の **63** に注目する。この数を **1** の隣の n_2 の位置に持って来たい。そうするには、縦の列で (2-4) 交換をしなければならない。シングルではできないから、(2-4)&(6-8) 列交換を選ぶ。次に 1 列目の中で最大数の **62** に注目する。この数を **1** の下の n_9 に持って来たい。そのためには、横の (2-4) & (6-8) 行交換を選ぶ。縦横ともに (2-4)&(6-8) 行列を交換すると、

1	63	34	47	50	16	17	32	1	63	17	47	50	16	34	32
62	4	29	20	13	51	46	35	62	4	46	20	13	51	29	35
11	53	44	37	60	6	27	22	5	59	21	43	54	12	38	28
58	8	25	24	9	55	42	39	58	8	42	24	9	55	25	39
15	49	48	33	64	2	31	18	15	49	31	33	64	2	48	18
52	14	19	30	3	61	36	45	52	14	36	30	3	61	19	45
5	59	38	43	54	12	21	28	11	53	27	37	60	6	44	22
56	10	23	26	7	57	40	41	56	10	40	26	7	57	23	41

(4) まだまだやるべきことがある。今度は 1 行目 / 1 列目で (n_3, n_5, n_7) の大小関係に注目し、 $n_3 < n_7 < n_5$ となるように並べ替えるのである。

1 行目は (17, 50, 34) となるように (3-7) 全列交換をする。縦の 1 列目も (5, 15, 11) となるように (3-7) 全行交換をする。出来上がり図が右上図である。

さらに $n_2 > n_9$ をチェックする。そうならないければ、縦横を入れ替えて清書する。最後は、これと同じものを基本解のリストから探し出す。

19/								20/								21/							
1	63	10	56	42	24	33	31	1	63	10	56	42	24	33	31	1	63	17	47	50	16	34	32
62	4	53	11	21	43	30	36	62	4	53	11	21	43	30	36	62	4	46	20	13	51	29	35
5	59	14	52	46	20	37	27	7	57	16	50	48	18	39	25	5	59	21	43	54	12	38	28
58	8	49	15	17	47	26	40	60	6	51	13	19	45	28	38	58	8	42	24	9	55	25	39
23	41	32	34	64	2	55	9	23	41	32	34	64	2	55	9	15	49	31	33	64	2	48	18
44	22	35	29	3	61	12	54	44	22	35	29	3	61	12	54	52	14	36	30	3	61	19	45
19	45	28	38	60	6	51	13	17	47	26	40	58	8	49	15	11	53	27	37	60	6	44	22
48	18	39	25	7	57	16	50	46	20	37	27	5	59	14	52	56	10	40	26	7	57	23	41

リストの **21/** と全く同じである。あなたの得た解は、**21/** の異形だったわけである。基本解を少なくするために読者に面倒な作業を強いて申し訳ないが、リストがそういうふうに規則的にフルイにかけられ、並べられているので、それに合わせてほしい。

12. 今回の研究でも、鈴木教授から格別の御指導を賜ったことを、最後に付記する。正方連結型に特別の興味を持たれた教授は、一般的な「汎八方陣」での計数の必要を早くから力説された。また完全八方陣での **360** 個の総数にも、不安を指摘された。他からのサポートが全く無い数字は、不安がられて当然であった。それにしても、教授の直観には、今考えても、真に恐れ入るのみ。

小生としては仕方が無いので、正方連結型の構造研究をもう一度やり直し、微妙なところを徹底的に調べた。そうして、幸運にも具体的な成果を得た。汎八方陣側からのサポートを得て、完全八方陣の基本解の意味も定まった (と自負したい)。最後に、教授への敬意と深い感謝の念を謹んで表し申し上げたい。

(Jan. 23, 2001(初稿); Aug. 14, 2008(改訂稿) : MacOS9 & MWCW および MacOSX & Xcode3.0 Jun. 3, 2017(清書稿) with macOS Sierra 10.12.5 & Xcode 7.3 by 撰田 寛二(Kanji Setsuda))

E-Mail Address: jag12001@nifty.com

* リスト 1: 正方連結汎八方陣の標準解 (抜粋) *

1/								217/								433/							
1	64	3	62	5	60	7	58	1	64	3	62	7	60	5	58	1	64	3	62	9	56	11	54
63	2	61	4	59	6	57	8	63	2	61	4	57	6	59	8	63	2	61	4	55	10	53	12
25	40	27	38	29	36	31	34	25	40	27	38	31	36	29	34	21	44	23	42	29	36	31	34
39	26	37	28	35	30	33	32	39	26	37	28	33	30	35	32	43	22	41	24	35	30	33	32
42	23	44	21	46	19	48	17	42	23	44	21	48	19	46	17	38	27	40	25	46	19	48	17
24	41	22	43	20	45	18	47	24	41	22	43	18	45	20	47	28	37	26	39	20	45	18	47
50	15	52	13	54	11	56	9	50	15	52	13	56	11	54	9	50	15	52	13	58	7	60	5
16	49	14	51	12	53	10	55	16	49	14	51	10	53	12	55	16	49	14	51	8	57	6	59
649/								865/								1081/							
1	64	3	62	11	56	9	54	1	64	3	62	17	48	19	46	1	64	3	62	19	48	17	46
63	2	61	4	53	10	55	12	63	2	61	4	47	18	45	20	63	2	61	4	45	18	47	20
21	44	23	42	31	36	29	34	13	52	15	50	29	36	31	34	13	52	15	50	31	36	29	34
43	22	41	24	33	30	35	32	51	14	49	16	35	30	33	32	51	14	49	16	33	30	35	32
38	27	40	25	48	19	46	17	38	27	40	25	54	11	56	9	38	27	40	25	56	11	54	9
28	37	26	39	18	45	20	47	28	37	26	39	12	53	10	55	28	37	26	39	10	53	12	55
50	15	52	13	60	7	58	5	42	23	44	21	58	7	60	5	42	23	44	21	60	7	58	5
16	49	14	51	6	57	8	59	24	41	22	43	8	57	6	59	24	41	22	43	6	57	8	59
1297/								1513/								1729/							
1	64	3	62	33	32	35	30	1	64	3	62	35	32	33	30	1	64	3	60	5	62	7	58
63	2	61	4	31	34	29	36	63	2	61	4	29	34	31	36	63	2	61	6	59	4	57	8
13	52	15	50	45	20	47	18	13	52	15	50	47	20	45	18	25	40	27	36	29	38	31	34
51	14	49	16	19	46	17	48	51	14	49	16	17	46	19	48	39	26	37	30	35	28	33	32
22	43	24	41	54	11	56	9	22	43	24	41	56	11	54	9	42	23	44	19	46	21	48	17
44	21	42	23	12	53	10	55	44	21	42	23	10	53	12	55	24	41	22	45	20	43	18	47
26	39	28	37	58	7	60	5	26	39	28	37	60	7	58	5	50	15	52	11	54	13	56	9
40	25	38	27	8	57	6	59	40	25	38	27	6	57	8	59	16	49	14	53	12	51	10	55
1945/								2161/								2377/							
1	64	3	60	7	62	5	58	1	64	3	58	5	62	7	60	1	64	3	58	7	62	5	60
63	2	61	6	57	4	59	8	63	2	61	8	59	4	57	6	63	2	61	8	57	4	59	6
25	40	27	36	31	38	29	34	25	40	27	34	29	38	31	36	25	40	27	34	31	38	29	36
39	26	37	30	33	28	35	32	39	26	37	32	35	28	33	30	39	26	37	32	33	28	35	30
42	23	44	19	48	21	46	17	42	23	44	17	46	21	48	19	42	23	44	17	48	21	46	19
24	41	22	45	18	43	20	47	24	41	22	47	20	43	18	45	24	41	22	47	18	43	20	45
50	15	52	11	56	13	54	9	50	15	52	9	54	13	56	11	50	15	52	9	56	13	54	11
16	49	14	53	10	51	12	55	16	49	14	55	12	51	10	53	16	49	14	55	10	51	12	53
2593/								3025/								3457/							
1	64	3	56	9	62	11	54	1	64	3	54	9	62	11	56	1	64	3	48	17	62	19	46
63	2	61	10	55	4	53	12	63	2	61	12	55	4	53	10	63	2	61	18	47	4	45	20
21	44	23	36	29	42	31	34	21	44	23	34	29	42	31	36	13	52	15	36	29	50	31	34
43	22	41	30	35	24	33	32	43	22	41	32	35	24	33	30	51	14	49	30	35	16	33	32
38	27	40	19	46	25	48	17	38	27	40	17	46	25	48	19	38	27	40	11	54	25	56	9
28	37	26	45	20	39	18	47	28	37	26	47	20	39	18	45	28	37	26	53	12	39	10	55
50	15	52	7	58	13	60	5	50	15	52	5	58	13	60	7	42	23	44	7	58	21	60	5
16	49	14	57	8	51	6	59	16	49	14	59	8	51	6	57	24	41	22	57	8	43	6	59
3889/								4321/								4753/							
1	64	3	46	17	62	19	48	1	64	3	32	33	62	35	30	1	64	3	30	33	62	35	32
63	2	61	20	47	4	45	18	63	2	61	34	31	4	29	36	63	2	61	36	31	4	29	34
13	52	15	34	29	50	31	36	13	52	15	20	45	50	47	18	13	52	15	18	45	50	47	20
51	14	49	32	35	16	33	30	51	14	49	46	19	16	17	48	51	14	49	48	19	16	17	46
38	27	40	9	54	25	56	11	22	43	24	11	54	41	56	9	22	43	24	9	54	41	56	11
28	37	26	55	12	39	10	53	44	21	42	53	12	23	10	55	44	21	42	55	12	23	10	53
42	23	44	5	58	21	60	7	26	39	28	7	58	37	60	5	26	39	28	5	58	37	60	7
24	41	22	59	8	43	6	57	40	25	38	57	8	27	6	59	40	25	38	59	8	27	6	57

