

第6章：多次元超立体魔方陣の研究-II：摂田 寛二

第3節：六次元超立体二方陣の構成と分解（2013年改訂版）

0. 次の実験は、六次元の超立体二方陣の構成だ。2×2×2×2×2×2の配列を用意し、そこに1~64の自然数を全個重複無く欠落無く用いて魔方陣を構成する。

何故にこんな無茶をするのかと言うと、実は狙いは他にあり、異なった次元の魔方陣の間に何とか構造的関連を見出したいからである。立方体四方陣や正方形八方陣の知られざる構造をどうしても明らかにしたいからだ。

1. 六次元魔方陣ともなると、どんな形なのか想像することさえ難しいが、感覚し難いところは、低次元分解図など様々な知的方法で補いながら概念を構成して行くほかはない。

六次元と言うからには、n1の周辺には6個もの隣り合う数がある。それを乗せた6本もの座標軸がn1に集まる。それだけは、わかっている。

その他に主対角線もある。それらが一体どんなふうに「直交する」というのだろうか。

しかし、今は余計な想像はしなくてもよい。我々はここで物理学をやるわけではないのである。複雑な構造の簡単な数値データを扱うのみ。我々の今なすべきことは、n1に隣り合う数のいずれに対しても「平等な扱い」をしなければならない、ということだ。

何故に次元を高める必要があるのかと言うと、そうすることによって数学的対称性の高い「原型」を知って、どことどの関連性が高いかを根源から知りたい。複雑な現象をより統一的に扱い、孤立した現象群を相互に関連あるものとして捉えたいからである。

具体的には、現実の立方体四方陣や正方形八方陣が何故にそういう形になってしまうのか、その存在理由・根本原因を知りたいのである。

2. 低次元に展開した「分解図」は、可能な限り何種類も用意する。

図1 [2×2×16 分解図]

	1	2																
1	<table border="1"> <tr><td>1—5</td><td>9—13</td></tr> <tr><td>2—6</td><td>10—14</td></tr> <tr><td>3—7</td><td>11—15</td></tr> <tr><td>4—8</td><td>12—16</td></tr> </table>	1—5	9—13	2—6	10—14	3—7	11—15	4—8	12—16	<table border="1"> <tr><td>33—37</td><td>41—45</td></tr> <tr><td>34—38</td><td>42—46</td></tr> <tr><td>35—39</td><td>43—47</td></tr> <tr><td>36—40</td><td>44—48</td></tr> </table>	33—37	41—45	34—38	42—46	35—39	43—47	36—40	44—48
1—5	9—13																	
2—6	10—14																	
3—7	11—15																	
4—8	12—16																	
33—37	41—45																	
34—38	42—46																	
35—39	43—47																	
36—40	44—48																	
2	<table border="1"> <tr><td>17—21</td><td>25—29</td></tr> <tr><td>18—22</td><td>26—30</td></tr> <tr><td>19—23</td><td>27—31</td></tr> <tr><td>20—24</td><td>28—32</td></tr> </table>	17—21	25—29	18—22	26—30	19—23	27—31	20—24	28—32	<table border="1"> <tr><td>49—53</td><td>57—61</td></tr> <tr><td>50—54</td><td>58—62</td></tr> <tr><td>51—55</td><td>59—63</td></tr> <tr><td>52—56</td><td>60—64</td></tr> </table>	49—53	57—61	50—54	58—62	51—55	59—63	52—56	60—64
17—21	25—29																	
18—22	26—30																	
19—23	27—31																	
20—24	28—32																	
49—53	57—61																	
50—54	58—62																	
51—55	59—63																	
52—56	60—64																	

例えば、左図1~4のような分解図が可能であるが、最初は少しでも超立体の感触を残す図1を主に考察する。

図1の4つのセルには、四次元超立体二方陣が入っている。この形は、既におなじみのものなので、やってやれないことは無さそうだ。

二方陣と言うからには、基本は2×2×2の立方体をイメージする。それが何重にも重なって見えるのだと思ってほしい。様々な色彩のものが……。

対応する4点の間には、足すと和が等しくなると言う特徴を持たせる。

次の図2~4のような分解図も使う。低次元にダウン・コンバートした時に、数の移動・配置をわかりやすくするためである。

図2 [4×2×8 分解図]

1—2	3—4	33—34	35—36
17—18	19—20	49—50	51—52
5—6	7—8	37—38	39—40
21—22	23—24	53—54	55—56
9—10	11—12	41—42	43—44
25—26	27—28	57—58	59—60
13—14	15—16	45—46	47—48
29—30	31—32	61—62	63—64

分解図が正しく働くかどうか、簡単なチェックをする。補数の定和と対称配置を調べる。

$$\begin{aligned}
 n1 + n64 &= \\
 n2 + n63 &= n3 + n62 = n4 + n61 = \\
 n5 + n60 &= n6 + n59 = n7 + n58 = \\
 n8 + n57 &= \dots\dots\dots n30 + n35 = \\
 n31 + n34 &= n32 + n33 = 65
 \end{aligned}$$

が、全空間内ではたして点対称の位置にあるかどうかを調べてほしい。

この特徴は、我々が魔方陣を構成する時にも残す。つまり、最初から「補数対称型」方陣の構成を目指す。

図3: [4 × 4 × 4 分解図: 立方体四方陣]

1	2	3	4					
17	18	19	20					
5 33	6 34	7 35	8 36					
21	49	22	50	23	51	24	52	
9 37	10	38	11	39	12	40		
25	53	26	54	27	55	28	56	
13	41	14	42	15	43	16	44	
29	57	30	58	31	59	32	60	
45		46	47	48		49	50	
61	62	63	64					

図4: [8 × 8 分解図: 正方形八方陣]

1	2	3	4	17	18	19	20
5	6	7	8	21	22	23	24
9	10	11	12	25	26	27	28
13	14	15	16	29	30	31	32
33	34	35	36	49	50	51	52
37	38	39	40	53	54	55	56
41	42	43	44	57	58	59	60
45	46	47	48	61	62	63	64

3. 二方陣であるから、もちろん全行全列全柱定和など隣り合う2数の和を等しくするわけには行かない。そのかわりに「頂点連結正方四数」や「直列四数」の定和を広範囲に追求する。対応項にも連結四数の定和という拡張条件を付ける。

それで、いったいどんな魔方陣が出来るであろうか。

まず、具体的にどのような条件を付与して設計したらよいか。

それを知るためには、対応する項がどれとどれであるかを先ず識別する必要がある。

図2の8個の立方体は、元々は1つの超立方体を次元分解して無理にも8個に描いたものである。だから、(n1, n3, n33, n35, n9, n11, n41, n43)の8点は、お互いに対応する点と言える。

中でも(n1, n9, n33, n41)は、リーダー的役割を担っている。対応の度合いが強い。

(n3, n11, n35, n43)の4点は、サブリーダー格である。

それらをわきまえた上で、具体的に式を記述する。

(1) 先ず「補数定和」の条件を決める。65の補数ペアを32組作り、点対称に配置できるかどうかチェックする。

具体的には、 $n_{64}=65-n_1$; $n_{63}=65-n_2$; $n_{62}=65-n_3$; $n_{61}=65-n_4$; $n_{60}=65-n_5$; ……; $n_{35}=65-n_{30}$; $n_{34}=65-n_{31}$; $n_{33}=65-n_{32}$ が、自然に成り立つかどうかを調べる。

(2) 図2の8個の立方体の各面で「頂点連結正方四数の定和」が成り立つものとする。

8 × 6 = 48 面あるから、連結条件の定和式も48本出来る。ただし、(1)によって補数の相手は自動的に決まるから、実際には24式を立てるだけで事が足りる。

$$\begin{aligned}
 n_1 + n_2 + n_5 + n_6 &= 130; & n_1 + n_2 + n_{17} + n_{18} &= 130; & n_1 + n_5 + n_{17} + n_{21} &= 130; \\
 n_2 + n_6 + n_{18} + n_{22} &= 130; & n_5 + n_6 + n_{21} + n_{22} &= 130; & n_{17} + n_{18} + n_{21} + n_{22} &= 130; \dots mq11 \\
 n_3 + n_4 + n_7 + n_8 &= 130; & n_3 + n_4 + n_{19} + n_{20} &= 130; & n_3 + n_7 + n_{19} + n_{23} &= 130; \\
 n_4 + n_8 + n_{20} + n_{24} &= 130; & n_7 + n_8 + n_{23} + n_{24} &= 130; & n_{19} + n_{20} + n_{23} + n_{24} &= 130; \dots mq21 \\
 n_9 + n_{10} + n_{13} + n_{14} &= 130; & n_9 + n_{10} + n_{25} + n_{26} &= 130; & n_9 + n_{13} + n_{25} + n_{29} &= 130; \\
 n_{10} + n_{14} + n_{26} + n_{30} &= 130; & n_{13} + n_{14} + n_{29} + n_{30} &= 130; & n_{25} + n_{26} + n_{29} + n_{30} &= 130; \dots mq12 \\
 n_{11} + n_{12} + n_{15} + n_{16} &= 130; & n_{11} + n_{12} + n_{27} + n_{28} &= 130; & n_{11} + n_{15} + n_{27} + n_{31} &= 130; \\
 n_{12} + n_{16} + n_{28} + n_{32} &= 130; & n_{15} + n_{16} + n_{31} + n_{32} &= 130; & n_{27} + n_{28} + n_{31} + n_{32} &= 130; \dots mq22
 \end{aligned}$$

(3) これだけでは足りない。いかにも六次元らしい等式群を追加しなければならない。対応する異次元の点と点を頂点連結正方四数もしくは直列四数の定和式で結び付ける。

1	2	3	4	33	34	35	36	$n_1 + n_3 + n_{33} + n_{35} = 130;$
17	18	19	20	49	50	51	52	$n_1 + n_9 + n_{33} + n_{41} = 130;$
5	6	7	8	37	38	39	40	$n_1 + n_{17} + n_3 + n_{19} = 130;$
21	22	23	24	53	54	55	56	$n_1 + n_{17} + n_9 + n_{25} = 130;$
9	10	11	12	41	42	43	44	$n_1 + n_{17} + n_{33} + n_{49} = 130;$
25	26	27	28	57	58	59	60	$n_1 + n_5 + n_3 + n_7 = 130;$
13	14	15	16	45	46	47	48	$n_1 + n_5 + n_9 + n_{13} = 130;$
29	30	31	32	61	62	63	64	$n_1 + n_5 + n_{33} + n_{37} = 130;$
$n_1 + n_2 + n_9 + n_{10} = 130;$	$n_1 + n_2 + n_{33} + n_{34} = 130;$	$n_1 + n_3 + n_9 + n_{11} = 130;$						

$$n_{17} + n_{21} + n_{25} + n_{29} = 130; \dots \text{ など。}$$

式が何本も立つ。しかし、(1)の補数定和によって、右半分は左半分によって自動的に定義されてしまうから、扱いに困る程そう沢山あるわけではない。根気良さがす。

n_1 に隣り合うはずの6数に対しては、必ず頂点連結正方四数もしくは直列四数の定和式を関わらせるようにする。

では、その n_1 に「隣り合う6数」とは何か。 n_2 , n_5 や n_{17} は、すぐにわかる。

古典的表記/		/二進数表記	
1-----2	3-----4	00000	00001 00010 00011
17-----+18	19-----+20	01000	+01001 010010 010011
33-----+34	35-----+36	10000	+10001 100010 100011
49-----+50	51-----+52	11000	+11001 110010 110011
5-----6	7-----8	00010	000101 000110 000111
21-----+22	23-----+24	01010	+01011 010110 010111
37-----+38	39-----+40	10010	+10011 100110 100111
53-----+54	55-----+56	11010	+11011 110110 110111
9-----10	11-----12	00100	001001 001010 001011
25-----+26	27-----+28	01100	+01101 011010 011011
41-----+42	43-----+44	10100	+10101 101010 101011
57-----+58	59-----+60	11100	+11101 111010 111011
13-----14	15-----16	00110	001101 001110 001111
29-----+30	31-----+32	01110	+01111 011110 011111
45-----+46	47-----+48	10110	+10111 101110 101111
61-----+62	63-----+64	11110	+11111 111110 111111

あとの3つは、 n_3 , n_9 と n_{33} だ。これは、二進数にして考えるとわかりやすい。ただし、1を引いてから二進法分解すること。原点00000(□)に1を置いたためだ。

1: 00000(□)の隣の数、2: 00001(□), 3: 00010(□), 5: 000100(□), 9: 001000(□), 17: 010000(□), 33: 100000(□)だ。

六次元系では、二進法で見て原点の00000(□)に対してどこか1つが違えば良い。位取りは関係ないのだ。「隣の位置」に本来優劣は無いのだから。

n_{41} [: 101000(□)] は、どう扱うべきか。迷うところだが、 $n_{41} = 65 - n_{24}$ の式に任せて従属変数のままとする。 n_{24} の値が決まれば、 n_{41} は自動的に決まるからだ。

4. 楽天的に構えてプログラム・コーディングを始めたら、意外にすんなりと書き通すことができた。ただし、変数が多いし、等和式も多いから、やたらに長いプログラムになる。心配した計算速度は、意外に速い。さすがは「正方連結型」である。

ただし、今回もまた不等式の立て方では悩んだ。反転・回転形の重複計数を防ごうと、急所にあれこれ立てると、一番厳しい場合で、 $n_2 > n_3 > n_5 > n_9 > n_{17} > n_{33}$

そう立てると、大基本解を1個しか解を出力しない($n_1 = 1$ の標準形で調べている)。

これでは、何が何だかわからないので、不等式をゆるめて、反転形・回転形・派生形をあえて出力させる。例えば $n_2 > n_5 > n_{17} > n_{33}$, $n_2 > n_3$, $n_5 > n_9$ とすると、15個の解が出る。

