

第3部：『魔方陣の新研究』： 撰田 寛二

第6章：八方陣の代数的研究（2000，2008年版の清書稿）

第3節：正方連結汎八方陣の代数的研究（2008年版の清書稿）

0. 「正方連結八方陣」とは、方陣の内部で隣り合う任意の 2×2 の4数の和がどこをとっても等しくなる方陣を言う。例えば、左上の $1 + 58 + 47 + 24 = 130$ ；同様に、右側の $8 + 51 + 25 + 46 = 130$ ；下側の $37 + 18 + 59 + 16 = 130$ ；

このような特徴を持つだけでなく、もちろん行列の定和や2本の対角線の定和など一般的な方陣の特徴も併せもっていないなければならない。

いつものように、基本条件を図と式によって定義する。1～64の自然数を全個重複なく用いて、下記の条件を全て満たす方陣を構成する。

1	58	13	60	15	56	3	54
47	24	35	22	33	26	45	28
49	10	61	12	63	8	51	6
48	23	36	21	34	25	46	27
50	9	62	11	64	7	52	5
32	39	20	37	18	41	30	43
2	57	14	59	16	55	4	53
31	40	19	38	17	42	29	44

1. 基本ポジションと変数名

[nNの n を省略してある]

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

2. 定義の連立方程式群

先ず正方連結四数の定和から

- $n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S \dots (1)$
- $n_9 + n_{10} + n_{17} + n_{18} = S \dots (2)$
- $n_{17} + n_{18} + n_{25} + n_{26} = S \dots (3)$
- $n_{25} + n_{26} + n_{33} + n_{34} = S \dots (4)$
- $n_{33} + n_{34} + n_{41} + n_{42} = S \dots (5)$
- $n_{41} + n_{42} + n_{49} + n_{50} = S \dots (6)$
- $n_{49} + n_{50} + n_{57} + n_{58} = S \dots (7)$
- $n_2 + n_3 + n_{10} + n_{11} = S \dots (8)$
- $n_{10} + n_{11} + n_{18} + n_{19} = S \dots (9)$
- $n_{18} + n_{19} + n_{26} + n_{27} = S \dots (10)$
- $n_{26} + n_{27} + n_{34} + n_{35} = S \dots (11)$
- $n_{34} + n_{35} + n_{42} + n_{43} = S \dots (12)$
- $n_{42} + n_{43} + n_{50} + n_{51} = S \dots (13)$
- $n_{50} + n_{51} + n_{58} + n_{59} = S \dots (14)$
- $n_3 + n_4 + n_{11} + n_{12} = S \dots (15)$
- $n_{11} + n_{12} + n_{19} + n_{20} = S \dots (16)$
- $n_{19} + n_{20} + n_{27} + n_{28} = S \dots (17)$

- $n_{27} + n_{28} + n_{35} + n_{36} = S \dots (18)$
- $n_{43} + n_{44} + n_{51} + n_{52} = S \dots (20)$
- $n_4 + n_5 + n_{12} + n_{13} = S \dots (22)$
- $n_{20} + n_{21} + n_{28} + n_{29} = S \dots (24)$
- $n_{36} + n_{37} + n_{44} + n_{45} = S \dots (26)$
- $n_{52} + n_{53} + n_{60} + n_{61} = S \dots (28)$
- $n_{13} + n_{14} + n_{21} + n_{22} = S \dots (30)$
- $n_{29} + n_{30} + n_{37} + n_{38} = S \dots (32)$
- $n_{45} + n_{46} + n_{53} + n_{54} = S \dots (34)$
- $n_6 + n_7 + n_{14} + n_{15} = S \dots (36)$
- $n_{22} + n_{23} + n_{30} + n_{31} = S \dots (38)$
- $n_{38} + n_{39} + n_{46} + n_{47} = S \dots (40)$
- $n_{54} + n_{55} + n_{62} + n_{63} = S \dots (42)$
- $n_{15} + n_{16} + n_{23} + n_{24} = S \dots (44)$
- $n_{31} + n_{32} + n_{39} + n_{40} = S \dots (46)$
- $n_{47} + n_{48} + n_{55} + n_{56} = S \dots (48)$

- $n_{35} + n_{36} + n_{43} + n_{44} = S \dots (19)$
- $n_{51} + n_{52} + n_{59} + n_{60} = S \dots (21)$
- $n_{12} + n_{13} + n_{20} + n_{21} = S \dots (23)$
- $n_{28} + n_{29} + n_{36} + n_{37} = S \dots (25)$
- $n_{44} + n_{45} + n_{52} + n_{53} = S \dots (27)$
- $n_5 + n_6 + n_{13} + n_{14} = S \dots (29)$
- $n_{21} + n_{22} + n_{29} + n_{30} = S \dots (31)$
- $n_{37} + n_{38} + n_{45} + n_{46} = S \dots (33)$
- $n_{53} + n_{54} + n_{61} + n_{62} = S \dots (35)$
- $n_{14} + n_{15} + n_{22} + n_{23} = S \dots (37)$
- $n_{30} + n_{31} + n_{38} + n_{39} = S \dots (39)$
- $n_{46} + n_{47} + n_{54} + n_{55} = S \dots (41)$
- $n_7 + n_8 + n_{15} + n_{16} = S \dots (43)$
- $n_{23} + n_{24} + n_{31} + n_{32} = S \dots (45)$
- $n_{39} + n_{40} + n_{47} + n_{48} = S \dots (47)$
- $n_{55} + n_{56} + n_{63} + n_{64} = S \dots (49)$

これら 49 本の正方連結四数の定和式に加えて、一般的な八方陣の次のような条件もまた満たさなければならない。

- $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 = K \dots (50)$
- $n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} = K \dots (51)$

$$\begin{aligned}
n_{17}+n_{18}+n_{19}+n_{20}+n_{21}+n_{22}+n_{23}+n_{24} &= K \dots (52) \\
n_{25}+n_{26}+n_{27}+n_{28}+n_{29}+n_{30}+n_{31}+n_{32} &= K \dots (53) \\
n_{33}+n_{34}+n_{35}+n_{36}+n_{37}+n_{38}+n_{39}+n_{40} &= K \dots (54) \\
n_{41}+n_{42}+n_{43}+n_{44}+n_{45}+n_{46}+n_{47}+n_{48} &= K \dots (55) \\
n_{49}+n_{50}+n_{51}+n_{52}+n_{53}+n_{54}+n_{55}+n_{56} &= K \dots (56) \\
n_{57}+n_{58}+n_{59}+n_{60}+n_{61}+n_{62}+n_{63}+n_{64} &= K \dots (57) \\
n_1+n_9+n_{17}+n_{25}+n_{33}+n_{41}+n_{49}+n_{57} &= K \dots (58) \\
n_2+n_{10}+n_{18}+n_{26}+n_{34}+n_{42}+n_{50}+n_{58} &= K \dots (59) \\
n_3+n_{11}+n_{19}+n_{27}+n_{35}+n_{43}+n_{51}+n_{59} &= K \dots (60) \\
n_4+n_{12}+n_{20}+n_{28}+n_{36}+n_{44}+n_{52}+n_{60} &= K \dots (61) \\
n_5+n_{13}+n_{21}+n_{29}+n_{37}+n_{45}+n_{53}+n_{61} &= K \dots (62) \\
n_6+n_{14}+n_{22}+n_{30}+n_{38}+n_{46}+n_{54}+n_{62} &= K \dots (63) \\
n_7+n_{15}+n_{23}+n_{31}+n_{39}+n_{47}+n_{55}+n_{63} &= K \dots (64) \\
n_8+n_{16}+n_{24}+n_{32}+n_{40}+n_{48}+n_{56}+n_{64} &= K \dots (65) \\
n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64} &= K \dots (66)* \\
n_8+n_{15}+n_{22}+n_{29}+n_{36}+n_{43}+n_{50}+n_{57} &= K \dots (67)*
\end{aligned}$$

(66), (67) 式は、対角線の 8 数の定和を表している。

まずは、K, S などの定数の値を決めておこう。

(50)~(57) 式の辺々を足す。

$$\begin{aligned}
n_1+n_2+n_3+\dots+n_{63}+n_{64} &= 8*K \\
\text{左辺には } 1 \sim 64 \text{ の自然数が全個重複なく入るから, その総和は} \\
65 \times 64 \div 2 &= 8*K \\
\therefore K &= 260 \dots (68)
\end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned}
n_1+n_2+n_9+n_{10} &= S \dots (1) \\
n_3+n_4+n_{11}+n_{12} &= S \dots (15) \\
n_5+n_6+n_{13}+n_{14} &= S \dots (29) \\
+) n_7+n_8+n_{15}+n_{16} &= S \dots (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12}+n_{13}+n_{14}+n_{15}+n_{16} &= 4*S \\
\text{この式の左辺は (50) + (51) の形になっているから,} \\
2*K &= 4*S \\
2 \times 260 &= 4*S \\
\text{ゆえに } S &= 130 \dots (69)
\end{aligned}$$

3. まずは正方連結四数の定和式について、考察を積み重ねよう。

例えば、(1)~(7) 式は、共通項を媒介にして幾つもの等式と補数群を生む。

$$\begin{aligned}
n_1+n_2+n_9+n_{10} &= S \dots (1) \lrcorner \\
n_9+n_{10}+n_{17}+n_{18} &= S \dots (2) \lrcorner n_1+n_2=n_{17}+n_{18}=P \text{ (とおく)} \\
n_{17}+n_{18}+n_{25}+n_{26} &= S \dots (3) \lrcorner n_9+n_{10}=n_{25}+n_{26}=Q \text{ (とおく)} \\
n_{25}+n_{26}+n_{33}+n_{34} &= S \dots (4) \lrcorner n_{17}+n_{18}=n_{33}+n_{34}=P \\
n_{33}+n_{34}+n_{41}+n_{42} &= S \dots (5) \lrcorner n_{25}+n_{26}=n_{41}+n_{42}=Q \\
n_{41}+n_{42}+n_{49}+n_{50} &= S \dots (6) \lrcorner n_{33}+n_{34}=n_{49}+n_{50}=P \\
n_{49}+n_{50}+n_{57}+n_{58} &= S \dots (7) \lrcorner n_{41}+n_{42}=n_{57}+n_{58}=Q
\end{aligned}$$

P, Q でまとめると、

$$\begin{aligned}
\lrcorner n_1+n_2=n_{17}+n_{18}=n_{33}+n_{34}=n_{49}+n_{50}=P \dots (70) \lrcorner \\
\lrcorner n_9+n_{10}=n_{25}+n_{26}=n_{41}+n_{42}=n_{57}+n_{58}=Q \dots (71) \lrcorner
\end{aligned}$$