5185/	5617/	7345/
1 64 5 62 3 60 7 58	1 64 5 60 3 62 7 58	1 64 5 58 3 62 7 60
63 2 59 4 61 6 57 8	63 2 59 6 61 4 57 8	63 2 59 8 61 4 57 6
25 40 29 38 27 36 31 34	25 40 29 36 27 38 31 34	25 40 29 34 27 38 31 36
39 26 35 28 37 30 33 32	39 26 35 30 37 28 33 32	39 26 35 32 37 28 33 30
42 23 46 21 44 19 48 17	42 23 46 19 44 21 48 17	42 23 46 17 44 21 48 19
24 41 20 43 22 45 18 47	24 41 20 45 22 43 18 47	24 41 20 47 22 43 18 45
50 15 54 13 52 11 56 9	50 15 54 11 52 13 56 9	50 15 54 9 52 13 56 11
16 49 12 51 14 53 10 55	16 49 12 53 14 51 10 55	16 49 12 55 14 51 10 53

7777/	8209/	8641/
1 64 5 56 9 60 13 52	1 64 5 52 9 60 13 56	1 64 5 48 17 60 21 44
63 2 59 10 55 6 51 14	63 2 59 14 55 6 51 10	63 2 59 18 47 6 43 22
19 46 23 38 27 42 31 34	19 46 23 34 27 42 31 38	11 54 15 38 27 50 31 34
45 20 41 28 37 24 33 32	45 20 41 32 37 24 33 28	53 12 49 28 37 16 33 32
36 29 40 21 44 25 48 17	36 29 40 17 44 25 48 21	36 29 40 13 52 25 56 9
30 35 26 43 22 39 18 47	30 35 26 47 22 39 18 43	30 35 26 51 14 39 10 55
50 15 54 7 58 11 62 3	50 15 54 3 58 11 62 7	42 23 46 7 58 19 62 3
16 49 12 57 8 53 4 61	16 49 12 61 8 53 4 57	24 41 20 57 8 45 4 61

9073/	9505/	9937/
1 64 5 44 17 60 21 48	1 64 5 32 33 60 37 28	1 64 5 28 33 60 37 32
63 2 59 22 47 6 43 18	63 2 59 34 31 6 27 38	63 2 59 38 31 6 27 34
11 54 15 34 27 50 31 38	11 54 15 22 43 50 47 18	11 54 15 18 43 50 47 22
53 12 49 32 37 16 33 28	53 12 49 44 21 16 17 48	53 12 49 48 21 16 17 44
36 29 40 9 52 25 56 13	20 45 24 13 52 41 56 9	20 45 24 9 52 41 56 13
30 35 26 55 14 39 10 51	46 19 42 51 14 23 10 55	46 19 42 55 14 23 10 51
42 23 46 3 58 19 62 7	26 39 30 7 58 35 62 3	26 39 30 3 58 35 62 7
24 41 20 61 8 45 4 57	40 25 36 57 8 29 4 61	40 25 36 61 8 29 4 57

10369/	10801/	11233/
1 64 7 62 3 60 5 58	1 64 7 60 3 62 5 58	1 64 7 58 3 62 5 60
63 2 57 4 61 6 59 8	63 2 57 6 61 4 59 8	63 2 57 8 61 4 59 6
25 40 31 38 27 36 29 34	25 40 31 36 27 38 29 34	25 40 31 34 27 38 29 36
39 26 33 28 37 30 35 32	39 26 33 30 37 28 35 32	39 26 33 32 37 28 35 30
42 23 48 21 44 19 46 17	42 23 48 19 44 21 46 17	42 23 48 17 44 21 46 19
24 41 18 43 22 45 20 47	24 41 18 45 22 43 20 47	24 41 18 47 22 43 20 45
50 15 56 13 52 11 54 9	50 15 56 11 52 13 54 9	50 15 56 9 52 13 54 11
16 49 10 51 14 53 12 55	16 49 10 53 14 51 12 55	16 49 10 55 14 51 12 53

12961/	13393/	13825/
1 64 7 54 11 58 13 52	1 64 7 52 11 58 13 54	1 64 7 46 19 58 21 44
63 2 57 12 53 8 51 14	63 2 57 14 53 8 51 12	63 2 57 20 45 8 43 22
17 48 23 38 27 42 29 36	17 48 23 36 27 42 29 38	9 56 15 38 27 50 29 36
47 18 41 28 37 24 35 30	47 18 41 30 37 24 35 28	55 10 49 28 37 16 35 30
34 31 40 21 44 25 46 19	34 31 40 19 44 25 46 21	34 31 40 13 52 25 54 11
32 33 26 43 22 39 20 45	32 33 26 45 22 39 20 43	32 33 26 51 14 39 12 53
50 15 56 5 60 9 62 3	50 15 56 3 60 9 62 5	42 23 48 5 60 17 62 3
16 49 10 59 6 55 4 61	16 49 10 61 6 55 4 59	24 41 18 59 6 47 4 61

14257/	14689/	15121/
1 64 7 44 19 58 21 46	1 64 7 30 35 58 37 28	1 64 7 28 35 58 37 30
63 2 57 22 45 8 43 20	63 2 57 36 29 8 27 38	63 2 57 38 29 8 27 36
9 56 15 36 27 50 29 38	9 56 15 22 43 50 45 20	9 56 15 20 43 50 45 22
55 10 49 30 37 16 35 28	55 10 49 44 21 16 19 46	55 10 49 46 21 16 19 44
34 31 40 11 52 25 54 13	18 47 24 13 52 41 54 11	18 47 24 11 52 41 54 13
32 33 26 53 14 39 12 51	48 17 42 51 14 23 12 53	48 17 42 53 14 23 12 51
42 23 48 3 60 17 62 5	26 39 32 5 60 33 62 3	26 39 32 3 60 33 62 5
24 41 18 61 6 47 4 59	40 25 34 59 6 31 4 61	40 25 34 61 6 31 4 59