果たしてその時に六次元の座標軸はどう表現されているであろうか。

次ページの基本解のリストを見てほしい。総数15個のバージョンを示す。

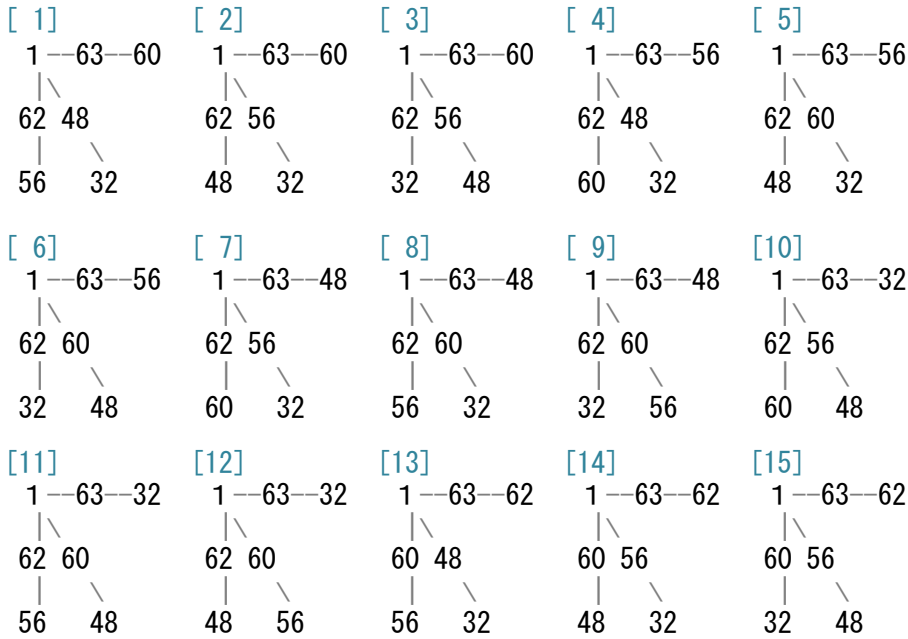
その前に今ここでは n_1 の周辺に注目して隣り合う6数の現れ方をチェックしよう。

下に示すのは、分解図 $4 \times 4 \times 4$ の立方体四方陣図で1の隣の6数を抽出したものだ。立方体には、本来座標軸が3本しかないが、その3軸を6数が2数ずつに別れてうまく共有していることがわかる。その有り様を見てほしい。美しい構造だ。

具体的に言うと、この魔方陣では1の隣に来ることができる数値は(32, 48, 56, 60, 62, 63)の6個に限られる。それらが6つのポジションに入れ替わり立ち替わりして現れる。それらの6数は、他の場所には行かない。他の数はここには来れない。

排他的なポジションの中での話だが、6数の配置は自由でどこに来てても良い。

* 座標軸に現れた6数 *

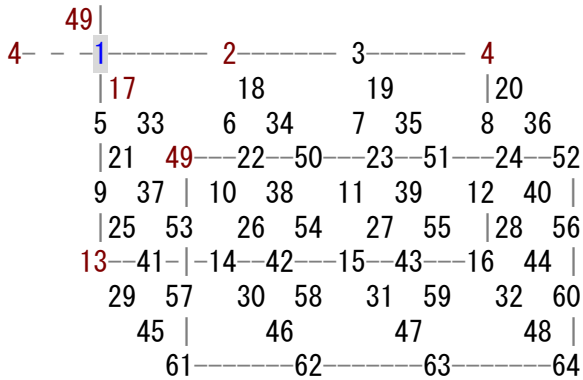


つまり、6数の資格は平等なのだ（それは、解集合を大きくして720個ぐらいにして調べれば、もっと良くわかる）。

以上をもって、六次元が平等に扱われている証左と考えたい。

どうやら我々は、六次元の超立体二方阵の構成に成功したと考えられる。

13 図3 [完全立方体四方陣]



「n1の隣がn2と言うのはわかるが、n3もn9もn33も隣と言うのはわからない。立方体四方陣ではもはや隣でも何でもないではないか」そう思われる人も居るかもしれない。

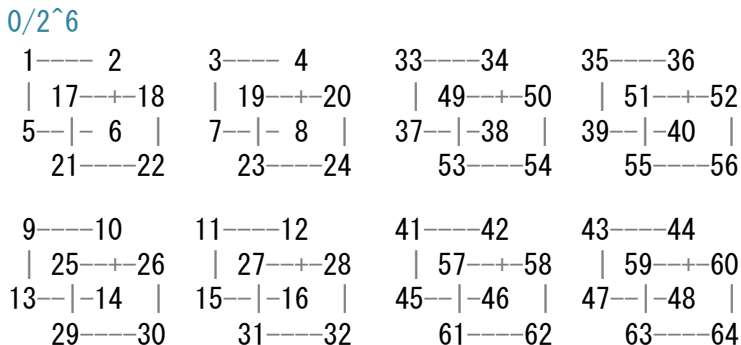
三次元対称型立体四方陣では、n2とn3を含む列/行/柱はいつでも交換が可能で、自由にn1の隣に来るのである。それは(n5, n9)でも、(n17, n33)でも同様だ。

完全型立体方阵では、左図の如く(n2, n4), (n5, n13), (n17, n49)が相互に交換可能。方阵拡張図でn1の反対側の隣に来る。

5. 基本解15個のリストを新しく作るにあたり、基本図をp.1の2番目と同じにした。

そして、上中段に2種類の分解図を載せた上で、下段には対称型を完全型に変換した図も添付するようにした。

** 新しい基本図 **



[分解図：三次元立方体対称四方陣],	[分解図：二次元正方形対称八方陣]
1-----2-----3-----4	SC4 ³ /8 ²
17 18 19 20	1 2 3 4 17 18 19 20
5 33 6 34 7 35 8 36	5 6 7 8 21 22 23 24
21 49---22---50---23---51---24---52	9 10 11 12 25 26 27 28
9 37 10 38 11 39 12 40	13 14 15 16 29 30 31 32
25 53 26 54 27 55 28 56	33 34 35 36 49 50 51 52
13---41--- 14---42---15---43---16 44	37 38 39 40 53 54 55 56
29 57 30 58 31 59 32 60	41 42 43 44 57 58 59 60
45 46 47 48	45 46 47 48 61 62 63 64
61-----62-----63-----64	

[変換図：三次元立方体完全四方陣],	[変換図：二次元正方形完全八方陣]
1-----2-----4-----3	CC4 ³ /8 ²
17 18 20 19	1 2 4 3 29 30 32 31
5 49 6 50 8 52 7 51	5 6 8 7 25 26 28 27
21 33---22---34---24---36---23---35	13 14 16 15 17 18 20 19
13 53 14 54 16 56 15 55	9 10 12 11 21 22 24 23
29 37 30 38 32 40 31 39	36 35 33 34 64 63 61 62
9---61--- 10---62---12---64---11 63	40 39 37 38 60 59 57 58
25 45 26 46 28 48 27 47	48 47 45 46 52 51 49 50
57 58 60 59	44 43 41 42 56 55 53 54
41-----42-----44-----43	

今のゴールは中段の2つの「補数対称型」の魔方陣だが、真の目的は実は下段にある。というのは、解集合が15個の要素を持つのは「正方連結完全立体四方陣」の補数65型タイプと同じだからである。その解集合とぜひ比較対照させて見たい。

果たしてわが六次元超立体二方陣は、「正方連結完全立体四方陣」たり得るであろうか。

最終段の三次元分解図の立方体四方陣が「正方連結型」かどうかをチェックする時は、

$$\begin{aligned}
 n1+n2+n5+n6=130; & \quad n5+n6+n13+n14=130; & \quad n13+n14+n9+n10=130; \\
 n1+n2+n17+n18=130; & \quad n17+n18+n49+n50=130; & \quad n49+n50+n33+n34=130; \\
 n1+n17+n5+n21=130; & \quad n5+n21+n13+n29=130; & \quad n13+n29+n9+n25=130; \\
 \dots\dots & & \\
 n2+n4+n6+n8=130; & \quad n2+n4+n18+n20=130; & \quad n2+n18+n6+n22=130; \\
 \dots\dots & &
 \end{aligned}$$

が成り立つかどうかを調べに行く。

そのうえで立方体の全行全列全柱定和が成り立っているか。汎対角線定和が成り立っているかも、実際に調べてみてほしい。

立方体の主対角線に平行に走る汎対角線は、

$$n1+n22+n64+n43=130; \quad n2+n24+n63+n41=130; \quad n5+n30+n60+n35=130; \dots\dots$$

を調べるのだが、実はこれらは、

$$\begin{aligned}
 n1+n22+n64+n43 &= (n1+n64) + (n22+n43) = 65+65=130; \\
 n2+n24+n63+n41 &= (n2+n63) + (n24+n41) = 65+65=130; \\
 n5+n30+n60+n35 &= (n5+n60) + (n30+n35) = 65+65=130; \\
 \dots\dots &
 \end{aligned}$$

など、必ず65の補数2ペアで構成されている。つまり、これは「完全型」なのである。

15個全てについて調べて、どれも正方連結完全立体四方陣であることを確かめよう。

さて、その15個の基本解のリストは、次の通りである。

**** 六次元超立体二方陣の基本解と次元変換・型変換した解15個のリスト ****

(Under $n1=1, n2>n5>n17, n2>n3, n5>n9, n17>n33$)

1/2^6

1---63	60--- 6	32---34	37---27
48---+18	21---+43	49---+15	12---+54
62-- - 4	7-- -57	35-- -29	26-- -40
19---45	42---24	14---52	55--- 9

56---10	13---51	41---23	20---46
25---+39	36---+30	8---+58	61---+ 3
11-- -53	50-- -16	22-- -44	47-- -17
38---28	31---33	59--- 5	2---64

1-----63-----60----- 6	SC4^3/8^2
48----- 18----- 21----- 43	1 63 60 6 48 18 21 43
62 32 4 34 7 37 57 27	62 4 7 57 19 45 42 24
19 49---45---15---42---12---+24---54	56 10 13 51 25 39 36 30
56 35 10 29 13 26 51 40	11 53 50 16 38 28 31 33
25 14 39 52 36 55 30 9	32 34 37 27 49 15 12 54
11---41-- -53---23---50---20---16 46	35 29 26 40 14 52 55 9
38 8 28 58 31 61 33 3	41 23 20 46 8 58 61 3
22 44 47 17	22 44 47 17 59 5 2 64
59----- 5----- 2-----64	

1-----63----- 6-----60	CC4^3/8^2
48----- 18----- 43----- 21	1 63 6 60 38 28 33 31
62 49 4 15 57 54 7 12	62 4 57 7 25 39 30 36
19 32---45---34---24---27---+42---37	11 53 16 50 48 18 43 21
11 14 53 52 16 9 50 55	56 10 51 13 19 45 24 42
38 35 28 29 33 40 31 26	27 37 32 34 64 2 59 5
56---59-- -10--- 5---51---64---13 2	40 26 35 29 3 61 8 58
25 22 39 44 30 17 36 47	17 47 22 44 54 12 49 15
8 58 3 61	46 20 41 23 9 55 14 52
41-----23-----46-----20	

2/2^6

1---63	60--- 6	32---34	37---27
56---+10	13---+51	41---+23	20---+46
62-- - 4	7-- -57	35-- -29	26-- -40
11---53	50---16	22---44	47---17

48---18	21---43	49---15	12---54
25---+39	36---+30	8---+58	61---+ 3
19-- -45	42-- -24	14-- -52	55-- - 9
38---28	31---33	59--- 5	2---64

1-----63-----60----- 6	SC4^3/8^2
56----- 10----- 13----- 51	1 63 60 6 56 10 13 51
62 32 4 34 7 37 57 27	62 4 7 57 11 53 50 16
11 41---53---23---50---20---+16---46	48 18 21 43 25 39 36 30
48 35 18 29 21 26 43 40	19 45 42 24 38 28 31 33
25 22 39 44 36 47 30 17	32 34 37 27 41 23 20 46
19---49-- -45---15---42---12---24 54	35 29 26 40 22 44 47 17
38 8 28 58 31 61 33 3	49 15 12 54 8 58 61 3
14 52 55 9	14 52 55 9 59 5 2 64
59----- 5----- 2-----64	

1-----63-----6-----60 CC4^3/8^2

56	10	51	13	1 63	6 60	38 28	33 31
62 41	4 23	57 46	7 20	62 4	57 7	25 39	30 36
11	32-53	34-16	27-50	37	19 45	24 42	56 10
19 22	45	44 24	17 42	47	48	18 43	21 11
38	35 28	29 33	40	31	26	27 37	32 34
48-59	18-5	43-64	21	2	40	26 35	29 3
25 14	39 52	30 9	36	55	9 55	14 52	46 20
8	58	3	61	54	12 49	15 17	47 22
49-----	15-----	54-----	12				

3/2^6

1---63	60---6	48---18	21---43
56---10	13---51	25---39	36---30
62- -4	7- -57	19- -45	42- -24
11---53	50---16	38---28	31---33

32---34	37---27	49---15	12---54
41---23	20---46	8---58	61---3
35- -29	26- -40	14- -52	55- -9
22---44	47---17	59---5	2---64

1-----63-----60-----6 SC4^3/8^2

56	10	13	51	1 63	60 6	56 10	13 51
62 48	4 18	7 21	57 43	62 4	7 57	11 53	50 16
11	25-53	39-50	36-16	30	32 34	37 27	41 23
32 19	34	45 37	42 27	24	35	29 26	40 22
41	38 23	28 20	31	46	33	48 18	21 43
35-49	29-15	26-12	40	54	19	45 42	24 38
22 8	44 58	47 61	17	3	49 15	12 54	8 58
14	52	55	9	14	52 55	9 59	5 2
59-----	5-----	2-----	64				

1-----63-----6-----60 CC4^3/8^2

56	10	51	13	1 63	6 60	22 44	17 47
62 25	4 39	57 30	7 36	62 4	57 7	41 23	46 20
11	48-53	18-16	43-50	21	35 29	40 26	56 10
35 38	29	28 40	33 26	31	32	34 27	37 11
22	19 44	45 17	24	47	42	43 21	48 18
32-59	34-5	27-64	37	2	24	42 19	45 3
41 14	23 52	46 9	20	55	9 55	14 52	30 36
8	58	3	61	54	12 49	15 33	31 38
49-----	15-----	54-----	12				

4/2^6

1---63	56---10	32---34	41---23
48---18	25---39	49---15	8---58
62- -4	11- -53	35- -29	22- -44
19---45	38---28	14---52	59---5