ただし、P + Q = S = 130

ゆえに $n_{57}+n_{58}+n_1+n_2 = P + Q = S = 130$

最上行を最下行の下に移しても、正方連結四数の定和が成り立つことがわかる。

(8)~(14) 式以下についても、全く同様のことが言える。ゆえに

$$\begin{aligned}
\lrcorner n_2+n_3=n_{18}+n_{19}=n_{34}+n_{35}=n_{50}+n_{51}=P_2 \dots (72) \lrcorner \\
\lrcorner n_{10}+n_{11}=n_{26}+n_{27}=n_{42}+n_{43}=n_{58}+n_{59}=Q_2 \dots (73) \lrcorner \\
\lrcorner n_3+n_4=n_{19}+n_{20}=n_{35}+n_{36}=n_{51}+n_{52}=P_3 \dots (74) \lrcorner \\
\lrcorner n_{11}+n_{12}=n_{27}+n_{28}=n_{43}+n_{44}=n_{59}+n_{60}=Q_3 \dots (75) \lrcorner
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lceil n_4 + n_5 = n_{20} + n_{21} = n_{36} + n_{37} = n_{52} + n_{53} = P_4 \dots (76) \rceil \\ \lfloor n_{12} + n_{13} = n_{28} + n_{29} = n_{44} + n_{45} = n_{60} + n_{61} = Q_4 \dots (77) \rfloor \\ \lceil n_5 + n_6 = n_{21} + n_{22} = n_{37} + n_{38} = n_{53} + n_{54} = P_5 \dots (78) \rceil \\ \lfloor n_{13} + n_{14} = n_{29} + n_{30} = n_{45} + n_{46} = n_{61} + n_{62} = Q_5 \dots (79) \rfloor \\ \lceil n_6 + n_7 = n_{22} + n_{23} = n_{38} + n_{39} = n_{54} + n_{55} = P_6 \dots (80) \rceil \\ \lfloor n_{14} + n_{15} = n_{30} + n_{31} = n_{46} + n_{47} = n_{62} + n_{63} = Q_6 \dots (81) \rfloor \\ \lceil n_7 + n_8 = n_{23} + n_{24} = n_{39} + n_{40} = n_{55} + n_{56} = P_7 \dots (82) \rceil \\ \lfloor n_{15} + n_{16} = n_{31} + n_{32} = n_{47} + n_{48} = n_{63} + n_{64} = Q_7 \dots (83) \rfloor \end{aligned}$$

また $n_{58} + n_{59} + n_2 + n_3 = P_2 + Q_2 = S = 130$

$$\begin{aligned} n_{59} + n_{60} + n_3 + n_4 = P_3 + Q_3 = S = 130, \quad n_{60} + n_{61} + n_4 + n_5 = 130, \\ n_{61} + n_{62} + n_5 + n_6 = P_5 + Q_5 = S = 130, \quad n_{62} + n_{63} + n_6 + n_7 = 130, \\ n_{63} + n_{64} + n_7 + n_8 = P_7 + Q_7 = S = 130 \end{aligned}$$

が言える。従って、

$$\begin{aligned} \lceil n_{57} + n_1 = n_{59} + n_3 = n_{61} + n_5 = n_{63} + n_7 = P_8 \dots (84) \rceil \\ \lfloor n_{58} + n_2 = n_{60} + n_4 = n_{62} + n_6 = n_{64} + n_8 = Q_8 \dots (85) \rfloor \end{aligned}$$

だから、 $n_{57} + n_1 + n_{64} + n_8 = P_8 + Q_8 = S \dots (86)$ も言える。

最上行全体を最下行の下に移しても、全ての正方連結四数の定和が成り立つことがわかる。これは、汎魔方陣の性質によく似ている。

また次の各式から、左右方向でも同じことが言える。

$$\begin{aligned} n_1 + n_9 + n_2 + n_{10} = S \dots (1) \rceil \\ n_2 + n_{10} + n_3 + n_{11} = S \dots (8) \lrcorner \quad n_1 + n_9 = n_3 + n_{11} = M \text{ (とおく)} \\ n_3 + n_{11} + n_4 + n_{12} = S \dots (15) \lrcorner \quad n_2 + n_{10} = n_4 + n_{12} = N \text{ (とおく)} \\ n_4 + n_{12} + n_5 + n_{13} = S \dots (22) \lrcorner \quad n_3 + n_{11} = n_5 + n_{13} = M \\ n_5 + n_{13} + n_6 + n_{14} = S \dots (29) \lrcorner \quad n_4 + n_{12} = n_6 + n_{14} = N \\ n_6 + n_{14} + n_7 + n_{15} = S \dots (36) \lrcorner \quad n_5 + n_{13} = n_7 + n_{15} = M \\ n_7 + n_{15} + n_8 + n_{16} = S \dots (43) \lrcorner \quad n_6 + n_{14} = n_8 + n_{16} = N \end{aligned}$$

M, Nでまとめると、

$$\begin{aligned} \lceil n_1 + n_9 = n_3 + n_{11} = n_5 + n_{13} = n_7 + n_{15} = M \dots (87) \rceil \\ \lfloor n_2 + n_{10} = n_4 + n_{12} = n_6 + n_{14} = n_8 + n_{16} = N \dots (88) \rfloor \end{aligned}$$

ただし、 $M + N = S = 130$

ゆえに、 $n_8 + n_{16} + n_1 + n_9 = N + M = S = 130$

他の行についても、同様のことが言える。

$$\begin{aligned} \lceil n_9 + n_{17} = n_{11} + n_{19} = n_{13} + n_{21} = n_{15} + n_{23} = M_2 \dots (89) \rceil \\ \lfloor n_{10} + n_{18} = n_{12} + n_{20} = n_{14} + n_{22} = n_{16} + n_{24} = N_2 \dots (90) \rfloor \\ \lceil n_{17} + n_{25} = n_{19} + n_{27} = n_{21} + n_{29} = n_{23} + n_{31} = M_3 \dots (91) \rceil \\ \lfloor n_{18} + n_{26} = n_{20} + n_{28} = n_{22} + n_{30} = n_{24} + n_{32} = N_3 \dots (92) \rfloor \\ \lceil n_{25} + n_{33} = n_{27} + n_{35} = n_{29} + n_{37} = n_{31} + n_{39} = M_4 \dots (93) \rceil \\ \lfloor n_{26} + n_{34} = n_{28} + n_{36} = n_{30} + n_{38} = n_{32} + n_{40} = N_4 \dots (94) \rfloor \\ \lceil n_{33} + n_{41} = n_{35} + n_{43} = n_{37} + n_{45} = n_{39} + n_{47} = M_5 \dots (95) \rceil \\ \lfloor n_{34} + n_{42} = n_{36} + n_{44} = n_{38} + n_{46} = n_{40} + n_{48} = N_5 \dots (97) \rfloor \\ \lceil n_{41} + n_{49} = n_{43} + n_{51} = n_{45} + n_{53} = n_{47} + n_{55} = M_6 \dots (98) \rceil \\ \lfloor n_{42} + n_{50} = n_{44} + n_{52} = n_{46} + n_{54} = n_{48} + n_{56} = N_6 \dots (99) \rfloor \\ \lceil n_{49} + n_{57} = n_{51} + n_{59} = n_{53} + n_{61} = n_{55} + n_{63} = M_7 \dots (100) \rceil \\ \lfloor n_{50} + n_{58} = n_{52} + n_{60} = n_{54} + n_{62} = n_{56} + n_{64} = N_7 \dots (101) \rfloor \end{aligned}$$

また $n_{16} + n_{24} + n_9 + n_{17} = M_2 + N_2 = S = 130$

$$\begin{aligned} n_{24} + n_{32} + n_{17} + n_{25} = M_3 + N_3 = S = 130, \quad n_{32} + n_{40} + n_{25} + n_{33} = 130, \\ n_{40} + n_{48} + n_{33} + n_{41} = M_5 + N_5 = S = 130, \quad n_{48} + n_{56} + n_{41} + n_{49} = 130, \\ n_{56} + n_{64} + n_{49} + n_{57} = M_7 + N_7 = S = 130 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} \lceil n_8 + n_1 = n_{24} + n_{17} = n_{40} + n_{33} = n_{56} + n_{49} = M_8 \dots (102) \rceil \\ \lfloor n_{16} + n_9 = n_{32} + n_{25} = n_{48} + n_{41} = n_{64} + n_{57} = N_8 \dots (103) \rfloor \end{aligned}$$

だから、 $n_8 + n_1 + n_{64} + n_{57} = M_8 + N_8 = S \dots (86)$ も言える。

最左列全体を最右列の右に移しても、全ての正方連結四数の定和が成り立つことがわかる。これも、汎魔方陣の性質にそっくりである。

はたして、正方連結八方陣は、汎八方陣なのであろうか。

$$\text{ところで, } n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37}=S \dots (25)$$

$$\text{では, } n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46}=S \text{ や } n_{10}+n_{15}+n_{50}+n_{55}=S$$

および $n_1+n_8+n_{57}+n_{64}=S$ は、言えるだろうか。

どれも方陣内部に見つかる大中小の正方形の頂点連結四数の定和式だ。

次の各式の辺々を加える。

$$n_{19}+n_{20}+n_{27}+n_{28}=S \dots (17)$$

$$n_{21}+n_{22}+n_{29}+n_{30}=S \dots (31)$$

$$n_{35}+n_{36}+n_{43}+n_{44}=S \dots (19)$$

$$n_{37}+n_{38}+n_{45}+n_{46}=S \dots (33) \text{ (+)}$$

$$(n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46})+(n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37})+(n_{20}+n_{21})+(n_{44}+n_{45})+(n_{27}+n_{35})+(n_{30}+n_{38})=4 * S$$

$$(n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46})+[S(25)\text{式}]+[P4(76)\text{式}]+[Q4(77)\text{式}]+[M4(90)\text{式}]+[N4(91)\text{式}]=4 * S$$

$$(n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46})+S+S+S=4 * S$$

$$\therefore n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46}=S$$

同様の計算をくり返せば、 $n_1+n_4+n_{25}+n_{28}=S$ や $n_{37}+n_{40}+n_{61}+n_{64}=S$

……なども言える。

$$n_{10}+n_{15}+n_{50}+n_{55}=S \text{ も言える。}$$

$n_1+n_8+n_{57}+n_{63}=S$ については、次の2式を使うとよい。

$$n_{57}+n_{58}+n_1+n_2=P+Q=S=130$$

$$\text{+) } n_{63}+n_{64}+n_7+n_8=P_7+Q_7=S=130$$

$$n_{57}+n_{58}+n_1+n_2+n_{63}+n_{64}+n_7+n_8=2 * 130$$

$$(n_1+n_8+n_{57}+n_{64})+(n_2+n_{58})+(n_7+n_{63})=2 * S$$

最上行を最下行の下に移して考えれば、 (n_2, n_{58}) 、 (n_7, n_{63}) は隣り合う2数であり、 $n_2+n_{58}=Q_8$ ； $n_7+n_{63}=P_8$ ；である。ただし、 $P_8+Q_8=S$