15553/	20737/	25921/
1 64 9 62 3 56 11 54	1 64 11 62 3 56 9 54	1 64 13 60 5 56 9 52
63 2 55 4 61 10 53 12	63 2 53 4 61 10 55 12	63 2 51 6 59 10 55 14
21 44 29 42 23 36 31 34	21 44 31 42 23 36 29 34	19 46 31 42 23 38 27 34
43 22 35 24 41 30 33 32	43 22 33 24 41 30 35 32	45 20 33 24 41 28 37 32
38 27 46 25 40 19 48 17	38 27 48 25 40 19 46 17	36 29 48 25 40 21 44 17
28 37 20 39 26 45 18 47	28 37 18 39 26 45 20 47	30 35 18 39 26 43 22 47
50 15 58 13 52 7 60 5	50 15 60 13 52 7 58 5	50 15 62 11 54 7 58 3
16 49 8 51 14 57 6 59	16 49 6 51 14 57 8 59	16 49 4 53 12 57 8 61
31105/	36289/	41473/
1 64 17 62 3 48 19 46	1 64 19 62 3 48 17 46	1 64 21 60 5 48 17 44
63 2 47 4 61 18 45 20	63 2 45 4 61 18 47 20	63 2 43 6 59 18 47 22
13 52 29 50 15 36 31 34	13 52 31 50 15 36 29 34	11 54 31 50 15 38 27 34
51 14 35 16 49 30 33 32	51 14 33 16 49 30 35 32	53 12 33 16 49 28 37 32
38 27 54 25 40 11 56 9	38 27 56 25 40 11 54 9	36 29 56 25 40 13 52 9
28 37 12 39 26 53 10 55	28 37 10 39 26 53 12 55	30 35 10 39 26 51 14 55
42 23 58 21 44 7 60 5	42 23 60 21 44 7 58 5	42 23 62 19 46 7 58 3
24 41 8 43 22 57 6 59	24 41 6 43 22 57 8 59	24 41 4 45 20 57 8 61
46657/	51841/	57025/
1 64 25 56 9 48 17 40	1 64 33 62 3 32 35 30	1 64 35 62 3 32 33 30
63 2 39 10 55 18 47 26	63 2 31 4 61 34 29 36	63 2 29 4 61 34 31 36
7 58 31 50 15 42 23 34	13 52 45 50 15 20 47 18	13 52 47 50 15 20 45 18
57 8 33 16 49 24 41 32	51 14 19 16 49 46 17 48	51 14 17 16 49 46 19 48
36 29 60 21 44 13 52 5	22 43 54 41 24 11 56 9	22 43 56 41 24 11 54 9
30 35 6 43 22 51 14 59	44 21 12 23 42 53 10 55	44 21 10 23 42 53 12 55
38 27 62 19 46 11 54 3	26 39 58 37 28 7 60 5	26 39 60 37 28 7 58 5
28 37 4 45 20 53 12 61	40 25 8 27 38 57 6 59	40 25 6 27 38 57 8 59
62209/	67393/	72577/
1 64 37 60 5 32 33 28	1 64 41 56 9 32 33 24	1 64 49 48 17 32 33 16
63 2 27 6 59 34 31 38	63 2 23 10 55 34 31 42	63 2 15 18 47 34 31 50
11 54 47 50 15 22 43 18	7 58 47 50 15 26 39 18	7 58 55 42 23 26 39 10
53 12 17 16 49 44 21 48	57 8 17 16 49 40 25 48	57 8 9 24 41 40 25 56
20 45 56 41 24 13 52 9	20 45 60 37 28 13 52 5	12 53 60 37 28 21 44 5
46 19 10 23 42 51 14 55	46 19 6 27 38 51 14 59	54 11 6 27 38 43 22 59
26 39 62 35 30 7 58 3	22 43 62 35 30 11 54 3	14 51 62 35 30 19 46 3
40 25 4 29 36 57 8 61	44 21 4 29 36 53 12 61	52 13 4 29 36 45 20 61
77761/	82945/	88129/
1 64 2 63 5 60 6 59	1 64 5 63 2 60 6 59	1 64 6 63 2 60 5 59
62 3 61 4 58 7 57 8	62 3 58 4 61 7 57 8	62 3 57 4 61 7 58 8
25 40 26 39 29 36 30 35	25 40 29 39 26 36 30 35	25 40 30 39 26 36 29 35
38 27 37 28 34 31 33 32	38 27 34 28 37 31 33 32	38 27 33 28 37 31 34 32
43 22 44 21 47 18 48 17	43 22 47 21 44 18 48 17	43 22 48 21 44 18 47 17
24 41 23 42 20 45 19 46	24 41 20 42 23 45 19 46	24 41 19 42 23 45 20 46
51 14 52 13 55 10 56 9	51 14 55 13 52 10 56 9	51 14 56 13 52 10 55 9
16 49 15 50 12 53 11 54	16 49 12 50 15 53 11 54	16 49 11 50 15 53 12 54
93313/	98497/	103681/
1 64 9 63 2 56 10 55	1 64 10 63 2 56 9 55	1 64 13 60 5 56 9 52
62 3 54 4 61 11 53 12	62 3 53 4 61 11 54 12	62 3 50 7 58 11 54 15
21 44 29 43 22 36 30 35	21 44 30 43 22 36 29 35	18 47 30 43 22 39 26 35
42 23 34 24 41 31 33 32	42 23 33 24 41 31 34 32	45 20 33 24 41 28 37 32
39 26 47 25 40 18 48 17	39 26 48 25 40 18 47 17	36 29 48 25 40 21 44 17
28 37 20 38 27 45 19 46	28 37 19 38 27 45 20 46	31 34 19 38 27 42 23 46
51 14 59 13 52 6 60 5	51 14 60 13 52 6 59 5	51 14 63 10 55 6 59 2
16 49 8 50 15 57 7 58	16 49 7 50 15 57 8 58	16 49 4 53 12 57 8 61

<p style="text-align: center; color: cyan;">108865/</p> <p>1 64 17 63 2 48 18 47 62 3 46 4 61 19 45 20 13 52 29 51 14 36 30 35 50 15 34 16 49 31 33 32 39 26 55 25 40 10 56 9 28 37 12 38 27 53 11 54 43 22 59 21 44 6 60 5 24 41 8 42 23 57 7 58</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">114049/</p> <p>1 64 18 63 2 48 17 47 62 3 45 4 61 19 46 20 13 52 30 51 14 36 29 35 50 15 33 16 49 31 34 32 39 26 56 25 40 10 55 9 28 37 11 38 27 53 12 54 43 22 60 21 44 6 59 5 24 41 7 42 23 57 8 58</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">119233/</p> <p>1 64 21 60 5 48 17 44 62 3 42 7 58 19 46 23 10 55 30 51 14 39 26 35 53 12 33 16 49 28 37 32 36 29 56 25 40 13 52 9 31 34 11 38 27 50 15 54 43 22 63 18 47 6 59 2 24 41 4 45 20 57 8 61</p>
<p style="text-align: center; color: cyan;">124417/</p> <p>1 64 25 56 9 48 17 40 62 3 38 11 54 19 46 27 6 59 30 51 14 43 22 35 57 8 33 16 49 24 41 32 36 29 60 21 44 13 52 5 31 34 7 42 23 50 15 58 39 26 63 18 47 10 55 2 28 37 4 45 20 53 12 61</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">129601/</p> <p>1 64 33 63 2 32 34 31 62 3 30 4 61 35 29 36 13 52 45 51 14 20 46 19 50 15 18 16 49 47 17 48 23 42 55 41 24 10 56 9 44 21 12 22 43 53 11 54 27 38 59 37 28 6 60 5 40 25 8 26 39 57 7 58</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">134785/</p> <p>1 64 34 63 2 32 33 31 62 3 29 4 61 35 30 36 13 52 46 51 14 20 45 19 50 15 17 16 49 47 18 48 23 42 56 41 24 10 55 9 44 21 11 22 43 53 12 54 27 38 60 37 28 6 59 5 40 25 7 26 39 57 8 58</p>
<p style="text-align: center; color: cyan;">139969/</p> <p>1 64 37 60 5 32 33 28 62 3 26 7 58 35 30 39 10 55 46 51 14 23 42 19 53 12 17 16 49 44 21 48 20 45 56 41 24 13 52 9 47 18 11 22 43 50 15 54 27 38 63 34 31 6 59 2 40 25 4 29 36 57 8 61</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">145153/</p> <p>1 64 41 56 9 32 33 24 62 3 22 11 54 35 30 43 6 59 46 51 14 27 38 19 57 8 17 16 49 40 25 48 20 45 60 37 28 13 52 5 47 18 7 26 39 50 15 58 23 42 63 34 31 10 55 2 44 21 4 29 36 53 12 61</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">150337/</p> <p>1 64 49 48 17 32 33 16 62 3 14 19 46 35 30 51 6 59 54 43 22 27 38 11 57 8 9 24 41 40 25 56 12 53 60 37 28 21 44 5 55 10 7 26 39 42 23 58 15 50 63 34 31 18 47 2 52 13 4 29 36 45 20 61</p>
<p style="text-align: center; color: cyan;">155521/</p> <p>1 64 5 60 9 56 13 52 61 4 57 8 53 12 49 16 18 47 22 43 26 39 30 35 46 19 42 23 38 27 34 31 36 29 40 25 44 21 48 17 32 33 28 37 24 41 20 45 51 14 55 10 59 6 63 2 15 50 11 54 7 58 3 62</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">160705/</p> <p>1 64 9 60 5 56 13 52 61 4 53 8 57 12 49 16 18 47 26 43 22 39 30 35 46 19 38 23 42 27 34 31 36 29 44 25 40 21 48 17 32 33 24 37 28 41 20 45 51 14 59 10 55 6 63 2 15 50 7 54 11 58 3 62</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">165889/</p> <p>1 64 13 60 5 56 9 52 61 4 49 8 57 12 53 16 18 47 30 43 22 39 26 35 46 19 34 23 42 27 38 31 36 29 48 25 40 21 44 17 32 33 20 37 28 41 24 45 51 14 63 10 55 6 59 2 15 50 3 54 11 58 7 62</p>

*** リスト2： 正方連結汎八方陣の基本解（抜粋） ***

<p style="text-align: center; color: cyan;">1/</p> <p>1 64 3 62 7 58 5 60 63 2 61 4 57 8 59 6 25 40 27 38 31 34 29 36 39 26 37 28 33 32 35 30 50 15 52 13 56 9 54 11 16 49 14 51 10 55 12 53 42 23 44 21 48 17 46 19 24 41 22 43 18 47 20 45</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">13/</p> <p>1 64 5 60 13 52 9 56 63 2 59 6 51 14 55 10 19 46 23 42 31 34 27 38 45 20 41 24 33 32 37 28 50 15 54 11 62 3 58 7 16 49 12 53 4 61 8 57 36 29 40 25 48 17 44 21 30 35 26 39 18 47 22 43</p>	<p style="text-align: center; color: cyan;">22/</p> <p>1 64 7 58 13 52 11 54 63 2 57 8 51 14 53 12 17 48 23 42 29 36 27 38 47 18 41 24 35 30 37 28 50 15 56 9 62 3 60 5 16 49 10 55 4 61 6 59 34 31 40 25 46 19 44 21 32 33 26 39 20 45 22 43</p>
--	---	---