60---6	13---51	37---27	20---46
21---43	36---30	12---54	61---3
7- -57	50- -16	26- -40	47- -17
42---24	31---33	55---9	2---64

1-----63-----56-----10	SC4^3/8^2
48 18 25 39	1 63 56 10 48 18 25 39
62 32 4 34 11 41 53 23	62 4 11 53 19 45 38 28
19 49-45-15-38- 8-+28-58	60 6 13 51 21 43 36 30
60 35 6 29 13 22 51 44	7 57 50 16 42 24 31 33
21 14 43 52 36 59 30 5	32 34 41 23 49 15 8 58
7-37- 57-27-50-20-16 46	35 29 22 44 14 52 59 5
42 12 24 54 31 61 33 3	37 27 20 46 12 54 61 3
26 40 47 17	26 40 47 17 55 9 2 64
55-----9-----2-----64	

1-----63-----10-----56	CC4^3/8^2
48 18 39 25	1 63 10 56 42 24 33 31
62 49 4 15 53 58 11 8	62 4 53 11 21 43 30 36
19 32-45-34-28-23-+38-41	7 57 16 50 48 18 39 25
7 14 57 52 16 5 50 59	60 6 51 13 19 45 28 38
42 35 24 29 33 44 31 22	23 41 32 34 64 2 55 9
60-55- 6- 9-51-64-13 2	44 22 35 29 3 61 12 54
21 26 43 40 30 17 36 47	17 47 26 40 58 8 49 15
12 54 3 61	46 20 37 27 5 59 14 52
37-----27-----46-----20	

5/2^6

1---63 56---10 32---34 41---23
60-+- 6 13-+-51 37-+-27 20-+-46
62- - 4 11- -53 35- -29 22- -44
7---57 50---16 26---40 47---17
48---18 25---39 49---15 8---58
21-+-43 36-+-30 12-+-54 61-+- 3
19- -45 38- -28 14- -52 59- - 5
42---24 31---33 55--- 9 2---64

1-----63-----56-----10	SC4^3/8^2
60 6 13 51	1 63 56 10 60 6 13 51
62 32 4 34 11 41 53 23	62 4 11 53 7 57 50 16
7 37-57-27-50-20-+16-46	48 18 25 39 21 43 36 30
48 35 18 29 25 22 39 44	19 45 38 28 42 24 31 33
21 26 43 40 36 47 30 17	32 34 41 23 37 27 20 46
19-49- 45-15-38- 8-28 58	35 29 22 44 26 40 47 17
42 12 24 54 31 61 33 3	49 15 8 58 12 54 61 3
14 52 59 5	14 52 59 5 55 9 2 64
55-----9-----2-----64	

1-----63-----10-----56	CC4^3/8^2
60 6 51 13	1 63 10 56 42 24 33 31
62 37 4 27 53 46 11 20	62 4 53 11 21 43 30 36
7 32-57-34-16-23-+50-41	19 45 28 38 60 6 51 13
19 26 45 40 28 17 38 47	48 18 39 25 7 57 16 50
42 35 24 29 33 44 31 22	23 41 32 34 64 2 55 9
48-55- 18- 9-39-64-25 2	44 22 35 29 3 61 12 54
21 14 43 52 30 5 36 59	5 59 14 52 46 20 37 27
12 54 3 61	58 8 49 15 17 47 26 40
49-----15-----58----- 8	

6/2^6

```

1---63      56---10      48---18      25---39
| 60---+ 6  | 13---+51      | 21---+43      | 36---+30
62--|- 4  | 11--|-53      | 19--|-45      | 38--|-28      |
   7---57      50---16      42---24      31---33

```

```

32---34      41---23      49---15      8---58
| 37---+27   | 20---+46      | 12---+54      | 61---+ 3
35--|-29      | 22--|-44      | 14--|-52      | 59--|- 5      |
   26---40      47---17      55--- 9      2---64

```

```

1-----63-----56-----10      SC4^3/8^2
| 60          6          13          | 51          1 63 56 10 60 6 13 51
62 48      4 18      11 25      53 39      62 4 11 53 7 57 50 16
| 7 21---57---43---50---36---+16---30  32 34 41 23 37 27 20 46
32 19 | 34 45 41 38 23 28 | 35 29 22 44 26 40 47 17
| 37 42 27 24 20 31 | 46 33 48 18 25 39 21 43 36 30
35---49-|-29---15---22--- 8---44 58 | 19 45 38 28 42 24 31 33
   26 12 40 54 47 61 17 3 49 15 8 58 12 54 61 3
   14 | 52 59 5 | 14 52 59 5 55 9 2 64
   55----- 9----- 2-----64

```

```

1-----63-----10-----56      CC4^3/8^2
| 60          6          51          | 13          1 63 10 56 26 40 17 47
62 21      4 43      53 30      11 36      62 4 53 11 37 27 46 20
| 7 48---57---18---16---39---+50---25  35 29 44 22 60 6 51 13
35 42 | 29 24 44 33 22 31 | 32 34 23 41 7 57 16 50
| 26 19 40 45 17 28 | 47 38 39 25 48 18 64 2 55 9
32---55-|-34--- 9---23---64---41  2 | 28 38 19 45 3 61 12 54
   37 14 27 52 46 5 20 59 5 59 14 52 30 36 21 43
   12 | 54 3 61 | 58 8 49 15 33 31 42 24
   49-----15-----58----- 8

```

7/2^6

```

1---63      48---18      32---34      49---15
| 56---+10   | 25---+39      | 41---+23      | 8---+58
62--|- 4  | 19--|-45      | 35--|-29      | 14--|-52      |
   11---53      38---28      22---44      59--- 5

```

```

60--- 6      21---43      37---27      12---54
| 13---+51   | 36---+30      | 20---+46      | 61---+ 3
7--|-57      | 42--|-24      | 26--|-40      | 55--|- 9      |
   50---16      31---33      47---17      2---64

```

```

1-----63-----48-----18      SC4^3/8^2
| 56          10          25          | 39          1 63 48 18 56 10 25 39
62 32      4 34      19 49      45 15      62 4 19 45 11 53 38 28
| 11 41---53---23---38--- 8---+28---58  60 6 21 43 13 51 36 30
60 35 | 6 29 21 14 43 52 | 7 57 42 24 50 16 31 33
| 13 22 51 44 36 59 | 30 5 32 34 49 15 41 23 8 58
7---37-|-57---27---42---12---24 54 | 35 29 14 52 22 44 59 5
   50 20 16 46 31 61 33 3 37 27 12 54 20 46 61 3
   26 | 40 55 9 | 26 40 55 9 47 17 2 64
   47-----17----- 2-----64

```

1-----63-----18-----48 CC4^3/8^2
 | 56 10 39 | 25 1 63 18 48 50 16 33 31
 62 41 4 23 45 58 19 8 62 4 45 19 13 51 30 36
 | 11 32---53---34---28---15---38---49 7 57 24 42 56 10 39 25
 7 22 | 57 44 24 5 42 59 | 60 6 43 21 11 53 28 38
 | 50 35 16 29 33 52 | 31 14 15 49 32 34 64 2 47 17
 60---47---| 6---17---43---64---21 2 | 52 14 35 29 3 61 20 46
 13 26 51 40 30 9 36 55 9 55 26 40 58 8 41 23
 20 | 46 3 61 | 54 12 37 27 5 59 22 44
 37-----27-----54-----12

8/2^6

1---63 48---18 32---34 49---15
 | 60---+ 6 | 21---+43 | 37---+27 | 12---+54
 62-|- 4 | 19-|-45 | 35-|-29 | 14-|-52 |
 7---57 42---24 26---40 55---9

 56---10 25---39 41---23 8---58
 | 13---+51 | 36---+30 | 20---+46 | 61---+ 3
 11-|-53 | 38-|-28 | 22-|-44 | 59-|- 5 |
 50---16 31---33 47---17 2---64

1-----63-----48-----18 SC4^3/8^2
 | 60 6 21 | 43 1 63 48 18 60 6 21 43
 62 32 4 34 19 49 45 15 62 4 19 45 7 57 42 24
 | 7 37---57---27---42---12---24---54 56 10 25 39 13 51 36 30
 56 35 | 10 29 25 14 39 52 | 11 53 38 28 50 16 31 33
 | 13 26 51 40 36 55 | 30 9 32 34 49 15 37 27 12 54
 11---41-|-53---23---38---8---28 58 | 35 29 14 52 26 40 55 9
 50 20 16 46 31 61 33 3 41 23 8 58 20 46 61 3
 22 | 44 59 5 | 22 44 59 5 47 17 2 64
 47-----17-----2-----64

1-----63-----18-----48 CC4^3/8^2
 | 60 6 43 | 21 1 63 18 48 50 16 33 31
 62 37 4 27 45 54 19 12 62 4 45 19 13 51 30 36
 | 7 32---57---34---24---15---42---49 11 53 28 38 60 6 43 21
 11 26 | 53 40 28 9 38 55 | 56 10 39 25 7 57 24 42
 | 50 35 16 29 33 52 | 31 14 15 49 32 34 64 2 47 17
 56---47---| 10---17---39---64---25 2 | 52 14 35 29 3 61 20 46
 13 22 51 44 30 5 36 59 5 59 22 44 54 12 37 27
 20 | 46 3 61 | 58 8 41 23 9 55 26 40
 41-----23-----58-----8

9/2^6

1---63 48---18 56---10 25---39
 | 60---+ 6 | 21---+43 | 13---+51 | 36---+30
 62-|- 4 | 19-|-45 | 11-|-53 | 38-|-28 |
 7---57 42---24 50---16 31---33

 32---34 49---15 41---23 8---58
 | 37---+27 | 12---+54 | 20---+46 | 61---+ 3
 35-|-29 | 14-|-52 | 22-|-44 | 59-|- 5 |
 26---40 55---9 47---17 2---64

1-----63-----48-----18 SC4^3/8^2
 | 60 6 21 | 43 1 63 48 18 60 6 21 43
 62 56 4 10 19 25 45 39 62 4 19 45 7 57 42 24
 | 7 13-----57-----51-----42-----36-----24-----30 32 34 49 15 37 27 12 54
 32 11 | 34 53 49 38 15 28 | 35 29 14 52 26 40 55 9
 | 37 50 27 16 12 31 | 54 33 56 10 25 39 13 51 36 30
 35---41---|---29---23---14---8---52 58 | 11 53 38 28 50 16 31 33
 26 20 40 46 55 61 9 3 41 23 8 58 20 46 61 3
 22 | 44 59 5 | 22 44 59 5 47 17 2 64
 47-----17-----2-----64

1-----63-----18-----48 CC4^3/8^2
 | 60 6 43 | 21 1 63 18 48 26 40 9 55
 62 13 4 51 45 30 19 36 62 4 45 19 37 27 54 12
 | 7 56-----57-----10-----24-----39-----42-----25 35 29 52 14 60 6 43 21
 35 50 | 29 16 52 33 14 31 | 32 34 15 49 7 57 24 42
 | 26 11 40 53 9 28 | 55 38 39 25 56 10 64 2 47 17
 32---47---|---34---17---15---64---49 2 | 28 38 11 53 3 61 20 46
 37 22 27 44 54 5 12 59 5 59 22 44 30 36 13 51
 20 | 46 3 61 | 58 8 41 23 33 31 50 16
 41-----23-----58-----8

10/2^6
 1---63 32---34 48---18 49---15
 | 56---10 | 41---23 | 25---39 | 8---58
 62--| 4 | 35--|29 | 19--|45 | 14--|52 |
 11---53 22---44 38---28 59---5

60---6 37---27 21---43 12---54
 | 13---51 | 20---46 | 36---30 | 61---3
 7--|57 | 26--|40 | 42--|24 | 55--|9 |
 50---16 47---17 31---33 2---64

1-----63-----32-----34 SC4^3/8^2
 | 56 10 41 | 23 1 63 32 34 56 10 41 23
 62 48 4 18 35 49 29 15 62 4 35 29 11 53 22 44
 | 11 25-----53-----39-----22-----8-----44-----58 60 6 37 27 13 51 20 46
 60 19 | 6 45 37 14 27 52 | 7 57 26 40 50 16 47 17
 | 13 38 51 28 20 59 | 46 5 48 18 49 15 25 39 8 58
 7---21---|---57---43---26---12---40 54 | 19 45 14 52 38 28 59 5
 50 36 16 30 47 61 17 3 21 43 12 54 36 30 61 3
 42 | 24 55 9 | 42 24 55 9 31 33 2 64
 31-----33-----2-----64

1-----63-----34-----32 CC4^3/8^2
 | 56 10 23 | 41 1 63 34 32 50 16 17 47
 62 25 4 39 29 58 35 8 62 4 29 35 13 51 46 20
 | 11 48-----53-----18-----44-----15-----22-----49 7 57 40 26 56 10 23 41
 7 38 | 57 28 40 5 26 59 | 60 6 27 37 11 53 44 22
 | 50 19 16 45 17 52 | 47 14 15 49 48 18 64 2 31 33
 60---31---|---6---33---27---64---37 2 | 52 14 19 45 3 61 36 30
 13 42 51 24 46 9 20 55 9 55 42 24 58 8 25 39
 36 | 30 3 61 | 54 12 21 43 5 59 38 28
 21-----43-----54-----12

11/2^6

1---63	32---34	48---18	49---15
60---+ 6	37---+27	21---+43	12---+ 54
62-- - 4	35-- -29	19-- -45	14-- -52
7---57	26---40	42---24	55--- 9

56---10	41---23	25---39	8---58
13---+51	20---+46	36---+30	61---+ 3
11-- -53	22-- -44	38-- -28	59-- - 5
50---16	47---17	31---33	2---64

1-----63-----32-----34	SC4^3/8^2			
60	6	37	27	1 63 32 34 60 6 37 27
62 48	4 18	35 49	29 15	62 4 35 29 7 57 26 40
7 21	57---43	26---12	+40---54	56 10 41 23 13 51 20 46
56 19	10 45	41 14	23 52	11 53 22 44 50 16 47 17
13 42	51 24	20 55	46 9	48 18 49 15 21 43 12 54
11---25	-53---39	22--- 8	44 58	19 45 14 52 42 24 55 9
50 36	16 30	47 61	17 3	25 39 8 58 36 30 61 3
38	28	59	5	38 28 59 5 31 33 2 64
31-----33-----2-----64				

