

# 第1部：『魔方陣の基礎的研究』： 摂田 寛二

## 第1章： 魔方陣とは何か

### 第1節： 正方形三方陣

実例から入るのがわかりやすかろう。人類の歴史上で一番古くから知られている魔方陣は、次のような正方形の三方陣であった。縦横のどの行と列を取っても、その3数の和が等しい。ついでに2本の対角線上の3数の和も等しい。

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	7	2
1	5	9
8	3	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

いろいろな配置のものが知られているが、実は基本形は1個である。反転したり回転したり、対称移動したりして得られるものばかりで、いつも5は中央に居る。1が隅に来ることはない。1をはさむ数は、決まって6と8である。……

たった9個の自然数をこのように配置しただけで、図中

$$6 + 1 + 8 = 7 + 5 + 3 = 2 + 9 + 4 = 6 + 7 + 2 =$$

$$1 + 5 + 9 = 8 + 3 + 4 = 6 + 5 + 4 = 8 + 5 + 2 = 15$$

という8本もの等式が成り立つ。

昔から人々はこの1点に強い印象を受け続けている。しかもたった1つしか解が無いという点にも神秘性を感じている。“奇跡”を感じている人も居る。

これは本来単に数学的現象に過ぎないものだが、古来神秘主義者に刺激を与え、何らかの神意や形而上的な意味を読み取ろうとする人々を惹き付けて来た。

小生の知る限りでも、密教の曼陀羅や各種の方位学や九星術の基盤にこの方陣が用いられている痕跡がある。幾つかの数秘術も、この方陣から生まれている。

現代では、むしろ子供向けのパズルとして有名だ。難しい計算はどこにもないのに出来上がりが素敵なので、この古典的なパズルは今でも陳腐にならないでいる。

### 第2節： 正方形四方陣

要素を縦横に1つつ増やした四方陣となると、急に難しくなる。作るのも難しいし、記憶するのも難しくなる。パズルとしても、よほどのマニアにしか好まれなくなる。

方陣としての特徴は、三方陣の場合と同じだ。縦横の各行各列の4数の和が等しい。ついでに2本の対角線上の4数の和も等しい。

1	14	11	8
12	7	2	13
6	9	16	3
15	4	5	10

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

$$1 + 14 + 15 + 4 = 34$$
$$12 + 7 + 6 + 9 = 34$$
$$8 + 11 + 10 + 5 = 34$$
$$13 + 2 + 3 + 16 = 34$$
$$1 + 12 + 8 + 13 = 34$$
$$14 + 7 + 11 + 2 = 34$$
$$15 + 6 + 10 + 3 = 34$$
$$4 + 9 + 5 + 16 = 34$$
$$1 + 7 + 10 + 16 = 34$$
$$4 + 6 + 11 + 13 = 34$$

四方陣では、いつでも10本の等式が成り立つ。

だが、三方陣とくらべて数要素が16個に増えたわりには、等式が10本に増えたに過ぎない。そのために解の数が急に増える。880個もあると、たいして珍しいとも感じなくなる。

\*\* 標準型四方陣の標準解のリスト (抜粋) : チェック・サム・モニター付き \*\*

\*\* 'Standard' Type of Magic Squares of Order 4 \*\*

\*\* List of the 880 Standard Solutions with Check-Sum Monitors \*\*

[Type] N#\D1/D2|  
|Rw|Cl|

1#\34/34	2#\34/34	3#\34/34	4#\34/34	5#\34/34
1 5 16 12 34 34	1 5 16 12 34 34	1 6 15 12 34 34	1 6 15 12 34 34	1 6 16 11 34 34
8 14 3 9 34 34	10 14 3 7 34 34	11 16 5 2 34 34	16 11 2 5 34 34	12 15 5 2 34 34
10 4 13 7 34 34	8 4 13 9 34 34	8 3 10 13 34 34	4 7 14 9 34 34	7 4 10 13 34 34
15 11 2 6 34 34	15 11 2 6 34 34	14 9 4 7 34 34	13 10 3 8 34 34	14 9 3 8 34 34

6#\34/34	7#\34/34	8#\34/34	9#\34/34	10#\34/34
1 6 16 11 34 34	1 7 12 14 34 34	1 7 14 12 34 34	1 7 14 12 34 34	1 7 14 12 34 34
15 12 2 5 34 34	10 16 3 5 34 34	6 15 4 9 34 34	8 13 2 11 34 34	9 15 4 6 34 34
4 7 13 10 34 34	8 2 13 11 34 34	11 2 13 8 34 34	9 4 15 6 34 34	8 2 13 11 34 34
14 9 3 8 34 34	15 9 6 4 34 34	16 10 3 5 34 34	16 10 3 5 34 34	16 10 3 5 34 34

11#\34/34	12#\34/34	13#\34/34	14#\34/34	15#\34/34
1 7 14 12 34 34	1 7 14 12 34 34	1 7 14 12 34 34	1 7 16 10 34 34	1 7 16 10 34 34
10 16 5 3 34 34	11 13 2 8 34 34	16 10 3 5 34 34	12 14 5 3 34 34	14 12 3 5 34 34
8 2 11 13 34 34	6 4 15 9 34 34	4 6 15 9 34 34	6 4 11 13 34 34	4 6 13 11 34 34
15 9 4 6 34 34	16 10 3 5 34 34	13 11 2 8 34 34	15 9 2 8 34 34	15 9 2 8 34 34

[PD] 16#\34/34	17#\34/34	18#\34/34	19#\34/34	20#\34/34
1 8 11 14 34 34	1 8 12 13 34 34	1 8 12 13 34 34	1 8 12 13 34 34	1 8 12 13 34 34
12 13 2 7 34 34	6 15 3 10 34 34	7 14 2 11 34 34	10 15 3 6 34 34	11 14 2 7 34 34
6 3 16 9 34 34	11 2 14 7 34 34	10 3 15 6 34 34	7 2 14 11 34 34	6 3 15 10 34 34
15 10 5 4 34 34	16 9 5 4 34 34	16 9 5 4 34 34	16 9 5 4 34 34	16 9 5 4 34 34

21#\34/34	[PD] 22#\34/34	[PD] 23#\34/34	24#\34/34	25#\34/34
1 8 13 12 34 34	1 8 13 12 34 34	1 8 13 12 34 34	1 8 13 12 34 34	1 8 14 11 34 34
3 15 6 10 34 34	14 11 2 7 34 34	15 10 3 6 34 34	16 11 2 5 34 34	4 15 5 10 34 34
16 2 11 5 34 34	4 5 16 9 34 34	4 5 16 9 34 34	3 6 15 10 34 34	13 2 12 7 34 34
14 9 4 7 34 34	15 10 3 6 34 34	14 11 2 7 34 34	14 9 4 7 34 34	16 9 3 6 34 34

26#\34/34	27#\34/34	28#\34/34	29#\34/34	30#\34/34
1 8 14 11 34 34	1 8 14 11 34 34	1 8 14 11 34 34	1 8 15 10 34 34	1 8 15 10 34 34
7 12 2 13 34 34	10 15 5 4 34 34	13 12 2 7 34 34	4 14 5 11 34 34	6 12 3 13 34 34
10 5 15 4 34 34	7 2 12 13 34 34	4 5 15 10 34 34	13 3 12 6 34 34	11 5 14 4 34 34
16 9 3 6 34 34	16 9 3 6 34 34	16 9 3 6 34 34	16 9 2 7 34 34	16 9 2 7 34 34

31#\34/34	32#\34/34	33#\34/34	34#\34/34	35#\34/34
1 8 15 10 34 34	1 8 15 10 34 34	1 9 16 8 34 34	1 9 16 8 34 34	1 9 16 8 34 34
11 14 5 4 34 34	13 12 3 6 34 34	4 12 5 13 34 34	4 12 5 13 34 34	7 15 10 2 34 34
6 3 12 13 34 34	4 5 14 11 34 34	14 6 11 3 34 34	15 7 10 2 34 34	14 4 5 11 34 34
16 9 2 7 34 34	16 9 2 7 34 34	15 7 2 10 34 34	14 6 3 11 34 34	12 6 3 13 34 34

36#\34/34	37#\34/34	38#\34/34	39#\34/34	40#\34/34
1 9 16 8 34 34	1 9 16 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34
14 12 5 3 34 34	15 12 5 2 34 34	3 13 6 12 34 34	5 11 4 14 34 34	5 14 11 4 34 34
4 6 11 13 34 34	4 7 10 13 34 34	14 4 11 5 34 34	12 6 13 3 34 34	16 3 6 9 34 34
15 7 2 10 34 34	14 6 3 11 34 34	16 7 2 9 34 34	16 7 2 9 34 34	12 7 2 13 34 34

41#\34/34	42#\34/34	43#\34/34	44#\34/34	45#\34/34
1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34
7 16 9 2 34 34	7 16 9 2 34 34	12 13 6 3 34 34	14 11 4 5 34 34	16 6 3 9 34 34
12 3 6 13 34 34	14 5 4 11 34 34	5 4 11 14 34 34	3 6 13 12 34 34	5 11 14 4 34 34
14 5 4 11 34 34	12 3 6 13 34 34	16 7 2 9 34 34	16 7 2 9 34 34	12 7 2 13 34 34