31/								37/								43/							
1	64	9	56	25	40	17	48	1	64	11	54	25	40	19	46	1	64	13	52	25	40	21	44
63	2	55	10	39	26	47	18	63	2	53	12	39	26	45	20	63	2	51	14	39	26	43	22
7	58	15	50	31	34	23	42	5	60	15	50	29	36	23	42	3	62	15	50	27	38	23	42
57	8	49	16	33	32	41	24	59	6	49	16	35	30	41	24	61	4	49	16	37	28	41	24
38	27	46	19	62	3	54	11	38	27	48	17	62	3	56	9	36	29	48	17	60	5	56	9
28	37	20	45	4	61	12	53	28	37	18	47	4	61	10	55	30	35	18	47	6	59	10	55
36	29	44	21	60	5	52	13	34	31	44	21	58	7	52	13	34	31	46	19	58	7	54	11
30	35	22	43	6	59	14	51	32	33	22	43	8	57	14	51	32	33	20	45	8	57	12	53
49/								52/								55/							
1	64	17	48	49	16	33	32	1	64	19	46	49	16	35	30	1	64	21	44	49	16	37	28
63	2	47	18	15	50	31	34	63	2	45	20	15	50	29	36	63	2	43	22	15	50	27	38
7	58	23	42	55	10	39	26	5	60	23	42	53	12	39	26	3	62	23	42	51	14	39	26
57	8	41	24	9	56	25	40	59	6	41	24	11	54	25	40	61	4	41	24	13	52	25	40
14	51	30	35	62	3	46	19	14	51	32	33	62	3	48	17	12	53	32	33	60	5	48	17
52	13	36	29	4	61	20	45	52	13	34	31	4	61	18	47	54	11	34	31	6	59	18	47
12	53	28	37	60	5	44	21	10	55	28	37	58	7	44	21	10	55	30	35	58	7	46	19
54	11	38	27	6	59	22	43	56	9	38	27	8	57	22	43	56	9	36	29	8	57	20	45
58/								61/								73/							
1	64	25	40	49	16	41	24	1	64	2	63	6	59	5	60	1	64	5	60	13	52	9	56
63	2	39	26	15	50	23	42	62	3	61	4	57	8	58	7	62	3	58	7	50	15	54	11
3	62	27	38	51	14	43	22	25	40	26	39	30	35	29	36	18	47	22	43	30	35	26	39
61	4	37	28	13	52	21	44	38	27	37	28	33	32	34	31	45	20	41	24	33	32	37	28
8	57	32	33	56	9	48	17	51	14	52	13	56	9	55	10	51	14	55	10	63	2	59	6
58	7	34	31	10	55	18	47	16	49	15	50	11	54	12	53	16	49	12	53	4	61	8	57
6	59	30	35	54	11	46	19	43	22	44	21	48	17	47	18	36	29	40	25	48	17	44	21
60	5	36	29	12	53	20	45	24	41	23	42	19	46	20	45	31	34	27	38	19	46	23	42
82/								91/								97/							
1	64	6	59	13	52	10	55	1	64	9	56	25	40	17	48	1	64	10	55	25	40	18	47
62	3	57	8	50	15	53	12	62	3	54	11	38	27	46	19	62	3	53	12	38	27	45	20
17	48	22	43	29	36	26	39	6	59	14	51	30	35	22	43	5	60	14	51	29	36	22	43
46	19	41	24	34	31	37	28	57	8	49	16	33	32	41	24	58	7	49	16	34	31	41	24
51	14	56	9	63	2	60	5	39	26	47	18	63	2	55	10	39	26	48	17	63	2	56	9
16	49	11	54	4	61	7	58	28	37	20	45	4	61	12	53	28	37	19	46	4	61	11	54
35	30	40	25	47	18	44	21	36	29	44	21	60	5	52	13	35	30	44	21	59	6	52	13
32	33	27	38	20	45	23	42	31	34	23	42	7	58	15	50	32	33	23	42	8	57	15	50
103/								105/								108/							
1	64	13	52	25	40	21	44	1	64	17	48	49	16	33	32	1	64	18	47	49	16	34	31
62	3	50	15	38	27	42	23	62	3	46	19	14	51	30	35	62	3	45	20	14	51	29	36
2	63	14	51	26	39	22	43	6	59	22	43	54	11	38	27	5	60	22	43	53	12	38	27
61	4	49	16	37	28	41	24	57	8	41	24	9	56	25	40	58	7	41	24	10	55	25	40
36	29	48	17	60	5	56	9	15	50	31	34	63	2	47	18	15	50	32	33	63	2	48	17
31	34	19	46	7	58	11	54	52	13	36	29	4	61	20	45	52	13	35	30	4	61	19	46
35	30	47	18	59	6	55	10	12	53	28	37	60	5	44	21	11	54	28	37	59	6	44	21
32	33	20	45	8	57	12	53	55	10	39	26	7	58	23	42	56	9	39	26	8	57	23	42
111/								112/								113/							
1	64	21	44	49	16	37	28	1	64	25	40	49	16	41	24	1	64	5	60	13	52	9	56
62	3	42	23	14	51	26	39	62	3	38	27	14	51	22	43	61	4	57	8	49	16	53	12
2	63	22	43	50	15	38	27	2	63	26	39	50	15	42	23	18	47	22	43	30	35	26	39
61	4	41	24	13	52	25	40	61	4	37	28	13	52	21	44	46	19	42	23	34	31	38	27
12	53	32	33	60	5	48	17	8	57	32	33	56	9	48	17	51	14	55	10	63	2	59	6
55	10	35	30	7	58	19	46	59	6	35	30	11	54	19	46	15	50	11	54	3	62	7	58
11	54	31	34	59	6	47	18	7	58	31	34	55	10	47	18	36	29	40	25	48	17	44	21
56	9	36	29	8	57	20	45	60	5	36	29	12	53	20	45	32	33	28	37	20	45	24	41