ゆえに $n_1+n_8+n_{57}+n_{64}=S=130$ が言える。

つまり、方陣内部の大小様々の正方形の頂点連結四数の定和が言えるわけである。

4. ここで対角線について少し調べよう。

前節の最後で得られた次の4式から出発する。

$$n_1+n_8+n_{57}+n_{64}=S$$

$$n_{10}+n_{15}+n_{50}+n_{55}=S$$

$$n_{19}+n_{22}+n_{43}+n_{46}=S$$

$$n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37}=S \text{ (+)}$$

$$n_1+n_8+n_{10}+n_{15}+n_{19}+n_{22}+n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37}+n_{43}+n_{46}+n_{50}+n_{55}+n_{57}+n_{64}=4 * S$$

$$(n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64})+(n_8+n_{15}+n_{22}+n_{29}+n_{36}+n_{43}+n_{50}+n_{57})=4 * S$$

これは、2本の対角線上の8数の和に関する式であるから、

$$\lceil PD1=n_1+n_{10}+n_{19}+n_{28}+n_{37}+n_{46}+n_{55}+n_{64}=K \dots (66)*\rceil$$

$$\lfloor PD2=n_8+n_{15}+n_{22}+n_{29}+n_{36}+n_{43}+n_{50}+n_{57}=K \dots (67)*\rfloor$$

が成り立てば、 $2 * K=4 * S=520$ となって、問題が無い。

さて、次の8式を足す。

$$n_1+n_2+n_9+n_{10}=S \dots (1)$$

$$n_{10}+n_{11}+n_{18}+n_{19}=S \dots (9)$$

$$n_{19}+n_{20}+n_{27}+n_{28}=S \dots (17)$$

$$n_{28}+n_{29}+n_{36}+n_{37}=S \dots (25)$$

$$n_{37}+n_{38}+n_{45}+n_{46}=S \dots (33)$$

$$n_{46}+n_{47}+n_{54}+n_{55}=S \dots (41)$$

$$n_{55}+n_{56}+n_{63}+n_{64}=S \dots (49)$$

$$\text{+) } n_{64}+n_{57}+n_1+n_8=S \dots (86)$$

$$\begin{aligned}
& n1+n1+n2+n8+n9+n10+n10+n11+n18+n19+n19+n20+n27+n28+n28+n29+n36+n37+n37+n38 \\
& +n45+n46+n46+n47+n54+n55+n55+n56+n57+n63+n64+n64 = 8 * S \\
& 2 * (n1 + n10 + n19 + n28 + n37 + n46 + n55 + n64) + (n2 + n11 + n20 + n29 + n38 + n47 + n56 + n57) \\
& + (n8 + n9 + n18 + n27 + n36 + n45 + n54 + n63) = 8 * S \\
& \text{ところが, } n1 + n10 + n19 + n28 + n37 + n46 + n55 + n64 = PD1 = K \\
& \text{ゆえに } (n2 + n11 + n20 + n29 + n38 + n47 + n56 + n57) + (n8 + n9 + n18 + n27 + n36 + n45 + n54 + n63) \\
& = 8 * S - 2 * K = 2 * K \dots (104)
\end{aligned}$$

これは、もとの対角線と1筋ずれた所にある汎対角線の8数の和に関する式である。

$$\begin{aligned}
& \text{いま } n2 + n11 + n20 + n29 + n38 + n47 + n56 + n57 = PD3 \\
& \quad n8 + n9 + n18 + n27 + n36 + n45 + n54 + n63 = PD4 \quad \text{とおく。}
\end{aligned}$$

(104)式は、 $PD3 + PD4 = 2 * K$ と書き表せる。

59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6
11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14
19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22
27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30
35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38	39	40	33	34	35	36	37	38
43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46	47	48	41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54	55	56	49	50	51	52	53	54
59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62	63	64	57	58	59	60	61	62
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6

次の8式を加える。

$$\begin{aligned}
& n7 + n8 + n15 + n16 = S \dots (43) \\
& n14 + n15 + n22 + n23 = S \dots (37) \\
& n21 + n22 + n29 + n30 = S \dots (31) \\
& n28 + n29 + n36 + n37 = S \dots (25) \\
& n35 + n36 + n43 + n44 = S \dots (19) \\
& n42 + n43 + n50 + n51 = S \dots (13) \\
& n49 + n50 + n57 + n58 = S \dots (7) \\
& +) n64 + n57 + n8 + n1 = S \dots (86)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& n1+n7+n8+n8+n14+n15+n15+n16+n21+n22+n22+n23+n28+n29+n29+n30+n35+n36+n36+n37 \\
& +n42+n43+n43+n44+n49+n50+n51+n50+n57+n58+n57+n64 = 8 * S \\
& (n8 + n15 + n22 + n29 + n36 + n43 + n50 + n57) + (n1 + n16 + n23 + n30 + n37 + n44 + n51 + n58) + (n7 + n15) + \\
& (n14 + n22) + (n21 + n29) + (n28 + n36) + (n35 + n43) + (n42 + n50) + (n49 + n57) + (n64 + n8) = 8 * S \\
& \text{ここで } n1 + n16 + n23 + n30 + n37 + n44 + n51 + n58 = PD5 \quad \text{とおく。}
\end{aligned}$$

また $n7 + n15 = n1 + n9$, $n14 + n22 = n10 + n18$, $n21 + n29 = n19 + n27$, \dots , $n49 + n57 = n55 + n63$ などの等式を用いて $(m + n)$ の項を書き換える。

$$\begin{aligned}
& PD2 + PD5 + (n1 + n9) + (n10 + n18) + (n19 + n27) + (n28 + n36) + (n37 + n45) + (n46 + n54) \\
& + (n55 + n63) + (n64 + n8) = 8 * S
\end{aligned}$$

もう一度組み直すと、

$$\begin{aligned}
& PD2 + PD5 + (n1 + n10 + n19 + n28 + n37 + n46 + n55 + n64) \\
& + (n8 + n9 + n18 + n27 + n36 + n45 + n54 + n63) = 8 * S
\end{aligned}$$

つまり、 $PD2 + PD5 + PD1 + PD4 = 8 * S = 4 * K$

ところが $PD1 = PD2 = K \dots (66), (67)$ であった。

よって、 $PD4 + PD5 = 2 * K$

しかるに $PD3 + PD4 = 2 * K \dots (104)$

ゆえに PD3=PD5

では、PD3+PD5 はどういう値になるか。

$$\begin{aligned} & n2 + n11 + n20 + n29 + n38 + n47 + n56 + n57 + n1 + n16 + n23 + n30 + n37 + n44 + n51 + n58 \\ &= (n1 + n2 + n57 + n58) + (n11 + n16 + n51 + n56) + (n20 + n23 + n44 + n47) + (n29 + n30 + n37 + n38) \\ &= S + S + S + S = 4 * S = 2 * K \end{aligned}$$

ゆえに PD3=PD5=K および PD4=K が言えることになる。

要するに、(66), (67)式の PD1=PD2=K を仮定すれば、PD3=PD4=PD5=K が言える。

同様にして、全ての汎対角線の定和を導き出すことができる。我が正方連結八方陣は、立派な汎魔方陣である。

5. 正方連結八方陣が汎魔方陣の1つのタイプとわかったからには、当面の目標を補数65型の完全八方陣の中に求める。正方連結八方陣との両立を目指そう。目標は高い方がよい。珍しい方がよい。美しい方がよい。

補数 65 型完全八方陣の拡張空間 [補数表現形]

31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6
11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14
19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22
27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30
7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2
15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15	16	9	10
23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23	24	17	18
31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26	27	28	29	30	31	32	25	26
3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6

上図のように補数表現を用いると、目標の完全八方陣の構造が良く理解できる。

n37のところに1とあるが、これは「1の補数」のことで、n1の数値と加えて和が65になる数値がn37に入っていることを示す。

つまり、 $n1 + n37 = 65$ のことであるが、それをあえて $n1 + \underline{n1} = 65$ と表す。だから、もし $n1 = 1$ であれば、 $\underline{n1} = 65 - n1 = 65 - 1 = 64$ が n37 の場所に入っている。

n1が決まれば、n1も決まるという関係は、方陣構成の時には大いに威力を発揮する。

もし $n1 = 1$ とすれば、 $\underline{n1} = 65 - n1 = 65 - 1 = 64$ を n37 の場所に入れる。

もし $n2 = 63$ とすれば、 $\underline{n2} = 65 - n2 = 65 - 63 = 2$ を n38 の場所に入れる。

もし $n9 = 58$ とすれば、 $\underline{n9} = 65 - n9 = 65 - 58 = 7$ を n45 の場所に入れる。

.....