1-----63-----34-----32	CC4^3/8^2			
60	6	27	37	1 63 34 32 50 16 17 47
62 21	4 43	29 54	35 12	62 4 29 35 13 51 46 20
7 48	57---18	40---15	+26---49	11 53 44 22 60 6 27 37
11 42	53 24	44 9	22 55	56 10 23 41 7 57 40 26
50 19	16 45	17 52	47 14	15 49 48 18 64 2 31 33
56---31	-10---33	23---64	41 2	52 14 19 45 3 61 36 30
13 38	51 28	46 5	20 59	5 59 38 28 54 12 21 43
36	30	3	61	58 8 25 39 9 55 42 24
25-----39-----58-----8				

12/2^6

1---63	32---34	56---10	41---23
60---+ 6	37---+27	13---+51	20---+46
62-- - 4	35-- -29	11-- -53	22-- -44
7---57	26---40	50---16	47---17

48---18	49---15	25---39	8---58
21---+43	12---+54	36---+30	61---+ 3
19-- -45	14-- -52	38-- -28	59-- - 5
42---24	55--- 9	31---33	2---64

1-----63-----32-----34	SC4^3/8^2			
60	6	37	27	1 63 32 34 60 6 37 27
62 56	4 10	35 41	29 23	62 4 35 29 7 57 26 40
7 13	57---51	26---20	+40---46	48 18 49 15 21 43 12 54
48 11	18 53	49 22	15 44	19 45 14 52 42 24 55 9
21 50	43 16	12 47	54 17	56 10 41 23 13 51 20 46
19---25	-45---39	14--- 8	52 58	11 53 22 44 50 16 47 17
42 36	24 30	55 61	9 3	25 39 8 58 36 30 61 3
38	28	59	5	38 28 59 5 31 33 2 64
31-----33-----2-----64				

1-----63-----34-----32 CC4^3/8^2
 | 60 6 27 | 37 1 63 34 32 42 24 9 55
 62 13 4 51 29 46 35 20 62 4 29 35 21 43 54 12
 | 7 56---57---10---40---23---26---41 19 45 52 14 60 6 27 37
 19 50 | 45 16 52 17 14 47 | 48 18 15 49 7 57 40 26
 | 42 11 24 53 9 44 | 55 22 23 41 56 10 64 2 31 33
 48---31---18---33---15---64---49 2 | 44 22 11 53 3 61 36 30
 21 38 43 28 54 5 12 59 5 59 38 28 46 20 13 51
 36 | 30 3 61 | 58 8 25 39 17 47 50 16
 25-----39-----58----- 8

13/2^6
 1---63 62--- 4 32---34 35---29
 | 48---+18 | 19---+45 | 49---+15 | 14---+52
 60-|- 6 | 7-|-57 | 37-|-27 | 26-|-40 |
 21---43 42---24 12---54 55--- 9

 56---10 11---53 41---23 22---44
 | 25---+39 | 38---+28 | 8---+58 | 59---+ 5
 13-|-51 | 50-|-16 | 20-|-46 | 47-|-17 |
 36---30 31---33 61--- 3 2---64

1-----63-----62----- 4 SC4^3/8^2
 | 48 18 19 | 45 1 63 62 4 48 18 19 45
 60 32 6 34 7 35 57 29 60 6 7 57 21 43 42 24
 | 21 49---43---15---42---14---24---52 56 10 11 53 25 39 38 28
 56 37 | 10 27 11 26 53 40 | 13 51 50 16 36 30 31 33
 | 25 12 39 54 38 55 | 28 9 32 34 35 29 49 15 14 52
 13---41---51---23---50---22---16 44 | 37 27 26 40 12 54 55 9
 36 8 30 58 31 59 33 5 41 23 22 44 8 58 59 5
 20 | 46 47 17 | 20 46 47 17 61 3 2 64
 61----- 3----- 2-----64

1-----63----- 4-----62 CC4^3/8^2
 | 48 18 45 | 19 1 63 4 62 36 30 33 31
 60 49 6 15 57 52 7 14 60 6 57 7 25 39 28 38
 | 21 32---43---34---24---29---42---35 13 51 16 50 48 18 45 19
 13 12 | 51 54 16 9 50 55 | 56 10 53 11 21 43 24 42
 | 36 37 30 27 33 40 | 31 26 29 35 32 34 64 2 61 3
 56---61---10--- 3---53---64---11 2 | 40 26 37 27 5 59 8 58
 25 20 39 46 28 17 38 47 17 47 20 46 52 14 49 15
 8 | 58 5 59 | 44 22 41 23 9 55 12 54
 41-----23-----44-----22

14/2^6
 1---63 62--- 4 32---34 35---29
 | 56---+10 | 11---+53 | 41---+23 | 22---+44
 60-|- 6 | 7-|-57 | 37-|-27 | 26-|-40 |
 13---51 50---16 20---46 47---17

 48---18 19---45 49---15 14---52
 | 25---+39 | 38---+28 | 8---+58 | 59---+ 5
 21-|-43 | 42-|-24 | 12-|-54 | 55-|- 9 |
 36---30 31---33 61--- 3 2---64

1-----63-----62-----4	SC4^3/8^2
56 10 11 53	1 63 62 4 56 10 11 53
60 32 6 34 7 35 57 29	60 6 7 57 13 51 50 16
13 41---51---23---50---22---16---44	48 18 19 45 25 39 38 28
48 37 18 27 19 26 45 40	21 43 42 24 36 30 31 33
25 20 39 46 38 47 28 17	32 34 35 29 41 23 22 44
21---49--- 43---15---42---14---24 52	37 27 26 40 20 46 47 17
36 8 30 58 31 59 33 5	49 15 14 52 8 58 59 5
12 54 55 9	12 54 55 9 61 3 2 64
61-----3-----2-----64	

1-----63-----4-----62	CC4^3/8^2
56 10 53 11	1 63 4 62 36 30 33 31
60 41 6 23 57 44 7 22	60 6 57 7 25 39 28 38
13 32---51---34---16---29---50---35	21 43 24 42 56 10 53 11
21 20 43 46 24 17 42 47	48 18 45 19 13 51 16 50
36 37 30 27 33 40 31 26	29 35 32 34 64 2 61 3
48---61--- 18---3---45---64---19 2	40 26 37 27 5 59 8 58
25 12 39 54 28 9 38 55	9 55 12 54 44 22 41 23
8 58 5 59	52 14 49 15 17 47 20 46
49-----15-----52-----14	

1---63 62---4 48---18 19---45
56---10 11---53 25---39 38---28
60---6 7---57 21---43 42---24
13---51 50---16 36---30 31---33
32---34 35---29 49---15 14---52
41---23 22---44 8---58 59---5
37---27 26---40 12---54 55---9
20---46 47---17 61---3 2---64

1-----63-----62-----4	SC4^3/8^2
56 10 11 53	1 63 62 4 56 10 11 53
60 48 6 18 7 19 57 45	60 6 7 57 13 51 50 16
13 25---51---39---50---38---16---28	32 34 35 29 41 23 22 44
32 21 34 43 35 42 29 24	37 27 26 40 20 46 47 17
41 36 23 30 22 31 44 33	48 18 19 45 25 39 38 28
37---49--- 27---15---26---14---40 52	21 43 42 24 36 30 31 33
20 8 46 58 47 59 17 5	49 15 14 52 8 58 59 5
12 54 55 9	12 54 55 9 61 3 2 64
61-----3-----2-----64	

1-----63-----4-----62	CC4^3/8^2
56 10 53 11	1 63 4 62 20 46 17 47
60 25 6 39 57 28 7 38	60 6 57 7 41 23 44 22
13 48---51---18---16---45---50---19	37 27 40 26 56 10 53 11
37 36 27 30 40 33 26 31	32 34 29 35 13 51 16 50
20 21 46 43 17 24 47 42	45 19 48 18 64 2 61 3
32---61--- 34---3---29---64---35 2	24 42 21 43 5 59 8 58
41 12 23 54 44 9 22 55	9 55 12 54 28 38 25 39
8 58 5 59	52 14 49 15 33 31 36 30
49-----15-----52-----14	

[Count = 15] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda
on Aug. 18, 2013 with MacOSX 10.8.4 & Xcode 4.6.3 **

この15個の解を以前に得ていた解のリストと比較対照したら、どれもが「基本型」であった。三次元立方体四方陣としては、これ以上整理ができない最小限の解集合だ。見事に一対一対応している。我々は何かをつかんだと、思われる。

いや、これは「一対多対応」だという反論が出るかも知れない。

元の六次元超立体二方陣の時は、不等式をゆるめて、あえて反転形・回転形・派生形を出した（だから、基本解ばかりではない）のに、それを次元変換して三次元立方体四方陣としたら、どれもが基本型になった。これをどう考えるか、と。

確かにそうなのだが、これを弱点と言うべきだろうか。

元の六次元超立体二方陣は、15個を1個にまとめ得るほどに「数学的対称性」が高かった。そしてダウンコンバートして得た三次元立方体四方陣は、対称性が一部破れたために、より「個性的」になり、もうそれ以上はまとまらない形になった。……

これは、原型と現象との関係だ。そういうふうには解釈できないだろうか。

「正方連結型」になった原因は、明白である。超立体二方陣の構成の時に「頂点連結正方四数の定和」条件をさかんに使ったから。…… そうでもないかと、とても魔方陣にはなりそうになかったのだ。

「完全型」になった理由も、明らかである。我々は最初に「対称型」を作り、それを「型変換」して汎対角線定和を実現したのであった。補数定和式を2組ずつ使ってあえて汎対角線を作ったのだから、完全型の汎魔方陣以外には成り得ない。それが、「完全型」の定義そのものだから。それ故にここでは必ず $n^3=64$ となる。

だから、この作り方では、 $n^3=32, 48, 56, 60, 62, 63$ のタイプの汎立方体四方陣 $15 \times 6 = 90$ 個を構成することはできない。対称型からの型変換では無理なのである。

でも、作れないとわかると、どうしても作りたくなる。では、どう作るか。

さいわい「原初方陣」と「ひな形変換法」を使えば、汎型全部を構成できる方途はある（前稿）。汎型には、完全型の「派生形」と見るべき独自の個性がある。

6. 中間的総括として、「次元変換法」と「ひな形変換法」を比較考察しておきたい。

作業そのものは、良く似ている。2つとも帰納性よりも演繹性が勝っている。

どちらも「原型」を立てる。しかし、違う点も多い。

ひな形変換法では、ひな形を原型にして、模倣変換しながら他の派生形を生み出した。比較類推作業の得意な「水平思考(Parallel Thinking)型」の技法である。

次元変換法では、高次元低次数の「原型」を先ず作り、それを分解しながら低次元高次数の一般的魔方陣に書き換える。こちらは、骨の随まで「垂直思考型」の技法で、いつも形而上的存在に憧れる!?

優劣は論じ難い。今は、選択よりは併用をお勧めする。お互いの得意を組み合わせる方が賢いと思う。

どちらもうまく設計すると、ドンピシャリの一対一対応が出来て、気持ちが良い。

それを可能にしているのは、「配列」である。2つとも配列の構造を最大限に活用している。だから、配列の研究に役立つ。

魔方陣の世界は、真に奥が深い。

最初は、子供のパズルとも頭の良い老人の手遊びとも思ったが、真面目に分析・研究してみたら、手応えは十分にあった。数学的研究の対象として十分魅力がある、と思う。

低級でも陳腐でも何でもない。自信を持って進んでよい。ますます研究が盛んになってほしいと、願わずには居られない。

7. ところで、二次元の正方形八方陣の方は、どうしたか。これから説明しよう。

対称型多重八方陣は、次元変換法によって、すんなりと出来た。

問題は、それを型変換して、はたして「正方連結完全八方陣」を作れたかどうか。

最初の内は‘No’であった。完全八方陣には成り得ても、正方連結条件の方がどうしても一部成り立たなかった。そう何もかも一度には出来ないことを思い知らされた。

その後も悪戦苦闘しながら研究を続けた結果、ようやく六次元超立体二方陣の原型から次元変換して二次元の「正方連結完全八方陣」を取り出す方法を見つけた。

やはり、単純なやり方は駄目で、完全立体四方陣の各面をベタに横並べするだけでは足りなかった。正方連結条件を平面全体で隙間なく維持するためには、途中に一部の特別な「入れ替え」が必要だった。以下にその方法を述べる。

図3 [4×4×4 完全立方体四方陣図]

旧図4 [8×8 正方連結完全八方陣図] ×

<pre> 1-----2-----4-----3 17 18 20 19 5 49 6 50 8 52 7 51 21 33---22---34---24---36---+23---35 13 53 14 54 16 56 15 55 29 37 30 38 32 40 31 39 9---61--- 10---62---12---64---11 63 25 45 26 46 28 48 27 47 57 58 60 59 41-----42-----44-----43 </pre>	<p style="text-align: center;">→ [ダウンコンバート]</p> <pre> 1 2 4 3 17 18 20 19 5 6 8 7 21 22 24 23 13 14 16 15 29 30 32 31 9 10 12 11 25 26 28 27 49 50 52 51 33 34 36 35 53 54 56 55 37 38 40 39 61 62 64 63 45 46 48 47 57 58 60 59 41 42 44 43 </pre>
--	---

図3は、図2の対称立体四方陣を型変換して完全立体四方陣としたもの。(3-4)全行全列全柱交換をして対称型から完全型に書き換えた。この立体四方陣では、正方連結条件がすべて成り立つ。つまり、六次元超立体二方陣から「正方連結完全立体四方陣」をいつでも取り出すことができる。そして、最初はそれをストレートにダウンコンバートして、二次元正方形の完全八方陣を得たいと思ったのであった。それが旧図4だ。

しかし、これでは、目的を果たせない。完全八方陣にさえ成らないのである。

そこで、図3から図4への次元変換法を設計変更することにした。

図3 [4×4×4 完全立方体四方陣図]

→ 図4 [8×8 正方連結完全八方陣]