137/					176/					191/													
1	64	2	63	4	61	3	62	1	64	3	62	11	54	9	56	1	64	2	63	10	55	9	56
60	5	59	6	57	8	58	7	59	6	57	8	49	16	51	14	58	7	57	8	49	16	50	15
25	40	26	39	28	37	27	38	18	47	20	45	28	37	26	39	19	46	20	45	28	37	27	38
36	29	35	30	33	32	34	31	44	21	42	23	34	31	36	29	44	21	43	22	35	30	36	29
53	12	54	11	56	9	55	10	53	12	55	10	63	2	61	4	53	12	54	11	62	3	61	4
16	49	15	50	13	52	14	51	15	50	13	52	5	60	7	58	14	51	13	52	5	60	6	59
45	20	46	19	48	17	47	18	38	27	40	25	48	17	46	19	39	26	40	25	48	17	47	18
24	41	23	42	21	44	22	43	32	33	30	35	22	43	24	41	32	33	31	34	23	42	24	41
203/					227/					235/													
1	64	2	63	4	61	3	62	1	64	3	62	7	58	5	60	1	64	2	63	6	59	5	60
56	9	55	10	53	12	54	11	55	10	53	12	49	16	51	14	54	11	53	12	49	16	50	15
21	44	22	43	24	41	23	42	18	47	20	45	24	41	22	43	19	46	20	45	24	41	23	42
36	29	35	30	33	32	34	31	40	25	38	27	34	31	36	29	40	25	39	26	35	30	36	29
57	8	58	7	60	5	59	6	57	8	59	6	63	2	61	4	57	8	58	7	62	3	61	4
16	49	15	50	13	52	14	51	15	50	13	52	9	56	11	54	14	51	13	52	9	56	10	55
45	20	46	19	48	17	47	18	42	23	44	21	48	17	46	19	43	22	44	21	48	17	47	18
28	37	27	38	25	40	26	39	32	33	30	35	26	39	28	37	32	33	31	34	27	38	28	37
241/					245/					255/													
1	64	2	63	4	61	3	62	1	64	2	63	4	61	3	62	1	64	3	62	7	58	5	60
52	13	51	14	49	16	50	15	48	17	47	18	45	20	46	19	47	18	45	20	41	24	43	22
21	44	22	43	24	41	23	42	13	52	14	51	16	49	15	50	10	55	12	53	16	49	14	51
40	25	39	26	37	28	38	27	36	29	35	30	33	32	34	31	40	25	38	27	34	31	36	29
57	8	58	7	60	5	59	6	57	8	58	7	60	5	59	6	57	8	59	6	63	2	61	4
12	53	11	54	9	56	10	55	24	41	23	42	21	44	22	43	23	42	21	44	17	48	19	46
45	20	46	19	48	17	47	18	53	12	54	11	56	9	55	10	50	15	52	13	56	9	54	11
32	33	31	34	29	36	30	35	28	37	27	38	25	40	26	39	32	33	30	35	26	39	28	37
258/					260/					261/													
1	64	2	63	6	59	5	60	1	64	2	63	4	61	3	62	1	63	5	59	14	52	10	56
46	19	45	20	41	24	42	23	44	21	43	22	41	24	42	23	62	4	58	8	49	15	53	11
11	54	12	53	16	49	15	50	13	52	14	51	16	49	15	50	17	47	21	43	30	36	26	40
40	25	39	26	35	30	36	29	40	25	39	26	37	28	38	27	46	20	42	24	33	31	37	27
57	8	58	7	62	3	61	4	57	8	58	7	60	5	59	6	51	13	55	9	64	2	60	6
22	43	21	44	17	48	18	47	20	45	19	46	17	48	18	47	16	50	12	54	3	61	7	57
51	14	52	13	56	9	55	10	53	12	54	11	56	9	55	10	35	29	39	25	48	18	44	22
32	33	31	34	27	38	28	37	32	33	31	34	29	36	30	35	32	34	28	38	19	45	23	41
291/					312/					325/													
1	63	3	61	12	54	10	56	1	63	3	61	8	58	6	60	1	63	3	61	8	58	6	60
60	6	58	8	49	15	51	13	56	10	54	12	49	15	51	13	48	18	46	20	41	23	43	21
17	47	19	45	28	38	26	40	17	47	19	45	24	42	22	44	9	55	11	53	16	50	14	52
44	22	42	24	33	31	35	29	40	26	38	28	33	31	35	29	40	26	38	28	33	31	35	29
53	11	55	9	64	2	62	4	57	7	59	5	64	2	62	4	57	7	59	5	64	2	62	4
16	50	14	52	5	59	7	57	16	50	14	52	9	55	11	53	24	42	22	44	17	47	19	45
37	27	39	25	48	18	46	20	41	23	43	21	48	18	46	20	49	15	51	13	56	10	54	12
32	34	30	36	21	43	23	41	32	34	30	36	25	39	27	37	32	34	30	36	25	39	27	37
331/					343/					351/													
1	62	2	61	12	55	11	56	1	62	2	61	8	59	7	60	1	62	2	61	8	59	7	60
60	7	59	8	49	14	50	13	56	11	55	12	49	14	50	13	48	19	47	20	41	22	42	21
17	46	18	45	28	39	27	40	17	46	18	45	24	43	23	44	9	54	10	53	16	51	15	52
44	23	43	24	33	30	34	29	40	27	39	28	33	30	34	29	40	27	39	28	33	30	34	29
53	10	54	9	64	3	63	4	57	6	58	5	64	3	63	4	57	6	58	5	64	3	63	4
16	51	15	52	5	58	6	57	16	51	15	52	9	54	10	53	24	43	23	44	17	46	18	45
37	26	38	25	48	19	47	20	41	22	42	21	48	19	47	20	49	14	50	13	56	11	55	12
32	35	31	36	21	42	22	41	32	35	31	36	25	38	26	37	32	35	31	36	25	38	26	37

355/	359/
1 60 2 59 22 47 21 48	1 60 2 59 14 55 13 56
56 13 55 14 35 26 36 25	48 21 47 22 35 26 36 25
3 58 4 57 24 45 23 46	3 58 4 57 16 53 15 54
54 15 53 16 33 28 34 27	46 23 45 24 33 28 34 27
43 18 44 17 64 5 63 6	51 10 52 9 64 5 63 6
30 39 29 40 9 52 10 51	30 39 29 40 17 44 18 43
41 20 42 19 62 7 61 8	49 12 50 11 62 7 61 8
32 37 31 38 11 50 12 49	32 37 31 38 19 42 20 41

[Count = 360] OK!

* リスト3： 正方連結完全八方陣の基本解（全90個） *

1/	2/	3/
1 63 5 59 14 52 10 56	1 63 5 59 14 52 10 56	1 63 5 59 22 44 18 48
62 4 58 8 49 15 53 11	62 4 58 8 49 15 53 11	62 4 58 8 41 23 45 19
17 47 21 43 30 36 26 40	19 45 23 41 32 34 28 38	9 55 13 51 30 36 26 40
46 20 42 24 33 31 37 27	48 18 44 22 35 29 39 25	54 12 50 16 33 31 37 27
51 13 55 9 64 2 60 6	51 13 55 9 64 2 60 6	43 21 47 17 64 2 60 6
16 50 12 54 3 61 7 57	16 50 12 54 3 61 7 57	24 42 20 46 3 61 7 57
35 29 39 25 48 18 44 22	33 31 37 27 46 20 42 24	35 29 39 25 56 10 52 14
32 34 28 38 19 45 23 41	30 36 26 40 17 47 21 43	32 34 28 38 11 53 15 49
4/	5/	6/
1 63 5 59 22 44 18 48	1 63 5 59 38 28 34 32	1 63 5 59 38 28 34 32
62 4 58 8 41 23 45 19	62 4 58 8 25 39 29 35	62 4 58 8 25 39 29 35
11 53 15 49 32 34 28 38	9 55 13 51 46 20 42 24	11 53 15 49 48 18 44 22
56 10 52 14 35 29 39 25	54 12 50 16 17 47 21 43	56 10 52 14 19 45 23 41
43 21 47 17 64 2 60 6	27 37 31 33 64 2 60 6	27 37 31 33 64 2 60 6
24 42 20 46 3 61 7 57	40 26 36 30 3 61 7 57	40 26 36 30 3 61 7 57
33 31 37 27 54 12 50 16	19 45 23 41 56 10 52 14	17 47 21 43 54 12 50 16
30 36 26 40 9 55 13 51	48 18 44 22 11 53 15 49	46 20 42 24 9 55 13 51
7/	8/	9/
1 63 6 60 14 52 9 55	1 63 6 60 14 52 9 55	1 63 6 60 22 44 17 47
62 4 57 7 49 15 54 12	62 4 57 7 49 15 54 12	62 4 57 7 41 23 46 20
17 47 22 44 30 36 25 39	19 45 24 42 32 34 27 37	9 55 14 52 30 36 25 39
46 20 41 23 33 31 38 28	48 18 43 21 35 29 40 26	54 12 49 15 33 31 38 28
51 13 56 10 64 2 59 5	51 13 56 10 64 2 59 5	43 21 48 18 64 2 59 5
16 50 11 53 3 61 8 58	16 50 11 53 3 61 8 58	24 42 19 45 3 61 8 58
35 29 40 26 48 18 43 21	33 31 38 28 46 20 41 23	35 29 40 26 56 10 51 13
32 34 27 37 19 45 24 42	30 36 25 39 17 47 22 44	32 34 27 37 11 53 16 50
10/	11/	12/
1 63 6 60 22 44 17 47	1 63 6 60 38 28 33 31	1 63 6 60 38 28 33 31
62 4 57 7 41 23 46 20	62 4 57 7 25 39 30 36	62 4 57 7 25 39 30 36
11 53 16 50 32 34 27 37	9 55 14 52 46 20 41 23	11 53 16 50 48 18 43 21
56 10 51 13 35 29 40 26	54 12 49 15 17 47 22 44	56 10 51 13 19 45 24 42
43 21 48 18 64 2 59 5	27 37 32 34 64 2 59 5	27 37 32 34 64 2 59 5
24 42 19 45 3 61 8 58	40 26 35 29 3 61 8 58	40 26 35 29 3 61 8 58
33 31 38 28 54 12 49 15	19 45 24 42 56 10 51 13	17 47 22 44 54 12 49 15
30 36 25 39 9 55 14 52	48 18 43 21 11 53 16 50	46 20 41 23 9 55 14 52