(nN, nN) のペアはいつも同時に決まるから、調べる手数が半分になる。手間と時間の節約になり、ずいぶんと助かる。

一方汎魔方陣では、すべての汎対角線上で8数の和が行列の和に等しくなければならない。だから、例えば $n2 + n11 + n20 + n29 + n38 + n47 + n56 + n57 = K$ だが、

$$\begin{aligned} \text{左辺} &= n2 + n11 + n20 + n29 + \underline{n2} + \underline{n11} + \underline{n20} + \underline{n29} = \\ &= (n2 + \underline{n2}) + (n11 + \underline{n11}) + (n20 + \underline{n20}) + (n29 + \underline{n29}) = \end{aligned}$$

$$65 + 65 + 65 + 65 = 260 = K \quad \text{となるように数値を調整する。}$$

また、正方連結方陣では、 $\underline{n1} + \underline{n2} + \underline{n9} + \underline{n10} = S$ が成り立つ必要がある。

この式の左辺は、 $(65-n_1) + (65-n_2) + (65-n_9) + (65-n_{10}) =$

$$4 \cdot 65 - (n_1 + n_2 + n_9 + n_{10}) = 260 - S = 260 - 130 = 130 = S$$

つまり $n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S$ が成り立てば、 $n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S$ は必ず成り立つ仕組みになっている。問題は、それぞれに別個の数値が入るかどうかである。

一方、 $n_1 + n_2 + n_1 + n_2 = (n_1 + n_1) + (n_2 + n_2) = 65 + 65 = 130 = S$

ところが $n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = S$ であったから、我が正方連結八方陣では

$$n_1 + n_2 = n_9 + n_{10} \quad \text{という関係式が成り立つ。同様に } n_9 + n_{10} = n_1 + n_2 \quad \text{である。}$$

元の変数名に戻せば、 $n_{37} + n_{38} = n_9 + n_{10}$, $n_{45} + n_{46} = n_1 + n_2$

だから、次の2式は、

$$\lceil n_5 + n_6 = n_{21} + n_{22} = n_{37} + n_{38} = n_{53} + n_{54} = P_5 \dots (78) \rceil$$

$$\lfloor n_{13} + n_{14} = n_{29} + n_{30} = n_{45} + n_{46} = n_{61} + n_{62} = Q_5 \dots (79) \rfloor$$

$$\lceil n_5 + n_6 = n_{21} + n_{22} = n_9 + n_{10} = n_{53} + n_{54} = P_5 \rceil$$

$$\lfloor n_{13} + n_{14} = n_{29} + n_{30} = n_1 + n_2 = n_{61} + n_{62} = Q_5 \rfloor \quad \text{と書き換えられる。}$$

かくして (n_1, n_2, n_9, n_{10}) を決めれば、 $(n_{37}, n_{38}, n_{45}, n_{46})$ が自動的に決まるだけでなく、 $(n_5, n_6, n_{13}, n_{14})$ も決まり、加えてその補数の組の $(n_{25}, n_{26}, n_{33}, n_{34})$ まで決まってしまう。同様に、 (n_9, n_{17}) を決めれば、 (n_{13}, n_{21}) が決まり、その補数の組の (n_{41}, n_{49}) までが一義的に決まる。こういう関係式は、省力・時間節約の強い味方になってくれる。連立方程式を解く時には、独立変数をなるべく少なくし、従属変数をなるべく増やすのがコツである。

6. 次に方陣内行列の交換可能性を調べる。異形・派生形の発生を知るためである。一般に汎八方陣では、上下左右ともに $(2-6)$, $(3-7)$, $(4-8)$ 交換が可能である。汎対角線の定和は変わらない。[$(1-4)$ 交換も可能だが、 $n_1 = 1$ の標準形を仮定する時には、これは考えないでよい。]

次頁の図は、最上行を最下行の下に移動した場合であるが、それを上下反転して清書した形が右図である。 $(2-8)$ 交換に伴い $(3-7)$ $(4-6)$ 交換も起きている。それでも汎対角線の定和が崩れていないことを確かめてほしい。

こういう移動交換による操作で異形・派生形を作れても、これを別の1個と数えるのには少々抵抗がある。なるべくなら避けたい。

探索の過程で重複計数するのを避けるために、先ず $n_1 = 1$ の標準形を設定する。そして、例によって不等式を立てる。

[完全八方陣の原型]

↓	1	2	3	4	5	6	7	8
	9	10	11	12	13	14	15	16
	17	18	19	20	21	22	23	24
	25	26	27	28	29	30	31	32
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
→	1	2	3	4	5	6	7	8

[上下2-8交換+α]

	1	2	3	4	5	6	7	8
	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
→	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
	25	26	27	28	29	30	31	32
	17	18	19	20	21	22	23	24
	9	10	11	12	13	14	15	16

単純な反転・回転を封じるために、例えば $n_2 > n_9$ とする。

次に $n_2 > n_6$; $n_3 > n_7$; $n_4 > n_8$; とする。

上下方向には、 $n_9 > n_{41}$; $n_{17} > n_{49}$; $n_{25} > n_{57}$ とする。

そして、 $n_2 > n_8$; $n_9 > n_{57}$ も立てる。

不等式の大小の向きは自由に決めてよいが、一度決めたら途中で変えてはいけない。何だか複雑だが、こうしないと、解の数が増え過ぎる。計数に時間もかかる。

7. 解は 360 個得られた。八方陣の解としては、異例に少ない数字である。

五次以上は、どの種類でもまずたいいは調べる場合の数が物凄く多くて、とても人間わざでは数え切れない。七方陣・八方陣ともなると、解の総数はほとんど幻想的な数字になる。とても1つずつカウントアップしては居られない。パソコンでも時間がかかり過ぎる。だから、対称八方陣でも、完全八方陣でも、「……と続く」として、計数を途中で諦めざるを得ない。

そして、これが一番大切なことだが、あまりに数が多いと、解の総数の全体的な意味を考え難くなる。有難味も薄くなる。

そういう意味でも、**正方連結完全八方陣**は大変に珍しい存在と言える。今どき総数を短時間に数え切れるなんて……、と感慨にさえふける。

何故解が少ないのか。もちろん条件式が多いからだだが、それともう一つ。広い方陣を4数ずつの小さい単位に分割するからである。そして、2数のペアに同類の多い補数が何種類も存在する。これも効いている。

広い方陣では、式が $(\dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots)$ と長く連鎖して扱い難い。それを短く多数の $(a + b + c + d)$ や $(p + q)$ に分解できるのは有り難い。式がいっぱい出来ても、値がすぐに決まるから良い。関係式が多いと、独立変数を減らし従属変数を増やすことができる。

いろいろ工夫を凝らすと、 $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_9, n_{17}, n_{25})$ の8個の変数だけ値をいろいろ変えて調べればよいことがわかる。他の56個の変数値は一義的に決まる(標準形では $n_1 = 1$ と決めるから、実際には7個だけ心配してやればよい)。

汎魔方陣との親近性も、好ましい。汎魔方陣の素晴らしさを克明に分析・解説してくれるような懇切さ・律儀さを感じる方陣である。

それともう一つ。正方連結型方陣は、偶数次の汎魔方陣の広大な世界を‘圧縮’して一望できるようにしてくれる有り難い存在でもある。感覚的な比喻で言えば、‘対数圧縮した目盛り’を持っているような感じのする方陣なのである。

最後に解のリストを付す。ただし、360個を全部載せるのは躊躇せざるを得ない。データが長大になり過ぎる。

検討した結果、冗長項を削って4分の1に圧縮できることがわかった。簡単な変換構成法を仮定するのである。この方法を用いると、比較的簡単に1つの解から3つの異形を作ることができる。先ず、下のリストを見てほしい。基本解の最初と最後の部分である。4つの解をぜひ1つにまとめたい。どうすればよいか。

[正方連結完全八方陣の解の例]

(1)

1	63	9	60	14	52	6	55
62	4	54	7	49	15	57	12
33	31	41	28	46	20	38	23
48	18	40	21	35	29	43	26
51	13	59	10	64	2	56	5
16	50	8	53	3	61	11	58
19	45	27	42	32	34	24	37
30	36	22	39	17	47	25	44

(2)

1	63	9	60	14	52	6	55
62	4	54	7	49	15	57	12
35	29	43	26	48	18	40	21
46	20	38	23	33	31	41	28
51	13	59	10	64	2	56	5
16	50	8	53	3	61	11	58
17	47	25	44	30	36	22	39
32	34	24	37	19	45	27	42

(3)

1	63	10	59	14	52	5	56
62	4	53	8	49	15	58	11
33	31	42	27	46	20	37	24
48	18	39	22	35	29	44	25

(4)

1	63	10	59	14	52	5	56
62	4	53	8	49	15	58	11
35	29	44	25	48	18	39	22
46	20	37	24	33	31	42	27

51	13	60	9	64	2	55	6	51	13	60	9	64	2	55	6
16	50	7	54	3	61	12	57	16	50	7	54	3	61	12	57
19	45	28	41	32	34	23	38	17	47	26	43	30	36	21	40
30	36	21	40	17	47	26	43	32	34	23	38	19	45	28	41

..... 途中省略

(357)

1	58	11	62	15	56	5	52
47	24	37	20	33	26	43	30
34	25	44	29	48	23	38	19
63	8	53	4	49	10	59	14
50	9	60	13	64	7	54	3
32	39	22	35	18	41	28	45
17	42	27	46	31	40	21	36
16	55	6	51	2	57	12	61

(358)

1	58	11	62	15	56	5	52
47	24	37	20	33	26	43	30
49	10	59	14	63	8	53	4
48	23	38	19	34	25	44	29
50	9	60	13	64	7	54	3
32	39	22	35	18	41	28	45
2	57	12	61	16	55	6	51
31	40	21	36	17	42	27	46

(359)

1	58	13	60	15	56	3	54
47	24	35	22	33	26	45	28
34	25	46	27	48	23	36	21
63	8	51	6	49	10	61	12
50	9	62	11	64	7	52	5
32	39	20	37	18	41	30	43
17	42	29	44	31	40	19	38
16	55	4	53	2	57	14	59

(360)

1	58	13	60	15	56	3	54
47	24	35	22	33	26	45	28
49	10	61	12	63	8	51	6
48	23	36	21	34	25	46	27
50	9	62	11	64	7	52	5
32	39	20	37	18	41	30	43
2	57	14	59	16	55	4	53
31	40	19	38	17	42	29	44

..... 以下省略

正方連結完全八方陣の内部変換：

1つを基本として3つの異形を作る変換構成法：

(1)→(2)の変換は、上下第3行と第4行、および第7行と第8行の4数ずつを下図のように交換する。交換した前後の色を同じにしておいた。

(1)→(3)の変換は、同じ作業を左右の第3列と第4列、および第7列と第8列に対して行う。縦横の違いだけである。

(1)

1	63	9	60	14	52	6	55
62	4	54	7	49	15	57	12
33	31	41	28	46	20	38	23
48	18	40	21	35	29	43	26
51	13	59	10	64	2	56	5
16	50	8	53	3	61	11	58
19	45	27	42	32	34	24	37
30	36	22	39	17	47	25	44

(2)

1	63	9	60	14	52	6	55
62	4	54	7	49	15	57	12
35	29	43	26	48	18	40	21
46	20	38	23	33	31	41	28
51	13	59	10	64	2	56	5
16	50	8	53	3	61	11	58
17	47	25	44	30	36	22	39
32	34	24	37	19	45	27	42

(1)

1	63	9	60	14	52	6	55
62	4	54	7	49	15	57	12
33	31	41	28	46	20	38	23
48	18	40	21	35	29	43	26
51	13	59	10	64	2	56	5
16	50	8	53	3	61	11	58
19	45	27	42	32	34	24	37
30	36	22	39	17	47	25	44

