

第6章：多次元超立体魔方陣の研究： 摂田 寛二

第2-4節：四次元超立体二方陣の構成と分解 Part 2-2

0. 前節に引続いて四次元超立体二方陣を研究する。
新しい基本図によって解のリストを作り，基本図と解の関係を詳しく調べ，四次元超立体二方陣一族の諸方陣の「内的構造」を，もう一步踏み込んで解明してみたい。

1. 早速にも今回用いたプログラムのリストを示そう。
先ずリストの冒頭に基本図群と定義式群を載せる。
そして，これらをもとに関数を解く要領で最終目的の「正方連結完全四方陣(CC/)」を先ず作りながら，同時に補数対称型四方陣と四次元超立体二方陣をも作ってみたい。

[Program List]

```
/** Make Three Types of Magic Objects at the same time: **
/** the 4-D Extra-Cubic Magic Objects of Order 2 and Two Types **
/** of MS44: 'Self-Complementary' and 'Composite & Complete'; **
/** File: 'ECO24CC.c' Dictated by Kanji Setsuda **
/** in 2005, 2012, 2014 and on Nov.30, 2015 **
/** with MacOSX EIC 10.11.1 & Xcode 7.1.1 **
//
/** Basic Forms **
// 0/E1 /E2 /SC /CC
// 1--- 2 3--- 4 1 2 3 4 1 2 4 3
// | 9--+-10 | 11--+-12 5 6 7 8 5 6 8 7
// 5--|- 6 | 7--|- 8 | 9 10 11 12 13 14 16 15
// 13----14 15----16 13 14 15 16 9 10 12 11
//
// Classic/SC Modern/ /N2i
// 1 2 3 4 0 1 2 3 0000 0001 0010 0011
// 5 6 7 8 4 5 6 7 0100 0101 0110 0111
// 9 10 11 12 8 9 10 11 1000 1001 1010 1011
// 13 14 15 16 12 13 14 15 1100 1101 1110 1111
//
/** Basic Form and a Model Solution of CCMS44 **
// 0# 1#
// 11 9 10 12 11 9 11 8 10 5 11 8
//
// .---.---.---. .---.---.---.
// 3| 1| 2| 4| 3| 1 14| 1|15| 4|14| 1
// |---+---+---+---| |---+---+---+---|
// 7| 5| 6| 8| 7| 5 7|12| 6| 9| 7|12
// |---+---+---+---| |---+---+---+---|
// 15|13|14|16|15|13 2|13| 3|16| 2|13
// |---+---+---+---| |---+---+---+---|
// 11| 9|10|12|11| 9 11| 8|10| 5|11| 8
// '---'---'---' '---'---'---'
// 3 1 2 4 3 1 14 1 15 4 14 1
//
/** Basic Conditions for CCMS44: C=34; **
// n1+n2+n4+n3=C ...rw1; | n1+n5+n13+n9=C ...c1;
/** Composite Conditions: C=34; **
// n1+n2+n5+n6=C ...c1; | n2+n4+n6+n8=C ...c2;
// n4+n3+n8+n7=C ...c3; | n3+n1+n7+n5=C ...c4;
// n5+n6+n13+n14=C ...c5; | n6+n8+n14+n16=C ...c6;
// n8+n7+n16+n15=C ...c7; | n7+n5+n15+n13=C ...c8;
// n13+n14+n9+n10=C ...c9; | n14+n16+n10+n12=C ...c10;
// n16+n15+n12+n11=C ...c11; | n15+n13+n11+n9=C ...c12;
// n9+n10+n1+n2=C ...c13; | n10+n12+n2+n4=C ...c14;
// n12+n11+n4+n3=C ...c15; | n11+n9+n3+n1=C ...c16;
/** Complete Conditions: CC=17; **
```

```

// n1+n16=n2+n15=n4+n13=n3+n14=n5+n12=n6+n11=n7+n10=n8+n9=CC...cc
//
#include <stdio.h>
//
/** Variables *
short int cnt, cnt1, cnt2, cnt3;
short LSM, CC;
short nm[17], flg[17];
short cb[9], cp1[9], cp2[9], cc2[17], cs[7], pair[17];
//
/** Sub-Routines *
void stp01(void), stp02(void), stp03(void), stp04(void);
void stp05(void), stp06(void), stp07(void), stp08(void);
void stp09(void), stp10(void), stp11(void);
void anschksm(void), checksums(void);
//
/** Main Program *
int main(){
short n;
printf("\n");
printf("*** Make Three Types of Magic Objects at the same time:\n");
printf("  the 4-D Extra-Cubic Magic Objects of Order 2 and Two types of MS44; **\n");
printf("    [/SC:'Self-Complementary'; /CC:'Composite & Complete']\n");
printf("\n** List of Primitive Solutions: 4-d EC02^4; 'S-C'MS44; 'C&C'MS44;\n");
printf("  with Precise Sum-Checks:|Rows|Columns|Symmetric Pairs|PD1|PD2|Composite 4!");
printf(" **\n");
printf("\n");
for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0; flg[n]=0;}
LSM=34; CC=17; cnt=0; cnt3=0;
stp01(); /** Construction of Object Solutions *
printf(" [Count(n1=1/All) = %d/%d] OK!\n",cnt1,cnt);
printf("\n");
printf("*** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on\n");
printf("  Nov.30, 2015 with MacOSX EIC 10.11.1 & Xcode 7.1.1 **\n");
printf("\n");
return 0;
}
//
/** Construction of Object Solutions: CCMS44 *
/** Set n1 & n16 *
void stp01(){
short a,b;
for(a=1;a<17;a++){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){cnt2=0;
nm[1]=a; nm[16]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp02();
flg[b]=0; flg[a]=0;}
}
}
/** Set n2 & n15 *
void stp02(){
short a,b;
for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){if(nm[1]==1){cnt2=0;}
nm[2]=a; nm[15]=b;
flg[a]=1; flg[b]=1;
stp03();
flg[b]=0; flg[a]=0;}
}
}
/** Set n3 & n14 *
void stp03(){
short a,b;