46#\34/34	47#\34/34	48#\34/34	49#\34/34	50#\34/34
1 10 15 8 34 34	1 10 15 8 34 34	1 10 16 7 34 34	1 10 16 7 34 34	1 10 16 7 34 34
16 7 2 9 34 34	16 7 2 9 34 34	8 15 9 2 34 34	8 15 9 2 34 34	15 8 2 9 34 34
4 11 14 5 34 34	6 13 12 3 34 34	11 4 6 13 34 34	13 6 4 11 34 34	4 11 13 6 34 34
13 6 3 12 34 34	11 4 5 14 34 34	14 5 3 12 34 34	12 3 5 14 34 34	14 5 3 12 34 34
51#\34/34	52#\34/34	53#\34/34	54#\34/34	55#\34/34
1 10 16 7 34 34	1 11 8 14 34 34	1 11 14 8 34 34	1 11 14 8 34 34	1 11 14 8 34 34
15 8 2 9 34 34	6 16 3 9 34 34	6 16 9 3 34 34	6 16 9 3 34 34	7 13 12 2 34 34
6 13 11 4 34 34	12 2 13 7 34 34	12 2 7 13 34 34	15 5 4 10 34 34	16 4 5 9 34 34
12 3 5 14 34 34	15 5 10 4 34 34	15 5 4 10 34 34	12 2 7 13 34 34	10 6 3 15 34 34
56#\34/34	57#\34/34	58#\34/34	59#\34/34	60#\34/34
1 11 14 8 34 34	1 11 14 8 34 34	1 11 14 8 34 34	1 11 16 6 34 34	1 11 16 6 34 34
16 5 4 9 34 34	16 6 3 9 34 34	16 6 3 9 34 34	8 14 9 3 34 34	8 14 9 3 34 34
7 12 13 2 34 34	4 10 15 5 34 34	7 13 12 2 34 34	10 4 7 13 34 34	13 7 4 10 34 34
10 6 3 15 34 34	13 7 2 12 34 34	10 4 5 15 34 34	15 5 2 12 34 34	12 2 5 15 34 34
61#\34/34	62#\34/34	[PD] 63#\34/34	64#\34/34	65#\34/34
1 11 16 6 34 34	1 11 16 6 34 34	1 12 7 14 34 34	1 12 8 13 34 34	1 12 8 13 34 34
14 8 3 9 34 34	14 8 3 9 34 34	8 13 2 11 34 34	6 15 3 10 34 34	7 14 2 11 34 34
4 10 13 7 34 34	7 13 10 4 34 34	10 3 16 5 34 34	11 2 14 7 34 34	10 3 15 6 34 34
15 5 2 12 34 34	12 2 5 15 34 34	15 6 9 4 34 34	16 5 9 4 34 34	16 5 9 4 34 34
66#\34/34	67#\34/34	68#\34/34	69#\34/34	70#\34/34
1 12 8 13 34 34	1 12 8 13 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34
10 15 3 6 34 34	11 14 2 7 34 34	2 14 7 11 34 34	3 15 10 6 34 34	6 10 3 15 34 34
7 2 14 11 34 34	6 3 15 10 34 34	15 3 10 6 34 34	16 2 7 9 34 34	11 7 14 2 34 34
16 5 9 4 34 34	16 5 9 4 34 34	16 5 4 9 34 34	14 5 4 11 34 34	16 5 4 9 34 34
71#\34/34	72#\34/34	73#\34/34	[PD] 74#\34/34	[PD] 75#\34/34
1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34
6 15 10 3 34 34	7 14 11 2 34 34	11 14 7 2 34 34	14 7 2 11 34 34	15 6 3 10 34 34
16 5 4 9 34 34	16 5 4 9 34 34	6 3 10 15 34 34	4 9 16 5 34 34	4 9 16 5 34 34
11 2 7 14 34 34	10 3 6 15 34 34	16 5 4 9 34 34	15 6 3 10 34 34	14 7 2 11 34 34
76#\34/34	77#\34/34	78#\34/34	79#\34/34	80#\34/34
1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 13 8 34 34	1 12 14 7 34 34	1 12 14 7 34 34
15 10 3 6 34 34	16 7 2 9 34 34	16 9 4 5 34 34	4 15 9 6 34 34	6 15 9 4 34 34
2 7 14 11 34 34	3 10 15 6 34 34	2 7 14 11 34 34	13 2 8 11 34 34	11 2 8 13 34 34
16 5 4 9 34 34	14 5 4 11 34 34	15 6 3 10 34 34	16 5 3 10 34 34	16 5 3 10 34 34
[SC] 81#\34/34	82#\34/34	83#\34/34	[SC] 84#\34/34	85#\34/34
1 12 14 7 34 34	1 12 14 7 34 34	1 12 14 7 34 34	1 12 14 7 34 34	1 12 15 6 34 34
8 13 11 2 34 34	11 8 2 13 34 34	13 8 2 11 34 34	15 6 4 9 34 34	3 13 8 10 34 34
15 6 4 9 34 34	6 9 15 4 34 34	4 9 15 6 34 34	8 13 11 2 34 34	14 4 9 7 34 34
10 3 5 16 34 34	16 5 3 10 34 34	16 5 3 10 34 34	10 3 5 16 34 34	16 5 2 11 34 34
86#\34/34	87#\34/34	88#\34/34	[SC] 89#\34/34	90#\34/34
1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34
4 14 9 7 34 34	7 9 4 14 34 34	7 14 9 4 34 34	8 13 10 3 34 34	10 8 3 13 34 34
13 3 8 10 34 34	10 8 13 3 34 34	10 3 8 13 34 34	14 7 4 9 34 34	7 9 14 4 34 34
16 5 2 11 34 34	16 5 2 11 34 34	16 5 2 11 34 34	11 2 5 16 34 34	16 5 2 11 34 34
91#\34/34	92#\34/34	[SC] 93#\34/34	94#\34/34	95#\34/34
1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 12 15 6 34 34	1 13 8 12 34 34
10 13 8 3 34 34	13 8 3 10 34 34	14 7 4 9 34 34	14 9 4 7 34 34	3 15 6 10 34 34
7 4 9 14 34 34	4 9 14 7 34 34	8 13 10 3 34 34	3 8 13 10 34 34	16 2 11 5 34 34
16 5 2 11 34 34	16 5 2 11 34 34	11 2 5 16 34 34	16 5 2 11 34 34	14 4 9 7 34 34

96#\34/34	97#\34/34	98#\34/34	99#\34/34	100#\34/34
1 13 8 12 34 34	1 13 8 12 34 34	1 13 8 12 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34
4 16 5 9 34 34	4 16 5 9 34 34	16 11 2 5 34 34	2 14 7 11 34 34	2 14 7 11 34 34
14 2 11 7 34 34	15 3 10 6 34 34	3 6 15 10 34 34	15 3 10 6 34 34	16 4 9 5 34 34
15 3 10 6 34 34	14 2 11 7 34 34	14 4 9 7 34 34	16 4 5 9 34 34	15 3 6 10 34 34
101#\34/34	102#\34/34	103#\34/34	104#\34/34	105#\34/34
1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34
3 15 10 6 34 34	4 16 9 5 34 34	4 16 9 5 34 34	6 10 3 15 34 34	11 14 7 2 34 34
16 2 7 9 34 34	14 2 7 11 34 34	15 3 6 10 34 34	11 7 14 2 34 34	6 3 10 15 34 34
14 4 5 11 34 34	15 3 6 10 34 34	14 2 7 11 34 34	16 4 5 9 34 34	16 4 5 9 34 34
106#\34/34	107#\34/34	108#\34/34	109#\34/34	110#\34/34
1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 12 8 34 34	1 13 16 4 34 34
15 10 3 6 34 34	16 4 5 9 34 34	16 4 5 9 34 34	16 7 2 9 34 34	6 10 7 11 34 34
2 7 14 11 34 34	6 10 15 3 34 34	7 11 14 2 34 34	3 10 15 6 34 34	12 8 9 5 34 34
16 4 5 9 34 34	11 7 2 14 34 34	10 6 3 15 34 34	14 4 5 11 34 34	15 3 2 14 34 34
111#\34/34	112#\34/34	113#\34/34	114#\34/34	115#\34/34
1 13 16 4 34 34	1 13 16 4 34 34	1 13 16 4 34 34	1 13 16 4 34 34	1 13 16 4 34 34
8 12 9 5 34 34	8 12 9 5 34 34	12 8 5 9 34 34	12 8 5 9 34 34	12 10 7 5 34 34
10 6 7 11 34 34	11 7 6 10 34 34	6 10 11 7 34 34	7 11 10 6 34 34	6 8 9 11 34 34
15 3 2 14 34 34	14 2 3 15 34 34	15 3 2 14 34 34	14 2 3 15 34 34	15 3 2 14 34 34
116#\34/34	117#\34/34	[PD] 118#\34/34	119#\34/34	120#\34/34
1 14 7 12 34 34	1 14 7 12 34 34	1 14 7 12 34 34	1 14 7 12 34 34	1 14 7 12 34 34
4 15 6 9 34 34	6 15 4 9 34 34	8 11 2 13 34 34	8 13 2 11 34 34	9 15 4 6 34 34
16 3 10 5 34 34	11 2 13 8 34 34	10 5 16 3 34 34	9 4 15 6 34 34	8 2 13 11 34 34
13 2 11 8 34 34	16 3 10 5 34 34	15 4 9 6 34 34	16 3 10 5 34 34	16 3 10 5 34 34
121#\34/34	122#\34/34	123#\34/34	124#\34/34	125#\34/34
1 14 7 12 34 34	1 14 8 11 34 34	1 14 8 11 34 34	1 14 8 11 34 34	1 14 8 11 34 34
11 13 2 8 34 34	4 15 5 10 34 34	7 12 2 13 34 34	10 15 5 4 34 34	13 12 2 7 34 34
6 4 15 9 34 34	13 2 12 7 34 34	10 5 15 4 34 34	7 2 12 13 34 34	4 5 15 10 34 34
16 3 10 5 34 34	16 3 9 6 34 34	16 3 9 6 34 34	16 3 9 6 34 34	16 3 9 6 34 34
126#\34/34	127#\34/34	128#\34/34	[PD] 129#\34/34	[PD] 130#\34/34
1 14 11 8 34 34	1 14 11 8 34 34	1 14 11 8 34 34	1 14 11 8 34 34	1 14 11 8 34 34
4 15 10 5 34 34	7 12 13 2 34 34	7 13 12 2 34 34	12 7 2 13 34 34	15 4 5 10 34 34
16 3 6 9 34 34	16 3 6 9 34 34	16 4 5 9 34 34	6 9 16 3 34 34	6 9 16 3 34 34
13 2 7 12 34 34	10 5 4 15 34 34	10 3 6 15 34 34	15 4 5 10 34 34	12 7 2 13 34 34
131#\34/34	132#\34/34	133#\34/34	[SC] 134#\34/34	135#\34/34
1 14 11 8 34 34	1 14 12 7 34 34	1 14 12 7 34 34	1 14 12 7 34 34	1 14 12 7 34 34
16 5 4 9 34 34	4 15 9 6 34 34	6 15 9 4 34 34	8 11 13 2 34 34	11 8 2 13 34 34
7 12 13 2 34 34	13 2 8 11 34 34	11 2 8 13 34 34	15 4 6 9 34 34	6 9 15 4 34 34
10 3 6 15 34 34	16 3 5 10 34 34	16 3 5 10 34 34	10 5 3 16 34 34	16 3 5 10 34 34
136#\34/34	[SC] 137#\34/34	138#\34/34	139#\34/34	140#\34/34
1 14 12 7 34 34	1 14 12 7 34 34	1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34
13 8 2 11 34 34	15 4 6 9 34 34	5 11 8 10 34 34	6 12 9 7 34 34	7 9 6 12 34 34
4 9 15 6 34 34	8 11 13 2 34 34	12 6 9 7 34 34	11 5 8 10 34 34	10 8 11 5 34 34
16 3 5 10 34 34	10 5 3 16 34 34	16 3 2 13 34 34	16 3 2 13 34 34	16 3 2 13 34 34
141#\34/34	[SC] 142#\34/34	143#\34/34	144#\34/34	145#\34/34
1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34	1 14 15 4 34 34
7 12 9 6 34 34	8 11 10 5 34 34	10 8 5 11 34 34	10 11 8 5 34 34	11 8 5 10 34 34
10 5 8 11 34 34	12 7 6 9 34 34	7 9 12 6 34 34	7 6 9 12 34 34	6 9 12 7 34 34
16 3 2 13 34 34	13 2 3 16 34 34	16 3 2 13 34 34	16 3 2 13 34 34	16 3 2 13 34 34