(3)

1	63	10	59	14	52	5	56
62	4	53	8	49	15	58	11
33	31	42	27	46	20	37	24
48	18	39	22	35	29	44	25
51	13	60	9	64	2	55	6
16	50	7	54	3	61	12	57
19	45	28	41	32	34	23	38
30	36	21	40	17	47	26	43

(4)

1	63	10	59	14	52	5	56
62	4	53	8	49	15	58	11
35	29	44	25	48	18	39	22
46	20	37	24	33	31	42	27
51	13	60	9	64	2	55	6
16	50	7	54	3	61	12	57
17	47	26	43	30	36	21	40
32	34	23	38	19	45	28	41

(3)→(4)の変換は、(1)→(2)の変換と全く同じ作業である。

このようにして、(1)から(2),(3),(4)の異形を簡単に作る事ができる。

同様に(357)を元に(358),(359),(360)の3つの異形を簡単に作る事ができる。逆もまた可なり。

他の全てについても同じ変換構成法を適用することが、可能だ。
 360個の解を90個のデータに省略・圧縮して、リストに示す。各1個ずつにつき他の3個を適宜構成して、全360個を復元してほしい。

(On November 5, 2000(初稿): MacOS9 & MWCW による計数;
 August 18, 2008(清書稿): MacOSX & Xcode3.0: by 撰田 寛二(Kanji Setsuda))
 E-Mail Address: jag12001@nifty.com

**** 正方連結完全八方陣の基本解 : 90 個 ****

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| (1) | (2) | (3) |
| 1 63 5 59 14 52 10 56 | 1 63 5 59 14 52 10 56 | 1 63 5 59 22 44 18 48 |
| 62 4 58 8 49 15 53 11 | 62 4 58 8 49 15 53 11 | 62 4 58 8 41 23 45 19 |
| 17 47 21 43 30 36 26 40 | 19 45 23 41 32 34 28 38 | 9 55 13 51 30 36 26 40 |
| 46 20 42 24 33 31 37 27 | 48 18 44 22 35 29 39 25 | 54 12 50 16 33 31 37 27 |
| 51 13 55 9 64 2 60 6 | 51 13 55 9 64 2 60 6 | 43 21 47 17 64 2 60 6 |
| 16 50 12 54 3 61 7 57 | 16 50 12 54 3 61 7 57 | 24 42 20 46 3 61 7 57 |
| 35 29 39 25 48 18 44 22 | 33 31 37 27 46 20 42 24 | 35 29 39 25 56 10 52 14 |
| 32 34 28 38 19 45 23 41 | 30 36 26 40 17 47 21 43 | 32 34 28 38 11 53 15 49 |
| (4) | (5) | (6) |
| 1 63 5 59 22 44 18 48 | 1 63 5 59 38 28 34 32 | 1 63 5 59 38 28 34 32 |
| 62 4 58 8 41 23 45 19 | 62 4 58 8 25 39 29 35 | 62 4 58 8 25 39 29 35 |
| 11 53 15 49 32 34 28 38 | 9 55 13 51 46 20 42 24 | 11 53 15 49 48 18 44 22 |
| 56 10 52 14 35 29 39 25 | 54 12 50 16 17 47 21 43 | 56 10 52 14 19 45 23 41 |
| 43 21 47 17 64 2 60 6 | 27 37 31 33 64 2 60 6 | 27 37 31 33 64 2 60 6 |
| 24 42 20 46 3 61 7 57 | 40 26 36 30 3 61 7 57 | 40 26 36 30 3 61 7 57 |
| 33 31 37 27 54 12 50 16 | 19 45 23 41 56 10 52 14 | 17 47 21 43 54 12 50 16 |
| 30 36 26 40 9 55 13 51 | 48 18 44 22 11 53 15 49 | 46 20 42 24 9 55 13 51 |
| (7) | (8) | (9) |
| 1 63 6 60 14 52 9 55 | 1 63 6 60 14 52 9 55 | 1 63 6 60 22 44 17 47 |
| 62 4 57 7 49 15 54 12 | 62 4 57 7 49 15 54 12 | 62 4 57 7 41 23 46 20 |
| 17 47 22 44 30 36 25 39 | 19 45 24 42 32 34 27 37 | 9 55 14 52 30 36 25 39 |
| 46 20 41 23 33 31 38 28 | 48 18 43 21 35 29 40 26 | 54 12 49 15 33 31 38 28 |
| 51 13 56 10 64 2 59 5 | 51 13 56 10 64 2 59 5 | 43 21 48 18 64 2 59 5 |
| 16 50 11 53 3 61 8 58 | 16 50 11 53 3 61 8 58 | 24 42 19 45 3 61 8 58 |
| 35 29 40 26 48 18 43 21 | 33 31 38 28 46 20 41 23 | 35 29 40 26 56 10 51 13 |
| 32 34 27 37 19 45 24 42 | 30 36 25 39 17 47 22 44 | 32 34 27 37 11 53 16 50 |
| (10) | (11) | (12) |
| 1 63 6 60 22 44 17 47 | 1 63 6 60 38 28 33 31 | 1 63 6 60 38 28 33 31 |
| 62 4 57 7 41 23 46 20 | 62 4 57 7 25 39 30 36 | 62 4 57 7 25 39 30 36 |
| 11 53 16 50 32 34 27 37 | 9 55 14 52 46 20 41 23 | 11 53 16 50 48 18 43 21 |
| 56 10 51 13 35 29 40 26 | 54 12 49 15 17 47 22 44 | 56 10 51 13 19 45 24 42 |
| 43 21 48 18 64 2 59 5 | 27 37 32 34 64 2 59 5 | 27 37 32 34 64 2 59 5 |
| 24 42 19 45 3 61 8 58 | 40 26 35 29 3 61 8 58 | 40 26 35 29 3 61 8 58 |
| 33 31 38 28 54 12 49 15 | 19 45 24 42 56 10 51 13 | 17 47 22 44 54 12 49 15 |
| 30 36 25 39 9 55 14 52 | 48 18 43 21 11 53 16 50 | 46 20 41 23 9 55 14 52 |

2000年版には、上のような解のリストが付いていたが、後に改訂する必要を感じた。
 正方連結完全八方陣の標準解の総数が幾つなのかという疑問も残っていた。これについては、数年後に計数に成功したので、その結果を報告したい。
 標準解を求めるときに用いた不等式は、 $n_1 < n_8$; $n_1 < n_{57}$; $n_1 < n_{64}$; $n_2 > n_9$;

正方連結完全八方陣の標準解は、次のデータ・リストをご覧いただきたい。
ついでにその標準解を求めたプログラム・リストも、最新のものを掲げておいた。

August 18, 2008(改定稿): MacOSX & Xcode3.0: by 撰田 寛二(Kanji Setsuda))

July 31, 2017(再計算清書稿): with macOS Sierra 10.12.6 & Xcode7.3:

Kanji Setsuda(撰田 寛二); E-Mail Address: jag12001@nifty.com

【データ・リスト】

** 'Composite & Complete' Magic Squares of Order 8:

Abstract List of Standard Solutions (Only a Part): **

	1#	3841#	7297#	8833#
1 63 5 59 22 44 18 48	1 62 2 61 20 47 19 48	1 61 2 62 20 48 19 47	1 60 2 62 8 61 7 59	
62 4 58 8 41 23 45 19	60 7 59 8 41 22 42 21	60 8 59 7 41 21 42 22	56 13 55 11 49 12 50 14	
9 55 13 51 30 36 26 40	9 54 10 53 28 39 27 40	9 53 10 54 28 40 27 39	17 44 18 46 24 45 23 43	
54 12 50 16 33 31 37 27	52 15 51 16 33 30 34 29	52 16 51 15 33 29 34 30	40 29 39 27 33 28 34 30	
43 21 47 17 64 2 60 6	45 18 46 17 64 3 63 4	45 17 46 18 64 4 63 3	57 4 58 6 64 5 63 3	
24 42 20 46 3 61 7 57	24 43 23 44 5 58 6 57	24 44 23 43 5 57 6 58	16 53 15 51 9 52 10 54	
35 29 39 25 56 10 52 14	37 26 38 25 56 11 55 12	37 25 38 26 56 12 55 11	41 20 42 22 48 21 47 19	
32 34 28 38 11 53 15 49	32 35 31 36 13 50 14 49	32 36 31 35 13 49 14 50	32 37 31 35 25 36 26 38	
	11713#	13057#	14401#	16513#
1 59 2 61 8 62 7 60	1 58 3 61 8 63 6 60	1 56 2 62 12 61 11 55	1 55 2 61 12 62 11 56	
56 14 55 12 49 11 50 13	56 15 54 12 49 10 51 13	48 25 47 19 37 20 38 26	48 26 47 20 37 19 38 25	
17 43 18 45 24 46 23 44	17 42 19 45 24 47 22 44	5 52 6 58 16 57 15 51	5 51 6 57 16 58 15 52	
40 30 39 28 33 27 34 29	40 31 38 28 33 26 35 29	44 29 43 23 33 24 34 30	44 30 43 24 33 23 34 29	
57 3 58 5 64 6 63 4	57 2 59 5 64 7 62 4	53 4 54 10 64 9 63 3	53 3 54 9 64 10 63 4	
16 54 15 52 9 51 10 53	16 55 14 52 9 50 11 53	28 45 27 39 17 40 18 46	28 46 27 40 17 39 18 45	
41 19 42 21 48 22 47 20	41 18 43 21 48 23 46 20	49 8 50 14 60 13 59 7	49 7 50 13 60 14 59 8	
32 38 31 36 25 35 26 37	32 39 30 36 25 34 27 37	32 41 31 35 21 36 22 42	32 42 31 36 21 35 22 41	
	17537#	18561#	19585#	20737#
1 54 3 61 12 63 10 56	1 52 5 59 14 63 10 56	1 48 2 62 20 61 19 47	1 47 2 61 20 62 19 48	
48 27 46 20 37 18 39 25	48 29 44 22 35 18 39 25	32 49 31 35 13 36 14 50	32 50 31 36 13 35 14 49	
5 50 7 57 16 59 14 52	3 50 7 57 16 61 12 54	5 44 6 58 24 57 23 43	5 43 6 57 24 58 23 44	
44 31 42 24 33 22 35 29	46 31 42 24 33 20 37 27	56 25 55 11 37 12 38 26	56 26 55 12 37 11 38 25	
53 2 55 9 64 11 62 4	51 2 55 9 64 13 60 6	45 4 46 18 64 17 63 3	45 3 46 17 64 18 63 4	
28 47 26 40 17 38 19 45	30 47 26 40 17 36 21 43	52 29 51 15 33 16 34 30	52 30 51 16 33 15 34 29	
49 6 51 13 60 15 58 8	49 4 53 11 62 15 58 8	41 8 42 22 60 21 59 7	41 7 42 21 60 22 59 8	
32 43 30 36 21 34 23 41	32 45 28 38 19 34 23 41	28 53 27 39 9 40 10 54	28 54 27 40 9 39 10 53	
	21313#	21889#	22465#	23041#
1 46 3 61 20 63 18 48	1 44 5 59 22 63 18 48	1 40 9 55 26 63 18 48	2 64 5 59 21 43 18 48	
32 51 30 36 13 34 15 49	32 53 28 38 11 34 15 49	32 57 24 42 7 34 15 49	61 3 58 8 42 24 45 19	
5 42 7 57 24 59 22 44	3 42 7 57 24 61 20 46	3 38 11 53 28 61 20 46	10 56 13 51 29 35 26 40	
56 27 54 12 37 10 39 25	56 29 52 14 35 10 39 25	60 29 52 14 35 6 43 21	53 11 50 16 34 32 37 27	
45 2 47 17 64 19 62 4	43 2 47 17 64 21 60 6	39 2 47 17 64 25 56 10	44 22 47 17 63 1 60 6	
52 31 50 16 33 14 35 29	54 31 50 16 33 12 37 27	58 31 50 16 33 8 41 23	23 41 20 46 4 62 7 57	
41 6 43 21 60 23 58 8	41 4 45 19 62 23 58 8	37 4 45 19 62 27 54 12	36 30 39 25 55 9 52 14	
28 55 26 40 9 38 11 53	30 55 26 40 9 36 13 51	30 59 22 44 5 36 13 51	31 33 28 38 12 54 15 49	
	46081#	68737#	91393#	113089#
3 64 5 58 21 42 19 48	4 64 2 62 17 45 19 47	5 64 3 58 19 42 21 48	6 64 2 60 17 43 21 47	
61 2 59 8 43 24 45 18	57 5 59 7 44 24 42 22	59 2 61 8 45 24 43 18	57 3 61 7 46 24 42 20	
11 56 13 50 29 34 27 40	12 56 10 54 25 37 27 39	13 56 11 50 27 34 29 40	14 56 10 52 25 35 29 39	
53 10 51 16 35 32 37 26	49 13 51 15 36 32 34 30	51 10 53 16 37 32 35 26	49 11 53 15 38 32 34 28	
44 23 46 17 62 1 60 7	48 20 46 18 61 1 63 3	46 23 44 17 60 1 62 7	48 22 44 18 59 1 63 5	
22 41 20 47 4 63 6 57	21 41 23 43 8 60 6 58	20 41 22 47 6 63 4 57	19 41 23 45 8 62 4 58	
36 31 38 25 54 9 52 15	40 28 38 26 53 9 55 11	38 31 36 25 52 9 54 15	40 30 36 26 51 9 55 13	
30 33 28 39 12 55 14 49	29 33 31 35 16 52 14 50	28 33 30 39 14 55 12 49	27 33 31 37 16 54 12 50	
	134785#	156097#	177409#	195649#
7 64 3 60 17 42 21 46	8 63 4 59 18 41 22 45	9 64 3 60 7 50 13 54	10 64 2 59 5 51 13 56	
57 2 61 6 47 24 43 20	58 1 62 5 48 23 44 19	55 2 61 6 57 16 51 12	53 3 61 8 58 16 50 11	
15 56 11 52 25 34 29 38	15 56 11 52 25 34 29 38	25 48 19 44 23 34 29 38	26 48 18 43 21 35 29 40	
49 10 53 14 39 32 35 28	49 10 53 14 39 32 35 28	39 18 45 22 41 32 35 28	37 19 45 24 42 32 34 27	
48 23 44 19 58 1 62 5	47 24 43 20 57 2 61 6	58 15 52 11 56 1 62 5	60 14 52 9 55 1 63 6	
18 41 22 45 8 63 4 59	17 42 21 46 7 64 3 60	8 49 14 53 10 63 4 59	7 49 15 54 12 62 4 57	
40 31 36 27 50 9 54 13	40 31 36 27 50 9 54 13	42 31 36 27 40 17 46 21	44 30 36 25 39 17 47 22	
26 33 30 37 16 55 12 51	26 33 30 37 16 55 12 51	24 33 30 37 26 47 20 43	23 33 31 38 28 46 20 41	

<p>213889#</p> <p>11 64 3 58 5 50 13 56 53 2 61 8 59 16 51 10 27 48 19 42 21 34 29 40 37 18 45 24 43 32 35 26 60 15 52 9 54 1 62 7 6 49 14 55 12 63 4 57 44 31 36 25 38 17 46 23 22 33 30 39 28 47 20 41</p> <p>283393#</p> <p>15 62 7 57 4 49 12 54 52 1 60 6 63 14 55 9 29 48 21 43 18 35 26 40 34 19 42 24 45 32 37 27 61 16 53 11 50 3 58 8 2 51 10 56 13 64 5 59 47 30 39 25 36 17 44 22 20 33 28 38 31 46 23 41</p> <p>329473#</p> <p>19 64 3 58 5 42 21 48 45 2 61 8 59 24 43 18 27 56 11 50 13 34 29 40 14 33 30 39 28 55 12 49 60 23 44 17 46 1 62 7 6 41 22 47 20 63 4 57 52 31 36 25 38 9 54 15 37 10 53 16 51 32 35 26</p> <p>352129#</p> <p>23 62 7 57 4 41 20 46 44 1 60 6 63 22 47 17 29 56 13 51 10 35 26 40 12 33 28 38 31 54 15 49 61 24 45 19 42 3 58 8 2 43 18 48 21 64 5 59 55 30 39 25 36 9 52 14 34 11 50 16 53 32 37 27</p> <p>365185#</p> <p>27 56 11 53 10 37 26 40 46 1 62 4 63 20 47 17 23 60 7 57 6 41 22 44 14 33 30 36 31 52 15 49 55 28 39 25 38 9 54 12 2 45 18 48 19 64 3 61 59 24 43 21 42 5 58 8 34 13 50 16 51 32 35 29</p>	<p>231745#</p> <p>12 63 4 57 6 49 14 55 54 1 62 7 60 15 52 9 27 48 19 42 21 34 29 40 37 18 45 24 43 32 35 26 59 16 51 10 53 2 61 8 5 50 13 56 11 64 3 58 44 31 36 25 38 17 46 23 22 33 30 39 28 47 20 41</p> <p>299905#</p> <p>16 61 8 53 20 33 28 41 52 1 60 9 48 29 40 21 14 63 6 55 18 35 26 43 50 3 58 11 46 31 38 23 45 32 37 24 49 4 57 12 17 36 25 44 13 64 5 56 47 30 39 22 51 2 59 10 19 34 27 42 15 62 7 54</p> <p>335617#</p> <p>20 63 4 57 6 41 22 47 46 1 62 7 60 23 44 17 27 56 11 50 13 34 29 40 14 33 30 39 28 55 12 49 59 24 43 18 45 2 61 8 5 42 21 48 19 64 3 58 52 31 36 25 38 9 54 15 37 10 53 16 51 32 35 26</p> <p>356929#</p> <p>24 61 8 45 36 9 52 25 44 1 60 17 32 53 16 37 22 63 6 47 34 11 50 27 42 3 58 19 30 55 14 39 29 56 13 40 41 4 57 20 33 12 49 28 21 64 5 48 31 54 15 38 43 2 59 18 35 10 51 26 23 62 7 46</p> <p>366529#</p> <p>28 55 12 21 42 5 58 39 46 1 62 35 32 51 16 17 24 59 8 25 38 9 54 43 45 2 61 36 31 52 15 18 23 60 7 26 37 10 53 44 33 14 49 48 19 64 3 30 27 56 11 22 41 6 57 40 34 13 50 47 20 63 4 29</p>	<p>249601#</p> <p>13 64 5 58 3 50 11 56 51 2 59 8 61 16 53 10 29 48 21 42 19 34 27 40 35 18 43 24 45 32 37 26 62 15 54 9 52 1 60 7 4 49 12 55 14 63 6 57 46 31 38 25 36 17 44 23 20 33 28 39 30 47 22 41</p> <p>316417#</p> <p>17 64 3 60 7 42 21 46 47 2 61 6 57 24 43 20 25 56 11 52 15 34 29 38 16 33 30 37 26 55 12 51 58 23 44 19 48 1 62 5 8 41 22 45 18 63 4 59 50 31 36 27 40 9 54 13 39 10 53 14 49 32 35 28</p> <p>341761#</p> <p>21 64 5 58 3 42 19 48 43 2 59 8 61 24 45 18 29 56 13 50 11 34 27 40 12 33 28 39 30 55 14 49 62 23 46 17 44 1 60 7 4 41 20 47 22 63 6 57 54 31 38 25 36 9 52 15 35 10 51 16 53 32 37 26</p> <p>361729#</p> <p>25 56 10 54 12 37 27 39 48 1 63 3 61 20 46 18 21 60 6 58 8 41 23 43 16 33 31 35 29 52 14 50 53 28 38 26 40 9 55 11 4 45 19 47 17 64 2 62 57 24 42 22 44 5 59 7 36 13 51 15 49 32 34 30</p> <p>367873#</p> <p>29 52 14 56 10 39 25 35 44 5 59 1 63 18 48 22 23 58 8 62 4 45 19 41 12 37 27 33 31 50 16 54 55 26 40 30 36 13 51 9 2 47 17 43 21 60 6 64 61 20 46 24 42 7 57 3 34 15 49 11 53 28 38 32</p>	<p>266497#</p> <p>14 63 6 57 4 49 12 55 52 1 60 7 62 15 54 9 29 48 21 42 19 34 27 40 35 18 43 24 45 32 37 26 61 16 53 10 51 2 59 8 3 50 11 56 13 64 5 58 46 31 38 25 36 17 44 23 20 33 28 39 30 47 22 41</p> <p>322945#</p> <p>18 64 2 59 5 43 21 48 45 3 61 8 58 24 42 19 26 56 10 51 13 35 29 40 15 33 31 38 28 54 12 49 60 22 44 17 47 1 63 6 7 41 23 46 20 62 4 57 52 30 36 25 39 9 55 14 37 11 53 16 50 32 34 27</p> <p>346945#</p> <p>22 63 6 57 4 41 20 47 44 1 60 7 62 23 46 17 29 56 13 50 11 34 27 40 12 33 28 39 30 55 14 49 61 24 45 18 43 2 59 8 3 42 19 48 21 64 5 58 54 31 38 25 36 9 52 15 35 10 51 16 53 32 37 26</p> <p>363457#</p> <p>26 56 10 53 11 37 27 40 47 1 63 4 62 20 46 17 22 60 6 57 7 41 23 44 15 33 31 36 30 52 14 49 54 28 38 25 39 9 55 12 3 45 19 48 18 64 2 61 58 24 42 21 43 5 59 8 35 13 51 16 50 32 34 29</p> <p>368257#</p> <p>30 52 14 55 9 39 25 36 43 5 59 2 64 18 48 21 24 58 8 61 3 45 19 42 11 37 27 34 32 50 16 53 56 26 40 29 35 13 51 10 1 47 17 44 22 60 6 63 62 20 46 23 41 7 57 4 33 15 49 12 54 28 38 31</p>
--	--	--	--

[Count = 368640] OK!

