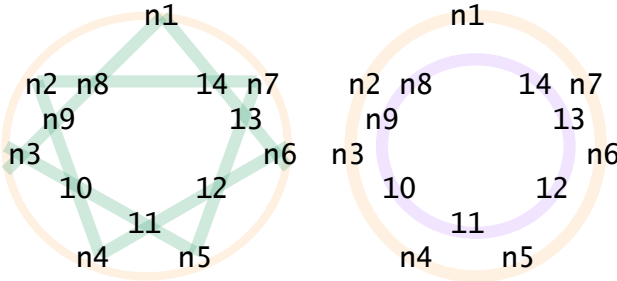


第2部：『星陣の基礎的研究』Ⅳ：撰田 寛二

第10章：二周七，九，十一，十二，十三星陣の追加研究

以前の二周星陣では、内周・外周上の変数が取り得る数値に制限を加えるという実験を全然していなかった。追加研究として、制限を加えた実験の結果をここで報告する。

* 二周星陣の場合 *



外周に $\{n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7\}$
 $=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 内周に $\{n8, n9, n10, n11, n12, n13, n14\}$
 $=\{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

という制限を加えた。
 解は、全部で2個しか出なかった。

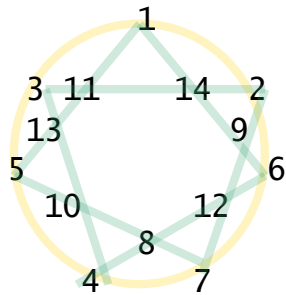
制限条件を反対にして
 $\{n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7\}$
 $=\{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

$\{n8, n9, n10, n11, n12, n13, n14\}=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ とした時の解の個数も、2個だった。

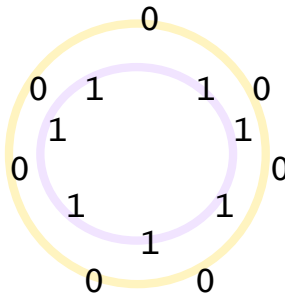
* 外周・内周の数値を制限した二周星陣の解のリスト *

[Type: n1=1]

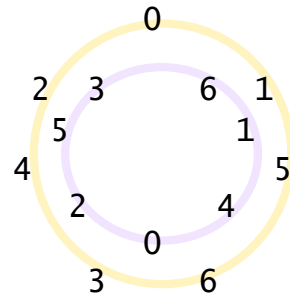
[1]



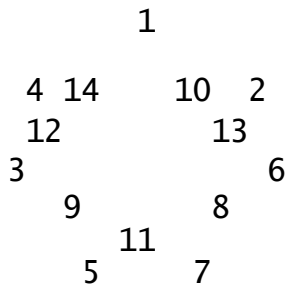
/D7i High



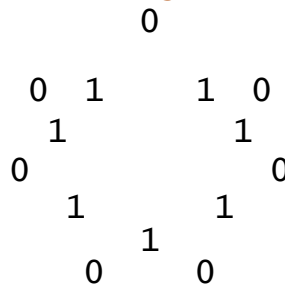
Low



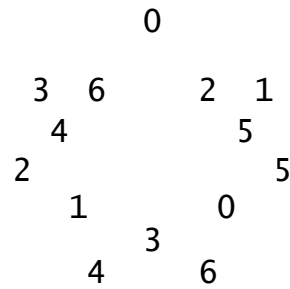
[2]



/D7i High

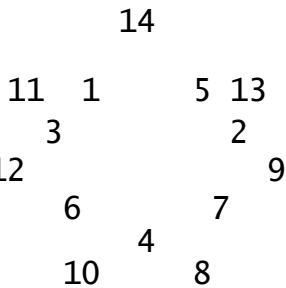


Low

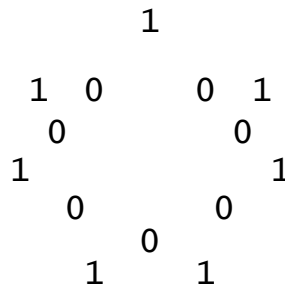


[Type: n8=1]

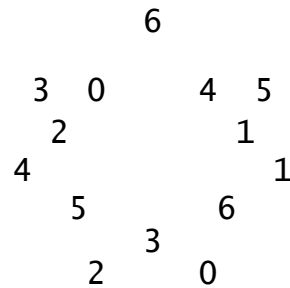
[3]



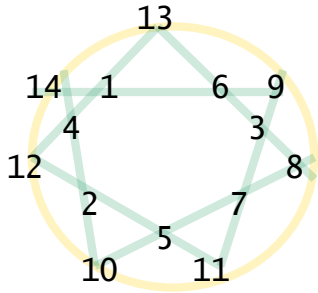
/D7i High



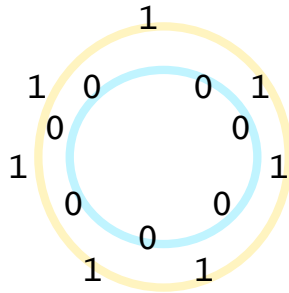
Low



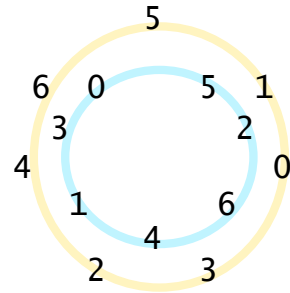
[4]



/D7i High



Low



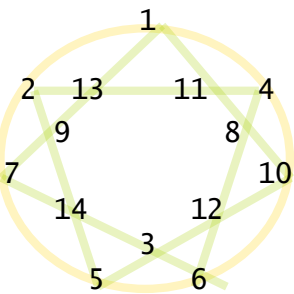
[Total Count = 4] OK!