[SC] 146#\34/34| 147#\34/34| 148#\34/34| [PD] 149#\34/34| 150#\34/34|  
1 14 15 4|34|34| 1 14 15 4|34|34| 1 15 6 12|34|34| 1 15 6 12|34|34| 1 15 8 10|34|34|  
12 7 6 9|34|34| 12 9 6 7|34|34| 4 14 7 9|34|34| 8 10 3 13|34|34| 4 14 5 11|34|34|  
8 11 10 5|34|34| 5 8 11 10|34|34| 16 2 11 5|34|34| 11 5 16 2|34|34| 13 3 12 6|34|34|  
13 2 3 16|34|34| 16 3 2 13|34|34| 13 3 10 8|34|34| 14 4 9 7|34|34| 16 2 9 7|34|34|

151#\34/34| 152#\34/34| 153#\34/34| 154#\34/34| 155#\34/34|  
1 15 8 10|34|34| 1 15 8 10|34|34| 1 15 8 10|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34|  
6 12 3 13|34|34| 11 14 5 4|34|34| 13 12 3 6|34|34| 3 13 6 12|34|34| 4 14 11 5|34|34|  
11 5 14 4|34|34| 6 3 12 13|34|34| 4 5 14 11|34|34| 14 4 11 5|34|34| 16 2 7 9|34|34|  
16 2 9 7|34|34| 16 2 9 7|34|34| 16 2 9 7|34|34| 16 2 7 9|34|34| 13 3 6 12|34|34|

156#\34/34| 157#\34/34| 158#\34/34| [PD] 159#\34/34| 160#\34/34|  
1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34|  
5 11 4 14|34|34| 5 14 11 4|34|34| 6 12 13 3|34|34| 12 6 3 13|34|34| 12 13 6 3|34|34|  
12 6 13 3|34|34| 16 3 6 9|34|34| 16 2 7 9|34|34| 7 9 16 2|34|34| 5 4 11 14|34|34|  
16 2 7 9|34|34| 12 2 7 13|34|34| 11 5 4 14|34|34| 14 4 5 11|34|34| 16 2 7 9|34|34|

[PD] 161#\34/34| 162#\34/34| 163#\34/34| 164#\34/34| 165#\34/34|  
1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 10 8|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34|  
14 4 5 11|34|34| 14 11 4 5|34|34| 16 6 3 9|34|34| 3 13 8 10|34|34| 4 14 9 7|34|34|  
7 9 16 2|34|34| 3 6 13 12|34|34| 5 11 14 4|34|34| 14 4 9 7|34|34| 13 3 8 10|34|34|  
12 6 3 13|34|34| 16 2 7 9|34|34| 12 2 7 13|34|34| 16 2 5 11|34|34| 16 2 5 11|34|34|

166#\34/34| 167#\34/34| [SC] 168#\34/34| 169#\34/34| 170#\34/34|  
1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34|  
7 9 4 14|34|34| 7 14 9 4|34|34| 8 10 13 3|34|34| 10 8 3 13|34|34| 10 13 8 3|34|34|  
10 8 13 3|34|34| 10 3 8 13|34|34| 14 4 7 9|34|34| 7 9 14 4|34|34| 7 4 9 14|34|34|  
16 2 5 11|34|34| 16 2 5 11|34|34| 11 5 2 16|34|34| 16 2 5 11|34|34| 16 2 5 11|34|34|

171#\34/34| [SC] 172#\34/34| 173#\34/34| 174#\34/34| 175#\34/34|  
1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 12 6|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34|  
13 8 3 10|34|34| 14 4 7 9|34|34| 14 9 4 7|34|34| 5 11 8 10|34|34| 6 12 9 7|34|34|  
4 9 14 7|34|34| 8 10 13 3|34|34| 3 8 13 10|34|34| 12 6 9 7|34|34| 11 5 8 10|34|34|  
16 2 5 11|34|34| 11 5 2 16|34|34| 16 2 5 11|34|34| 16 2 3 13|34|34| 16 2 3 13|34|34|

176#\34/34| 177#\34/34| [SC] 178#\34/34| 179#\34/34| 180#\34/34|  
1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34|  
7 9 6 12|34|34| 7 12 9 6|34|34| 8 10 11 5|34|34| 10 8 5 11|34|34| 10 11 8 5|34|34|  
10 8 11 5|34|34| 10 5 8 11|34|34| 12 6 7 9|34|34| 7 9 12 6|34|34| 7 6 9 12|34|34|  
16 2 3 13|34|34| 16 2 3 13|34|34| 13 3 2 16|34|34| 16 2 3 13|34|34| 16 2 3 13|34|34|

181#\34/34| [SC] 182#\34/34| 183#\34/34| 184#\34/34| 185#\34/34|  
1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 15 14 4|34|34| 1 16 5 12|34|34| 1 16 5 12|34|34|  
11 8 5 10|34|34| 12 6 7 9|34|34| 12 9 6 7|34|34| 8 13 4 9|34|34| 10 13 4 7|34|34|  
6 9 12 7|34|34| 8 10 11 5|34|34| 5 8 11 10|34|34| 10 3 14 7|34|34| 8 3 14 9|34|34|  
16 2 3 13|34|34| 13 3 2 16|34|34| 16 2 3 13|34|34| 15 2 11 6|34|34| 15 2 11 6|34|34|

186#\34/34| 187#\34/34| 188#\34/34| 189#\34/34| 190#\34/34|  
1 16 6 11|34|34| 1 16 6 11|34|34| 1 16 7 10|34|34| 1 16 7 10|34|34| 1 16 9 8|34|34|  
4 13 7 10|34|34| 7 10 4 13|34|34| 4 13 6 11|34|34| 6 11 4 13|34|34| 4 10 7 13|34|34|  
15 2 12 5|34|34| 12 5 15 2|34|34| 14 3 12 5|34|34| 12 5 14 3|34|34| 15 5 12 2|34|34|  
14 3 9 8|34|34| 14 3 9 8|34|34| 15 2 9 8|34|34| 15 2 9 8|34|34| 14 3 6 11|34|34|

191#\34/34| 192#\34/34| 193#\34/34| 194#\34/34| 195#\34/34|  
1 16 9 8|34|34| 1 16 9 8|34|34| 1 16 9 8|34|34| 1 16 9 8|34|34| 1 16 10 7|34|34|  
4 11 6 13|34|34| 14 5 4 11|34|34| 14 11 6 3|34|34| 15 10 7 2|34|34| 4 13 11 6|34|34|  
14 5 12 3|34|34| 7 10 15 2|34|34| 4 5 12 13|34|34| 4 5 12 13|34|34| 15 2 8 9|34|34|  
15 2 7 10|34|34| 12 3 6 13|34|34| 15 2 7 10|34|34| 14 3 6 11|34|34| 14 3 5 12|34|34|

196#\34/34	197#\34/34	198#\34/34	199#\34/34	200#\34/34
1 16 10 7 34 34	1 16 10 7 34 34	1 16 10 7 34 34	1 16 11 6 34 34	1 16 11 6 34 34
6 11 13 4 34 34	11 6 4 13 34 34	13 4 6 11 34 34	4 13 10 7 34 34	7 10 13 4 34 34
15 2 8 9 34 34	8 9 15 2 34 34	8 9 15 2 34 34	14 3 8 9 34 34	14 3 8 9 34 34
12 5 3 14 34 34	14 3 5 12 34 34	12 5 3 14 34 34	15 2 5 12 34 34	12 5 2 15 34 34
201#\34/34	202#\34/34	203#\34/34	204#\34/34	205#\34/34
1 16 11 6 34 34	1 16 11 6 34 34	1 16 13 4 34 34	1 16 13 4 34 34	1 16 13 4 34 34
10 7 4 13 34 34	13 4 7 10 34 34	6 9 8 11 34 34	6 11 10 7 34 34	7 10 11 6 34 34
8 9 14 3 34 34	8 9 14 3 34 34	12 7 10 5 34 34	12 5 8 9 34 34	12 5 8 9 34 34
15 2 5 12 34 34	12 5 2 15 34 34	15 2 3 14 34 34	15 2 3 14 34 34	14 3 2 15 34 34
206#\34/34	207#\34/34	208#\34/34	209#\34/34	217#\34/34
1 16 13 4 34 34	1 16 13 4 34 34	1 16 13 4 34 34	2 5 15 12 34 34	2 6 15 11 34 34
10 7 6 11 34 34	11 6 7 10 34 34	12 9 8 5 34 34	11 16 6 1 34 34	7 13 4 10 34 34
8 9 12 5 34 34	8 9 12 5 34 34	6 7 10 11 34 34	8 3 9 14 34 34	9 3 14 8 34 34
15 2 3 14 34 34	14 3 2 15 34 34	15 2 3 14 34 34	13 10 4 7 34 34	16 12 1 5 34 34
219#\34/34	236#\34/34	245#\34/34	259#\34/34	264#\34/34
2 7 11 14 34 34	2 8 11 13 34 34	2 9 15 8 34 34	2 10 15 7 34 34	2 11 7 14 34 34
5 16 4 9 34 34	3 16 5 10 34 34	7 16 10 1 34 34	3 11 6 14 34 34	5 16 4 9 34 34
12 1 13 8 34 34	14 1 12 7 34 34	12 3 5 14 34 34	13 5 12 4 34 34	12 1 13 8 34 34
15 10 6 3 34 34	15 9 6 4 34 34	13 6 4 11 34 34	16 8 1 9 34 34	15 6 10 3 34 34
298#\34/34	307#\34/34	329#\34/34	352#\34/34	377#\34/34
2 12 7 13 34 34	2 13 7 12 34 34	2 14 7 11 34 34	2 15 5 12 34 34	2 16 5 11 34 34
5 15 4 10 34 34	3 16 6 9 34 34	3 15 6 10 34 34	3 14 8 9 34 34	3 13 8 10 34 34
11 1 14 8 34 34	14 1 11 8 34 34	13 1 12 8 34 34	16 1 11 6 34 34	15 1 12 6 34 34
16 6 9 3 34 34	15 4 10 5 34 34	16 4 9 5 34 34	13 4 10 7 34 34	14 4 9 7 34 34
409#\34/34	411#\34/34	415#\34/34	434#\34/34	436#\34/34
3 2 16 13 34 34	3 5 14 12 34 34	3 6 12 13 34 34	3 7 14 10 34 34	3 8 13 10 34 34
8 15 1 10 34 34	10 16 7 1 34 34	8 11 5 10 34 34	2 12 5 15 34 34	1 15 6 12 34 34
9 6 12 7 34 34	8 2 9 15 34 34	9 2 16 7 34 34	16 6 11 1 34 34	14 2 11 7 34 34
14 11 5 4 34 34	13 11 4 6 34 34	14 15 1 4 34 34	13 9 4 8 34 34	16 9 4 5 34 34
444#\34/34	456#\34/34	474#\34/34	478#\34/34	494#\34/34
3 9 14 8 34 34	3 10 13 8 34 34	3 11 14 6 34 34	3 12 6 13 34 34	3 13 6 12 34 34
6 16 11 1 34 34	2 16 11 5 34 34	2 10 7 15 34 34	7 16 2 9 34 34	2 16 7 9 34 34
12 2 5 15 34 34	15 1 6 12 34 34	13 5 12 4 34 34	10 5 11 8 34 34	15 1 10 8 34 34
13 7 4 10 34 34	14 7 4 9 34 34	16 8 1 9 34 34	14 1 15 4 34 34	14 4 11 5 34 34
520#\34/34	538#\34/34	553#\34/34	575#\34/34	596#\34/34
3 14 5 12 34 34	3 15 6 10 34 34	3 16 2 13 34 34	4 5 14 11 34 34	4 6 13 11 34 34
2 15 8 9 34 34	1 13 8 12 34 34	7 12 6 9 34 34	1 15 8 10 34 34	9 15 8 2 34 34
16 1 10 7 34 34	16 2 11 5 34 34	10 1 15 8 34 34	16 2 9 7 34 34	7 1 10 16 34 34
13 4 11 6 34 34	14 4 9 7 34 34	14 5 11 4 34 34	13 12 3 6 34 34	14 12 3 5 34 34
604#\34/34	612#\34/34	614#\34/34	634#\34/34	648#\34/34
4 7 13 10 34 34	4 8 13 9 34 34	4 9 14 7 34 34	4 10 13 7 34 34	4 11 13 6 34 34
9 14 8 3 34 34	1 11 6 16 34 34	1 15 12 6 34 34	5 15 12 2 34 34	5 14 12 3 34 34
6 1 11 16 34 34	15 5 12 2 34 34	16 2 5 11 34 34	11 1 6 16 34 34	10 1 7 16 34 34
15 12 2 5 34 34	14 10 3 7 34 34	13 8 3 10 34 34	14 8 3 9 34 34	15 8 2 9 34 34
660#\34/34	664#\34/34	682#\34/34	710#\34/34	736#\34/34
4 12 13 5 34 34	4 13 6 11 34 34	4 14 5 11 34 34	4 15 5 10 34 34	4 16 5 9 34 34
1 9 8 16 34 34	1 16 7 10 34 34	1 15 8 10 34 34	1 14 8 11 34 34	1 13 8 12 34 34
14 6 11 3 34 34	15 2 9 8 34 34	16 2 9 7 34 34	16 3 9 6 34 34	14 2 11 7 34 34
15 7 2 10 34 34	14 3 12 5 34 34	13 3 12 6 34 34	13 2 12 7 34 34	15 3 10 6 34 34