```

```

for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
  if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){if(nm[1]==1){cnt2=0;}
    nm[3]=a; nm[14]=b;
    flg[a]=1; flg[b]=1;
    stp04C);
    flg[b]=0; flg[a]=0;}
}
}
/** Set n4=LSM-n1-n2-n3 & n13 *
void stp04C){
short a,b;
a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[3];
b=LSM-nm[16]-nm[15]-nm[14];
if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==CC)){
  if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
    nm[4]=a; nm[13]=b;
    flg[a]=1; flg[b]=1;
    stp05C);
    flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/** Level #2 *
/** Set n5 & n12 *
void stp05C){
short a,b;
for(a=16;a>0;a--){b=CC-a;
  if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){if(nm[1]==1){cnt2=0;}
    nm[5]=a; nm[12]=b;
    flg[a]=1; flg[b]=1;
    stp06C);
    flg[b]=0; flg[a]=0;}
}
}
/** Set n9=LSM-n1-n5-n13 & n8 *
void stp06C){
short a,b;
a=LSM-nm[1]-nm[5]-nm[13];
b=LSM-nm[16]-nm[12]-nm[4];
if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==CC)){
  if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
    nm[9]=a; nm[8]=b;
    flg[a]=1; flg[b]=1;
    stp07C);
    flg[b]=0; flg[a]=0;}}
}
/** Set n6=LSM-n1-n2-n5 & n11 *
void stp07C){
short a,b,c,d;
a=LSM-nm[1]-nm[2]-nm[5];
b=LSM-nm[16]-nm[15]-nm[12];
c=LSM-nm[2]-nm[4]-nm[8];
d=LSM-nm[15]-nm[13]-nm[9];
if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==CC)){
  if((a==c)&&(b==d)){
    if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
      nm[6]=a; nm[11]=b;
      flg[a]=1; flg[b]=1;
      stp08C);
      flg[b]=0; flg[a]=0;}}}}
}
/** Set n7=LSM-n4-n3-n8 & n10 *
void stp08C){
short a,b,c,d;
a=LSM-nm[4]-nm[3]-nm[8];
b=LSM-nm[13]-nm[14]-nm[9];