13/										14/										15/									
1	63	9	55	26	40	18	48	1	63	9	55	26	40	18	48	1	63	9	55	42	24	34	32						
62	4	54	12	37	27	45	19	62	4	54	12	37	27	45	19	62	4	54	12	21	43	29	35						
5	59	13	51	30	36	22	44	7	57	15	49	32	34	24	42	5	59	13	51	46	20	38	28						
58	8	50	16	33	31	41	23	60	6	52	14	35	29	43	21	58	8	50	16	17	47	25	39						
39	25	47	17	64	2	56	10	39	25	47	17	64	2	56	10	23	41	31	33	64	2	56	10						
28	38	20	46	3	61	11	53	28	38	20	46	3	61	11	53	44	22	36	30	3	61	11	53						
35	29	43	21	60	6	52	14	33	31	41	23	58	8	50	16	19	45	27	37	60	6	52	14						
32	34	24	42	7	57	15	49	30	36	22	44	5	59	13	51	48	18	40	26	7	57	15	49						
16/										17/										18/									
1	63	9	55	42	24	34	32	1	63	10	56	26	40	17	47	1	63	10	56	26	40	17	47						
62	4	54	12	21	43	29	35	62	4	53	11	37	27	46	20	62	4	53	11	37	27	46	20						
7	57	15	49	48	18	40	26	5	59	14	52	30	36	21	43	7	57	16	50	32	34	23	41						
60	6	52	14	19	45	27	37	58	8	49	15	33	31	42	24	60	6	51	13	35	29	44	22						
23	41	31	33	64	2	56	10	39	25	48	18	64	2	55	9	39	25	48	18	64	2	55	9						
44	22	36	30	3	61	11	53	28	38	19	45	3	61	12	54	28	38	19	45	3	61	12	54						
17	47	25	39	58	8	50	16	35	29	44	22	60	6	51	13	33	31	42	24	58	8	49	15						
46	20	38	28	5	59	13	51	32	34	23	41	7	57	16	50	30	36	21	43	5	59	14	52						
19/										20/										21/									
1	63	10	56	42	24	33	31	1	63	10	56	42	24	33	31	1	63	17	47	50	16	34	32						
62	4	53	11	21	43	30	36	62	4	53	11	21	43	30	36	62	4	46	20	13	51	29	35						
5	59	14	52	46	20	37	27	7	57	16	50	48	18	39	25	5	59	21	43	54	12	38	28						
58	8	49	15	17	47	26	40	60	6	51	13	19	45	28	38	58	8	42	24	9	55	25	39						
23	41	32	34	64	2	55	9	23	41	32	34	64	2	55	9	15	49	31	33	64	2	48	18						
44	22	35	29	3	61	12	54	44	22	35	29	3	61	12	54	52	14	36	30	3	61	19	45						
19	45	28	38	60	6	51	13	17	47	26	40	58	8	49	15	11	53	27	37	60	6	44	22						
48	18	39	25	7	57	16	50	46	20	37	27	5	59	14	52	56	10	40	26	7	57	23	41						
22/										23/										24/									
1	63	17	47	50	16	34	32	1	63	18	48	50	16	33	31	1	63	18	48	50	16	33	31						
62	4	46	20	13	51	29	35	62	4	45	19	13	51	30	36	62	4	45	19	13	51	30	36						
7	57	23	41	56	10	40	26	5	59	22	44	54	12	37	27	7	57	24	42	56	10	39	25						
60	6	44	22	11	53	27	37	58	8	41	23	9	55	26	40	60	6	43	21	11	53	28	38						
15	49	31	33	64	2	48	18	15	49	32	34	64	2	47	17	15	49	32	34	64	2	47	17						
52	14	36	30	3	61	19	45	52	14	35	29	3	61	20	46	52	14	35	29	3	61	20	46						
9	55	25	39	58	8	42	24	11	53	28	38	60	6	43	21	9	55	26	40	58	8	41	23						
54	12	38	28	5	59	21	43	56	10	39	25	7	57	24	42	54	12	37	27	5	59	22	44						
25/										26/										27/									
1	63	3	61	12	54	10	56	1	63	3	61	12	54	10	56	1	63	3	61	20	46	18	48						
60	6	58	8	49	15	51	13	60	6	58	8	49	15	51	13	60	6	58	8	41	23	43	21						
17	47	19	45	28	38	26	40	21	43	23	41	32	34	30	36	9	55	11	53	28	38	26	40						
44	22	42	24	33	31	35	29	48	18	46	20	37	27	39	25	52	14	50	16	33	31	35	29						
53	11	55	9	64	2	62	4	53	11	55	9	64	2	62	4	45	19	47	17	64	2	62	4						
16	50	14	52	5	59	7	57	16	50	14	52	5	59	7	57	24	42	22	44	5	59	7	57						
37	27	39	25	48	18	46	20	33	31	35	29	44	22	42	24	37	27	39	25	56	10	54	12						
32	34	30	36	21	43	23	41	28	38	26	40	17	47	19	45	32	34	30	36	13	51	15	49						
28/										29/										30/									
1	63	3	61	20	46	18	48	1	63	3	61	36	30	34	32	1	63	3	61	36	30	34	32						
60	6	58	8	41	23	43	21	60	6	58	8	25	39	27	37	60	6	58	8	25	39	27	37						
13	51	15	49	32	34	30	36	9	55	11	53	44	22	42	24	13	51	15	49	48	18	46	20						
56	10	54	12	37	27	39	25	52	14	50	16	17	47	19	45	56	10	54	12	21	43	23	41						
45	19	47	17	64	2	62	4	29	35	31	33	64	2	62	4	29	35	31	33	64	2	62	4						
24	42	22	44	5	59	7	57	40	26	38	28	5	59	7	57	40	26	38	28	5	59	7	57						
33	31	35	29	52	14	50	16	21	43	23	41	56	10	54	12	17	47	19	45	52	14	50	16						
28	38	26	40	9	55	11	53	48	18	46	20	13	51	15	49	44	22	42	24	9	55	11	53						

31/	32/	33/
1 63 4 62 12 54 9 55	1 63 4 62 12 54 9 55	1 63 4 62 20 46 17 47
60 6 57 7 49 15 52 14	60 6 57 7 49 15 52 14	60 6 57 7 41 23 44 22
17 47 20 46 28 38 25 39	21 43 24 42 32 34 29 35	9 55 12 54 28 38 25 39
44 22 41 23 33 31 36 30	48 18 45 19 37 27 40 26	52 14 49 15 33 31 36 30
53 11 56 10 64 2 61 3	53 11 56 10 64 2 61 3	45 19 48 18 64 2 61 3
16 50 13 51 5 59 8 58	16 50 13 51 5 59 8 58	24 42 21 43 5 59 8 58
37 27 40 26 48 18 45 19	33 31 36 30 44 22 41 23	37 27 40 26 56 10 53 11
32 34 29 35 21 43 24 42	28 38 25 39 17 47 20 46	32 34 29 35 13 51 16 50
34/	35/	36/
1 63 4 62 20 46 17 47	1 63 4 62 36 30 33 31	1 63 4 62 36 30 33 31
60 6 57 7 41 23 44 22	60 6 57 7 25 39 28 38	60 6 57 7 25 39 28 38
13 51 16 50 32 34 29 35	9 55 12 54 44 22 41 23	13 51 16 50 48 18 45 19
56 10 53 11 37 27 40 26	52 14 49 15 17 47 20 46	56 10 53 11 21 43 24 42
45 19 48 18 64 2 61 3	29 35 32 34 64 2 61 3	29 35 32 34 64 2 61 3
24 42 21 43 5 59 8 58	40 26 37 27 5 59 8 58	40 26 37 27 5 59 8 58
33 31 36 30 52 14 49 15	21 43 24 42 56 10 53 11	17 47 20 46 52 14 49 15
28 38 25 39 9 55 12 54	48 18 45 19 13 51 16 50	44 22 41 23 9 55 12 54
37/	38/	39/
1 63 9 55 26 40 18 48	1 63 9 55 42 24 34 32	1 63 10 56 26 40 17 47
60 6 52 14 35 29 43 21	60 6 52 14 19 45 27 37	60 6 51 13 35 29 44 22
3 61 11 53 28 38 20 46	3 61 11 53 44 22 36 30	3 61 12 54 28 38 19 45
58 8 50 16 33 31 41 23	58 8 50 16 17 47 25 39	58 8 49 15 33 31 42 24
39 25 47 17 64 2 56 10	23 41 31 33 64 2 56 10	39 25 48 18 64 2 55 9
30 36 22 44 5 59 13 51	46 20 38 28 5 59 13 51	30 36 21 43 5 59 14 52
37 27 45 19 62 4 54 12	21 43 29 35 62 4 54 12	37 27 46 20 62 4 53 11
32 34 24 42 7 57 15 49	48 18 40 26 7 57 15 49	32 34 23 41 7 57 16 50
40/	41/	42/
1 63 10 56 42 24 33 31	1 63 17 47 50 16 34 32	1 63 18 48 50 16 33 31
60 6 51 13 19 45 28 38	60 6 44 22 11 53 27 37	60 6 43 21 11 53 28 38
3 61 12 54 44 22 35 29	3 61 19 45 52 14 36 30	3 61 20 46 52 14 35 29
58 8 49 15 17 47 26 40	58 8 42 24 9 55 25 39	58 8 41 23 9 55 26 40
23 41 32 34 64 2 55 9	15 49 31 33 64 2 48 18	15 49 32 34 64 2 47 17
46 20 37 27 5 59 14 52	54 12 38 28 5 59 21 43	54 12 37 27 5 59 22 44
21 43 30 36 62 4 53 11	13 51 29 35 62 4 46 20	13 51 30 36 62 4 45 19
48 18 39 25 7 57 16 50	56 10 40 26 7 57 23 41	56 10 39 25 7 57 24 42
43/	44/	45/
1 63 3 61 8 58 6 60	1 63 3 61 8 58 6 60	1 63 3 61 20 46 18 48
56 10 54 12 49 15 51 13	56 10 54 12 49 15 51 13	56 10 54 12 37 27 39 25
17 47 19 45 24 42 22 44	25 39 27 37 32 34 30 36	5 59 7 57 24 42 22 44
40 26 38 28 33 31 35 29	48 18 46 20 41 23 43 21	52 14 50 16 33 31 35 29
57 7 59 5 64 2 62 4	57 7 59 5 64 2 62 4	45 19 47 17 64 2 62 4
16 50 14 52 9 55 11 53	16 50 14 52 9 55 11 53	28 38 26 40 9 55 11 53
41 23 43 21 48 18 46 20	33 31 35 29 40 26 38 28	41 23 43 21 60 6 58 8
32 34 30 36 25 39 27 37	24 42 22 44 17 47 19 45	32 34 30 36 13 51 15 49
46/	47/	48/
1 63 3 61 36 30 34 32	1 63 4 62 8 58 5 59	1 63 4 62 8 58 5 59
56 10 54 12 21 43 23 41	56 10 53 11 49 15 52 14	56 10 53 11 49 15 52 14
5 59 7 57 40 26 38 28	17 47 20 46 24 42 21 43	25 39 28 38 32 34 29 35
52 14 50 16 17 47 19 45	40 26 37 27 33 31 36 30	48 18 45 19 41 23 44 22
29 35 31 33 64 2 62 4	57 7 60 6 64 2 61 3	57 7 60 6 64 2 61 3
44 22 42 24 9 55 11 53	16 50 13 51 9 55 12 54	16 50 13 51 9 55 12 54
25 39 27 37 60 6 58 8	41 23 44 22 48 18 45 19	33 31 36 30 40 26 37 27
48 18 46 20 13 51 15 49	32 34 29 35 25 39 28 38	24 42 21 43 17 47 20 46