753#\34/34|      755#\34/34|      762#\34/34|      769#\34/34|      775#\34/34|  
 5 2 16 11|34|34|    5 3 16 10|34|34|    5 4 14 11|34|34|    5 8 10 11|34|34|    5 9 12 8|34|34|  
 4 15 1 14|34|34|    2 13 8 11|34|34|    2 13 3 16|34|34|    2 9 7 16|34|34|    4 16 13 1|34|34|  
 13 10 8 3|34|34|    15 4 9 6|34|34|    15 8 10 1|34|34|    15 4 14 1|34|34|    14 2 3 15|34|34|  
 12 7 9 6|34|34|    12 14 1 7|34|34|    12 9 7 6|34|34|    12 13 3 6|34|34|    11 7 6 10|34|34|

779#\34/34|      789#\34/34|      797#\34/34|      801#\34/34|      803#\34/34|  
 5 10 8 11|34|34|    5 11 8 10|34|34|    5 12 9 8|34|34|    5 14 4 11|34|34|    5 15 4 10|34|34|  
 1 14 4 15|34|34|    4 6 9 15|34|34|    2 15 14 3|34|34|    1 10 8 15|34|34|    2 12 7 13|34|34|  
 16 7 9 2|34|34|    13 3 16 2|34|34|    16 1 4 13|34|34|    16 3 13 2|34|34|    16 6 9 3|34|34|  
 12 3 13 6|34|34|    12 14 1 7|34|34|    11 6 7 10|34|34|    12 7 9 6|34|34|    11 1 14 8|34|34|

804#\34/34|      817#\34/34|      822#\34/34|      825#\34/34|      831#\34/34|  
 5 16 2 11|34|34|    6 3 15 10|34|34|    6 4 15 9|34|34|    6 7 12 9|34|34|    6 9 12 7|34|34|  
 3 8 10 13|34|34|    1 12 8 13|34|34|    3 13 2 16|34|34|    1 15 4 14|34|34|    1 15 14 4|34|34|  
 14 1 15 4|34|34|    16 5 9 4|34|34|    14 12 7 1|34|34|    16 10 5 3|34|34|    16 2 3 13|34|34|  
 12 9 7 6|34|34|    11 14 2 7|34|34|    11 5 10 8|34|34|    11 2 13 8|34|34|    11 8 5 10|34|34|

837#\34/34|      841#\34/34|      845#\34/34|      857#\34/34|      864#\34/34|  
 6 10 11 7|34|34|    6 11 10 7|34|34|    6 12 7 9|34|34|    6 15 3 10|34|34|    6 16 3 9|34|34|  
 3 15 14 2|34|34|    1 16 13 4|34|34|    2 16 13 3|34|34|    1 12 8 13|34|34|    1 11 8 14|34|34|  
 13 1 4 16|34|34|    15 2 3 14|34|34|    15 1 4 14|34|34|    16 5 9 4|34|34|    15 5 10 4|34|34|  
 12 8 5 9|34|34|    12 5 8 9|34|34|    11 5 10 8|34|34|    11 2 14 7|34|34|    12 2 13 7|34|34|

865#\34/34|      867#\34/34|      871#\34/34|      873#\34/34|      875#\34/34|  
 7 2 16 9|34|34|    7 4 14 9|34|34|    7 6 12 9|34|34|    7 12 6 9|34|34|    7 14 4 9|34|34|  
 6 15 1 12|34|34|    2 13 3 16|34|34|    1 14 4 15|34|34|    2 5 11 16|34|34|    1 6 12 15|34|34|  
 11 14 4 5|34|34|    15 12 6 1|34|34|    16 11 5 2|34|34|    15 4 14 1|34|34|    16 3 13 2|34|34|  
 10 3 13 8|34|34|    10 5 11 8|34|34|    10 3 13 8|34|34|    10 13 3 8|34|34|    10 11 5 8|34|34|

879#\34/34|  
 7 16 2 9|34|34|  
 5 4 14 11|34|34|  
 12 1 15 6|34|34|  
 10 13 3 8|34|34|

([SC]:' Self-Complementary (補数対称型)'; [PD]:' Pan-Diagonal (汎対角線型)')

[標準解の総数 = 880: タイプ別の解の総数: 48/SC, 48/PD, 880/ST]

\*\* Recompiled and Listed by Kanji Setsuda on  
 Apr. 10, 2015 with MacOSX 10.10.3 & Xcode 6.3 \*\*

解の数が多過ぎると、感激が薄れる。知っている価値が減る。だから、古来マニアはさらに難しい条件を付けて、「特別の」四角陣をさがして来た。そのうちの代表格が、「補数対称方陣（「対称方陣」）」と「汎対角線魔方陣（昔は「完全方陣」と言った）」である。

補数対称方陣は、魔方陣の基本的な条件（上述）を満たした上で、方陣の幾何学的中心を中心点として対称の位置にある2数の和が常に一定になるようにする。

n1	n2	n3	n4
n5	n6	n7	n8
n9	n10	n11	n12
n13	n14	n15	n16

左図のポジションで  
 $n1 + n16 = n2 + n15 =$   
 $n3 + n14 = n4 + n13 =$   
 $n5 + n12 = n6 + n11 =$   
 $n7 + n10 = n8 + n9 = C$

<対称方陣の解の例> →

1	12	15	6
14	7	4	9
8	13	10	3
11	2	5	16

対角線上の4数は、いずれも対称の位置にあるから、右図で  $1 + 16 = 7 + 10 = 17$

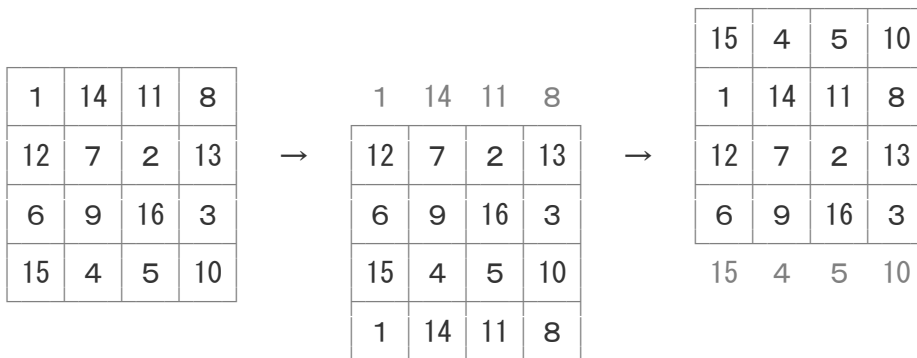
故に、 $1+7+10+16=34$  が成り立つ。同様に  $6+11=4+13=17$ ,  $6+4+13+11=34$  moreover,  $1+12+15+6=34$ ,  $1+14+8+11=34$  も成り立っている。  
 こういう方陣の解はそう多くは見つからない。

汎対角線魔方陣 (簡単に「汎魔方陣」) はというと、実に変わった特徴を付与されている。独特な行列の移動である。

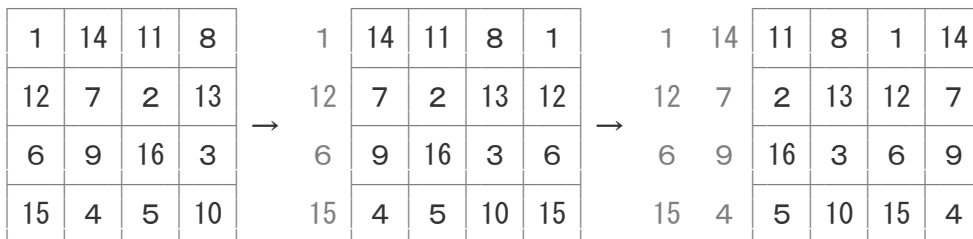
例えば、下の左図の最上行 {1, 14, 11, 8} を最下行の下に持って行き、新しい方陣を作る。この新方陣でも、行列の和が等しく、新たな対角線 2 本の和も各々 34 に等しくなければならない。

最下行を最上端にのせた場合でも、行列の和が等しく、新対角線の和も各々 34 に等しくなければならない。果たしてそのようなことが可能であろうか。

行列の和は移動後も例外なく保存されるから、新対角線の定和が新たに条件に加わる。



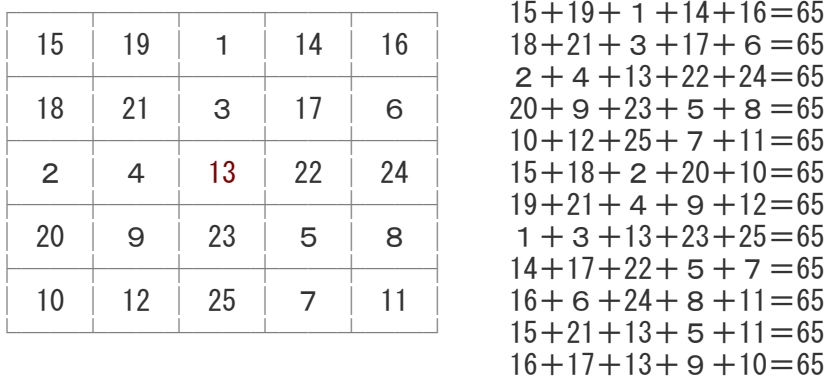
上の例では実現できている。可能なのである。  
 縦方向ばかりでなく、横方向にも移動できなくてはいけない。