** Original versions were dictated by Kanji Setsuda in 2000, 2006, 2008;

Recompiled by Kanji Setsuda on July 31, 2017 with macOS Sierra 10.12.6 and Xcode 7.3; **

[Program List]

```

/** 'Composite & Complete' Magic Squares of Order 8: **
/** Making the Abstract List of Standard Solutions **
/** File 'CCMS88S.c': Dictated by Kanji Setsuda in **
/** 2005, 2006, 2008 with MacOSX and Xcode 2.2 ~ 3.0 **
/** Recompiled on July 31, 2017 by Kanji Setsuda **
/** with macOS Sierra 10.16.2 and Xcode 7.3; **
/**
/** Basic Conditions for Pan-magic Squares 8x8: **
// n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8=C ...rw1; | n1+n9+n17+n25+n33+n41+n49+n57=C ...c1;
// n1+n10+n19+n28+n37+n46+n55+n64=C ...pd1; | n8+n15+n22+n29+n36+n43+n50+n57=C ...pb8;
/** 'Composite Conditions' for Pan-magic Squares 8x8: **
// n1+n2+n9+n10=S ...c1; | n22+n23+n30+n31=S ...c22; | n43+n44+n51+n52=S ...c43;

```

```

// n2+n3+n10+n11=S ...c2; | n23+n24+n31+n32=S ...c23; | n44+n45+n52+n53=S ...c44;
// n3+n4+n11+n12=S ...c3; | n24+n17+n32+n25=S ...c24; | n45+n46+n53+n54=S ...c45;
// n4+n5+n12+n13=S ...c4; | n25+n26+n33+n34=S ...c25; | n46+n47+n54+n55=S ...c46;
// n5+n6+n13+n14=S ...c5; | n26+n27+n34+n35=S ...c26; | n47+n48+n55+n56=S ...c47;
// n6+n7+n14+n15=S ...c6; | n27+n28+n35+n36=S ...c27; | n48+n41+n56+n49=S ...c48;
// n7+n8+n15+n16=S ...c7; | n28+n29+n36+n37=S ...c28; | n49+n50+n57+n58=S ...c49;
// n8+n1+n16+n9=S ...c8; | n29+n30+n37+n38=S ...c29; | n50+n51+n58+n59=S ...c50;
// n9+n10+n17+n18=S ...c9; | n30+n31+n38+n39=S ...c30; | n51+n52+n59+n60=S ...c51;
// n10+n11+n18+n19=S ...c10; | n31+n32+n39+n40=S ...c31; | n52+n53+n60+n61=S ...c52;
// n11+n12+n19+n20=S ...c11; | n32+n25+n40+n33=S ...c32; | n53+n54+n61+n62=S ...c53;
// n12+n13+n20+n21=S ...c12; | n33+n34+n41+n42=S ...c33; | n54+n55+n62+n63=S ...c54;
// n13+n14+n21+n22=S ...c13; | n34+n35+n42+n43=S ...c34; | n55+n56+n63+n64=S ...c55;
// n14+n15+n22+n23=S ...c14; | n35+n36+n43+n44=S ...c35; | n56+n49+n64+n57=S ...c56;
// n15+n16+n23+n24=S ...c15; | n36+n37+n44+n45=S ...c36; | n57+n58+n1+n2=S ...c57;
// n16+n9+n24+n17=S ...c16; | n37+n38+n45+n46=S ...c37; | n58+n59+n2+n3=S ...c58;
// n17+n18+n25+n26=S ...c17; | n38+n39+n46+n47=S ...c38; | n59+n60+n3+n4=S ...c59;
// n18+n19+n26+n27=S ...c18; | n39+n40+n47+n48=S ...c39; | n60+n61+n4+n5=S ...c60;
// n19+n20+n27+n28=S ...c19; | n40+n33+n48+n41=S ...c40; | n61+n62+n5+n6=S ...c61;
// n20+n21+n28+n29=S ...c20; | n41+n42+n49+n50=S ...c41; | n62+n63+n6+n7=S ...c62;
// n21+n22+n29+n30=S ...c21; | n42+n43+n50+n51=S ...c42; | n63+n64+n7+n8=S ...c63;
// and n64+n57+n8+n1=S ...c64;
/** Basic Form for our Object **
// 61 62 63 64 57 58 59 60 61 62 63 64 57 58 59 60
//
// 5 6 7 8 | 1| 2| 3| 4| 5| 6| 7| 8| | 1 2 3 4 | 1 63 4 62 8 58 5 59
//
// 13 14 15 16 | 9|10|11|12|13|14|15|16| | 9 10 11 12 | 56 10 53 11 49 15 52 14
//
// 21 22 23 24 |17|18|19|20|21|22|23|24| | 17 18 19 20 | 25 39 28 38 32 34 29 35
//
// 29 30 31 32 |25|26|27|28|29|30|31|32| | 25 26 27 28 | 48 18 45 19 41 23 44 22
//
// 37 38 39 40 |33|34|35|36|37|38|39|40| | 33 34 35 36 | 57 7 60 6 64 2 61 3
//
// 45 46 47 48 |41|42|43|44|45|46|47|48| | 41 42 43 44 | 16 50 13 51 9 55 12 54
//
// 53 54 55 56 |49|50|51|52|53|54|55|56| | 49 50 51 52 | 33 31 36 30 40 26 37 27
//
// 61 62 63 64 |57|58|59|60|61|62|63|64| | 57 58 59 60 | 24 42 21 43 17 47 20 46
//
// 5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4
/** 'Complete Conditions' for Pan-magic Squares 8x8: **
// n1+n37=n2+n38=n3+n39=n4+n40=n5+n33=n6+n34=n7+n35=n8+n36=n9+n45=
// n10+n46=n11+n47=n12+n48=n13+n41=n14+n42=n15+n43=n16+n44=n17+n53=n18+n54=
// n19+n55=n20+n56=n21+n49=n22+n50=n23+n51=n24+n52=n25+n61=n26+n62=n27+n63=
// n28+n64=n29+n57=n30+n58=n31+n59=n32+n60=CC
//
#include <stdio.h>
//
/** Global Variables *
long int cnt;
long int cntr[5];
short LSM, SSM, CC, cnt2, cnt3;
short nm[65], uflg[65];
short nt05[58], nt07[54], nt09[50], nt13[42], nt17[34];
short cnm[5][65];
/** Sub-Routiens *
void stp01(void), stp02(void), stp03(void), stp04(void);
void stp05(void), stp06(void), stp07(void), stp08(void);
void stp09(void), stp10(void), stp11(void), stp12(void);
void stp13(void), stp14(void), stp15(void), stp16(void);
void stp17(void), stp18(void), stp19(void), stp20(void);
void stp21(void), stp22(void), stp23(void), stp24(void);
void stp25(void), stp26(void), stp27(void), stp28(void);
void stp29(void), stp30(void), stp31(void), stp32(void);
void stp33(void);
void ansprint(void), prans(short x);
//

```

```

/** Main Program *
int main(){
short n;
printf("//\n");
printf("/** 'Composite & Complete' Magic Squares of Order 8:\n");
printf("// Abstract List of Standard Solutions (Only a Part); **\n");
for(n=0;n<65;n++){nm[n]=0; uflg[n]=0;}
LSM=260; SSM=130; CC=65; cnt=0; cnt3=0;
stp01();      /* Begin the Calculations *
if(cnt3>0){prans(cnt3);}
printf("// [Count = %ld] OK!\n",cnt);
printf("/** Original versions were dictated by Kanji Setsuda in 2000, 2006, 2008;\n");
printf("// Recompiled by Kanji Setsuda on July 31, 2017");
printf(" with macOS Sierra 10.12.6 and Xcode 7.3; **\n");
printf("//\n");
return 0;
}
//
/** Begin the Calculations *
/** Define Level 1: *
/** Set N1 & n37 *
void stp01(){
short a,b;
for(a=1;a<32;a++){b=CC-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[1]=a; nm[37]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1; cnt2=0;
stp02();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/** Set N2 & n38 *
void stp02(){
short a,b;
for(a=64;a>0;a--){b=CC-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[2]=a; nm[38]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1; if(nm[1]<2){cnt2=0;}
stp03();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/** Set N9(<N2) & n45 *
void stp03(){
short a,b;
for(a=nm[2]-1;a>0;a--){b=CC-a;
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[9]=a; nm[45]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp04();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}
}
/** Set n10=SSM-n1-n2-n9 & n46 *
void stp04(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[9];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[37]-nm[38]-nm[45];
if(a+b==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[10]=a; nm[46]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp05();

```

```

        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set N3 & n39 *
void stp05(){
    short a,b,n,m;
    m=1;
    for(n=1;n<65;n++){if(uflg[n]==0){nt05[m]=n; m++;}}
    nt05[m]=0;
    for(n=1;n<m;n++){
        a=nt05[n]; b=CC-a;
        nm[3]=a; nm[39]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp06();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;
    }
}
/* Set n11=SSM-n2-n3-n10 & n47 *
void stp06(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[2]-nm[3]-nm[10];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[38]-nm[39]-nm[46];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[11]=a; nm[47]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp07();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
    }
}
/* Set N4 & n40 *
void stp07(){
    short a,b,n,m;
    m=1;
    for(n=1;n<65;n++){if(uflg[n]==0){nt07[m]=n; m++;}}
    nt07[m]=0;
    for(n=m-1;n>0;n--){
        a=nt07[n]; b=CC-a;
        nm[4]=a; nm[40]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp08();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;
    }
}
/* Set n12=SSM-n3-n4-n11 & n48 *
void stp08(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[3]-nm[4]-nm[11];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[39]-nm[40]-nm[47];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[12]=a; nm[48]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp09();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }
    }
}
/* Set N17 & n53 *
void stp09(){
    short a,b,n,m;
    m=1;
    for(n=1;n<65;n++){if(uflg[n]==0){nt09[m]=n; m++;}}