```

```

c=LSM-nm[3]-nm[1]-nm[5];
d=LSM-nm[14]-nm[16]-nm[12];
if((0<a)&&(a<17)&&(a+b==CC)){
    if((a==c)&&(b==d)){
        if((flg[a]==0)&&(flg[b]==0)){
            nm[7]=a; nm[10]=b;
            flg[a]=1; flg[b]=1;
            stp09();
            flg[b]=0; flg[a]=0;}}}
}
/* Check Composite Sums *
void stp09(){
    short sm1,sm2,sm3,sm4;
    sm1=nm[9]+nm[10]+nm[1]+nm[2];
    sm2=nm[10]+nm[12]+nm[2]+nm[4];
    sm3=nm[12]+nm[11]+nm[4]+nm[3];
    sm4=nm[11]+nm[9]+nm[3]+nm[1];
    if((sm1==LSM)&&(sm2==LSM)&&(sm3==LSM)&&(sm4==LSM)){stp10();}
}
/* Check Composite Sums *
void stp10(){
    short sm1,sm2,sm3,sm4;
    sm1=nm[5]+nm[6]+nm[13]+nm[14];
    sm2=nm[6]+nm[8]+nm[14]+nm[16];
    sm3=nm[8]+nm[7]+nm[16]+nm[15];
    sm4=nm[7]+nm[5]+nm[15]+nm[13];
    if((sm1==LSM)&&(sm2==LSM)&&(sm3==LSM)&&(sm4==LSM)){stp11();}
}
/* Print the Solution *
void stp11(){
    cnt++; if(nm[1]==1){cnt1=cnt;}
    cnt2++;
    if(cnt2==1){checksums(); anschksm();}
}
//
/* Print Single Answers with precise Check-sums *
void anschksm(){
    printf("%4d#/E1          /E2          ",cnt);
    if(cs[0]==16){printf("/SC");}
    else if(cs[2]==8){printf("/PD");}
    else if(cs[4]>0){printf("/ST");}
    else{printf(" ");}
    printf("IRw ClIPairsIP1 P2I          ");
    if((cs[3]==8)&&(cs[6]==16)){printf("/CC");}
    else if(cs[1]==16){printf("/SC");}
    else if(cs[3]==8){printf("/PD");}
    else if(cs[5]>0){printf("/ST");}
    else{printf(" ");}
    printf("IRw ClIP1 P2IComposite 4\n");
    printf("%3d--%2d%5d---%2d",nm[1],nm[2],nm[3],nm[4]);
    printf("%7d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d|",
        nm[1],nm[2],nm[3],nm[4],cb[1],cb[5],pair[1],pair[2],cp1[1],cp1[5]);
    printf("%4d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d%3d%3d\n",
        nm[1],nm[2],nm[4],nm[3],cb[1],cb[5],cp2[1],cp2[5],cc2[1],cc2[2],cc2[3],cc2[4]);
    printf(" |%2d--+%2d |%2d--+%2d",nm[9],nm[10],nm[11],nm[12]);
    printf("%5d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d|",
        nm[5],nm[6],nm[7],nm[8],cb[2],cb[6],pair[3],pair[4],cp1[2],cp1[6]);
    printf("%4d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d%3d%3d\n",
        nm[5],nm[6],nm[8],nm[7],cb[2],cb[6],cp2[2],cp2[6],cc2[5],cc2[6],cc2[7],cc2[8]);
    printf("%3d-|-%2d |%3d-|-%2d |",nm[5],nm[6],nm[7],nm[8]);
    printf("%5d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d|",
        nm[9],nm[10],nm[11],nm[12],cb[3],cb[7],pair[5],pair[6],cp1[3],cp1[7]);
    printf("%4d%3d%3d%3d|%2d%3d|%2d%3d|%2d%3d%3d%3d\n",
        nm[13],nm[14],nm[16],nm[15],cb[4],cb[8],cp2[3],cp2[7],cc2[9],cc2[10],cc2[11],cc2[12]);
}