何故にこのような数値制限を加えるかという、上図のように七進法分解した時に美しいパターンが現れるからである。とりわけ下位面で外周及び内周の7数の構成がいずれも {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} (順不同) となり、数字の重複や欠落が無い。これならばあえて「ラテン型」と言っても良いかと思う。解の数も少ないので、珍重することができる。

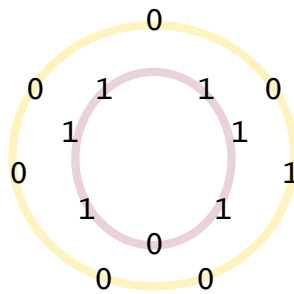
ちなみに上位面には一切注文を付けずに、厳密に下位面のみのラテン型を求めてみた。下表のように 14 個の解が見つかった。当然上の4解も含まれているが、それ以外の解での上位面の「乱れ」は必ずしも美しいとは言えない。小生は採りたくないと思う。

* 下位面のみの「ラテン型」二周七星陣の解のリスト (全) *

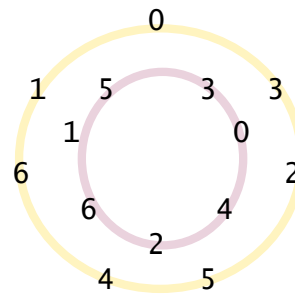
[1]



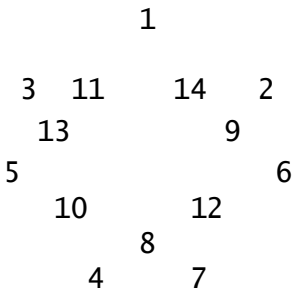
/D7i High



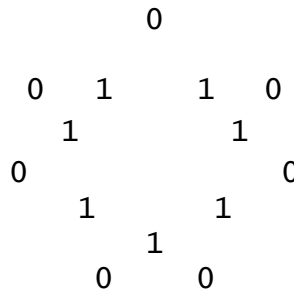
Low



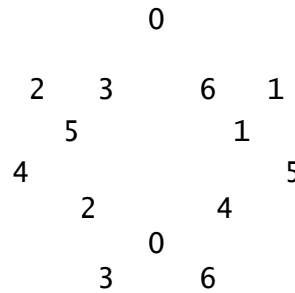
[2]



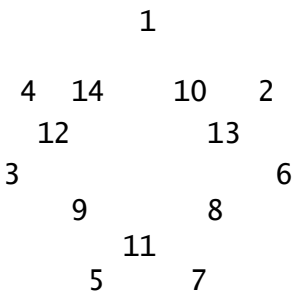
/D7i High



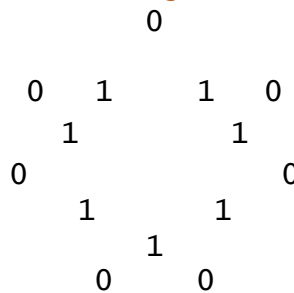
Low



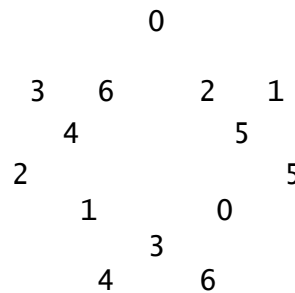
[3]



/D7i High



Low



[4]					/D7i	High				Low		
	1				0					0		
	5	8	14	3	0	1	1	0	4	0	6	2
	12		4		1		0		4		3	
	9			11	1			1	1			3
	6		10		0	0	1		5		2	
	2					0				1		
	7	13			0	1			6		5	

[5]					/D7i	High				Low		
	1				0					0		
	7	14	6	3	0	1	0	0	6	6	5	2
	10		12		1		1		2		4	
	5			11	0			1	4			3
	4		2		0	0	0		3		1	
	8					1				0		
	9	13			1	1			1		5	

[6]					/D7i	High				Low		
	1				0					0		
	7	5	14	4	0	0	1	0	6	4	6	3
	11		6		1		0		3		5	
	13			9	1			1	5			1
	2		8		0	0	1		1		0	
	3					0				2		
	10	12			1	1			2		4	

[7]					/D7i	High				Low		
	2				0					1		
	5	13	4	8	0	1	0	1	4	5	3	0
	12		10		1		1		4		2	
	3			14	0			1	2			6
	7		1		0	0	0		6		0	
	9					1				1		
	6	11			0	1			5		3	

[8]					/D7i	High				Low		
	2				0					1		
	6	7	13	4	0	0	1	0	5	6	5	3
	11		3		1		0		3		2	
	10			12	1			1	2			4
	5		9		0	0	1		4		1	
	1					0				0		
	8	14			1	1			0		6	