49/		50/		51/
1 63 4 62 20 46 17 47	1 63 4 62 36 30 33 31	1 63 5 59 22 44 18 48		
56 10 53 11 37 27 40 26	56 10 53 11 21 43 24 42	56 10 52 14 35 29 39 25		
5 59 8 58 24 42 21 43	5 59 8 58 40 26 37 27	3 61 7 57 24 42 20 46		
52 14 49 15 33 31 36 30	52 14 49 15 17 47 20 46	54 12 50 16 33 31 37 27		
45 19 48 18 64 2 61 3	29 35 32 34 64 2 61 3	43 21 47 17 64 2 60 6		
28 38 25 39 9 55 12 54	44 22 41 23 9 55 12 54	30 36 26 40 9 55 13 51		
41 23 44 22 60 6 57 7	25 39 28 38 60 6 57 7	41 23 45 19 62 4 58 8		
32 34 29 35 13 51 16 50	48 18 45 19 13 51 16 50	32 34 28 38 11 53 15 49		
52/	53/	54/		
1 63 5 59 38 28 34 32	1 63 6 60 22 44 17 47	1 63 6 60 38 28 33 31		
56 10 52 14 19 45 23 41	56 10 51 13 35 29 40 26	56 10 51 13 19 45 24 42		
3 61 7 57 40 26 36 30	3 61 8 58 24 42 19 45	3 61 8 58 40 26 35 29		
54 12 50 16 17 47 21 43	54 12 49 15 33 31 38 28	54 12 49 15 17 47 22 44		
27 37 31 33 64 2 60 6	43 21 48 18 64 2 59 5	27 37 32 34 64 2 59 5		
46 20 42 24 9 55 13 51	30 36 25 39 9 55 14 52	46 20 41 23 9 55 14 52		
25 39 29 35 62 4 58 8	41 23 46 20 62 4 57 7	25 39 30 36 62 4 57 7		
48 18 44 22 11 53 15 49	32 34 27 37 11 53 16 50	48 18 43 21 11 53 16 50		
55/	56/	57/		
1 63 3 61 8 58 6 60	1 63 3 61 12 54 10 56	1 63 4 62 8 58 5 59		
48 18 46 20 41 23 43 21	48 18 46 20 37 27 39 25	48 18 45 19 41 23 44 22		
9 55 11 53 16 50 14 52	5 59 7 57 16 50 14 52	9 55 12 54 16 50 13 51		
40 26 38 28 33 31 35 29	44 22 42 24 33 31 35 29	40 26 37 27 33 31 36 30		
57 7 59 5 64 2 62 4	53 11 55 9 64 2 62 4	57 7 60 6 64 2 61 3		
24 42 22 44 17 47 19 45	28 38 26 40 17 47 19 45	24 42 21 43 17 47 20 46		
49 15 51 13 56 10 54 12	49 15 51 13 60 6 58 8	49 15 52 14 56 10 53 11		
32 34 30 36 25 39 27 37	32 34 30 36 21 43 23 41	32 34 29 35 25 39 28 38		
58/	59/	60/		
1 63 4 62 12 54 9 55	1 63 5 59 14 52 10 56	1 63 6 60 14 52 9 55		
48 18 45 19 37 27 40 26	48 18 44 22 35 29 39 25	48 18 43 21 35 29 40 26		
5 59 8 58 16 50 13 51	3 61 7 57 16 50 12 54	3 61 8 58 16 50 11 53		
44 22 41 23 33 31 36 30	46 20 42 24 33 31 37 27	46 20 41 23 33 31 38 28		
53 11 56 10 64 2 61 3	51 13 55 9 64 2 60 6	51 13 56 10 64 2 59 5		
28 38 25 39 17 47 20 46	30 36 26 40 17 47 21 43	30 36 25 39 17 47 22 44		
49 15 52 14 60 6 57 7	49 15 53 11 62 4 58 8	49 15 54 12 62 4 57 7		
32 34 29 35 21 43 24 42	32 34 28 38 19 45 23 41	32 34 27 37 19 45 24 42		
61/	62/	63/		
1 62 2 61 12 55 11 56	1 62 2 61 12 55 11 56	1 62 2 61 20 47 19 48		
60 7 59 8 49 14 50 13	60 7 59 8 49 14 50 13	60 7 59 8 41 22 42 21		
17 46 18 45 28 39 27 40	21 42 22 41 32 35 31 36	9 54 10 53 28 39 27 40		
44 23 43 24 33 30 34 29	48 19 47 20 37 26 38 25	52 15 51 16 33 30 34 29		
53 10 54 9 64 3 63 4	53 10 54 9 64 3 63 4	45 18 46 17 64 3 63 4		
16 51 15 52 5 58 6 57	16 51 15 52 5 58 6 57	24 43 23 44 5 58 6 57		
37 26 38 25 48 19 47 20	33 30 34 29 44 23 43 24	37 26 38 25 56 11 55 12		
32 35 31 36 21 42 22 41	28 39 27 40 17 46 18 45	32 35 31 36 13 50 14 49		
64/	65/	66/		
1 62 2 61 20 47 19 48	1 62 2 61 36 31 35 32	1 62 2 61 36 31 35 32		
60 7 59 8 41 22 42 21	60 7 59 8 25 38 26 37	60 7 59 8 25 38 26 37		
13 50 14 49 32 35 31 36	9 54 10 53 44 23 43 24	13 50 14 49 48 19 47 20		
56 11 55 12 37 26 38 25	52 15 51 16 17 46 18 45	56 11 55 12 21 42 22 41		
45 18 46 17 64 3 63 4	29 34 30 33 64 3 63 4	29 34 30 33 64 3 63 4		
24 43 23 44 5 58 6 57	40 27 39 28 5 58 6 57	40 27 39 28 5 58 6 57		
33 30 34 29 52 15 51 16	21 42 22 41 56 11 55 12	17 46 18 45 52 15 51 16		
28 39 27 40 9 54 10 53	48 19 47 20 13 50 14 49	44 23 43 24 9 54 10 53		