```

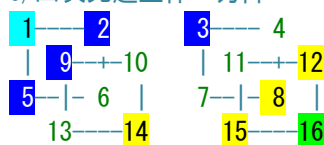
```

printf("%5d---%2d%5d---%2d", nm[13], nm[14], nm[15], nm[16]);
printf("%5d%3d%3d%3d%2d%3d%2d%3d%2d%3d",
    nm[13], nm[14], nm[15], nm[16], cb[4], cb[8], pair[7], pair[8], cp1[4], cp1[8]);
printf("%4d%3d%3d%3d%2d%3d%2d%3d%2d%3d%3d\n",
    nm[9], nm[10], nm[12], nm[11], cb[3], cb[7], cp2[4], cp2[8], cc2[13], cc2[14], cc2[15], cc2[16]);
printf("\n");
}
//
/* Check Sums of every Conditions *
void checksums(){
    short m,n;
    short sc[17]={0,11,12,10, 9,15,16,14,13, 7, 8, 6, 5, 3, 4, 2, 1};
    /* for Basic Conditions *
    cb[1]=nm[1]+nm[2]+nm[3]+nm[4];          cb[2]=nm[5]+nm[6]+nm[7]+nm[8];
    cb[3]=nm[9]+nm[10]+nm[11]+nm[12];      cb[4]=nm[13]+nm[14]+nm[15]+nm[16];
    cb[5]=nm[1]+nm[5]+nm[9]+nm[13];        cb[6]=nm[2]+nm[6]+nm[10]+nm[14];
    cb[7]=nm[3]+nm[7]+nm[11]+nm[15];      cb[8]=nm[4]+nm[8]+nm[12]+nm[16];
    /* for Pandiagonal Conditions: Type 1 *
    cp1[1]=nm[1]+nm[6]+nm[11]+nm[16];     cp1[2]=nm[2]+nm[7]+nm[12]+nm[13];
    cp1[3]=nm[3]+nm[8]+nm[9]+nm[14];     cp1[4]=nm[4]+nm[5]+nm[10]+nm[15];
    cp1[5]=nm[1]+nm[8]+nm[11]+nm[14];     cp1[6]=nm[2]+nm[5]+nm[12]+nm[15];
    cp1[7]=nm[3]+nm[6]+nm[9]+nm[16];     cp1[8]=nm[4]+nm[7]+nm[10]+nm[13];
    /* for Pandiagonal Conditions: Type 2 *
    cp2[1]=nm[1]+nm[6]+nm[16]+nm[11];     cp2[2]=nm[2]+nm[8]+nm[15]+nm[9];
    cp2[3]=nm[4]+nm[7]+nm[13]+nm[10];     cp2[4]=nm[3]+nm[5]+nm[14]+nm[12];
    cp2[5]=nm[1]+nm[7]+nm[16]+nm[10];     cp2[6]=nm[2]+nm[5]+nm[15]+nm[12];
    cp2[7]=nm[4]+nm[6]+nm[13]+nm[11];     cp2[8]=nm[3]+nm[8]+nm[14]+nm[9];
    /* for Composite Conditions: Type 2 *
    cc2[1]=nm[1]+nm[2]+nm[5]+nm[6];       cc2[2]=nm[2]+nm[4]+nm[6]+nm[8];
    cc2[3]=nm[4]+nm[3]+nm[8]+nm[7];       cc2[4]=nm[3]+nm[1]+nm[7]+nm[5];
    cc2[5]=nm[5]+nm[6]+nm[13]+nm[14];     cc2[6]=nm[6]+nm[8]+nm[14]+nm[16];
    cc2[7]=nm[8]+nm[7]+nm[16]+nm[15];     cc2[8]=nm[7]+nm[5]+nm[15]+nm[13];
    cc2[9]=nm[13]+nm[14]+nm[9]+nm[10];    cc2[10]=nm[14]+nm[16]+nm[10]+nm[12];
    cc2[11]=nm[16]+nm[15]+nm[12]+nm[11];  cc2[12]=nm[15]+nm[13]+nm[11]+nm[9];
    cc2[13]=nm[9]+nm[10]+nm[1]+nm[2];     cc2[14]=nm[10]+nm[12]+nm[2]+nm[4];
    cc2[15]=nm[12]+nm[11]+nm[4]+nm[3];    cc2[16]=nm[11]+nm[9]+nm[3]+nm[1];
    /* for Conditions of Types **
    cs[0]=0;
    for(n=1;n<17;n++){m=17-n; if(nm[n]+nm[m]==17){cs[0]++;}}
    cs[1]=0;
    for(n=1;n<17;n++){m=sc[n]; if(nm[m]+nm[17-m]==17){cs[1]++;}}
    cs[2]=0;
    for(n=1;n<9;n++){if(cp1[n]==34){cs[2]++;}}
    cs[3]=0;
    for(n=1;n<9;n++){if(cp2[n]==34){cs[3]++;}}
    cs[4]=0;
    if((cp1[1]==34)&&(cp1[8]==34)){cs[4]++;}
    cs[5]=0;
    if((cp2[1]==34)&&(cp2[8]==34)){cs[5]++;}
    cs[6]=0;
    for(n=1;n<17;n++){if(cc2[n]==34){cs[6]++;}}
    /* for Self-Complementary Pairs **
    for(m=1;m<17;m++){pair[m]=nm[m]+nm[17-m];}
}
//