[9]				/D7i High				Low			
	2					0				1	
8	9	10	3	1	1	1	0	0	1	2	2
	14		12		1		1		6		4
5			6	0			0	4			5
	1		4		0		0		0		3
		13				1				5	
	7		11		0		1		6		3

[10]				/D7i High				Low			
	2					0				1	
8	13	5	4	1	1	0	0	0	5	4	3
	9		11		1		1		1		3
6			12	0			1	5			4
	3		1		0		0		2		0
		7				0				6	
	10		14		1		1		2		6

[11]				/D7i High				Low			
	4					0				3	
8	2	11	9	1	0	1	1	0	1	3	1
	14		3		1		0		6		2
10			12	1			1	2			4
	1		5		0		0		0		4
		6				0				5	
	7		13		0		1		6		5

[12]				/D7i High				Low			
	5					0				4	
9	3	7	11	1	0	0	1	1	2	6	3
	12		4		1		0		4		3
10			14	1			1	2			6
	1		2		0		0		0		1
		6				0				5	
	8		13		1		1		0		5

[13]				/D7i High				Low			
	8					1				0	
10	4	7	9	1	0	0	1	2	3	6	1
	6		2		0		0		5		1
12			13	1			1	4			5
	3		5		0		0		2		4
		1				0				0	
	11		14		1		1		3		6

[14]					/D7i	High				Low	
	8					1				0	
	11	7	3	9	1	0	0	1	3	6	2
		5		6		0		0		4	5
	10			13	1			1	2		5
		2		1		0		0		1	0
			4				0				3
		12		14		1	1			4	6

[Total Count = 14] OK!

*** 二周九星陣の場合 ***

二周星陣の場合、外周及び内周上の数値に同様の制限を加えた場合、六次・八次・十次には解が無かった。だから、七次の次は九次である。以下の制限を加える。

タイプ 1 では、{n1,n2,n3,n4,n5,n6,n7,n8,n9}={1,2,3,4,5,6,7,8,9};

{n9,n10,n11,n12,n13,n14,n15,n16,n17,n18}={9,10,11,12,13,14,15,16,17,18};

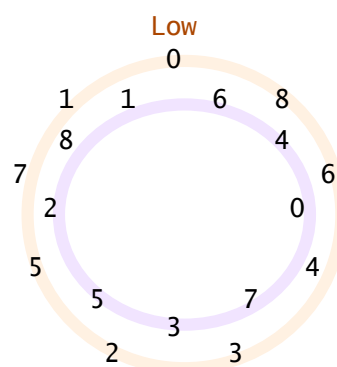
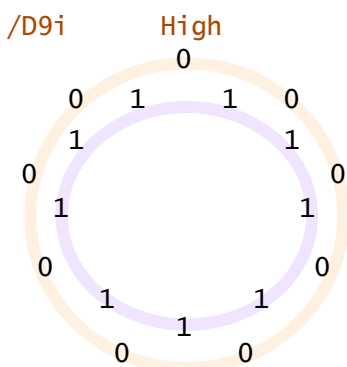
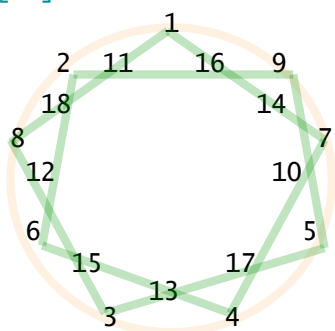
タイプ 2 では、{n1,n2,n3,n4,n5,n6,n7,n8,n9}={9,10,11,12,13,14,15,16,17,18};

{n9,n10,n11,n12,n13,n14,n15,n16,n17,n18}={1,2,3,4,5,6,7,8,9};

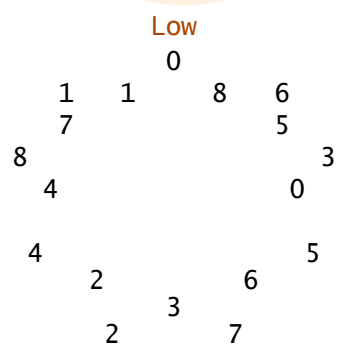
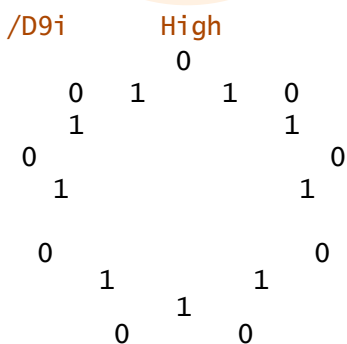
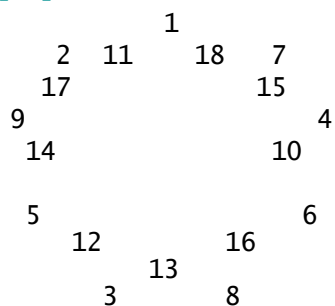
*** 外周と内周の各 9 数に数値制限を加えた二周九星陣の解のリスト (九進法分解図つき) ***

[Type n1=1]