珍しい方陣と言わなければならない。解はいったい幾つあるであろうか。

### 第 3 節：正方形五方陣

さらに縦横に数要素を 1 つずつ増やした正方形方陣を**五方陣**と言う。



この場合も、各行各列の和と対角線 2 本の和が常に一定にならなければならない。



要素が25個に増えたのに、等式は全部で12本に増えたに過ぎない。こういう場合には、調べる場合の数が飛躍的に多くなる。解も飛躍的に増えて、恐ろしい数になる。

**\*\* 標準型五方陣の標準解の最新リスト (抜粋) : チェック・サム・モニター付き \*\***

**\*\* Standard Magic Squares of Order 5: List of Standard Solutions with Check-Sums \*\***

Sol. Number\D1/D2				
Rw/C1				
1\65/65				
1	22	21	18	3 65 65
20	2	15	9	19 65 65
14	16	13	10	12 65 65
7	17	11	24	6 65 65
23	8	5	4	25 65 65
41093\65/65				
1	23	21	18	2 65 65
22	3	15	14	11 65 65
13	16	12	5	19 65 65
9	17	7	24	8 65 65
20	6	10	4	25 65 65
86874\65/65				
1	22	21	19	2 65 65
14	4	20	12	15 65 65
18	16	11	7	13 65 65
9	17	5	24	10 65 65
23	6	8	3	25 65 65
154894\65/65				
1	23	21	18	2 65 65
15	5	17	12	16 65 65
20	14	10	8	13 65 65
7	19	6	24	9 65 65
22	4	11	3	25 65 65
221635\65/65				
1	22	23	17	2 65 65
15	6	18	14	12 65 65
20	13	9	7	16 65 65
8	19	4	24	10 65 65
21	5	11	3	25 65 65
312570\65/65				
1	22	20	19	3 65 65
13	7	18	15	12 65 65
17	14	8	5	21 65 65
11	16	10	24	4 65 65
23	6	9	2	25 65 65
401482\65/65				
1	22	21	18	3 65 65
12	8	16	15	14 65 65
20	13	7	6	19 65 65
9	17	11	24	4 65 65
23	5	10	2	25 65 65
502999\65/65				
1	23	21	16	4 65 65
17	9	14	15	10 65 65
20	12	6	8	19 65 65
5	18	11	24	7 65 65
22	3	13	2	25 65 65
598305\65/65				
1	19	21	18	6 65 65
12	10	20	14	9 65 65
16	15	5	7	22 65 65
13	17	8	24	3 65 65
23	4	11	2	25 65 65
710010\65/65				
1	21	22	15	6 65 65
16	11	17	14	7 65 65
20	13	4	9	19 65 65
5	18	10	24	8 65 65
23	2	12	3	25 65 65
811401\65/65				
1	19	23	15	7 65 65
10	12	17	18	8 65 65
22	14	3	6	20 65 65
11	16	9	24	5 65 65
21	4	13	2	25 65 65
938219\65/65				
1	14	23	17	10 65 65
15	13	20	12	5 65 65
21	16	2	8	18 65 65
6	19	9	24	7 65 65
22	3	11	4	25 65 65
1075807\65/65				
1	18	21	16	9 65 65
12	14	19	13	7 65 65
22	11	2	10	20 65 65
6	17	15	23	4 65 65
24	5	8	3	25 65 65
1202625\65/65				
1	18	24	14	8 65 65
9	15	17	19	5 65 65
21	16	2	6	20 65 65
11	13	12	22	7 65 65
23	3	10	4	25 65 65
1304016\65/65				
1	17	24	15	8 65 65
14	16	18	13	4 65 65
20	10	2	11	22 65 65
7	19	12	21	6 65 65
23	3	9	5	25 65 65
1415721\65/65				
1	15	24	18	7 65 65
12	17	16	14	6 65 65
21	11	2	9	22 65 65
8	19	13	20	5 65 65
23	3	10	4	25 65 65
1511027\65/65				
1	20	24	13	7 65 65
9	18	15	17	6 65 65
21	8	2	12	22 65 65
11	16	14	19	5 65 65
23	3	10	4	25 65 65
1612544\65/65				
1	13	24	20	7 65 65
9	19	15	16	6 65 65
21	12	2	8	22 65 65
11	17	14	18	5 65 65
23	4	10	3	25 65 65
1701456\65/65				
1	15	24	18	7 65 65
9	20	16	14	6 65 65
21	8	2	12	22 65 65
11	19	13	17	5 65 65
23	3	10	4	25 65 65
1792391\65/65				
1	14	22	20	8 65 65
5	21	18	15	6 65 65
24	9	2	11	19 65 65
12	17	13	16	7 65 65
23	4	10	3	25 65 65
1859132\65/65				
1	14	24	18	8 65 65
11	22	12	13	7 65 65
21	6	2	16	20 65 65
9	19	17	15	5 65 65
23	4	10	3	25 65 65
1927152\65/65				
1	16	21	18	9 65 65
6	23	15	17	4 65 65
22	10	2	11	20 65 65
12	13	19	14	7 65 65
24	3	8	5	25 65 65
1972933\65/65				
1	17	23	14	10 65 65
6	24	9	19	7 65 65
21	8	2	16	18 65 65
15	12	20	13	5 65 65
22	4	11	3	25 65 65
2014025\65/65				
1	21	22	18	3 65 65
20	2	14	10	19 65 65
15	17	13	8	12 65 65
6	16	11	25	7 65 65
23	9	5	4	24 65 65
2047980\65/65				
1	23	22	17	2 65 65
20	3	16	11	15 65 65
18	13	12	8	14 65 65
5	19	6	25	10 65 65
21	7	9	4	24 65 65
2098871\65/65				
1	23	21	18	2 65 65
15	4	20	14	12 65 65
19	13	11	5	17 65 65
8	16	6	25	10 65 65
22	9	7	3	24 65 65
2157680\65/65				
1	23	22	17	2 65 65
15	5	18	13	14 65 65
20	12	10	7	16 65 65
8	19	4	25	9 65 65
21	6	11	3	24 65 65
2228857\65/65				
1	23	21	17	3 65 65
19	6	15	11	14 65 65
18	12	9	10	16 65 65
5	20	7	25	8 65 65
22	4	13	2	24 65 65
2307901\65/65				
1	23	20	18	3 65 65
14	7	16	15	13 65 65
19	12	8	5	21 65 65
9	17	10	25	4 65 65
22	6	11	2	24 65 65
2399576\65/65				
1	21	22	17	4 65 65
11	8	18	12	16 65 65
20	14	7	9	15 65 65
10	19	5	25	6 65 65
23	3	13	2	24 65 65
2505443\65/65				
1	20	23	17	4 65 65
13	9	14	18	11 65 65
21	16	6	3	19 65 65
8	15	10	25	7 65 65
22	5	12	2	24 65 65
2602430\65/65				
1	19	21	18	6 65 65
15	10	17	11	12 65 65
22	14	5	8	16 65 65
4	20	9	25	7 65 65
23	2	13	3	24 65 65
2697682\65/65				
1	20	22	16	6 65 65
12	11	18	15	9 65 65
19	14	4	7	21 65 65
10	17	8	25	5 65 65
23	3	13	2	24 65 65
2805714\65/65				
1	16	23	17	8 65 65
10	12	20	14	9 65 65
21	15	3	7	19 65 65
11	18	6	25	5 65 65
22	4	13	2	24 65 65
2911721\65/65				
1	18	21	14	11 65 65
9	13	19	17	7 65 65
22	16	2	5	20 65 65
10	12	15	25	3 65 65
23	6	8	4	24 65 65
3020377\65/65				
1	20	22	15	7 65 65
11	14	18	17	5 65 65
19	16	3	6	21 65 65
9	13	12	23	8 65 65
25	2	10	4	24 65 65