```

```

nt09[m]=0;
for(n=1;n<m;n++){
  a=nt09[n]; b=CC-a;
  nm[17]=a; nm[53]=b;
  uflg[a]=1; uflg[b]=1;
  stp10();
  uflg[b]=0; uflg[a]=0;
}
}
/* Set n18=SSM-n9-n10-n17 & n54 *
void stp10(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[9]-nm[10]-nm[17];
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[45]-nm[46]-nm[53];
    if(a+b==CC){
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[18]=a; nm[54]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp11();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set n19=SSM-n10-n11-n18 & n55 *
void stp11(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[10]-nm[11]-nm[18];
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[46]-nm[47]-nm[54];
    if(a+b==CC){
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[19]=a; nm[55]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp12();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set n20=SSM-n11-n12-n19 & n56 *
void stp12(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[11]-nm[12]-nm[19];
  if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[47]-nm[48]-nm[55];
    if(a+b==CC){
      if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
        nm[20]=a; nm[56]=b;
        uflg[a]=1; uflg[b]=1;
        stp13();
        uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set N25 & n61 *
void stp13(){
  short a,b,n,m;
  m=1;
  for(n=1;n<65;n++){if(uflg[n]==0){nt13[m]=n; m++;}}
  nt13[m]=0;
  for(n=m-1;n>0;n--){
    a=nt13[n]; b=CC-a;
    nm[25]=a; nm[61]=b;
    uflg[a]=1; uflg[b]=1;
    stp14();
    uflg[b]=0; uflg[a]=0;
  }
}

```



```

}
/** Set n26=SSM-n17-n18-n25 & n62 *
void stp14(){
short a,b;
a=SSM-nm[17]-nm[18]-nm[25];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[53]-nm[54]-nm[61];
if(a+b==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[26]=a; nm[62]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp15();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/** Set n27=SSM-n18-n19-n26 & n63 *
void stp15(){
short a,b;
a=SSM-nm[18]-nm[19]-nm[26];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[54]-nm[55]-nm[62];
if(a+b==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[27]=a; nm[63]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp16();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/** Set n28=SSM-n19-n20-n27 & n64(>n1) *
void stp16(){
short a,b;
a=SSM-nm[19]-nm[20]-nm[27];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[55]-nm[56]-nm[63];
if((b>nm[1])&&(a+b==CC)){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[28]=a; nm[64]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp17();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/** Define Level 2: *
/** Set N5 & n33 *
void stp17(){
short a,b,n,m;
m=1;
for(n=1;n<65;n++){if(uflg[n]==0){nt17[m]=n; m++;}}
nt17[m]=0;
for(n=1;n<m;n++){
a=nt17[n]; b=CC-a;
nm[5]=a; nm[33]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp18();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;
}
}
/** Set n6=SSM-n61-n62-n5 & n34 *
void stp18(){
short a,b;
a=SSM-nm[61]-nm[62]-nm[5];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[25]-nm[26]-nm[33];

```

```

    if(a+b==CC){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[6]=a; nm[34]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp19();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* Set n7=SSM-n62-n63-n6 & n35 *
void stp19(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[62]-nm[63]-nm[6];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[26]-nm[27]-nm[34];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[7]=a; nm[35]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp20();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n8=SSM-n63-n64-n7 & n36 & n1<n8 *
void stp20(){
    short a,b,c;
    a=SSM-nm[63]-nm[64]-nm[7];
    b=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[3]-nm[4]-nm[5]-nm[6]-nm[7];
    if((nm[1]<a)&&(a<65)&&(a==b)){
        c=SSM-nm[27]-nm[28]-nm[35];
        if(a+c==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
                nm[8]=a; nm[36]=c;
                uflg[a]=1; uflg[c]=1;
                stp21();
                uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n13=SSM-n4-n5-n12 & n41 *
void stp21(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[4]-nm[5]-nm[12];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[40]-nm[33]-nm[48];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[13]=a; nm[41]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp22();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n21=SSM-n12-n13-n20 & n49 *
void stp22(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[12]-nm[13]-nm[20];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[48]-nm[41]-nm[56];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[21]=a; nm[49]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp23();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}

```

```

}
/* Set n29=SSM-n20-n21-n28 & n57(>n1) *
void stp23(){
short a,b,c,d;
a=SSM-nm[20]-nm[21]-nm[28];
b=SSM-nm[28]-nm[36]-nm[37];
if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
c=SSM-nm[56]-nm[49]-nm[64];
d=LSSM-nm[1]-nm[9]-nm[17]-nm[25]-nm[33]-nm[41]-nm[49];
if((c>nm[1])&&(c==d)&&(a+c==CC)){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
nm[29]=a; nm[57]=c;
uflg[a]=1; uflg[c]=1;
stp24();
uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/* Set n14=SSM-n5-n6-n13 & n42 *
void stp24(){
short a,b;
a=SSM-nm[5]-nm[6]-nm[13];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[33]-nm[34]-nm[41];
if(a+b==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[14]=a; nm[42]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp25();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/* Set n15=SSM-n6-n7-n14 & n43 *
void stp25(){
short a,b;
a=SSM-nm[6]-nm[7]-nm[14];
if((0<a)&&(a<65)){
b=SSM-nm[34]-nm[35]-nm[42];
if(a+b==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
nm[15]=a; nm[43]=b;
uflg[a]=1; uflg[b]=1;
stp26();
uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/* Set n16=SSM-n7-n8-n15 & n44 *
void stp26(){
short a,b,c;
a=SSM-nm[7]-nm[8]-nm[15];
b=SSM-nm[8]-nm[1]-nm[9];
if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
c=SSM-nm[35]-nm[36]-nm[43];
if(a+c==CC){
if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
nm[16]=a; nm[44]=c;
uflg[a]=1; uflg[c]=1;
stp27();
uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
}}
}
/* Set n22=SSM-n13-n14-n21 & n50 *
void stp27(){
short a,b;
a=SSM-nm[13]-nm[14]-nm[21];

```

```

if((0<a)&&(a<65)){
    b=SSM-nm[41]-nm[42]-nm[49];
    if(a+b==CC){
        if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
            nm[22]=a; nm[50]=b;
            uflg[a]=1; uflg[b]=1;
            stp28();
            uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
        }}
}
/* Set n30=SSM-n21-n22-n29 & n58 *
void stp28(){
    short a,b,c;
    a=SSM-nm[21]-nm[22]-nm[29];
    b=SSM-nm[29]-nm[37]-nm[38];
    if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
        c=SSM-nm[49]-nm[50]-nm[57];
        if(a+c==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
                nm[30]=a; nm[58]=c;
                uflg[a]=1; uflg[c]=1;
                stp29();
                uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n23=SSM-n14-n15-n22 & n51 *
void stp29(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[14]-nm[15]-nm[22];
    if((0<a)&&(a<65)){
        b=SSM-nm[42]-nm[43]-nm[50];
        if(a+b==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[b]==0)){
                nm[23]=a; nm[51]=b;
                uflg[a]=1; uflg[b]=1;
                stp30();
                uflg[b]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n31=SSM-n22-n23-n30 & n59 *
void stp30(){
    short a,b,c;
    a=SSM-nm[22]-nm[23]-nm[30];
    b=SSM-nm[30]-nm[38]-nm[39];
    if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
        c=SSM-nm[50]-nm[51]-nm[58];
        if(a+c==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
                nm[31]=a; nm[59]=c;
                uflg[a]=1; uflg[c]=1;
                stp31();
                uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
            }}
}
/* Set n24=SSM-n15-n16-n23 & n52 *
void stp31(){
    short a,b,c;
    a=SSM-nm[15]-nm[16]-nm[23];
    b=SSM-nm[16]-nm[9]-nm[17];
    if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
        c=SSM-nm[43]-nm[44]-nm[51];
        if(a+c==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
                nm[24]=a; nm[52]=c;

```

```

        uflg[a]=1; uflg[c]=1;
        stp32();
        uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
    }}
}
/* Set n32=SSM-n23-n24-n31 & n60 */
void stp32(){
    short a,b,c;
    a=SSM-nm[23]-nm[24]-nm[31];
    b=SSM-nm[24]-nm[17]-nm[25];
    if((0<a)&&(a<65)&&(a==b)){
        c=SSM-nm[51]-nm[52]-nm[59];
        if(a+c==CC){
            if((uflg[a]==0)&&(uflg[c]==0)){
                nm[32]=a; nm[60]=c;
                uflg[a]=1; uflg[c]=1;
                stp33();
                uflg[c]=0; uflg[a]=0;}
            }}
    }
//
/* Check Line-Sums */
void stp33(){
    short sm1,sm2,sm3,sm4;
    sm1=nm[31]+nm[32]+nm[39]+nm[40];
    sm2=nm[32]+nm[25]+nm[40]+nm[33];
    sm3=nm[1]+nm[10]+nm[19]+nm[28]+nm[37]+nm[46]+nm[55]+nm[64];
    sm4=nm[8]+nm[15]+nm[22]+nm[29]+nm[36]+nm[43]+nm[50]+nm[57];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==LSM)&&(sm4==LSM)){ansprint();}
}
//
/* Print The Answers */
void ansprint(){
    short n;
    cnt++; cnt2++;
    if(cnt2==1){
        cnt3[cnt]=cnt; cnt3[cnt+1]=0;
        for(n=1;n<65;n++){cnm[cnt3][n]=nm[n];}
        cnt3++; if(cnt3==4){prans(cnt3); cnt3=0;}
    }
}
//
/* Print 4 Answers */
void prans(short x){
    short c,n,m,m8;
    printf("//");
    for(c=0;c<x;c++){
        printf("%24ld#",cnt3[c]);
        if(c+1<x){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
    for(m=0;m<8;m++){m8=m*8;
        printf("//");
        for(c=0;c<x;c++){
            printf(" ");
            for(n=1;n<9;n++){printf("%3d",cnm[c][m8+n]);}
            if(c+1<x){printf(" ");}
        }
        printf("\n");
    }
}
//
// End_Of_File

```