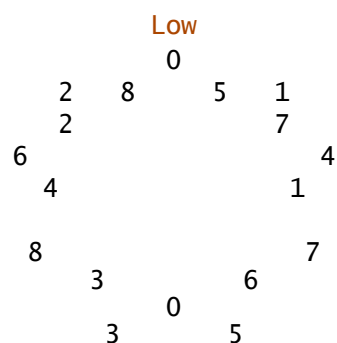
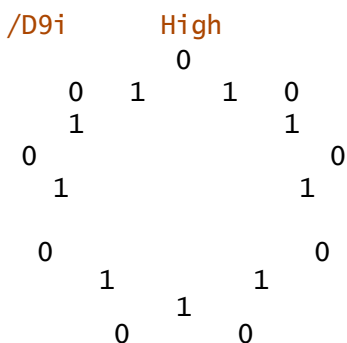
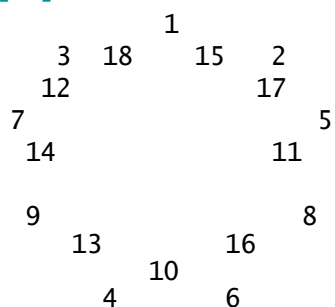
[1]



[2]



[3]



[9]		/D9i	High		Low
	1		0		0
4	11	15	8	0	1
17		16		1	1
9		6	0	1	0
14		12	1	1	8
3		2	0	1	0
10		13	1	1	2
5	18	7	0	1	0
			0	0	4

[10]		/D9i	High		Low
	1		0		0
5	14	11	8	0	1
16		17		1	1
7		9	0	1	0
15		10	1	1	6
2		3	0	1	0
12		13	1	1	1
4	18	6	0	1	0
			0	0	3

[11]		/D9i	High		Low
	1		0		0
5	10	15	8	0	1
18		16		1	1
9		6	0	1	0
13		11	1	1	8
2		3	0	1	0
12		14	1	1	1
4	17	7	0	1	0
			0	0	3

[12]		/D9i	High		Low
	1		0		0
5	10	17	6	0	1
18		12		1	1
9		8	0	1	0
11		13	1	1	8
4		7	0	1	0
16		14	1	1	1
2	15	3	0	1	0
			0	0	1

[13]		/D9i	High		Low
	1		0		0
5	12	14	7	0	1
16		17		1	1
9		6	0	1	0
15		11	1	1	8
2		3	0	1	0
10		13	1	1	1
4	18	8	0	1	0
			0	0	3

[14]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
5	12	0	1	0
16	13	1	1	4
8	18	1	1	2
9	6	0	0	3
14	10	1	1	7
				8
3	2	0	0	5
11	15	1	1	2
17		1	1	1
4	7	0	0	3
				7
				6

[15]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
5	16	0	1	0
12	14	1	1	4
3	15	1	1	6
9	8	0	0	4
17	13	1	1	2
				8
4	7	0	0	7
10	11	1	1	3
18		1	1	0
2	6	0	0	3
				8
				5

[16]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
5	16	0	1	0
12	11	1	1	4
6	18	1	1	6
9	8	0	0	1
14	10	1	1	5
				8
7	4	0	0	7
13	17	1	1	3
15		1	1	0
2	3	0	0	6
				3
				7
				5
				2

[17]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
6	15	0	1	0
18	14	1	1	5
3	16	1	1	5
4	7	0	0	4
12	10	1	1	2
				8
2	9	0	0	1
17	13	1	1	7
11		1	1	3
5	8	0	0	4
				7

[18]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
6	17	0	1	0
12	13	1	1	5
2	15	1	1	7
8	9	0	0	3
16	14	1	1	1
				5
4	7	0	0	7
11	10	1	1	6
18		1	1	3
3	5	0	0	1
				8
				4
				6
				0
				8
				4

[19]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
6	11	14	7	5
17		18		7
9		5		8
13		10		3
2		3		1
12		15		2
4		16		8
		8		3

[20]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
7	10	16	5	6
18		13		8
9		8		8
11		14		1
2		6		1
15		12		5
3		17		2
		4		7

[21]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
7	12	15	4	6
16		17		6
9		5		8
13		14		3
2		3		1
10		11		0
6		18		5
		8		8

[22]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
8	13	14	3	7
15		18		5
9		5		8
11		10		1
4		7		3
16		17		6
2		12		1
		6		2

[23]		/D9i	High	Low
	1	0	0	0
9	12	14	3	8
17		18		7
8		5		7
10		11		0
2		6		1
16		15		6
4		13		3
		7		0

[24]		/D9i	High		Low
	1		0		0
9	14	13	2	0	1
15		18		1	8
8			6	0	5
10		11		1	1
4			7	0	3
17		16		1	7
	12			1	2
3	5			0	4

[Type n10=1]

[25]		/D9i	High		Low
	16		1		6
18	1	7	12	1	0
4		5		0	3
17		10		1	7
2		6		0	1
14		15		1	4
8		9		0	7
	3			0	2
11		13		1	1

[26]		/D9i	High		Low
	15		1		5
11	1	9	17	1	0
4		2		0	3
18		12		1	8
7		5		0	6
16		14		1	6
3		8		0	2
	6			0	5
10		13		1	0