```

2. 新しい基本図群の意味は、次の通り。

0/四次元超立方体二方陣



SC/対称四方陣



GC/正方連結完全四方陣



古典的表記/SC 数学的表記/ /二進法表現 (数学的表記に基づく)

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 4 | 5 | 6 | 7 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 8 | 9 | 10 | 11 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 12 | 13 | 14 | 15 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |

先ず「原点 **n1** とその近辺の4数」をブルー系で彩色してみた。**2, 3, 5, 9**の4数は、二進数でそれぞれ **0001**(₍₋₎), **0010**(₍₋₎), **0100**(₍₋₎), **1000**(₍₋₎)と表され、原点 **0000**(₍₋₎)と「一字違い」という特徴を持っている。どれもが「原点の隣」を表し、四次元を端的に象徴する。

その4数が、対称四方陣や完全四方陣でどこに並んでいるかを良く観察してほしい。

完全四方陣は、対称四方陣の行列をとともに「三四交換」したものである。

4数のいずれもが、**1**の近辺にある。

完全型汎四方陣の場合、**3**や**9**が遠いと感じられるかもしれないが、下図のように方陣空間を拡張してみると、いずれも**1**の隣にある。端的に四次元を象徴している。

* 拡張空間での基本図 *

* 正方連結条件式のリスト: C=34; *

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 11 | 9 | 10 | 12 | 11 | 9 | 10 | 12 |
| 4 | 3 | 1 | 2 | 4 | 3 | 1 | 2 | 4 |
| 8 | 7 | 5 | 6 | 8 | 7 | 5 | 6 | 8 |
| 16 | 15 | 13 | 14 | 16 | 15 | 13 | 14 | 16 |
| 12 | 11 | 9 | 10 | 12 | 11 | 9 | 10 | 12 |
| 4 | 3 | 1 | 2 | 4 | 3 | 1 | 2 | 4 |

| | |
|---------------------|----------|
| $n1+n2+n5+n6=C$ | .. cc1; |
| $n2+n4+n6+n8=C$ | .. cc2; |
| $n4+n3+n8+n7=C$ | .. cc3; |
| $n3+n1+n7+n5=C$ | .. cc4; |
| $n5+n6+n13+n14=C$ | .. cc5; |
| $n6+n8+n14+n16=C$ | .. cc6; |
| $n8+n7+n16+n15=C$ | .. cc7; |
| $n7+n5+n15+n13=C$ | .. cc8; |
| $n13+n14+n9+n10=C$ | .. cc9; |
| $n14+n16+n10+n12=C$ | .. cc10; |
| $n16+n15+n12+n11=C$ | .. cc11; |
| $n15+n13+n11+n9=C$ | .. cc12; |
| $n9+n10+n1+n2=C$ | .. cc13; |
| $n12+n11+n4+n3=C$ | .. cc15; |
| $n10+n12+n2+n4=C$ | .. cc14; |
| $n11+n9+n3+n1=C$ | .. cc16; |