<pre> 1-----2-----4-----3 17 18 20 19 5 49 6 50 8 52 7 51 21 33---22---34---24---36---+23---35 13 53 14 54 16 56 15 55 29 37 30 38 32 40 31 39 9---61--- 10---62---12---64---11 63 25 45 26 46 28 48 27 47 57 58 60 59 41-----42-----44-----43 </pre>	<p style="text-align: center;">→ [ダウンコンバート]</p> <pre> 1 2 4 3 29 30 32 31 5 6 8 7 25 26 28 27 13 14 16 15 17 18 20 19 9 10 12 11 21 22 24 23 36 35 33 34 64 63 61 62 40 39 37 38 60 59 57 58 48 47 45 46 52 51 49 50 44 43 41 42 56 55 53 54 </pre>
--	---

- (1) 一番奥の「前後第1面」の内容をそのまま右図左上の4×4の第1セルに入れる。
- (2) 前後第2面は、上下を2行ずつに分けて、第2セルに上下を反対にして入れる。
- (3) 第3セルと第4セルとは、立体からコピーせずに、図4の第1セルと第2セルから計算しながら埋めて行く。完全方陣の補数定和と汎対角線配置の約束に従うのである。

すなわち 1+64=65; 2+63=65; 4+61=65; 3+62=65; 5+60=65; 6+59=65; ...
 29+36=65; 30+35=65; 32+33=65; 31+34=65; 25+40=65; 26+39=65; 28+37=65; ...
 となるように下段の第3セルと第4セルとを埋めて行くのである。

出来上がった図4は、正方連結完全八方陣になる。

**** ダウンコンバートして正方連結完全八方陣の大基本解10個を得る ****

($n_1=1, n_2>n_5, n_2>n_3>n_{31}, n_5>n_9>n_{44}$)

$1/2^6$

1---63	60--- 6	32---34	37---27
48---+18	21---+43	49---+15	12---+54
62-- - 4	7-- -57	35-- -29	26-- -40
19---45	42---24	14---52	55--- 9

56---10	13---51	41---23	20---46
25---+39	36---+30	8---+58	61---+ 3
11-- -53	50-- -16	22-- -44	47-- -17
38---28	31---33	59--- 5	2---64

1-----63-----60----- 6	$SC4^3/8^2$
48----- 18----- 21----- 43	1 63 60 6 48 18 21 43
62 32 4 34 7 37 57 27	62 4 7 57 19 45 42 24
19 49---45---15---42---12---+24---54	56 10 13 51 25 39 36 30
56 35 10 29 13 26 51 40	11 53 50 16 38 28 31 33
25 14 39 52 36 55 30 9	32 34 37 27 49 15 12 54
11---41-- -53---23---50---20---16 46	35 29 26 40 14 52 55 9
38 8 28 58 31 61 33 3	41 23 20 46 8 58 61 3
22 44 47 17	22 44 47 17 59 5 2 64
59----- 5----- 2-----64	

1-----63----- 6-----60	$CC4^3/8^2$
48----- 18----- 43----- 21	1 63 6 60 38 28 33 31
62 49 4 15 57 54 7 12	62 4 57 7 25 39 30 36
19 32---45---34---24---27---+42---37	11 53 16 50 48 18 43 21
11 14 53 52 16 9 50 55	56 10 51 13 19 45 24 42
38 35 28 29 33 40 31 26	27 37 32 34 64 2 59 5
56---59-- -10--- 5---51---64---13 2	40 26 35 29 3 61 8 58
25 22 39 44 30 17 36 47	17 47 22 44 54 12 49 15
8 58 3 61	46 20 41 23 9 55 14 52
41-----23-----46-----20	

$2/2^6$

1---63	60--- 6	48---18	21---43
32---+34	37---+27	49---+15	12---+54
62-- - 4	7-- -57	19-- -45	42-- -24
35---29	26---40	14---52	55--- 9

56---10	13---51	25---39	36---30
41---+23	20---+46	8---+58	61---+ 3
11-- -53	50-- -16	38-- -28	31-- -33
22---44	47---17	59--- 5	2---64

1-----63-----60----- 6	$SC4^3/8^2$
32----- 34----- 37----- 27	1 63 60 6 32 34 37 27
62 48 4 18 7 21 57 43	62 4 7 57 35 29 26 40
35 49---29---15---26---12---+40---54	56 10 13 51 41 23 20 46
56 19 10 45 13 42 51 24	11 53 50 16 22 44 47 17
41 14 23 52 20 55 46 9	48 18 21 43 49 15 12 54
11---25-- -53---39---50---36---16 30	19 45 42 24 14 52 55 9
22 8 44 58 47 61 17 3	25 39 36 30 8 58 61 3
38 28 31 33	38 28 31 33 59 5 2 64
59----- 5----- 2-----64	

1-----63-----6-----60 CC4^3/8^2
 | 32 34 27 | 37 1 63 6 60 22 44 17 47
 62 49 4 15 57 54 7 12 62 4 57 7 41 23 46 20
 | 35 48---29---18---40---43---26---21 11 53 16 50 32 34 27 37
 11 14 | 53 52 16 9 50 55 | 56 10 51 13 35 29 40 26
 | 22 19 44 45 17 24 | 47 42 43 21 48 18 64 2 59 5
 56---59---10---5---51---64---13 2 | 24 42 19 45 3 61 8 58
 41 38 23 28 46 33 20 31 33 31 38 28 54 12 49 15
 8 | 58 3 61 | 30 36 25 39 9 55 14 52
 25-----39-----30-----36

3/2^6

1---63 60---6 56---10 13---51
 | 32---34 | 37---27 | 41---23 | 20---46
 62---4 | 7---57 | 11---53 | 50---16 |
 35---29 26---40 22---44 47---17

48---18 21---43 25---39 36---30
 | 49---15 | 12---54 | 8---58 | 61---3 |
 19---45 | 42---24 | 38---28 | 31---33 |
 14---52 55---9 59---5 2---64

1-----63-----60-----6 SC4^3/8^2
 | 32 34 37 | 27 1 63 60 6 32 34 37 27
 62 56 4 10 7 13 57 51 62 4 7 57 35 29 26 40
 | 35 41---29---23---26---20---40---46 48 18 21 43 49 15 12 54
 48 11 | 18 53 21 50 43 16 | 19 45 42 24 14 52 55 9
 | 49 22 15 44 12 47 | 54 17 56 10 13 51 41 23 20 46
 19---25---45---39---42---36---24 30 | 11 53 50 16 22 44 47 17
 14 8 52 58 55 61 9 3 25 39 36 30 8 58 61 3
 38 | 28 31 33 | 38 28 31 33 59 5 2 64
 59-----5-----2-----64

1-----63-----6-----60 CC4^3/8^2
 | 32 34 27 | 37 1 63 6 60 14 52 9 55
 62 41 4 23 57 46 7 20 62 4 57 7 49 15 54 12
 | 35 56---29---10---40---51---26---13 19 45 24 42 32 34 27 37
 19 22 | 45 44 24 17 42 47 | 48 18 43 21 35 29 40 26
 | 14 11 52 53 9 16 | 55 50 51 13 56 10 64 2 59 5
 48---59---18---5---43---64---21 2 | 16 50 11 53 3 61 8 58
 49 38 15 28 54 33 12 31 33 31 38 28 46 20 41 23
 8 | 58 3 61 | 30 36 25 39 17 47 22 44
 25-----39-----30-----36

4/2^6

1---63 56---10 32---34 41---23
 | 48---18 | 25---39 | 49---15 | 8---58
 62---4 | 11---53 | 35---29 | 22---44 |
 19---45 38---28 14---52 59---5

60---6 13---51 37---27 20---46
 | 21---43 | 36---30 | 12---54 | 61---3 |
 7---57 | 50---16 | 26---40 | 47---17 |
 42---24 31---33 55---9 2---64

1-----63-----56-----10	SC4^3/8^2
48 18 25 39	1 63 56 10 48 18 25 39
62 32 4 34 11 41 53 23	62 4 11 53 19 45 38 28
19 49-45-15-38- 8-+28-58	60 6 13 51 21 43 36 30
60 35 6 29 13 22 51 44	7 57 50 16 42 24 31 33
21 14 43 52 36 59 30 5	32 34 41 23 49 15 8 58
7-37- 57-27-50-20-16 46	35 29 22 44 14 52 59 5
42 12 24 54 31 61 33 3	37 27 20 46 12 54 61 3
26 40 47 17	26 40 47 17 55 9 2 64
55-----9-----2-----64	

1-----63-----10-----56	CC4^3/8^2
48 18 39 25	1 63 10 56 42 24 33 31
62 49 4 15 53 58 11 8	62 4 53 11 21 43 30 36
19 32-45-34-28-23-+38-41	7 57 16 50 48 18 39 25
7 14 57 52 16 5 50 59	60 6 51 13 19 45 28 38
42 35 24 29 33 44 31 22	23 41 32 34 64 2 55 9
60-55- 6- 9-51-64-13 2	44 22 35 29 3 61 12 54
21 26 43 40 30 17 36 47	17 47 26 40 58 8 49 15
12 54 3 61	46 20 37 27 5 59 14 52
37-----27-----46-----20	

5/2^6

1---63 56---10 48---18 25---39
32-+34 41-+23 49-+15 8-+58
62- -4 11- -53 19- -45 38- -28
35---29 22---44 14---52 59---5
60---6 13---51 21---43 36---30
37-+27 20-+46 12-+54 61-+3
7- -57 50- -16 42- -24 31- -33
26---40 47---17 55---9 2---64

1-----63-----56-----10	SC4^3/8^2
32 34 41 23	1 63 56 10 32 34 41 23
62 48 4 18 11 25 53 39	62 4 11 53 35 29 22 44
35 49-29-15-22- 8-+44-58	60 6 13 51 37 27 20 46
60 19 6 45 13 38 51 28	7 57 50 16 26 40 47 17
37 14 27 52 20 59 46 5	48 18 25 39 49 15 8 58
7-21- 57-43-50-36-16 30	19 45 38 28 14 52 59 5
26 12 40 54 47 61 17 3	21 43 36 30 12 54 61 3
42 24 31 33	42 24 31 33 55 9 2 64
55-----9-----2-----64	

1-----63-----10-----56	CC4^3/8^2
32 34 23 41	1 63 10 56 26 40 17 47
62 49 4 15 53 58 11 8	62 4 53 11 37 27 46 20
35 48-29-18-44-39-+22-25	7 57 16 50 32 34 23 41
7 14 57 52 16 5 50 59	60 6 51 13 35 29 44 22
26 19 40 45 17 28 47 38	39 25 48 18 64 2 55 9
60-55- 6- 9-51-64-13 2	28 38 19 45 3 61 12 54
37 42 27 24 46 33 20 31	33 31 42 24 58 8 49 15
12 54 3 61	30 36 21 43 5 59 14 52
21-----43-----30-----36	

6/2^6

1---63 48---18 32---34 49---15
 | 56---+10 | 25---+39 | 41---+23 | 8---+58
 62-|- 4 | 19-|-45 | 35-|-29 | 14-|-52 |
 11---53 38---28 22---44 59--- 5

60--- 6 21---43 37---27 12---54
 | 13---+51 | 36---+30 | 20---+46 | 61---+ 3
 7-|-57 | 42-|-24 | 26-|-40 | 55-|- 9 |
 50---16 31---33 47---17 2---64

1-----63-----48-----18 SC4^3/8^2
 | 56 10 25 | 39 1 63 48 18 56 10 25 39
 62 32 4 34 19 49 45 15 62 4 19 45 11 53 38 28
 | 11 41---53---23---38--- 8---+28---58 60 6 21 43 13 51 36 30
 60 35 | 6 29 21 14 43 52 | 7 57 42 24 50 16 31 33
 | 13 22 51 44 36 59 | 30 5 32 34 49 15 41 23 8 58
 7---37-|-57---27---42---12---24 54 | 35 29 14 52 22 44 59 5
 50 20 16 46 31 61 33 3 37 27 12 54 20 46 61 3
 26 | 40 55 9 | 26 40 55 9 47 17 2 64
 47-----17-----2-----64

1-----63-----18-----48 CC4^3/8^2
 | 56 10 39 | 25 1 63 18 48 50 16 33 31
 62 41 4 23 45 58 19 8 62 4 45 19 13 51 30 36
 | 11 32---53---34---28---15---+38---49 7 57 24 42 56 10 39 25
 7 22 | 57 44 24 5 42 59 | 60 6 43 21 11 53 28 38
 | 50 35 16 29 33 52 | 31 14 15 49 32 34 64 2 47 17
 60---47-|- 6---17---43---64---21 2 | 52 14 35 29 3 61 20 46
 13 26 51 40 30 9 36 55 9 55 26 40 58 8 41 23
 20 | 46 3 61 | 54 12 37 27 5 59 22 44
 37-----27-----54-----12

7/2^6

1---63 62--- 4 32---34 35---29
 | 48---+18 | 19---+45 | 49---+15 | 14---+52
 60-|- 6 | 7-|-57 | 37-|-27 | 26-|-40 |
 21---43 42---24 12---54 55--- 9

56---10 11---53 41---23 22---44
 | 25---+39 | 38---+28 | 8---+58 | 59---+ 5
 13-|-51 | 50-|-16 | 20-|-46 | 47-|-17 |
 36---30 31---33 61--- 3 2---64

1-----63-----62----- 4 SC4^3/8^2
 | 48 18 19 | 45 1 63 62 4 48 18 19 45
 60 32 6 34 7 35 57 29 60 6 7 57 21 43 42 24
 | 21 49---43---15---42---14---+24---52 56 10 11 53 25 39 38 28
 56 37 | 10 27 11 26 53 40 | 13 51 50 16 36 30 31 33
 | 25 12 39 54 38 55 | 28 9 32 34 35 29 49 15 14 52
 13---41-|-51---23---50---22---16 44 | 37 27 26 40 12 54 55 9
 36 8 30 58 31 59 33 5 41 23 22 44 8 58 59 5
 20 | 46 47 17 | 20 46 47 17 61 3 2 64
 61----- 3-----2-----64

1-----63-----4-----62 CC4^3/8^2
 | 48 18 45 | 19 1 63 4 62 36 30 33 31
 60 49 6 15 57 52 7 14 60 6 57 7 25 39 28 38
 | 21 32---43---34---24---29---42---35 13 51 16 50 48 18 45 19
 13 12 | 51 54 16 9 50 55 | 56 10 53 11 21 43 24 42
 | 36 37 30 27 33 40 | 31 26 29 35 32 34 64 2 61 3
 56---61---10---3---53---64---11 2 | 40 26 37 27 5 59 8 58
 25 20 39 46 28 17 38 47 17 47 20 46 52 14 49 15
 8 | 58 5 59 | 44 22 41 23 9 55 12 54
 41-----23-----44-----22