[27]		/D9i	High		Low
	18		1		8
12	1	8	17	1	0
4		2		0	3
15		10		1	5
9		5		0	8
13		14		1	3
3		7		0	2
	6			0	5
11		16		1	1

[28]		/D9i	High		Low
	14		1		4
12	1	9	16	1	0
5		4		0	2
18		11		1	8
8		3		0	7
13		15		1	3
2		7		0	1
	6			0	5
10		17		1	0

[29]

					/D9i	High				Low		
		13				1				3		
	11	1	9	17	1	0	0	1	1	0	8	7
	6			4	0			0	5			3
18				12	1			1				2
	7			2	0			0	6			1
14				15	1			1	4			5
	3		8			0		0		2		7
		5					0				4	
	10		16			1		1		0		6

[30]

					/D9i	High				Low		
				14		1				4		
	10	1	9	18	1	0	0	1	0	0	8	8
	6			4	0			0	5			3
17				11	1			1	7			1
	7			3	0			0	6			2
15				13	1			1	5			3
	2		8			0		0		1		7
		5					0				4	
	12		16			1		1		2		6

[31]

					/D9i	High				Low		
				14		1				4		
	12	1	9	16	1	0	0	1	2	0	8	6
	6			5	0			0	5			4
17				10	1			1	7			0
	7			2	0			0	6			1
13				15	1			1	3			5
	3		8			0		0		2		7
		4					0				3	
	11		18			1		1		1		8

.....

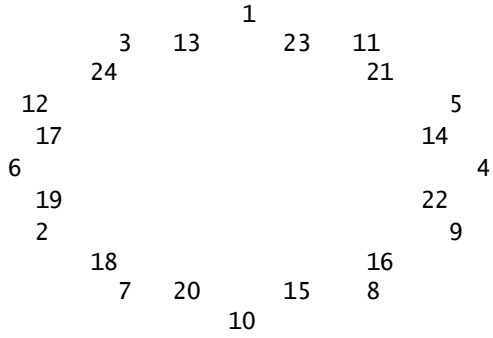
[45]

					/D9i	High				Low		
				13		1				3		
	11	1	9	17	1	0	0	1	1	0	8	7
	8			6	0			0	7			5
16				10	1			1	6			0
	5			3	0			0	4			2
14				12	1			1	4			2
	2		7			0		0		1		6
		4					0				3	
	15		18			1		1		5		8

[46]

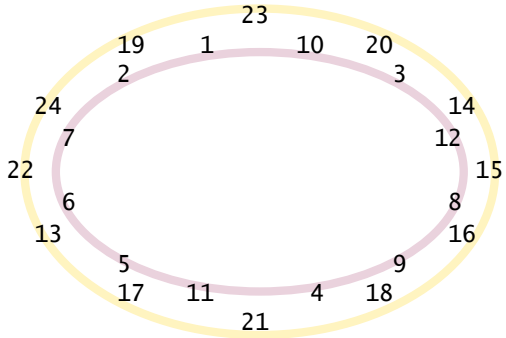
					/D9i	High				Low		
				13		1				3		
	17	1	8	12	1	0	0	1	7	0	7	2
	9			6	0			0	8			5
15				11	1			1	5			1
	2			4	0			0	1			3
10				16	1			1	0			6
	7		5			0		0		6		4
		3					0				2	
	14		18			1		1		4		8

259#

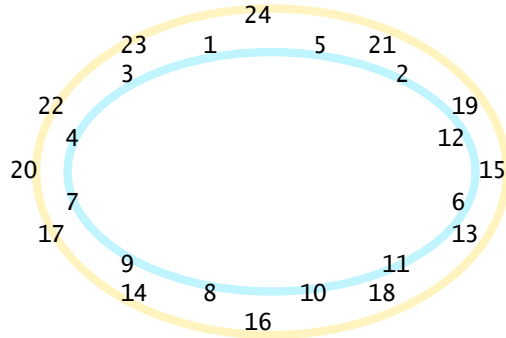


[Type n2=1]