* 完全型補数の定義: CP=17; *

$$n1+n16=n2+n15=n4+n13=n3+n14=n5+n12=n6+n11=n7+n10=n8+n9=CP;$$

* 行列などの基本条件式: C=34; *

$$n1+n2+n4+n3=C \dots rw; \quad n1+n5+n13+n9=C \dots cl; \quad n1+n6+n16+n11=C \dots pd1;$$

面白いのは、**15, 14, 12, 8**の配置だ。いずれも**16**の近辺にある。これは、**16**が**1**の補数、**15**が**2**の補数、**14**が**3**の補数、**12**が**5**の補数、そして**8**が**9**の補数だからだ。

対称四方陣では、ユニット**1 (1, 2, 3, 5, 9)**とユニット**16 (16, 15, 14, 12, 8)**とがまさに点対称に配置されている。完全四方陣では、汎対角線上を2ずつ進んだ場所に**16**に隣り合う形で配置されている。**(16**を**1**の「汎対称点」と言うので、「汎対称的に配置されている」と言っても良いだろう。)

上の連立方程式を解いて得た実際の解では、この5数×2はどう配置されるだろうか。

3. 実行結果のリスト

先ずは、英語版を無彩色のままで示そう。これが全ての基本になるデータである。

** List of Primitive Solutions: 4-d EC02^4; 'S-C' MS44; 'C&C' MS44;
with Precise Sum-Checks:|Rows Columns|Symmetric Pairs|PD1 PD2|Composite 4| **

| 1#/E1 | /E2 | /SC Rw | Cl Pairs P1 | P2 | /CC Rw | Cl P1 | P2 Composite 4 |
|--------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------|-------|----------------|
| 1—15 | 14—4 | 1 15 14 | 4 34 34 17 17 34 24 | 1 15 4 14 34 34 34 34 34 34 34 34 | | | |
| 8—+10 | 11—+ 5 | 12 6 7 9 34 34 17 17 40 34 | 12 6 9 7 34 34 34 34 34 34 34 34 | | | | |
| 12— 6 | 7— 9 | 8 10 11 5 34 34 17 17 34 44 | 13 3 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 | | | | |
| 13—3 | 2—16 | 13 3 2 16 34 34 17 17 28 34 | 8 10 5 11 34 34 34 34 34 34 34 34 | | | | |