3115151\65/65	3243010\65/65	3347862\65/65	3461217\65/65
1 17 22 16 9 65 65	1 19 25 12 8 65 65	1 18 23 15 8 65 65	1 13 25 19 7 65 65
13 15 19 11 7 65 65	15 16 10 18 6 65 65	7 17 20 16 5 65 65	10 18 15 17 5 65 65
20 12 2 10 21 65 65	21 13 2 9 20 65 65	19 12 2 10 22 65 65	22 14 2 6 21 65 65
6 18 14 23 4 65 65	5 14 17 22 7 65 65	13 14 11 21 6 65 65	9 16 12 20 8 65 65
25 3 8 5 24 65 65	23 3 11 4 24 65 65	25 4 9 3 24 65 65	23 4 11 3 24 65 65
3559391\65/65	3658055\65/65	3746462\65/65	3838740\65/65
1 22 23 13 6 65 65	1 19 25 13 7 65 65	1 15 23 18 8 65 65	1 12 25 19 8 65 65
8 19 17 16 5 65 65	9 20 15 16 5 65 65	13 21 11 14 6 65 65	5 22 17 14 7 65 65
20 7 3 14 21 65 65	22 6 2 14 21 65 65	19 10 2 12 22 65 65	21 9 2 13 20 65 65
11 15 12 18 9 65 65	10 17 12 18 8 65 65	7 16 20 17 5 65 65	15 18 10 16 6 65 65
25 2 10 4 24 65 65	23 3 11 4 24 65 65	25 3 9 4 24 65 65	23 4 11 3 24 65 65
3906462\65/65	3973038\65/65	4013925\65/65	4051842\65/65
1 16 22 17 9 65 65	1 14 21 18 11 65 65	1 24 20 17 3 65 65	1 24 20 18 2 65 65
6 23 14 18 4 65 65	10 25 15 12 3 65 65	19 2 21 8 15 65 65	15 3 14 12 21 65 65
20 12 2 10 21 65 65	22 5 2 16 20 65 65	16 12 14 10 13 65 65	19 17 13 6 10 65 65
13 11 19 15 7 65 65	9 17 19 13 7 65 65	7 18 4 25 11 65 65	8 16 7 25 9 65 65
25 3 8 5 24 65 65	23 4 8 6 24 65 65	22 9 6 5 23 65 65	22 5 11 4 23 65 65
4092654\65/65	4154963\65/65	4215776\65/65	4295864\65/65
1 21 22 19 2 65 65	1 20 24 18 2 65 65	1 21 22 19 2 65 65	1 24 21 17 2 65 65
15 4 20 10 16 65 65	16 5 10 13 21 65 65	13 6 20 14 12 65 65	13 7 15 14 16 65 65
18 14 12 8 13 65 65	19 14 11 6 15 65 65	18 16 10 4 17 65 65	19 11 9 6 20 65 65
7 17 5 25 11 65 65	7 17 12 25 4 65 65	9 15 5 25 11 65 65	10 18 8 25 4 65 65
24 9 6 3 23 65 65	22 9 8 3 23 65 65	24 7 8 3 23 65 65	22 5 12 3 23 65 65
4372535\65/65	4462269\65/65	4562877\65/65	4665674\65/65
1 19 25 18 2 65 65	1 22 21 18 3 65 65	1 22 20 18 4 65 65	1 19 22 17 6 65 65
17 8 13 11 16 65 65	16 9 15 14 11 65 65	12 10 17 15 11 65 65	20 11 15 12 7 65 65
15 14 9 7 20 65 65	19 13 7 6 20 65 65	21 14 6 5 19 65 65	16 14 5 9 21 65 65
10 21 6 24 4 65 65	5 17 10 25 8 65 65	7 16 9 25 8 65 65	4 18 10 25 8 65 65
22 3 12 5 23 65 65	24 4 12 2 23 65 65	24 3 13 2 23 65 65	24 3 13 2 23 65 65
4756380\65/65	4866805\65/65	4961309\65/65	5076952\65/65
1 19 24 14 7 65 65	1 17 21 18 8 65 65	1 12 24 18 10 65 65	1 16 21 18 9 65 65
16 12 17 11 9 65 65	11 13 20 14 7 65 65	15 14 17 11 8 65 65	11 15 19 12 8 65 65
20 10 4 13 18 65 65	19 15 3 6 22 65 65	21 16 2 7 19 65 65	22 14 2 7 20 65 65
6 21 5 25 8 65 65	10 16 9 25 5 65 65	6 20 9 25 5 65 65	6 17 13 24 5 65 65
22 3 15 2 23 65 65	24 4 12 2 23 65 65	22 3 13 4 23 65 65	25 3 10 4 23 65 65
5164282\65/65	5273407\65/65	5380809\65/65	5493905\65/65
1 15 24 19 6 65 65	1 18 24 14 8 65 65	1 20 22 14 8 65 65	1 16 24 17 7 65 65
12 16 18 14 5 65 65	12 17 16 11 9 65 65	10 18 13 15 9 65 65	12 19 15 13 6 65 65
20 13 3 8 21 65 65	21 7 2 15 20 65 65	25 7 2 12 19 65 65	22 9 2 11 21 65 65
7 17 9 22 10 65 65	6 19 13 22 5 65 65	5 16 17 21 6 65 65	5 18 14 20 8 65 65
25 4 11 2 23 65 65	25 4 10 3 23 65 65	24 4 11 3 23 65 65	25 3 10 4 23 65 65
5586540\65/65	5709075\65/65	5793000\65/65	5884795\65/65
1 15 24 18 7 65 65	1 14 25 17 8 65 65	1 14 24 18 8 65 65	1 14 22 19 9 65 65
12 20 13 14 6 65 65	13 21 7 15 9 65 65	6 22 13 19 5 65 65	11 24 13 12 5 65 65
22 9 2 11 21 65 65	22 10 2 12 19 65 65	21 15 2 7 20 65 65	21 6 2 16 20 65 65
5 17 16 19 8 65 65	5 16 20 18 6 65 65	12 11 16 17 9 65 65	7 17 18 15 8 65 65
25 4 10 3 23 65 65	24 4 11 3 23 65 65	25 3 10 4 23 65 65	25 4 10 3 23 65 65
5950928\65/65	5996665\65/65	6026373\65/65	6070262\65/65
1 18 24 12 10 65 65	1 23 17 21 3 65 65	1 23 20 19 2 65 65	1 20 23 19 2 65 65
5 25 9 20 6 65 65	16 2 20 9 18 65 65	21 3 15 9 17 65 65	17 4 15 8 21 65 65
21 8 2 15 19 65 65	13 19 15 6 12 65 65	12 18 14 8 13 65 65	12 16 13 10 14 65 65
16 11 17 14 7 65 65	11 14 5 25 10 65 65	7 16 6 25 11 65 65	11 18 5 25 6 65 65
22 3 13 4 23 65 65	24 7 8 4 22 65 65	24 5 10 4 22 65 65	24 7 9 3 22 65 65
6118886\65/65	6183660\65/65	6253859\65/65	6336462\65/65
1 19 23 20 2 65 65	1 18 23 21 2 65 65	1 23 19 20 2 65 65	1 21 23 18 2 65 65
14 5 16 9 21 65 65	19 6 13 12 15 65 65	14 7 16 11 17 65 65	19 8 14 13 11 65 65
15 17 12 8 13 65 65	14 20 11 3 17 65 65	21 13 10 6 15 65 65	15 16 9 5 20 65 65
11 18 4 25 7 65 65	7 16 8 25 9 65 65	5 18 8 25 9 65 65	6 17 7 25 10 65 65
24 6 10 3 22 65 65	24 5 10 4 22 65 65	24 4 12 3 22 65 65	24 3 12 4 22 65 65

6429800\65/65	6521744\65/65	6635682\65/65	6733620\65/65
1 20 24 18 2 65 65	1 21 24 16 3 65 65	1 20 23 17 4 65 65	1 20 23 15 6 65 65
13 9 16 15 12 65 65	15 10 17 14 9 65 65	10 11 14 18 12 65 65	17 12 16 9 11 65 65
21 14 8 3 19 65 65	20 11 7 8 19 65 65	24 13 6 3 19 65 65	19 10 5 13 18 65 65
7 17 6 25 10 65 65	6 18 4 25 12 65 65	9 16 7 25 8 65 65	4 21 7 25 8 65 65
23 5 11 4 22 65 65	23 5 13 2 22 65 65	21 5 15 2 22 65 65	24 2 14 3 22 65 65
6828983\65/65	6927921\65/65	7051499\65/65	7166162\65/65
1 18 24 16 6 65 65	1 16 23 17 8 65 65	1 19 21 14 10 65 65	1 14 23 18 9 65 65
14 13 17 12 9 65 65	10 14 20 12 9 65 65	9 15 18 17 6 65 65	13 16 19 12 5 65 65
19 11 4 10 21 65 65	19 15 3 7 21 65 65	23 16 2 4 20 65 65	20 15 2 7 21 65 65
8 20 5 25 7 65 65	11 18 6 25 5 65 65	8 12 13 25 7 65 65	6 17 10 24 8 65 65
23 3 15 2 22 65 65	24 2 13 4 22 65 65	24 3 11 5 22 65 65	25 3 11 4 22 65 65
7267139\65/65	7380559\65/65	7486831\65/65	7612813\65/65
1 19 24 12 9 65 65	1 20 24 14 6 65 65	1 17 24 15 8 65 65	1 16 24 17 7 65 65
15 17 16 11 6 65 65	5 18 17 15 10 65 65	7 19 16 12 11 65 65	12 20 14 9 10 65 65
20 8 2 14 21 65 65	23 7 3 13 19 65 65	23 6 2 14 20 65 65	23 6 3 15 18 65 65
4 18 13 23 7 65 65	11 16 9 21 8 65 65	9 18 13 21 4 65 65	4 21 13 19 8 65 65
25 3 10 5 22 65 65	25 4 12 2 22 65 65	25 5 10 3 22 65 65	25 2 11 5 22 65 65
7711706\65/65	7822064\65/65	7917353\65/65	7988031\65/65
1 15 23 18 8 65 65	1 19 24 12 9 65 65	1 14 23 18 9 65 65	1 14 21 19 10 65 65
11 21 14 13 6 65 65	8 23 15 13 6 65 65	13 24 10 12 6 65 65	9 25 13 12 6 65 65
24 7 2 12 20 65 65	20 4 2 18 21 65 65	21 7 2 15 20 65 65	23 4 2 16 20 65 65
4 17 16 19 9 65 65	11 16 14 17 7 65 65	5 17 19 16 8 65 65	8 17 18 15 7 65 65
25 5 10 3 22 65 65	25 3 10 5 22 65 65	25 3 11 4 22 65 65	24 5 11 3 22 65 65
8055937\65/65	9916517\65/65	11927511\65/65	13840403\65/65
1 22 20 19 3 65 65	1 22 16 23 3 65 65	1 23 21 17 3 65 65	1 23 17 21 3 65 65
23 2 15 8 17 65 65	15 2 19 8 21 65 65	20 2 15 6 22 65 65	20 2 16 5 22 65 65
12 18 16 6 13 65 65	14 18 17 4 12 65 65	11 16 18 12 8 65 65	13 15 19 6 12 65 65
5 14 10 25 11 65 65	11 13 7 25 9 65 65	9 14 4 25 13 65 65	7 14 9 25 10 65 65
24 9 4 7 21 65 65	24 10 6 5 20 65 65	24 10 7 5 19 65 65	24 11 4 8 18 65 65
15729139\65/65	17498665\65/65	19262329\65/65	20945487\65/65
1 21 18 22 3 65 65	1 22 19 20 3 65 65	1 24 17 20 3 65 65	1 24 18 19 3 65 65
19 2 14 7 23 65 65	17 2 15 8 23 65 65	21 2 13 10 19 65 65	21 2 15 7 20 65 65
13 16 20 6 10 65 65	11 18 21 5 10 65 65	11 14 22 6 12 65 65	12 13 23 6 11 65 65
8 11 9 25 12 65 65	12 9 6 25 13 65 65	9 7 8 25 16 65 65	9 10 4 25 17 65 65
24 15 4 5 17 65 65	24 14 4 7 16 65 65	23 18 5 4 15 65 65	22 16 5 8 14 65 65
22650789\65/65	24256015\65/65	25849695\65/65	27246415\65/65
1 23 16 21 4 65 65	1 23 19 18 4 65 65	1 23 18 20 3 65 65	1 23 20 18 3 65 65
19 2 12 10 22 65 65	20 3 14 7 21 65 65	17 4 15 7 22 65 65	19 5 13 7 21 65 65
14 15 24 3 9 65 65	9 16 24 5 11 65 65	14 9 24 5 13 65 65	8 12 24 4 17 65 65
11 7 5 25 17 65 65	13 8 2 25 17 65 65	12 10 2 25 16 65 65	15 9 2 25 14 65 65
20 18 8 6 13 65 65	22 15 6 10 12 65 65	21 19 6 8 11 65 65	22 16 6 11 10 65 65
28752703\65/65	30012441\65/65	31280461\65/65	32357217\65/65
1 22 19 20 3 65 65	1 22 18 20 4 65 65	1 20 19 21 4 65 65	1 21 20 19 4 65 65
18 6 13 5 23 65 65	17 7 15 5 21 65 65	16 8 14 5 22 65 65	16 9 7 10 23 65 65
15 8 24 4 14 65 65	14 11 24 3 13 65 65	13 10 24 3 15 65 65	11 13 24 3 14 65 65
10 12 2 25 16 65 65	10 9 2 25 19 65 65	12 9 2 25 17 65 65	15 5 2 25 18 65 65
21 17 7 11 9 65 65	23 16 6 12 8 65 65	23 18 6 11 7 65 65	22 17 12 8 6 65 65
33313773\65/65	34050313\65/65	34727611\65/65	35163051\65/65
1 23 19 18 4 65 65	1 23 16 20 5 65 65	1 21 19 18 6 65 65	1 22 15 20 7 65 65
17 10 11 6 21 65 65	18 11 6 8 22 65 65	16 12 11 4 22 65 65	18 13 10 3 21 65 65
12 7 24 2 20 65 65	13 10 24 3 15 65 65	15 7 24 5 14 65 65	14 5 24 6 16 65 65
13 9 3 25 15 65 65	12 7 2 25 19 65 65	10 8 2 25 20 65 65	9 8 4 25 19 65 65
22 16 8 14 5 65 65	21 14 17 9 4 65 65	23 17 9 13 3 65 65	23 17 12 11 2 65 65
35472327\65/65	72448255\65/65	109794755\65/65	143903959\65/65
2 22 21 17 3 65 65	3 21 20 17 4 65 65	4 21 19 16 5 65 65	5 22 15 17 6 65 65
20 1 15 10 19 65 65	19 1 22 8 15 65 65	14 1 22 8 20 65 65	21 1 16 8 19 65 65
14 18 13 9 11 65 65	13 16 12 14 10 65 65	17 13 11 15 9 65 65	9 20 10 14 12 65 65
6 16 12 24 7 65 65	7 18 5 24 11 65 65	7 18 10 24 6 65 65	7 18 13 24 3 65 65
23 8 4 5 25 65 65	23 9 6 2 25 65 65	23 12 3 2 25 65 65	23 4 11 2 25 65 65