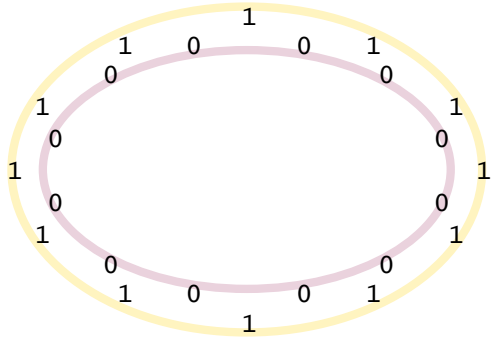
1#



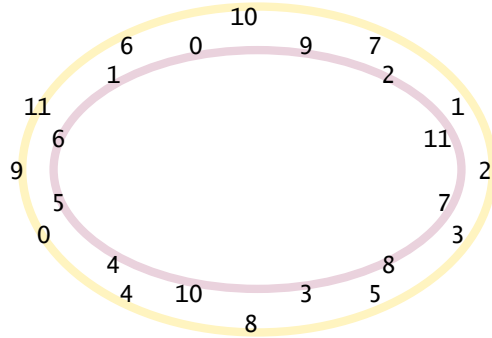
12#



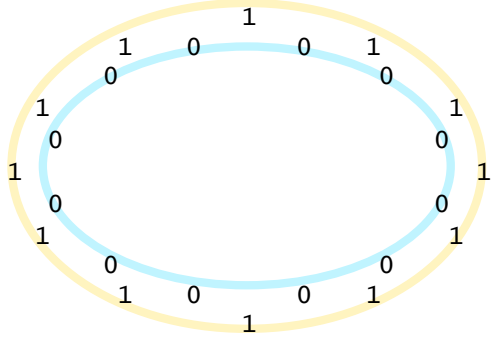
1/D12iH



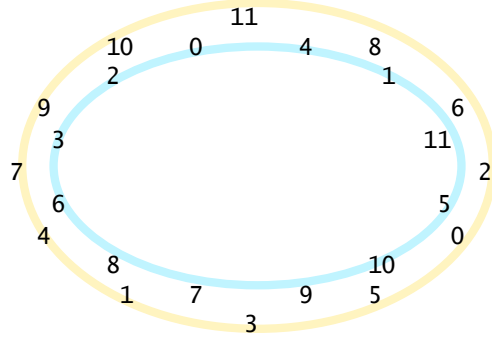
1/D12iL



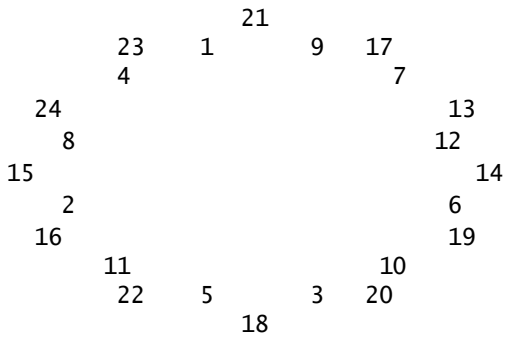
12/D12iH



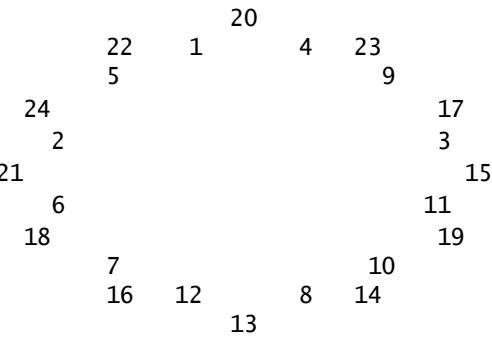
12/D12iL



18#



29#



48#

23 1 19 5 21
 6 4
 24 22 24 13
 3 9 2 12
 18 16 19 14
 8 2 3 10
 15 17 21 15
 11 12 5 9
 13 10 7 20 23 4 6 17

74#

22 1 18 11 16
 7 8
 22 24 13
 9 2 12
 16 19 14
 2 3 10
 17 21 15
 5 9
 23 4 6 17
 20

88#

23 1 17 7 19
 8 12
 24 14 24 15
 4 3 2 8
 15 16 20 17
 9 11 11 6
 13 22 13 21
 6 5 4
 20 10 2 18 14 10 3 23
 21

117#

19 1 16 12 18
 9 7
 14 24 15
 3 2 8
 16 20 17
 11 11 6
 22 13 21
 5 4
 14 10 3 23
 22

148#

22 1 15 8 19
 10 6
 24 21 24 21
 2 12 4 7
 16 13 16 22
 7 3 2 5
 17 14 20 17
 9 11 9 10
 18 4 5 23 23 6 8 13
 20

192#

19 1 14 12 18
 11 3
 21 24 21
 12 4 7
 13 16 22
 3 2 5
 14 20 17
 9 10 9 10
 23 6 8 13
 15

231#

15 1 13 11 23
 12 10
 24 16
 2 3
 21 14
 5 9
 19 22
 6 7
 18 8 4 20
 17

[Count = 340 + 326 = 666] OK!

六星陣，八星陣，十星陣に解が全然無いとなると，十二星陣にも無いと思うのは自然ではあるが，実際に調べてみると，解があった。全体で 24 個もの数字を使えるからだろう。

三周星陣では，八星陣や十星陣にも「ラテン型」の解があった。全体で 24 個，30 個もの数字を使えるというのが，やはり効いているのではないか。

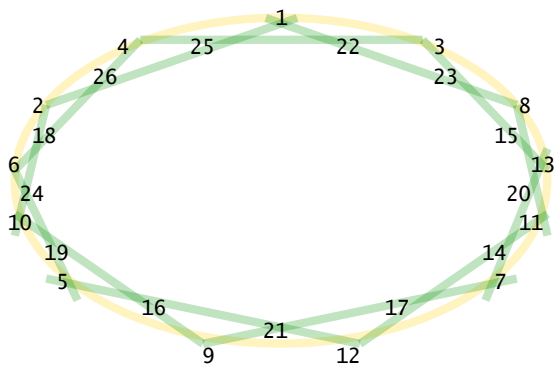
ただし，二周十二星陣では，タイプ n1=1 とタイプ n2=1 との間で奇数次星陣のように解の総数が同じになっていない。どうやら対称性が破れているようだ。