67/										68/										69/													
1	62	9	54	27	40	19	48	60	7	1	62	9	54	43	24	35	32	60	7	1	62	11	56	27	40	17	46	60	7				
7	52	15	34	29	42	21	2	61	10	18	45	26	37	2	61	10	53	44	23	13	34	29	44	23	2	61	12	55	28				
28	39	20	47	59	8	51	16	33	30	17	46	25	38	59	8	49	14	33	30	18	45	59	8	49	14	33	30	43	24				
41	22	38	25	46	17	64	3	56	11	3	56	11	22	41	30	33	64	3	56	11	3	54	9	38	25	48	19	64	3	54			
5	58	13	50	31	36	23	44	5	58	5	58	13	50	47	20	39	28	5	58	13	50	5	58	15	52	31	36	21	42	5	58		
13	50	37	26	45	18	63	4	55	12	4	55	12	21	42	29	34	63	4	55	12	4	53	10	37	26	47	20	63	4	53			
4	55	12	32	35	24	43	6	57	14	6	57	14	48	19	40	27	6	57	14	49	6	57	16	51	32	35	22	41	6	57			
14	49	22	70/							14	49	22	71/							14	49	22	72/										
1	62	11	56	43	24	33	30	60	7	1	62	17	46	51	16	35	32	60	7	1	62	19	48	51	16	33	30	60	7				
56	11	55	12	49	14	50	13	2	61	56	11	55	12	49	14	50	13	2	61	56	11	55	12	49	14	50	13	2	61				
18	45	28	39	2	61	12	55	44	23	18	45	52	15	36	31	2	61	18	45	20	47	52	15	34	29	2	61	20	47				
23	34	29	59	8	49	14	17	46	27	9	54	25	38	59	8	43	24	9	54	9	54	27	40	59	8	41	22	9	54				
27	40	22	22	41	32	35	64	3	54	3	48	19	14	49	30	33	64	3	48	19	3	46	17	14	49	32	35	64	3	46			
9	47	20	47	20	37	26	5	58	15	5	58	21	42	55	12	39	28	5	58	21	42	5	58	23	44	55	12	37	26	5	58		
52	21	42	31	36	63	4	53	10	13	4	47	20	13	50	29	34	63	4	47	20	4	45	18	13	50	31	36	63	4	45			
10	48	19	38	25	6	57	16	51	56	6	57	22	41	56	11	40	27	6	57	22	41	6	57	24	43	56	11	38	25	6	57		
24	73/							24	74/							24	75/																
1	62	2	61	8	59	7	60	56	11	1	62	2	61	8	59	7	60	56	11	1	62	2	61	20	47	19	48	56	11				
56	11	55	12	49	14	50	13	25	38	56	11	55	12	49	14	50	13	25	38	56	11	55	12	37	26	38	25	56	11				
17	46	18	45	24	43	23	44	25	38	26	37	32	35	31	36	5	58	6	57	24	43	23	44	5	58	6	57	24	43	23	44		
40	27	39	28	33	30	34	29	48	19	47	20	41	22	42	21	52	15	51	16	33	30	34	29	52	15	51	16	33	30	34	29		
57	6	58	5	64	3	63	4	57	6	5	64	3	63	4	45	18	46	17	64	3	63	4	45	18	46	17	64	3	63	4			
16	51	15	52	9	54	10	53	16	51	9	54	10	53	28	39	27	40	9	54	10	53	28	39	27	40	9	54	10	53				
41	22	42	21	48	19	47	20	33	30	40	27	39	28	41	22	42	21	60	7	59	8	41	22	42	21	60	7	59	8				
47	20	32	35	31	36	25	38	26	37	24	43	23	44	17	46	18	45	32	35	31	36	13	50	14	49	32	35	31	36	13	50	14	49
25	76/							25	77/							25	78/																
1	62	2	61	36	31	35	32	1	62	5	58	23	44	19	48	1	62	5	58	39	28	35	32	1	62	5	58						
56	11	55	12	21	42	22	41	56	11	52	15	34	29	38	25	56	11	52	15	18	45	22	41	56	11	52	15	18	45	22	41		
5	58	6	57	40	27	39	28	2	61	6	57	24	43	20	47	2	61	6	57	40	27	36	31	2	61	6	57	40	27	36	31		
52	15	51	16	17	46	18	45	55	12	51	16	33	30	37	26	55	12	51	16	17	46	21	42	55	12	51	16	17	46	21	42		
29	34	30	33	64	3	63	4	42	21	46	17	64	3	60	7	26	37	30	33	64	3	60	7	26	37	30	33	64	3	60	7		
44	23	43	24	9	54	10	53	31	36	27	40	9	54	13	50	47	20	43	24	9	54	13	50	47	20	43	24	9	54	13	50		
25	38	26	37	60	7	59	8	41	22	45	18	63	4	59	8	25	38	29	34	63	4	59	8	25	38	29	34	63	4	59	8		
48	19	47	20	13	50	14	49	32	35	28	39	10	53	14	49	48	19	44	23	10	53	14	49	48	19	44	23	10	53	14	49		
28	79/							28	80/							28	81/																
1	62	7	60	23	44	17	46	1	62	7	60	39	28	33	30	1	62	2	61	8	59	7	60	1	62	2	61	8	59	7	60		
56	11	50	13	34	29	40	27	56	11	50	13	18	45	24	43	48	19	47	20	41	22	42	21	48	19	47	20	41	22	42	21		
2	61	8	59	24	43	18	45	2	61	8	59	40	27	34	29	9	54	10	53	16	51	15	52	9	54	10	53	16	51	15	52		
55	12	49	14	33	30	39	28	55	12	49	14	17	46	23	44	40	27	39	28	33	30	34	29	40	27	39	28	33	30	34	29		
42	21	48	19	64	3	58	5	26	37	32	35	64	3	58	5	57	6	58	5	64	3	63	4	57	6	58	5	64	3	63	4		
31	36	25	38	9	54	15	52	47	20	41	22	9	54	15	52	24	43	23	44	17	46	18	45	24	43	23	44	17	46	18	45		
41	22	47	20	63	4	57	6	25	38	31	36	63	4	57	6	49	14	50	13	56	11	55	12	49	14	50	13	56	11	55	12		
32	35	26	37	10	53	16	51	48	19	42	21	10	53	16	51	32	35	31	36	25	38	26	37	32	35	31	36	25	38	26	37		
26	82/							26	83/							26	84/																
1	62	2	61	12	55	11	56	1	62	5	58	15	52	11	56	1	62	7	60	15	52	9	54	1	62	7	60	15	52	9	54		
48	19	47	20	37	26	38	25	48	19	44	23	34	29	38	25	48	19	42	21	34	29	40	27	48	19	42	21	34	29	40	27		
5	58	6	57	16	51	15	52	2	61	6	57	16	51	12	55	2	61	8	59	16	51	10	53	2	61	8	59	16	51	10	53		
44	23	43	24	33	30	34	29	47	20	43	24	33	30	37	26	47	20	41	22	33	30	39	28	47	20	41	22	33	30	39	28		
53	10	54	9	64	3	63	4	50	13	54	9	64	3	60	7	50	13	56	11	64	3	58	5	50	13	56	11	64	3	58	5		
28	39	27	40	17	46	18	45	31	36	27	40	17	46	21	42	31	36	25	38	17	46	23	44	31	36	25	38	17	46	23	44		
49	14	50	13	60	7	59	8	49	14	53	10	63	4	59	8	49	14	55	12	63	4	57	6	49	14	55	12	63	4	57	6		
32	35	31	36	21	42	22	41	32	35	28	39	18	45	22	41	32	35	26	37	18	45	24	43	32	35	26	37	18	45	24	43		

85/		86/		87/
1 60 2 59 22 47 21 48	1 60 2 59 38 31 37 32	1 60 3 58 23 46 21 48		
56 13 55 14 35 26 36 25	56 13 55 14 19 42 20 41	56 13 54 15 34 27 36 25		
3 58 4 57 24 45 23 46	3 58 4 57 40 29 39 30	2 59 4 57 24 45 22 47		
54 15 53 16 33 28 34 27	54 15 53 16 17 44 18 43	55 14 53 16 33 28 35 26		
43 18 44 17 64 5 63 6	27 34 28 33 64 5 63 6	42 19 44 17 64 5 62 7		
30 39 29 40 9 52 10 51	46 23 45 24 9 52 10 51	31 38 29 40 9 52 11 50		
41 20 42 19 62 7 61 8	25 36 26 35 62 7 61 8	41 20 43 18 63 6 61 8		
32 37 31 38 11 50 12 49	48 21 47 22 11 50 12 49	32 37 30 39 10 51 12 49		

88/	89/	90/
1 60 3 58 39 30 37 32	1 60 2 59 14 55 13 56	1 60 3 58 15 54 13 56
56 13 54 15 18 43 20 41	48 21 47 22 35 26 36 25	48 21 46 23 34 27 36 25
2 59 4 57 40 29 38 31	3 58 4 57 16 53 15 54	2 59 4 57 16 53 14 55
55 14 53 16 17 44 19 42	46 23 45 24 33 28 34 27	47 22 45 24 33 28 35 26
26 35 28 33 64 5 62 7	51 10 52 9 64 5 63 6	50 11 52 9 64 5 62 7
47 22 45 24 9 52 11 50	30 39 29 40 17 44 18 43	31 38 29 40 17 44 19 42
25 36 27 34 63 6 61 8	49 12 50 11 62 7 61 8	49 12 51 10 63 6 61 8
48 21 46 23 10 51 12 49	32 37 31 38 19 42 20 41	32 37 30 39 18 43 20 41

[Count = 90] OK!

// End_Of_File