8/2^6

1---63 62---4 48---18 19---45
 | 32---34 | 35---29 | 49---15 | 14---52
 60---6 | 7---57 | 21---43 | 42---24 |
 37---27 26---40 12---54 55---9

 56---10 11---53 25---39 38---28
 | 41---23 | 22---44 | 8---58 | 59---5 |
 13---51 | 50---16 | 36---30 | 31---33 |
 20---46 47---17 61---3 2---64

1-----63-----62-----4 SC4^3/8^2
 | 32 34 35 | 29 1 63 62 4 32 34 35 29
 60 48 6 18 7 19 57 45 60 6 7 57 37 27 26 40
 | 37 49---27---15---26---14---40---52 56 10 11 53 41 23 22 44
 56 21 | 10 43 11 42 53 24 | 13 51 50 16 20 46 47 17
 | 41 12 23 54 22 55 | 44 9 48 18 19 45 49 15 14 52
 13---25---51---39---50---38---16 28 | 21 43 42 24 12 54 55 9
 20 8 46 58 47 59 17 5 25 39 38 28 8 58 59 5
 36 | 30 31 33 | 36 30 31 33 61 3 2 64
 61-----3-----2-----64

1-----63-----4-----62 CC4^3/8^2
 | 32 34 29 | 35 1 63 4 62 20 46 17 47
 60 49 6 15 57 52 7 14 60 6 57 7 41 23 44 22
 | 37 48---27---18---40---45---26---19 13 51 16 50 32 34 29 35
 13 12 | 51 54 16 9 50 55 | 56 10 53 11 37 27 40 26
 | 20 21 46 43 17 24 | 47 42 45 19 48 18 64 2 61 3
 56---61---10---3---53---64---11 2 | 24 42 21 43 5 59 8 58
 41 36 23 30 44 33 22 31 33 31 36 30 52 14 49 15
 8 | 58 5 59 | 28 38 25 39 9 55 12 54
 25-----39-----28-----38

9/2^6

1---63 62---4 56---10 11---53
 | 32---34 | 35---29 | 41---23 | 22---44
 60---6 | 7---57 | 13---51 | 50---16 |
 37---27 26---40 20---46 47---17

 48---18 19---45 25---39 38---28
 | 49---15 | 14---52 | 8---58 | 59---5 |
 21---43 | 42---24 | 36---30 | 31---33 |
 12---54 55---9 61---3 2---64

1-----63-----62-----4	SC4^3/8^2
32 34 35 29	1 63 62 4 32 34 35 29
60 56 6 10 7 11 57 53	60 6 7 57 37 27 26 40
37 41---27---23---26---22---40---44	48 18 19 45 49 15 14 52
48 13 18 51 19 50 45 16	21 43 42 24 12 54 55 9
49 20 15 46 14 47 52 17	56 10 11 53 41 23 22 44
21---25---43---39---42---38---24 28	13 51 50 16 20 46 47 17
12 8 54 58 55 59 9 5	25 39 38 28 8 58 59 5
36 30 31 33	36 30 31 33 61 3 2 64
61-----3-----2-----64	

1-----63-----4-----62	CC4^3/8^2
32 34 29 35	1 63 4 62 12 54 9 55
60 41 6 23 57 44 7 22	60 6 57 7 49 15 52 14
37 56---27---10---40---53---26---11	21 43 24 42 32 34 29 35
21 20 43 46 24 17 42 47	48 18 45 19 37 27 40 26
12 13 54 51 9 16 55 50	53 11 56 10 64 2 61 3
48---61---18---3---45---64---19 2	16 50 13 51 5 59 8 58
49 36 15 30 52 33 14 31	33 31 36 30 44 22 41 23
8 58 5 59	28 38 25 39 17 47 20 46
25-----39-----28-----38	

10/2^6
1---63 62---4 60---6 7---57
32---34 35---29 37---27 26---40
56---10 11---53 13---51 50---16
41---23 22---44 20---46 47---17
48---18 19---45 21---43 42---24
49---15 14---52 12---54 55---9
25---39 38---28 36---30 31---33
8---58 59---5 61---3 2---64

1-----63-----62-----4	SC4^3/8^2
32 34 35 29	1 63 62 4 32 34 35 29
56 60 10 6 11 7 53 57	56 10 11 53 41 23 22 44
41 37---23---27---22---26---44---40	48 18 19 45 49 15 14 52
48 13 18 51 19 50 45 16	25 39 38 28 8 58 59 5
49 20 15 46 14 47 52 17	60 6 7 57 37 27 26 40
25---21---39---43---38---42---28 24	13 51 50 16 20 46 47 17
8 12 58 54 59 55 5 9	21 43 42 24 12 54 55 9
36 30 31 33	36 30 31 33 61 3 2 64
61-----3-----2-----64	

1-----63-----4-----62	CC4^3/8^2
32 34 29 35	1 63 4 62 8 58 5 59
56 37 10 27 53 40 11 26	56 10 53 11 49 15 52 14
41 60---23---6---44---57---22---7	25 39 28 38 32 34 29 35
25 20 39 46 28 17 38 47	48 18 45 19 41 23 44 22
8 13 58 51 5 16 59 50	57 7 60 6 64 2 61 3
48---61---18---3---45---64---19 2	16 50 13 51 9 55 12 54
49 36 15 30 52 33 14 31	33 31 36 30 40 26 37 27
12 54 9 55	24 42 21 43 17 47 20 46
21-----43-----24-----42	

[Count = 10] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda
on Aug. 18, 2013 with MacOSX 10.8.4 & Xcode 4.6.3 **

上のリストで、どの解も、最後が**正方連結完全八方陣**である。

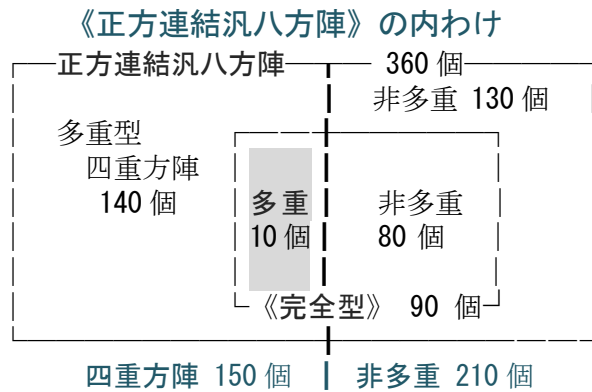
8. では、上の10個の解は、どのレベルのものであろうか。我々は、今までの研究で既に何通りもの解集合を得ている。基本解90個の集合、基本解360個、368640個の標準解。・・・詳しく調べた結果、上の10個の解は、基本解90個の中に含まれてはいるが、その中でも特別の解であることがわかった。

「四重方陣」なのである。八方陣の内部を4つの四方陣に分けた場合の各々が、全行全列定和を実現している（四方陣の主対角線定和は必ずしも成り立っていない）。

これは、考えてみれば当然のことで、元が対応する立方体四方陣の各面に相当するのだから、その特質を受け継いだだけのことだ。

なお、正方連結完全八方陣の全てが「四重方陣」であるわけではない。基本解90個の集合には、10個しか含まれていない。あとの80個は、非多重方陣だ。

ちなみに一般的な正方連結汎八方陣では、360個ある内の150個が「四重方陣」だった。詳しい内わけは、下図に示す。



小生は、「汎型」と「完全型」の意味を使い分けている。「完全型」はその方陣の汎対角線上に65の補数32ペアの全てが並ぶタイプのもを指している。

汎型は、汎対角線定和が成り立つものを指している。高次の方陣では、汎型の方が一般的で、65の補数ペアが汎対角線上にきれいに並ぶタイプはだいぶ少ない。「完全型」は、「汎型」に含まれる。特別に珍しい方陣だ。

では、この多重方陣10個は、正方連結完全八方陣の中でどんな位置付けになるのか。小生は、完全型90個を代表する「大基本解」10個と考えて良いと思う。

9. ここで原初八方陣の解集合と「ひな形変換法」を持ち出す。

多重方陣10個の中から1個のひな形を選んで、それから変換法を構成する。そうして、原初八方陣の解の1個1個について「ひな形変換法」を適用する。その結果が次の表だ。

最初の解の1-P/ とあるのが、ひな形そのもの。

リストの最初の10個は、原初方陣の大基本型と変換後の解である。

結果を見れば、1個のひな型から、他の9個の多重方陣基本解を構成できている。

また、リストにはのせてはいないが、他のデータを細かく見ると、他の非多重方陣までもが構成できている。総数368640個の解を作れている。

* ひな形変換法により正方連結完全八方陣を構成する *

《原初八方陣》

《正方連結完全八方陣》

1-R/

1-P/

← ひな形

1	2	3	4	5	6	7	8	1	63	4	62	8	58	5	59
9	10	11	12	13	14	15	16	56	10	53	11	49	15	52	14
17	18	19	20	21	22	23	24	25	39	28	38	32	34	29	35
25	26	27	28	29	30	31	32	48	18	45	19	41	23	44	22
33	34	35	36	37	38	39	40	57	7	60	6	64	2	61	3
41	42	43	44	45	46	47	48	16	50	13	51	9	55	12	54
49	50	51	52	53	54	55	56	33	31	36	30	40	26	37	27
57	58	59	60	61	62	63	64	24	42	21	43	17	47	20	46

2305-R/

1 2 3 4 9 10 11 12
 5 6 7 8 13 14 15 16
 17 18 19 20 25 26 27 28
 21 22 23 24 29 30 31 32
 33 34 35 36 41 42 43 44
 37 38 39 40 45 46 47 48
 49 50 51 52 57 58 59 60
 53 54 55 56 61 62 63 64

2305-P/

1 63 4 62 12 54 9 55
 60 6 57 7 49 15 52 14
 21 43 24 42 32 34 29 35
 48 18 45 19 37 27 40 26
 53 11 56 10 64 2 61 3
 16 50 13 51 5 59 8 58
 33 31 36 30 44 22 41 23
 28 38 25 39 17 47 20 46

4609-R/

1 2 5 6 9 10 13 14
 3 4 7 8 11 12 15 16
 17 18 21 22 25 26 29 30
 19 20 23 24 27 28 31 32
 33 34 37 38 41 42 45 46
 35 36 39 40 43 44 47 48
 49 50 53 54 57 58 61 62
 51 52 55 56 59 60 63 64

4609-P/

1 63 6 60 14 52 9 55
 62 4 57 7 49 15 54 12
 19 45 24 42 32 34 27 37
 48 18 43 21 35 29 40 26
 51 13 56 10 64 2 59 5
 16 50 11 53 3 61 8 58
 33 31 38 28 46 20 41 23
 30 36 25 39 17 47 22 44

6913-R/

1 3 5 7 9 11 13 15
 2 4 6 8 10 12 14 16
 17 19 21 23 25 27 29 31
 18 20 22 24 26 28 30 32
 33 35 37 39 41 43 45 47
 34 36 38 40 42 44 46 48
 49 51 53 55 57 59 61 63
 50 52 54 56 58 60 62 64

6913-P/

1 62 7 60 15 52 9 54
 63 4 57 6 49 14 55 12
 18 45 24 43 32 35 26 37
 48 19 42 21 34 29 40 27
 50 13 56 11 64 3 58 5
 16 51 10 53 2 61 8 59
 33 30 39 28 47 20 41 22
 31 36 25 38 17 46 23 44

9217-R/

1 2 3 4 17 18 19 20
 5 6 7 8 21 22 23 24
 9 10 11 12 25 26 27 28
 13 14 15 16 29 30 31 32
 33 34 35 36 49 50 51 52
 37 38 39 40 53 54 55 56
 41 42 43 44 57 58 59 60
 45 46 47 48 61 62 63 64

9217-P/

1 63 4 62 20 46 17 47
 60 6 57 7 41 23 44 22
 13 51 16 50 32 34 29 35
 56 10 53 11 37 27 40 26
 45 19 48 18 64 2 61 3
 24 42 21 43 5 59 8 58
 33 31 36 30 52 14 49 15
 28 38 25 39 9 55 12 54

11521-R/

1 2 5 6 17 18 21 22
 3 4 7 8 19 20 23 24
 9 10 13 14 25 26 29 30
 11 12 15 16 27 28 31 32
 33 34 37 38 49 50 53 54
 35 36 39 40 51 52 55 56
 41 42 45 46 57 58 61 62
 43 44 47 48 59 60 63 64

11521-P/

1 63 6 60 22 44 17 47
 62 4 57 7 41 23 46 20
 11 53 16 50 32 34 27 37
 56 10 51 13 35 29 40 26
 43 21 48 18 64 2 59 5
 24 42 19 45 3 61 8 58
 33 31 38 28 54 12 49 15
 30 36 25 39 9 55 14 52

13825-R/

1 3 5 7 17 19 21 23
 2 4 6 8 18 20 22 24
 9 11 13 15 25 27 29 31
 10 12 14 16 26 28 30 32
 33 35 37 39 49 51 53 55
 34 36 38 40 50 52 54 56
 41 43 45 47 57 59 61 63
 42 44 46 48 58 60 62 64

13825-P/

1 62 7 60 23 44 17 46
 63 4 57 6 41 22 47 20
 10 53 16 51 32 35 26 37
 56 11 50 13 34 29 40 27
 42 21 48 19 64 3 58 5
 24 43 18 45 2 61 8 59
 33 30 39 28 55 12 49 14
 31 36 25 38 9 54 15 52

16129-R/ 1 2 9 10 17 18 25 26 3 4 11 12 19 20 27 28 5 6 13 14 21 22 29 30 7 8 15 16 23 24 31 32 33 34 41 42 49 50 57 58 35 36 43 44 51 52 59 60 37 38 45 46 53 54 61 62 39 40 47 48 55 56 63 64	16129-P/ 1 63 10 56 26 40 17 47 62 4 53 11 37 27 46 20 7 57 16 50 32 34 23 41 60 6 51 13 35 29 44 22 39 25 48 18 64 2 55 9 28 38 19 45 3 61 12 54 33 31 42 24 58 8 49 15 30 36 21 43 5 59 14 52
---	---