* 二周十三星陣の場合 *

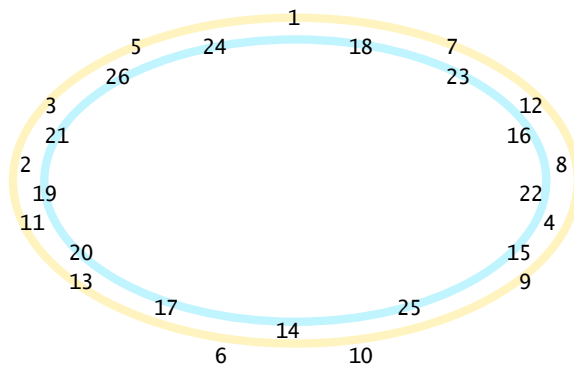
* 外周と内周の各13数に数値制限を加えた二周十三星陣の解のリスト *

[Type n1=1]

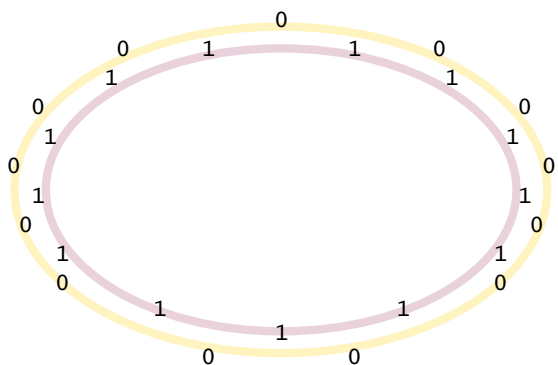
1#



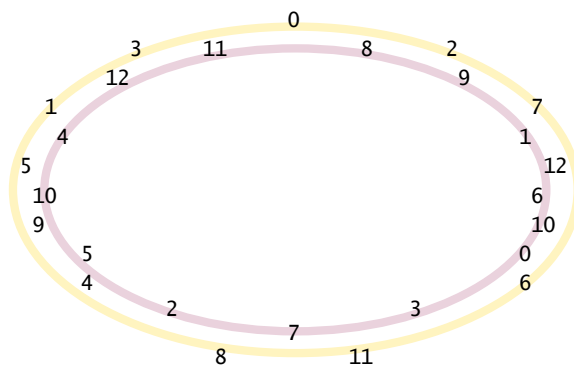
9#



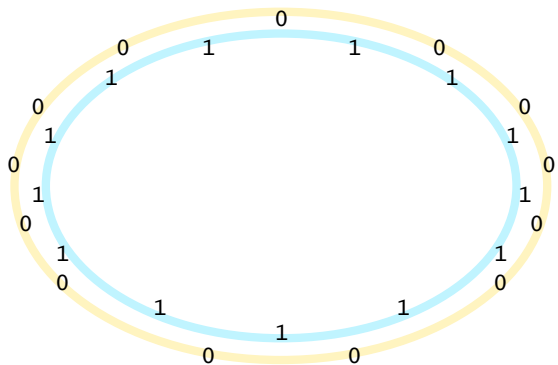
1/D13iH



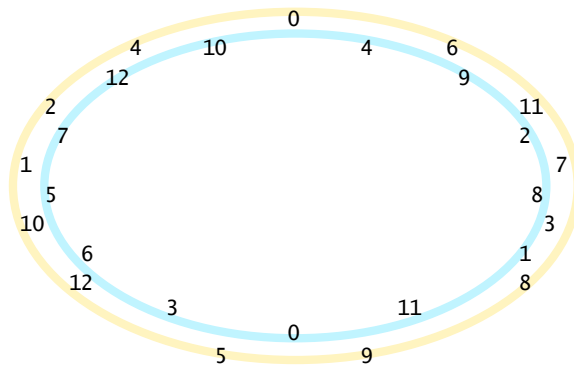
1/D13iL



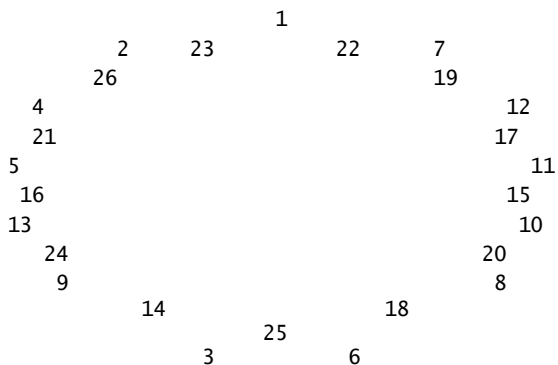
9/D13iH



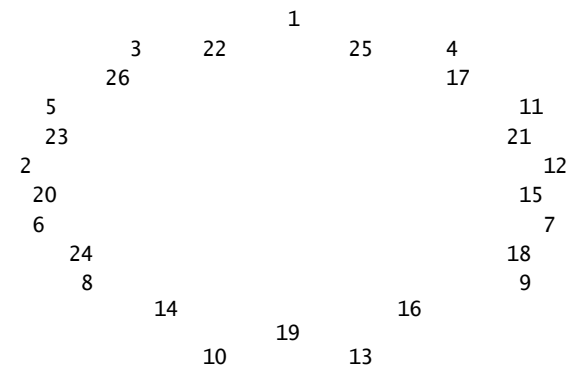
9/D13iL



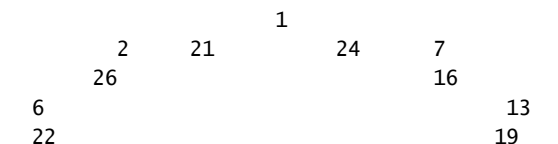
14#



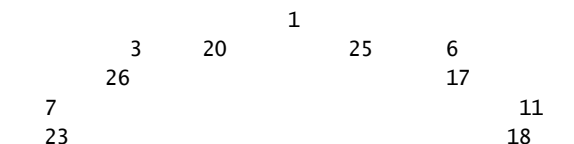
43#

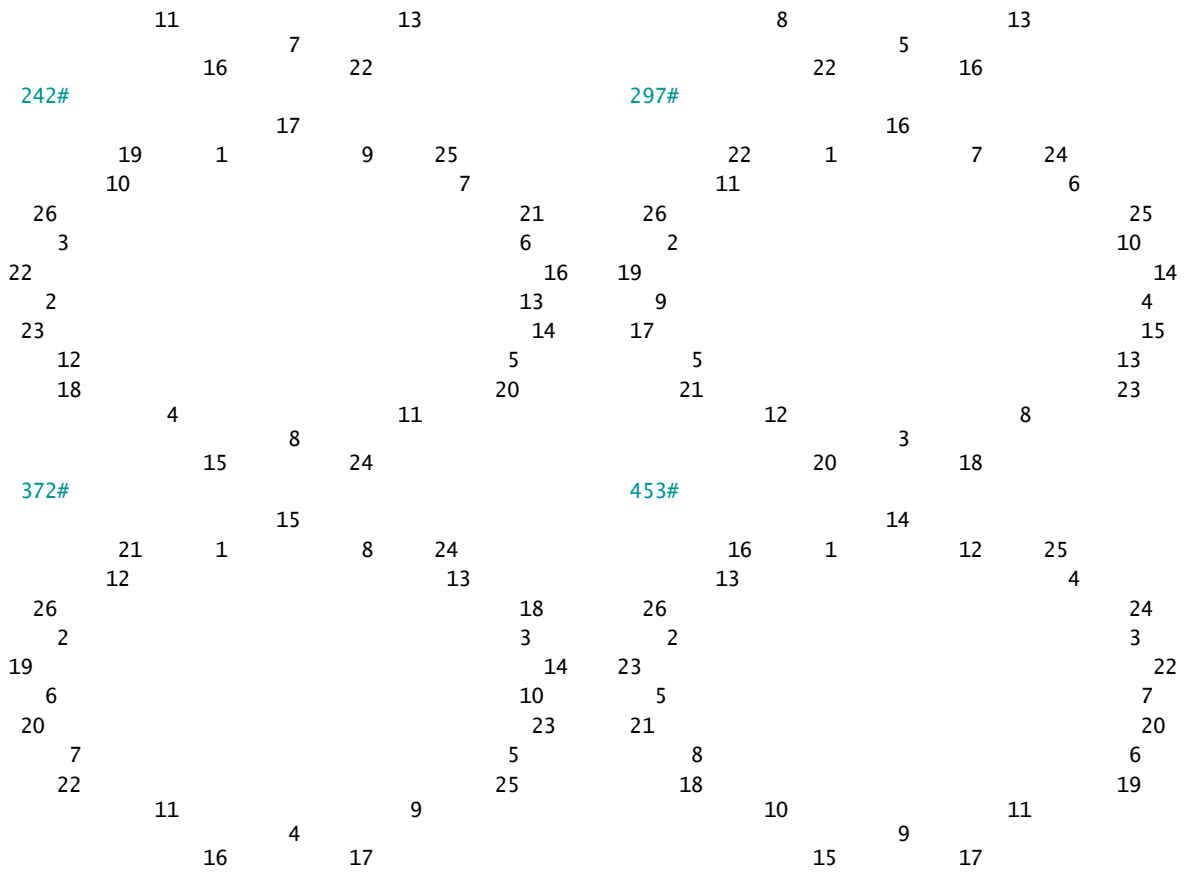


71#



106#





[Count = 544 + 544 = 1088] OK!

*** 二周星陣各タイプの次数別標準解の総数一覧表 ***

次数	ラテン星陣の解の総数	一般型の星陣の標準解の総数
6	0	80
7	4	72
8	0	112
9	48	3014
10	0	10882
11	168	53528
12	666	396930
13	1088	2434692

「ラテン型」の星陣は、極めて珍しい。二周十二星陣の一般解は 396,930 個もあるというのに、ラテン型は 666 個しか無い。二周十三星陣は全部で 2,434,692 個もあるのに、ラテン型は 544×2 個しか無い。0.05 パーセント未満の比率だ。宝物のように稀少の星陣だ。

この程度の個数ならば、構造研究も不可能ではない。変換法の研究もしやすい。やりがいがあるてえものではないか。

(Written by Kanji Setsuda on February 13, 2007
and July 8, 2008; Working with MacOSX and Xcode2.2)
E-Mail Address <jag12001@nifty.com>