| 3#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—15 | 12—6 | 1 15 12 6 34 34 17 17 34 28 | 1 15 6 12 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8—+10 | 13—+ 3 | 14 4 7 9 34 34 17 17 36 34 | 14 4 9 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14- - 4 | 7- - 9 | 8 10 13 3 34 34 17 17 34 40 | 11 5 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 11—5 | 2—16 | 11 5 2 16 34 34 17 17 32 34 | 8 10 3 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 5#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|---------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—15 | 8—10 | 1 15 8 10 34 34 17 17 34 28 | 1 15 10 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—+ 6 | 13—+ 3 | 14 4 11 5 34 34 17 17 36 34 | 14 4 5 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14- - 4 | 11- - 5 | 12 6 13 3 34 34 17 17 34 40 | 7 9 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 7—9 | 2—16 | 7 9 2 16 34 34 17 17 32 34 | 12 6 3 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 7#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—14 | 15—4 | 1 14 15 4 34 34 17 17 34 22 | 1 14 4 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8—+11 | 10—+ 5 | 12 7 6 9 34 34 17 17 38 34 | 12 7 9 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12- - 7 | 6- - 9 | 8 11 10 5 34 34 17 17 34 46 | 13 2 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 13—2 | 3—16 | 13 2 3 16 34 34 17 17 30 34 | 8 11 5 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 9#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—14 | 12—7 | 1 14 12 7 34 34 17 17 34 28 | 1 14 7 12 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8—+11 | 13—+ 2 | 15 4 6 9 34 34 17 17 32 34 | 15 4 9 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- - 4 | 6- - 9 | 8 11 13 2 34 34 17 17 34 40 | 10 5 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 10—5 | 3—16 | 10 5 3 16 34 34 17 17 36 34 | 8 11 2 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 11#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|---------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—14 | 8—11 | 1 14 8 11 34 34 17 17 34 28 | 1 14 11 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—+ 7 | 13—+ 2 | 15 4 10 5 34 34 17 17 32 34 | 15 4 5 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- - 4 | 10- - 5 | 12 7 13 2 34 34 17 17 34 40 | 6 9 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 6—9 | 3—16 | 6 9 3 16 34 34 17 17 36 34 | 12 7 2 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 13#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—12 | 15—6 | 1 12 15 6 34 34 17 17 34 22 | 1 12 6 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8—+13 | 10—+ 3 | 14 7 4 9 34 34 17 17 30 34 | 14 7 9 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14- - 7 | 4- - 9 | 8 13 10 3 34 34 17 17 34 46 | 11 2 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 11—2 | 5—16 | 11 2 5 16 34 34 17 17 38 34 | 8 13 3 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 15#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—12 | 14—7 | 1 12 14 7 34 34 17 17 34 24 | 1 12 7 14 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8—+13 | 11—+ 2 | 15 6 4 9 34 34 17 17 28 34 | 15 6 9 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- - 6 | 4- - 9 | 8 13 11 2 34 34 17 17 34 44 | 10 3 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 10—3 | 5—16 | 10 3 5 16 34 34 17 17 40 34 | 8 13 2 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 17#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|---------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—12 | 8—13 | 1 12 8 13 34 34 17 17 34 24 | 1 12 13 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—+ 7 | 11—+ 2 | 15 6 10 3 34 34 17 17 28 34 | 15 6 3 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- - 6 | 10- - 3 | 14 7 11 2 34 34 17 17 34 44 | 4 9 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 4—9 | 5—16 | 4 9 5 16 34 34 17 17 40 34 | 14 7 2 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 19#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—8 | 15—10 | 1 8 15 10 34 34 17 17 34 14 | 1 8 10 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—+13 | 6—+ 3 | 14 11 4 5 34 34 17 17 22 34 | 14 11 5 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14- -11 | 4- - 5 | 12 13 6 3 34 34 17 17 34 54 | 7 2 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 7—2 | 9—16 | 7 2 9 16 34 34 17 17 46 34 | 12 13 3 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 21#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—8 | 14—11 | 1 8 14 11 34 34 17 17 34 16 | 1 8 11 14 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—+13 | 7—+ 2 | 15 10 4 5 34 34 17 17 20 34 | 15 10 5 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- -10 | 4- - 5 | 12 13 7 2 34 34 17 17 34 52 | 6 3 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 6—3 | 9—16 | 6 3 9 16 34 34 17 17 48 34 | 12 13 2 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| 23#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