174813433\65/65	201422209\65/65	223435493\65/65	240804015\65/65
6 15 17 20 7 65 65	7 14 18 17 9 65 65	8 18 20 10 9 65 65	9 20 14 12 10 65 65
21 1 22 8 13 65 65	20 1 22 6 16 65 65	13 1 17 12 22 65 65	13 1 19 11 21 65 65
10 19 9 11 16 65 65	12 21 8 13 11 65 65	16 21 7 15 6 65 65	17 22 6 16 4 65 65
5 18 14 24 4 65 65	3 19 15 24 4 65 65	5 14 19 24 3 65 65	3 15 18 24 5 65 65
23 12 3 2 25 65 65	23 10 2 5 25 65 65	23 11 2 4 25 65 65	23 7 8 2 25 65 65
253537291\65/65	262175289\65/65	267791141\65/65	271388851\65/65
10 20 17 7 11 65 65	11 18 14 10 12 65 65	12 19 16 5 13 65 65	13 19 15 4 14 65 65
15 1 19 12 18 65 65	17 1 23 8 16 65 65	17 1 23 10 14 65 65	17 1 22 16 9 65 65
13 22 5 16 9 65 65	13 21 4 20 7 65 65	9 20 3 22 11 65 65	6 24 3 20 12 65 65
4 14 21 24 2 65 65	2 19 15 24 5 65 65	6 18 15 24 2 65 65	8 11 18 23 5 65 65
23 8 3 6 25 65 65	22 6 9 3 25 65 65	21 7 8 4 25 65 65	21 10 7 2 25 65 65
273683093\65/65	274792651\65/65	275181411\65/65	275279597\65/65
14 18 13 5 15 65 65	15 14 13 6 17 65 65	16 14 12 6 17 65 65	17 15 9 6 18 65 65
20 1 24 12 8 65 65	20 1 23 12 9 65 65	19 1 23 13 9 65 65	14 2 25 11 13 65 65
9 22 2 21 11 65 65	7 24 2 21 11 65 65	7 24 2 22 10 65 65	12 24 1 21 7 65 65
3 17 16 23 6 65 65	5 16 19 22 3 65 65	5 15 20 21 4 65 65	3 16 20 22 4 65 65
19 7 10 4 25 65 65	18 10 8 4 25 65 65	18 11 8 3 25 65 65	19 8 10 5 23 65 65
275301177\65/65			
18 10 5 13 19 65 65			
15 6 23 7 14 65 65			
11 25 3 24 2 65 65			
1 16 22 17 9 65 65			
20 8 12 4 21 65 65			

[標準解の総数 = 275305224] OK!

\*\* Calculated and Listed by Kanji Setsuda on  
May 25, 2015 with MacOSX 10.10.3 & Xcode 6.3.2 \*\*

解の総数が 2 億7530万5224個にもなると、およそ分析研究には適さない。  
そのぶん珍しい五方陣を求めたい人も増えて来る。

魔方陣研究家は、第一に**対称五方陣**の実現を目指し、次に**汎五方陣**の構成を目指す。さらに珍しいタイプの探索も目指す。

だが、奇数次の魔方陣は、対称方陣を作りやすいのに汎魔方陣を作り難い。なぜなら、補数ペアを利用できないからだ。また奇数次方陣では数盤の中央に不変量が現れやすい。

上図の五方陣のように不動の**13**が中央に現れると、結局のところどうやっても上下・左右への自由な移動ができなくなる。汎五方陣の解の数は、ずいぶんと少ない。

したがって、奇数次の魔方陣では、第一に**対称型方陣**の構成を目標にする。つまり、方陣の幾何学的中心を中心点として対称の位置にある2数の和が常に一定になるようにする。

最初から中心点に**13**を置ける。そして**13**をはさむ位置にある2数の和を一定にするのである。2数の和は、 $C = (65 - 13) \div 2 = 26$  と決まる。

等式の数が増えるので、対称五方陣の解は、だいぶ少なくなる。たぶん、5万個までは行かないはずだ。

小生などは、最初は汎魔方陣の存在は不可能と思っていた。が、鈴木睦教授にその単純な思い込みを正された。その後の研究で、「汎五方陣」が多数、連立型の「**対称汎五方陣**」も極少数存在することが確かめられた。新研究の成果は、別稿で御紹介したい。

また六次～九次の正方形魔方陣についても研究が進んだ。得た結果は、小生にとっては驚きの連続であった。それも別稿で詳しく御紹介しよう。

## 第4節：立方体三方陣

二次元の平面魔方陣には、他に「**星陣**（星の形をしている）」など珍しくて面白いものがあるが、ファンがたいてい次に興味を持つのは、立方体魔方陣である。

立方体魔方陣では、数要素の配列が三次元に構成される。その最小の例は、下図のような**立方体三方陣**である。三方陣でも、 $3 \times 3 \times 3$ 個の数値を扱う。正方形方陣で言えば、

五方陣なみの難しさがある。1～27の自然数を全数個重複なく欠落なく用いて基本条件を満たしつつ、立方体の魔方陣を作っていかなければならない。

立方体方陣では、考察の対象となる正方形が左右・上下・前後方向に各3面ずつ9面ある。その全ての面で、行列柱の定和が成り立たなければならない。それだけで、方程式が27本要る。各正方形上の対角線の和は、ふつう追求しない。立方体の主対角線4本の定和のみをもつぱら追求する。

### 対称型立体三方陣の解の例

(1)

1	—	15	—	26		
	23	—	7	—	12	
		18	—	20	—	4
17			19	—	6	
	3		14		25	
		22	—	9	—	11
24			8	—	10	
	16	—	21	—	5	
2	—	13	—	27		

(2)

2	—	15	—	25		
	24	—	7	—	11	
		16	—	20	—	6
18			19	—	5	
	1		14		27	
		23	—	9	—	10
22			8	—	12	
	17	—	21	—	4	
3	—	13	—	26		

27個の自然数に31本の等式だから、普通の立方体三方陣でも解の数は多くならない。

特別のものを望むなら、奇数次の方陣では汎魔方陣は作り難いので、もつぱら**対称型**の立方体三方陣の構成を目指す。

行列柱や主対角線の定和など基本条件を満たした上で、さらに立方体の幾何学的中心を中心点として対称の位置にある全ての2数の和を等しくする。等式が新たに13本加わる。

数要素が27個しかないのに、40本もの方程式が立てられるので、珍しい方陣が期待できそうだ。解はいったい幾つ見つかるのであろうか。

## 第5節：立方体四方陣

次は、立方体四方陣である。1～64の自然数全個を重複なく用い4×4×4の三次元の配列に構成して下図のような方陣を作る。内外のどの面でも行列柱の定和が成り立たなければならない。そして立方体主対角線の4数定和も成り立たなければならない。

数要素が64個に増えたのに等式は全部で52本しかない。一般的な形では、解の数が多くなり過ぎて、全然珍しくなくなる。

そこで古来‘特別の’珍しい方陣構成が試みられて来た。まずは、三次元方向に面ごとの逐次移動が可能な「汎対角線型」の立方体四方陣である。昔は、「完全立体四方陣」と言った。

移動を可能にするために、仮想対角線の条件がやたらに増える。その全てにおいて定和を成り立たせる。汎魔方陣のこの数多い対角線のことを「汎対角線」と呼ぶ。

### \* 立方体四方陣の基本図 \*

1	—	17	—	33	—	49									
	2	—	18	—	34	—	50								
5	3	—	21	19	—	37	35	—	53	51					
	6	4	—	22	—	20	—	38	—	36	—	54	—	52	
9	7		25	23	—	41	39	—	57	55					
	10	8	—	26	24	—	42	40	—	58	56				
13	—	11	—	29	—	27	—	45	—	43	—	61	—	59	
	14	12	—	30	28	—	46	44	—	62	60				
		15		—	31	—	47	—	63						
—	16	—	32	—	48	—	64								

... (と続く) ...