18433-R/ 1 3 9 11 17 19 25 27 2 4 10 12 18 20 26 28 5 7 13 15 21 23 29 31 6 8 14 16 22 24 30 32 33 35 41 43 49 51 57 59 34 36 42 44 50 52 58 60 37 39 45 47 53 55 61 63 38 40 46 48 54 56 62 64	18433-P/ 1 62 11 56 27 40 17 46 63 4 53 10 37 26 47 20 6 57 16 51 32 35 22 41 60 7 50 13 34 29 44 23 38 25 48 19 64 3 54 9 28 39 18 45 2 61 12 55 33 30 43 24 59 8 49 14 31 36 21 42 5 58 15 52
---	---

20737-R/ 1 5 9 13 17 21 25 29 2 6 10 14 18 22 26 30 3 7 11 15 19 23 27 31 4 8 12 16 20 24 28 32 33 37 41 45 49 53 57 61 34 38 42 46 50 54 58 62 35 39 43 47 51 55 59 63 36 40 44 48 52 56 60 64	20737-P/ 1 60 13 56 29 40 17 44 63 6 51 10 35 26 47 22 4 57 16 53 32 37 20 41 62 7 50 11 34 27 46 23 36 25 48 21 64 5 52 9 30 39 18 43 2 59 14 55 33 28 45 24 61 8 49 12 31 38 19 42 3 58 15 54
---	---

23041-R/ 2 1 3 4 5 6 8 7 10 9 11 12 13 14 16 15 18 17 19 20 21 22 24 23 26 25 27 28 29 30 32 31 34 33 35 36 37 38 40 39 42 41 43 44 45 46 48 47 50 49 51 52 53 54 56 55 58 57 59 60 61 62 64 63	23041-P/ 2 64 4 62 7 57 5 59 55 9 53 11 50 16 52 14 26 40 28 38 31 33 29 35 47 17 45 19 42 24 44 22 58 8 60 6 63 1 61 3 15 49 13 51 10 56 12 54 34 32 36 30 39 25 37 27 23 41 21 43 18 48 20 46
---	---

.....

多重方陣 10 個が原初方陣の大基本型 10 個に一一対対応し，他の全ての目的方陣を再構成できるのであれば，この多重方陣 10 個を正方連結完全八方陣の「大基本型」と認定して異論あるまい。

心配性の人のために，多重方陣から非多重方陣を構成する書き換え法の 1 例を示そう。

多重型から非多重型に書き換える方法：出発点と到着点を示そう。

多重型	1/P	→	非多重型	2/P	左図がスタート方陣，右図が ゴール方陣である。
1 63 4 62 8 58 5 59			1 63 3 61 8 58 6 60		
56 10 53 11 49 15 52 14			56 10 54 12 49 15 51 13		
25 39 28 38 32 34 29 35			17 47 19 45 24 42 22 44		
48 18 45 19 41 23 44 22			40 26 38 28 33 31 35 29		
57 7 60 6 64 2 61 3			57 7 59 5 64 2 62 4		
16 50 13 51 9 55 12 54			16 50 14 52 9 55 11 53		
33 31 36 30 40 26 37 27			41 23 43 21 48 18 46 20		
24 42 21 43 17 47 20 46			32 34 30 36 25 39 27 37		

スタート方陣 1/P

1	63	4	62	8	58	5	59
56	10	53	11	49	15	52	14
25	39	28	38	32	34	29	35
48	18	45	19	41	23	44	22
57	7	60	6	64	2	61	3
16	50	13	51	9	55	12	54
33	31	36	30	40	26	37	27
24	42	21	43	17	47	20	46

書き換え進行中

1	63	3	61	8	58	*	*
56	10	54	12	49	15	*	*
17	47	#	#	*	*	#	#
40	26	#	#	*	*	#	#
57	7	*	*	64	2	62	4
16	50	*	*	9	55	11	53
*	*	#	#	48	18	#	#
*	*	#	#	25	39	#	#

何も変更を加えずにそのままコピーすべきなのが、1, 8, 7, 2 を含む4数ずつ。3, 4 を含む4数は、上下左右を入れ替えながら相互交換する。17, 18 を含む4数も、同様に入れ替える。

スタート方陣 1/P

1	63	4	62	8	58	5	59
56	10	53	11	49	15	52	14
25	39	28	38	32	34	29	35
48	18	45	19	41	23	44	22
57	7	60	6	64	2	61	3
16	50	13	51	9	55	12	54
33	31	36	30	40	26	37	27
24	42	21	43	17	47	20	46

書き換え進行中

1	63	3	61	8	58	6	60
56	10	54	12	49	15	51	13
17	47	#	#	24	42	#	#
40	26	#	#	33	31	#	#
57	7	59	5	64	2	62	4
16	50	14	52	9	55	11	53
41	23	#	#	48	18	#	#
32	34	#	#	25	39	#	#

5, 6 を含む4数ずつは、左右を入れ替えながら交換する。23, 24 を含む4数は、上下を入れ替えながら、相互に交換する。

スタート方陣 1/P

1	63	4	62	8	58	5	59
56	10	53	11	49	15	52	14
25	39	28	38	32	34	29	35
48	18	45	19	41	23	44	22
57	7	60	6	64	2	61	3
16	50	13	51	9	55	12	54
33	31	36	30	40	26	37	27
24	42	21	43	17	47	20	46

書き換え終了図

1	63	3	61	8	58	6	60
56	10	54	12	49	15	51	13
17	47	19	45	24	42	22	44
40	26	38	28	33	31	35	29
57	7	59	5	64	2	62	4
16	50	14	52	9	55	11	53
41	23	43	21	48	18	46	20
32	34	30	36	25	39	27	37

#印の4数ずつは、他へ移さなくてよいが、自己自身の中で左右・上下をそっくり入れ替える。180度回転すると言ってもよい。

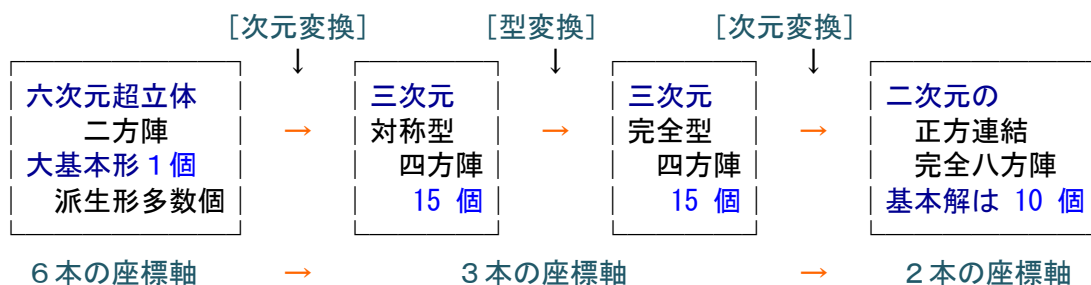
書き換えた出来上がり図は、非多重型になっている。

この解は、どんなテストにも耐えて残った優秀なもので、ひな形に選ぶのに最適だ。原初八方陣とひな形変換法によって、この1個から **368640** 個の解の全てを再構成できる。

10. かくして六次元の超立体二方陣の解から二次元の正方連結完全八方陣の全ての解をめでたく作り出せることがわかった。前者を後者の「根源方陣」とも「原型」とも言うことができる。

しかも、この源泉は、三次元立方体の正方連結型完全四方陣を作り出したのと同じもので、取り出し方が少し違うだけである。途中様々な書き換えを実行しているが、全体的には何度でも再現ができる。異次元の魔方陣に書き換える「次元変換法」はトータルに可能であると主張して良いだろう。

11. 基本解の総数が、何故立体四方陣では **15** 個で、平面八方陣では **10** 個なのかは、一つは汎魔方陣の条件に、他の一つは次元変換そのものに由来する。



これは、前に書いた正方連結汎立体四方陣の分析で詳述したことだが、1の隣に来れる数は(64, 63, 62, 60, 56, 48, 32)の7数に限定される。完全型では、64が他で既に使われていて、残りが6数しかない。

いっぽう六次元超立体二方陣では、座標軸が6本あり、1の隣の数が6個あった。

それが三次元空間に押し出されて来ると、座標軸が3本に減り、6個の数は2個ずつに分かれて、3軸にのる。その時の場合の数は、 $6C_2 \times 4C_2 \div 3P_3 = 15 \times 6 \div 6 = 15$ 通りに識別される。

また二次元空間に押し出されると、6数が3数ずつに分かれて2本の座標軸にのる。その時の場合の数は、 $6C_3 \div 2P_2 = 20 \div 2 = 10$ 通りに識別される。

これ以上少なくともは整理できないから、ゆえにそれぞれ「大基本解」の総数になる。

並び方を細かく区別するのであれば、組合せではなく順列の計算になる。そうすると、解の総数はどんどん増える。大きな数値が好きなのは、そう計算すれば良い。

それにしても、かつては孤立しているように見えた「個性的な」魔方陣どうしが、実は親子・兄弟を持ち、ファミリーを形成していた。上のような系統図が書けることがわかった。これは、素晴らしい発見だった。

この書き換えを可能にしているのは、異次元の魔方陣間の構造的連関の緊密さだ。その根拠は、何度も言うけれども、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ の「配列」そのものにあるのである。

(初稿 : on May 31, 2001; 補筆清書稿 : on Aug. 17, 2005;

最終改訂稿 : on Oct. 12, 2013 with MacOSX 10.8.5 and Xcode 5.0;

計算・作図・著述 by 摂田 寛二(Kanji Setsuda)

E-mail Address: <jag12001@nifty.com>

【付録】プログラムのリスト (摂田 寛二謹製)

六次元超立体二方陣から正方連結完全八方陣の大基本解 10 個を作る

```
/** Make the Extra-Cubic Magic Objects of Order 2^6 and **
/** Transform them into SC & CC Magic Cubes & Squares **
/** and List out the Most Fundamental 10 Solutions **
/** File Name 'EC026CCF10.c': Dictated by Kanji Setsuda **
/** on Mar.22, 2005; Jan.26, 2009 and Aug.18, 2013; **
/** with MacOSX 10.8.4 and Xcode 4.6.3; **
//
#include <stdio.h>
//
/** Variables *
short int cnt, tc[3];
short c2, c3;
short CC, SSM;
short nm[65], flg[65];
//
/** Sub-Routines *
void stp01(void), stp02(void), stp03(void), stp04(void), stp05(void);
void stp06(void), stp07(void), stp08(void), stp09(void), stp10(void);
void stp11(void), stp12(void), stp13(void), stp14(void), stp15(void);
void stp16(void), stp17(void), stp18(void), stp19(void), stp20(void);
void stp21(void), stp22(void), stp23(void), stp24(void), stp25(void);
void stp26(void), stp27(void), stp28(void), stp29(void), stp30(void);
void stp31(void), stp32(void), stp33(void), stp34(void), stp35(void);
void stp36(void), stp37(void), stp38(void), stp39(void), stp40(void);
void ansprint(void), prpat1(void), prpat2(void), prpat3(void);
void ans26print(void), pr1pat26(void), pr2pat26(void), pr3pat26(void);
```

```

//
/** Main Program *
int main(){
    short n;
    printf("\n");
    printf("*** Build the Extra-Cubic Magic Objects of Order 2x2x2x2x2x2 **\n");
    printf("*** and Transform them into SC & CC Types of Cubes & Squares **\n");
    printf("*** and List out the Most Fundamental 10 of Composite CMS88 **\n");
    printf("        (n1==1, n2>n5, n2>n3>n31, n5>n9>n44)\n");
    for(n=0;n<65;n++){nm[n]=0; flg[n]=0;}
    CC=65; SSM=130; cnt=0; c3=0;
    stp01();    /** Begin the Calculations *
    printf("\n");
    printf(" [Count = %d] OK!\n",cnt);
    printf("\n");
    printf("*** Calculated and Listed by Kanji Setsuda\n");
    printf("    on Aug.18, 2013 with MacOSX 10.8.4 & Xcode 4.6.3 **\n");
    printf("\n");
    return 0;
}
//
/** Begin the Calculations *
/** Set n1=1 & n64=64 *
void stp01(){
    short a,b;
    for(a=1;a<2;a++){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[1]=a; nm[64]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp02();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}
    }
}
/** Set n2 & n63 *
void stp02(){
    short a,b;
    for(a=63;a>1;a--){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[2]=a; nm[63]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp03();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}
    }
}
/** Set n5 & n60 & n5<n2 *
void stp03(){
    short a,b;
    for(a=nm[2]-1;a>1;a--){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[5]=a; nm[60]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp04();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}
    }
}
/** Set n6=SSM-n1-n2-n5 & n59 *
void stp04(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[5];
    if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;

```

```

        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[6]=a; nm[59]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp05();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
    /* Set n3 & n62 & n2>n3 *
void stp05(){
    short a,b;
    for(a=nm[2]-1;a>1;a--){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[3]=a; nm[62]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp06();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
}
    /* Set n4=SSM-n1-n2-n3 & n61 *
void stp06(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[3];
    if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[4]=a; nm[61]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp07();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
}
    /* Set n7=SSM-n1-n3-n5 & n58 *
void stp07(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[1]-nm[3]-nm[5];
    if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[7]=a; nm[58]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp08();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
}
    /* Set n8=SSM-n2-n4-n6 & n57 *
void stp08(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[2]-nm[4]-nm[6];
    if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[8]=a; nm[57]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp09();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
}
    /* Level: 2 *
    /* Set n9 & n56 & n5>n9 *
void stp09(){
    short a,b;
    for(a=nm[5]-1;a>1;a--){b=CC-a;
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[9]=a; nm[56]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp10();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
}

```

```

}
}
/* Set n10=SSM-n1-n2-n9 & n55 *
void stp10(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[9];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[10]=a; nm[55]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp11();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n11=SSM-n1-n3-n9 & n54 *
void stp11(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[3]-nm[9];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[11]=a; nm[54]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp12();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n12=SSM-n2-n4-n10 & n53 *
void stp12(){
short a,b;
a=SSM-nm[2]-nm[4]-nm[10];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[12]=a; nm[53]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp13();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n13=SSM-n1-n5-n9 & n52 *
void stp13(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[5]-nm[9];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[13]=a; nm[52]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp14();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n14=SSM-n2-n6-n10 & n51 *
void stp14(){
short a,b;
a=SSM-nm[2]-nm[6]-nm[10];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[14]=a; nm[51]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp15();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n15=SSM-n3-n7-n11 & n50 *
void stp15(){
short a,b;