### \* 基本条件の定義式 \*

$n_1+n_2+n_3+n_4=C$	... bs1-1;
$n_1+n_5+n_9+n_{13}=C$	... bs1-2;
$n_1+n_{17}+n_{33}+n_{49}=C$	... bs1-3;
$n_2+n_3+n_4+n_1=C$	... bs2-1;
$n_2+n_6+n_{10}+n_{14}=C$	... bs2-2;
$n_2+n_{18}+n_{34}+n_{50}=C$	... bs2-3;
$n_3+n_4+n_1+n_2=C$	... bs3-1;
$n_3+n_7+n_{11}+n_{15}=C$	... bs3-2;
$n_3+n_{19}+n_{35}+n_{51}=C$	... bs3-3;
$n_4+n_1+n_2+n_3=C$	... bs4-1;

\* 汎対角線の定義式 \*

$n1+n22+n43+n64=C$	... p1;	$n1+n24+n43+n62=C$	... p2;
$n1+n30+n43+n56=C$	... p3;	$n1+n32+n43+n54=C$	... p4;
$n2+n23+n44+n61=C$	... p5;	$n2+n21+n44+n63=C$	... p6;
$n2+n31+n44+n53=C$	... p7;	$n2+n29+n44+n55=C$	... p8;
$n3+n24+n41+n62=C$	... p9;	$n3+n22+n41+n64=C$	... p10;
$n3+n32+n41+n54=C$	... p11;	$n3+n30+n41+n56=C$	... p12;
$n4+n21+n42+n63=C$	... p13;	$n4+n23+n42+n61=C$	... p14;
$n4+n29+n42+n55=C$	... p15;	$n4+n31+n42+n53=C$	... p16;
$n5+n26+n47+n52=C$	... p17;	$n5+n28+n47+n50=C$	... p18;
$n5+n18+n47+n60=C$	... p19;	$n5+n20+n47+n58=C$	... p20;
$n6+n27+n48+n49=C$	... p21;	$n6+n25+n48+n51=C$	... p22;
$n6+n19+n48+n57=C$	... p23;	$n6+n17+n48+n59=C$	... p24;
$n7+n28+n45+n50=C$	... p25;	$n7+n26+n45+n52=C$	... p26;
$n7+n20+n45+n58=C$	... p27;	$n7+n18+n45+n60=C$	... p28;
$n8+n25+n46+n51=C$	... p29;	$n8+n27+n46+n49=C$	... p30;
$n8+n17+n46+n59=C$	... p31;	$n8+n19+n46+n57=C$	... p32;
$n9+n30+n35+n56=C$	... p33;	$n9+n32+n35+n54=C$	... p34;
$n9+n22+n35+n64=C$	... p35;	$n9+n24+n35+n62=C$	... p36;
$n10+n31+n36+n53=C$	... p37;	$n10+n29+n36+n55=C$	... p38;
$n10+n23+n36+n61=C$	... p39;	$n10+n21+n36+n63=C$	... p40;
$n11+n32+n33+n54=C$	... p41;	$n11+n30+n33+n56=C$	... p42;
$n11+n24+n33+n62=C$	... p43;	$n11+n22+n33+n64=C$	... p44;
$n12+n29+n34+n55=C$	... p45;	$n12+n31+n34+n53=C$	... p46;
$n12+n21+n34+n63=C$	... p47;	$n12+n23+n34+n61=C$	... p48;
$n13+n18+n39+n60=C$	... p49;	$n13+n20+n39+n58=C$	... p50;
$n13+n26+n39+n52=C$	... p51;	$n13+n28+n39+n50=C$	... p52;
$n14+n19+n40+n57=C$	... p53;	$n14+n17+n40+n59=C$	... p54;
$n14+n27+n40+n49=C$	... p55;	$n14+n25+n40+n51=C$	... p56;
$n15+n20+n37+n58=C$	... p57;	$n15+n18+n37+n60=C$	... p58;
$n15+n28+n37+n50=C$	... p59;	$n15+n26+n37+n52=C$	... p60;
$n16+n17+n38+n59=C$	... p61;	$n16+n19+n38+n57=C$	... p62;
$n16+n25+n38+n51=C$	... p63;	$n16+n27+n38+n49=C$	... p64;

汎立体四方陣の解の例

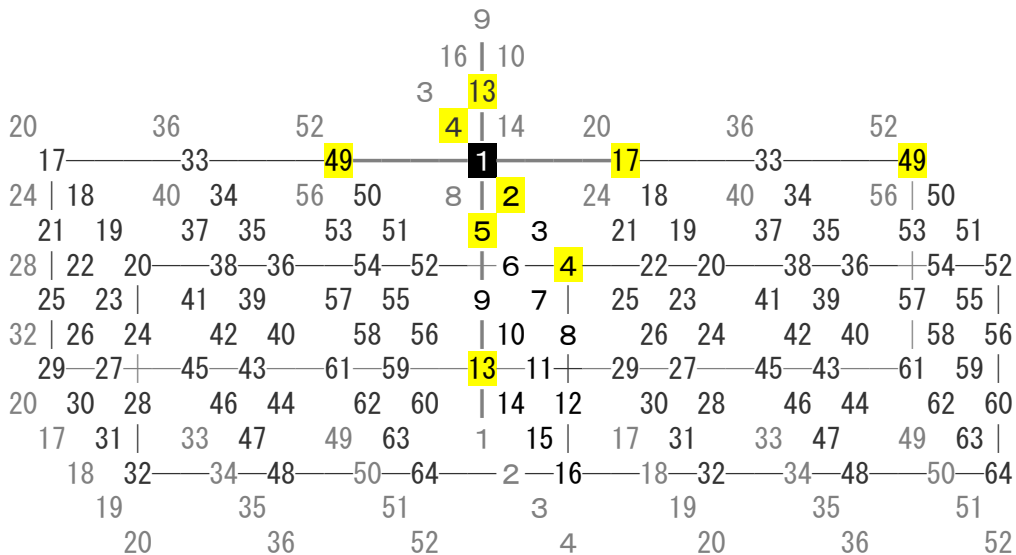
1	57	14	58
62	9	40	19
59 4	24 38	18 55	29 33
13 63	42 26	53 21	22 20
10 28	32 49	61 5	27 48
44 30	45 15	2 54	39 31
60 51	17 7	37 64	16 8
11 25	34 46	35 3	50 56
47	36	6	41
12	43	52	23

対称立体四方陣の解の例

1	58	57	14
63	20	26	21
60 62	16 19	17 9	37 40
12 4	23 33	43 38	52 55
59 11	29 50	24 34	18 35
30 47	31 41	15 36	54 6
10 13	27 22	32 42	61 53
25 28	56 48	46 49	3 5
44	39	45	2
51	8	7	64

下図↓は、汎立体四方陣の各面を左右上下方向に最小限に移動拡張させた例である。構成者は、たいていこのような「方陣拡張空間」を作って研究する。こうして描くと、例えば、n2, n5, n17 ばかりでなく n4, n13, n49 が、n1 の隣のポジションであることが、良くわかる。「汎対角線」の通り方も直視することができる。

方陣拡張空間↓



「補数対称型」の立方体四方陣の構成も、昔から試みられて来た。一般的な条件の他に立方体の幾何学的中心を中心点として対称の位置にある2数の和が等しくなるように構成する。等式が32本に増える。解は幾つ見つかるであろうか。

汎立体四方陣も対称立体四方陣も、解はめっぽう多い。パソコンに数えさせても、時間ばかりかかる。計数を何度も試みたが、その度に途中で諦めざるを得ない場合があった。

順列の計算を思い出してほしい。要素が9個しかなければ、9個から9個を取る順列の数は、 $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$  である。

ところが、要素が64個にも増えると、 $64 \times 63 \times 62 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$  は...、物凄い数になる。

魔方陣は、数多い等式条件によって制限されているので、実際のところそんなにたくさんの場合を調べる必要はないのだが、次数を増やただけで、場合の数は急激に膨らむ。

予め良く研究して手だてをあれこれ考えておくと、ほんの数度の場合を調べればすんでしまうケースも無いではない。予備研究が必要な所以である。うまく行くと、調べる場合の数を大幅に減らすことができるのだ。

それでも、立方体四方陣は手ごわい。どう賢くやろうとしても、途中で何百億個の場合の数を吟味する必要に迫られてしまう。

それは、五次以上の二次元正方形魔方陣でも同じなのだが、新型の高性能パソコンでも、とても数えきれないケースが増えてくる。研究者には、頭の痛い点だ。

だから、これから先は、様々な筋道に分かれる。

- (1) 基礎研究をしっかりとやって、調べる場合の数を劇的に減らす。
- (2) 或いは、最新の超高速大型コンピュータを数日間独占的に使用する（たかが「パズル解き」のために）。
- (3) 数要素として自然数を使わず、他のものを使う。例えば「素数方陣」など。
- (4) 条件をいろいろと付加した“特別の”，“面白そうな”方陣を作る。解の数が少なければ少ないほど、稀少価値が期待できるから。

下に、そのような“特別の”一例を示そう。

内外のどの面でも、隣り合う  $2 \times 2$  の四数の和が等しい。例えば、

$$1 + 64 + 63 + 2 = 1 + 60 + 64 + 5 = 64 + 17 + 2 + 47 = 17 + 48 + 44 + 21 \dots = 130$$

こういう特徴を備えた魔方陣を「正方連結型」という。

しかも、これは汎対角線魔方陣でもある。これならば、解が少なそうだ。

正方連結型汎立方体四方陣の解の一例 ↓

1	60	13	56	
64	5	52	9	
63	17	6	44	51
2	48	59	21	14
4	47	57	22	16
61	18	8	43	49
62	20	7	41	50
3	45	58	24	15
46		23	34	27
19		42	31	38

## 第6節： 数学的研究のすすめ

魔方陣は、純粹に数学的な現象である。素材は、少数個の連続する自然数。構造は、配列。条件は、加法による等和式。それ以外には何も必要がない。だから、本来数学的に研究されるべき対象である。

方陣はパズル解きの対象としてそれ自身面白いものだが、これをアーティスティックなセンスや暗算能力や勘働きなど個人技を競って解いてみても、じつは余り意味がない。当てずっぽうにいろいろ試みているうちに、結局は「絶対的な解法」が欲しくなるからだ。全てを解けるような公式があるとすれば、ぜひそれを知りたいと思うようになる。

そのような“マスターキー”は、現実にまだ発見されていない。

各論でならともかく、すべての魔方陣に通用する“1つの公式”は、実際にはとても見つけられそうにない感触だ。

しかし、あえて望むとすれば、それは数学的な研究こそがもたらすはずのものである。

だから、数学的研究をこそ今始めなければならない。

ただし、魔方陣は、専門の数学者たちの研究には全然向かない対象だ。1つには、使う数学が余りにも単純なものだから。

演算としては加法（少しは減法も）のみ。多元連立一次方程式の扱いが少し煩雑なだけだ。あとは順列・組み合わせの知識を少々と集合論。背理法を証明に使わないでもないが、しょせん中学校程度の数学であって、成果を上げて何の自慢にもならない。

次数を上げると研究対象が急激に膨らむのも、厄介だ。各個を手計算で調べていると、たちまち時間が過ぎる。それなのに全体の展望がいつこうに見えてこない。1つの研究だけですぐに一生が終わってしまう恐怖を感じる。

だが、プロの数学者がやりたがらないこういう研究こそ、アマチュア-ディレタントの出番ではないだろうか。アマチュアなら、プロの数学者がやらないコンピュータ・プログラミングの技術を研究にもチェックにも臆せず使うことができる。配列での数値の扱いは、コンピュータとの親和性が高い。途中の工夫や推理がけっこう面白いというのに、時には成果の美しさに自ら陶醉できる。……

アマチュアだからこそ、やってみるしかない。やり続けるしかないのである。

この論文集で、小生の稚拙な研究成果（かなり中途半端なものではあるが）を読者諸君に示して、願わくは多少の知的刺激を与えたいと思う。そして、数学の問題だからこそ、もっと若い、頭の柔らかい人たちに研究を継承・発展していつてもらいたいと思う。それが、この論文集の第一目的である。

まずは簡単な対象の分析から始めて、代数的推理を積み重ねて行こう。たとえ失敗しても勉強のうち。今はとにかく経験的知識を積み上げるしかない、小生は覚悟している。

(June 27, 2000 (初稿), December 18, 2000 (第2稿),  
December 21, 2004 (改訂稿), May 26, 2015 (再計算清書稿)  
撰田 寛二 (Kanji Setsuda) with MacOSX 10.10.3 & Xcode 6.3.2)

E-Mail Address: [jag12001@nifty.com](mailto:jag12001@nifty.com)