```

```

a=SSM-nm[3]-nm[7]-nm[11];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
  if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
    nm[15]=a; nm[50]=b;
    flg[a]=1; flg[b]=1;
    stp16();
    flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n16=SSM-n4-n8-n12 & n49 *
void stp16(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[4]-nm[8]-nm[12];
  if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
      nm[16]=a; nm[49]=b;
      flg[a]=1; flg[b]=1;
      stp17();
      flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Level: 3 *
/* Set n17 & n48 *
void stp17(){
  short a,b;
  for(a=63;a>1;a--){b=CC-a;
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){c2=0;
      nm[17]=a; nm[48]=b;
      flg[a]=1; flg[b]=1;
      stp18();
      flg[b]=0; flg[a]=0;}
  }
}
/* Set n18=SSM-n1-n2-n17 & n47 *
void stp18(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[17];
  if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
      nm[18]=a; nm[47]=b;
      flg[a]=1; flg[b]=1;
      stp19();
      flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n19=SSM-n1-n3-n17 & n46 *
void stp19(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[1]-nm[3]-nm[17];
  if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
      nm[19]=a; nm[46]=b;
      flg[a]=1; flg[b]=1;
      stp20();
      flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n20=SSM-n2-n4-n18 & n45 *
void stp20(){
  short a,b;
  a=SSM-nm[2]-nm[4]-nm[18];
  if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
      nm[20]=a; nm[45]=b;

```

```

        flg[a]=1; flg[b]=1;
        stp21();
        flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n21=SSM-n1-n5-n17 & n44(<n9) *
void stp21(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[5]-nm[17];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((b<nm[9])&&(flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[21]=a; nm[44]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp22();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n22=SSM-n2-n6-n18 & n43 *
void stp22(){
short a,b;
a=SSM-nm[2]-nm[6]-nm[18];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[22]=a; nm[43]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp23();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n23=SSM-n3-n7-n19 & n42 *
void stp23(){
short a,b;
a=SSM-nm[3]-nm[7]-nm[19];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[23]=a; nm[42]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp24();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n24=SSM-n4-n8-n20 & n41 *
void stp24(){
short a,b;
a=SSM-nm[4]-nm[8]-nm[20];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[24]=a; nm[41]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp25();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Level: 4 *
/* Set n25=SSM-n1-n9-n17 & n40 *
void stp25(){
short a,b;
a=SSM-nm[1]-nm[9]-nm[17];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[25]=a; nm[40]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp26();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}

```



```

/* Set n26=SSM-n2-n10-n18 & n39 *
void stp26(){
short a,b;
a=SSM-nm[2]-nm[10]-nm[18];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[26]=a; nm[39]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp27();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n27=SSM-n3-n11-n19 & n38 *
void stp27(){
short a,b;
a=SSM-nm[3]-nm[11]-nm[19];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[27]=a; nm[38]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp28();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n28=SSM-n4-n12-n20 & n37 *
void stp28(){
short a,b;
a=SSM-nm[4]-nm[12]-nm[20];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[28]=a; nm[37]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp29();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n29=SSM-n5-n13-n21 & n36 *
void stp29(){
short a,b;
a=SSM-nm[5]-nm[13]-nm[21];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[29]=a; nm[36]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp30();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n30=SSM-n6-n14-n22 & n35 *
void stp30(){
short a,b;
a=SSM-nm[6]-nm[14]-nm[22];
if((1<a)&&(a<64)){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
nm[30]=a; nm[35]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp31();
flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/* Set n31=SSM-n7-n15-n23 & n34 & n31<n3 *
void stp31(){
short a,b;
a=SSM-nm[7]-nm[15]-nm[23];
if((1<a)&&(a<nm[3])){b=CC-a;

```

```

        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[31]=a; nm[34]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp32();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
    /* Set n32=SSM-n8-n16-n24 & n33 *
void stp32(){
    short a,b;
    a=SSM-nm[8]-nm[16]-nm[24];
    b=SSM-nm[1]-nm[2]-nm[34];
    if((1<a)&&(a<64)&&(a+b==CC)){
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[32]=a; nm[33]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp33();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}
    }
    /* Check some Composite Sums *
void stp33(){
    short sm1,sm2,sm3;
    sm1=nm[1]+nm[3]+nm[33]+nm[35];
    sm2=nm[1]+nm[5]+nm[33]+nm[37];
    sm3=nm[1]+nm[9]+nm[33]+nm[41];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp34();}
    }
    /* Check some Composite Sums *
void stp34(){
    short sm1,sm2,sm3;
    sm1=nm[1]+nm[17]+nm[33]+nm[49];
    sm2=nm[2]+nm[4]+nm[34]+nm[36];
    sm3=nm[2]+nm[6]+nm[34]+nm[38];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp35();}
    }
    /* Check some Composite Sums *
void stp35(){
    short sm1,sm2,sm3;
    sm1=nm[2]+nm[10]+nm[34]+nm[42];
    sm2=nm[2]+nm[18]+nm[34]+nm[50];
    sm3=nm[3]+nm[7]+nm[35]+nm[39];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp36();}
    }
    /* Check some Composite Sums */
void stp36(){
    short sm1,sm2,sm3;
    sm1=nm[3]+nm[11]+nm[35]+nm[43];
    sm2=nm[3]+nm[19]+nm[35]+nm[51];
    sm3=nm[4]+nm[8]+nm[36]+nm[40];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp37();}
    }
    /* Check some Composite Sums */
void stp37(){
    short sm1,sm2,sm3;
    sm1=nm[4]+nm[12]+nm[36]+nm[44];
    sm2=nm[4]+nm[20]+nm[36]+nm[52];
    sm3=nm[5]+nm[13]+nm[37]+nm[45];
    if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp38();}
    }
    /* Check some Composite Sums *
void stp38(){

```

```

short sm1,sm2,sm3;
sm1=nm[5]+nm[21]+nm[37]+nm[53];
sm2=nm[6]+nm[14]+nm[38]+nm[46];
sm3=nm[6]+nm[22]+nm[38]+nm[54];
if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp39();}
}
/* Check some Composite Sums *
void stp39(){
short sm1,sm2,sm3;
sm1=nm[7]+nm[15]+nm[39]+nm[47];
sm2=nm[7]+nm[23]+nm[39]+nm[55];
sm3=nm[8]+nm[16]+nm[40]+nm[48];
if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){stp40();}
}
/* Last Check of Composite Sums *
void stp40(){
short sm1,sm2,sm3;
sm1=nm[8]+nm[24]+nm[40]+nm[56];
sm2=nm[17]+nm[18]+nm[49]+nm[50];
sm3=nm[31]+nm[32]+nm[63]+nm[64];
if((sm1==SSM)&&(sm2==SSM)&&(sm3==SSM)){
ans26print();}
}
/* Print Procedure for Listing the Answers *
void ans26print(){
cnt++; c2++;
if(c2==1){
printf("\n");
printf(" %2d/2^6\n",cnt);
pr1pat26();
pr2pat26();
pr3pat26();
}
}
/* Print the Pattern-1 *
void pr1pat26(){
printf("%4d----%2d%7d----%2d",nm[1],nm[2],nm[3],nm[4]);
printf("%8d----%2d%7d----%2d\n",nm[33],nm[34],nm[35],nm[36]);
printf(" 1%3d--+-%2d 1%3d--+-%2d",nm[17],nm[18],nm[19],nm[20]);
printf(" 1%3d--+-%2d 1%3d--+-%2d\n",nm[49],nm[50],nm[51],nm[52]);
printf("%4d--l-%2d 1%4d--l-%2d l",nm[5],nm[6],nm[7],nm[8]);
printf("%5d--l-%2d 1%4d--l-%2d l\n",nm[37],nm[38],nm[39],nm[40]);
printf("%7d----%2d%7d----%2d",nm[21],nm[22],nm[23],nm[24]);
printf("%8d----%2d%7d----%2d\n",nm[53],nm[54],nm[55],nm[56]);
printf("\n");
//
printf("%4d----%2d%7d----%2d",nm[9],nm[10],nm[11],nm[12]);
printf("%8d----%2d%7d----%2d\n",nm[41],nm[42],nm[43],nm[44]);
printf(" 1%3d--+-%2d 1%3d--+-%2d",nm[25],nm[26],nm[27],nm[28]);
printf(" 1%3d--+-%2d 1%3d--+-%2d\n",nm[57],nm[58],nm[59],nm[60]);
printf("%4d--l-%2d 1%4d--l-%2d l",nm[13],nm[14],nm[15],nm[16]);
printf("%5d--l-%2d 1%4d--l-%2d l\n",nm[45],nm[46],nm[47],nm[48]);
printf("%7d----%2d%7d----%2d",nm[29],nm[30],nm[31],nm[32]);
printf("%8d----%2d%7d----%2d\n",nm[61],nm[62],nm[63],nm[64]);
}
/* Print the Pattern-2 *
void pr2pat26(){
printf("\n");
printf("%3d-----%2d-----%2d-----%2d          SC4^3/8^2\n",
nm[1],nm[2],nm[3],nm[4]);

```

```

printf(" | %2d%12d%12d | %2d",nm[17],nm[18],nm[19],nm[20]);
printf("%11d%3d%3d%3d",nm[1],nm[2],nm[3],nm[4]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[17],nm[18],nm[19],nm[20]);
printf("%3d%6d%6d%6d",nm[5],nm[33],nm[6],nm[34]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[7],nm[35],nm[8],nm[36]);
printf("%8d%3d%3d%3d",nm[5],nm[6],nm[7],nm[8]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[21],nm[22],nm[23],nm[24]);
printf(" | %2d%6d----%2d----%2d",nm[21],nm[49],nm[22],nm[50]);
printf("----%2d----%2d---+%2d----%2d",nm[23],nm[51],nm[24],nm[52]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[9],nm[10],nm[11],nm[12]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[25],nm[26],nm[27],nm[28]);
printf("%3d%6d | %2d%6d",nm[9],nm[37],nm[10],nm[38]);
printf("%6d%6d%6d%6d |",nm[11],nm[39],nm[12],nm[40]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[13],nm[14],nm[15],nm[16]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[29],nm[30],nm[31],nm[32]);
printf(" | %2d%6d%6d%6d",nm[25],nm[53],nm[26],nm[54]);
printf("%6d%6d | %2d%6d",nm[27],nm[55],nm[28],nm[56]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[33],nm[34],nm[35],nm[36]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[49],nm[50],nm[51],nm[52]);
printf("%3d----%2d--|-%2d----%2d",nm[13],nm[41],nm[14],nm[42]);
printf("----%2d----%2d----%2d%6d |",nm[15],nm[43],nm[16],nm[44]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[37],nm[38],nm[39],nm[40]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[53],nm[54],nm[55],nm[56]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[29],nm[57],nm[30],nm[58]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[31],nm[59],nm[32],nm[60]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[41],nm[42],nm[43],nm[44]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[57],nm[58],nm[59],nm[60]);
printf("%9d |%9d%12d%12d |",nm[45],nm[46],nm[47],nm[48]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[45],nm[46],nm[47],nm[48]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[61],nm[62],nm[63],nm[64]);
printf("%12d-----%2d-----%2d-----%2d\n",
nm[61],nm[62],nm[63],nm[64]);
}
/* Print the Pattern-3 *
void pr3pat26(){
printf("\n");
printf("%3d-----%2d-----%2d-----%2d CC4^3/8^2\n",
nm[1],nm[2],nm[4],nm[3]);
printf(" | %2d%12d%12d | %2d",nm[17],nm[18],nm[20],nm[19]);
printf("%11d%3d%3d%3d",nm[1],nm[2],nm[4],nm[3]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[29],nm[30],nm[32],nm[31]);
printf("%3d%6d%6d%6d",nm[5],nm[49],nm[6],nm[50]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[8],nm[52],nm[7],nm[51]);
printf("%8d%3d%3d%3d",nm[5],nm[6],nm[8],nm[7]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[25],nm[26],nm[28],nm[27]);
printf(" | %2d%6d----%2d----%2d",nm[21],nm[33],nm[22],nm[34]);
printf("----%2d----%2d---+%2d----%2d",nm[24],nm[36],nm[23],nm[35]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[13],nm[14],nm[16],nm[15]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[17],nm[18],nm[20],nm[19]);
printf("%3d%6d | %2d%6d",nm[13],nm[53],nm[14],nm[54]);
printf("%6d%6d%6d%6d |",nm[16],nm[56],nm[15],nm[55]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[9],nm[10],nm[12],nm[11]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[21],nm[22],nm[24],nm[23]);
printf(" | %2d%6d%6d%6d",nm[29],nm[37],nm[30],nm[38]);
printf("%6d%6d | %2d%6d",nm[32],nm[40],nm[31],nm[39]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[36],nm[35],nm[33],nm[34]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[64],nm[63],nm[61],nm[62]);
printf("%3d----%2d--|-%2d----%2d",nm[9],nm[61],nm[10],nm[62]);
printf("----%2d----%2d----%2d%6d |",nm[12],nm[64],nm[11],nm[63]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[40],nm[39],nm[37],nm[38]);
}

```

```

printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[60],nm[59],nm[57],nm[58]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[25],nm[45],nm[26],nm[46]);
printf("%6d%6d%6d%6d",nm[28],nm[48],nm[27],nm[47]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[48],nm[47],nm[45],nm[46]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[52],nm[51],nm[49],nm[50]);
printf("%9d |%9d%12d%12d |",nm[57],nm[58],nm[60],nm[59]);
printf("%5d%3d%3d%3d",nm[44],nm[43],nm[41],nm[42]);
printf("%3d%3d%3d%3d\n",nm[56],nm[55],nm[53],nm[54]);
printf("%12d-----%2d-----%2d-----%2d\n",
        nm[41],nm[42],nm[44],nm[43]);
}
//
//(End_Of_File)

```