|---------|--------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1—8 | 12—13 | 1 8 12 13 34 34 17 17 34 16 | 1 8 13 12 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—+11 | 7—+ 2 | 15 10 6 3 34 34 17 17 20 34 | 15 10 3 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15- -10 | 6- - 3 | 14 11 7 2 34 34 17 17 34 52 | 4 5 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 4—5 | 9—16 | 4 5 9 16 34 34 17 17 48 34 | 14 11 2 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|-----|----|----|-------|----|----|-----|----|----|----|----|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25#/E1 | /E2 | /SC | Rw | Cl | Pairs | P1 | P2 | /CC | Rw | Cl | P1 | P2 | Composite 4 | | | | | | | | | | | |
| 2—16 | 13—3 | 2 | 16 | 13 | 3 | 34 | 34 | 17 | 17 | 34 | 28 | 2 | 16 | 3 | 13 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 |
| 7→9 | 12→6 | 11 | 5 | 8 | 10 | 34 | 34 | 17 | 17 | 44 | 34 | 11 | 5 | 10 | 8 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | |
| 11—5 | 8—10 | 7 | 9 | 12 | 6 | 34 | 34 | 17 | 17 | 34 | 40 | 14 | 4 | 15 | 1 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | |
| 14—4 | 1—15 | 14 | 4 | 1 | 15 | 34 | 34 | 17 | 17 | 24 | 34 | 7 | 9 | 6 | 12 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|-----|----|----|-------|----|----|-----|----|----|----|----|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 49#/E1 | /E2 | /SC | Rw | Cl | Pairs | P1 | P2 | /CC | Rw | Cl | P1 | P2 | Composite 4 | | | | | | | | | | |
| 3—16 | 13—2 | 3 | 16 | 13 | 2 | 34 | 34 | 17 | 17 | 34 | 30 | 3 | 16 | 2 | 13 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 |
| 6→9 | 12→7 | 10 | 5 | 8 | 11 | 34 | 34 | 17 | 17 | 46 | 34 | 10 | 5 | 11 | 8 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 |
| 10—5 | 8—11 | 6 | 9 | 12 | 7 | 34 | 34 | 17 | 17 | 34 | 38 | 15 | 4 | 14 | 1 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 |
| 15—4 | 1—14 | 15 | 4 | 1 | 14 | 34 | 34 | 17 | 17 | 22 | 34 | 6 | 9 | 7 | 12 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|-----|-----|--------|-----|-----|-----|----|----|------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 73#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 97#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 4—15 | 14—1 | 4 | 15 | 14 | 1 | 4 | 15 | 1 | 14 | 5—16 | 11—2 | 5 | 16 | 11 | 2 | 5 | 16 | 2 | 11 |
| 5→10 | 11→8 | 9 | 6 | 7 | 12 | 9 | 6 | 12 | 7 | 4→9 | 14→7 | 10 | 3 | 8 | 13 | 10 | 3 | 13 | 8 |
| 9—6 | 7—12 | 5 | 10 | 11 | 8 | 16 | 3 | 13 | 2 | 10—3 | 8—13 | 4 | 9 | 14 | 7 | 15 | 6 | 12 | 1 |
| 16—3 | 2—13 | 16 | 3 | 2 | 13 | 5 | 10 | 8 | 11 | 15—6 | 1—12 | 15 | 6 | 1 | 12 | 4 | 9 | 7 | 14 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|------|-----|-----|---------|-----|-----|-----|----|----|------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 121#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 145#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 6—15 | 12—1 | 6 | 15 | 12 | 1 | 6 | 15 | 1 | 12 | 7—14 | 12—1 | 7 | 14 | 12 | 1 | 7 | 14 | 1 | 12 |
| 3→10 | 13→8 | 9 | 4 | 7 | 14 | 9 | 4 | 14 | 7 | 2→11 | 13→8 | 9 | 4 | 6 | 15 | 9 | 4 | 15 | 6 |
| 9—4 | 7—14 | 3 | 10 | 13 | 8 | 16 | 5 | 11 | 2 | 9—4 | 6—15 | 2 | 11 | 13 | 8 | 16 | 5 | 10 | 3 |
| 16—5 | 2—11 | 16 | 5 | 2 | 11 | 3 | 10 | 8 | 13 | 16—5 | 3—10 | 16 | 5 | 3 | 10 | 2 | 11 | 8 | 13 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|------|-----|-----|---------|-----|-----|-----|----|----|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 169#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 193#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 8—13 | 11—2 | 8 | 13 | 11 | 2 | 8 | 13 | 2 | 11 | 9—16 | 7—2 | 9 | 16 | 7 | 2 | 9 | 16 | 2 | 7 |
| 1→12 | 14→7 | 10 | 3 | 5 | 16 | 10 | 3 | 16 | 5 | 4→5 | 14→11 | 6 | 3 | 12 | 13 | 6 | 3 | 13 | 12 |
| 10—3 | 5—16 | 1 | 12 | 14 | 7 | 15 | 6 | 9 | 4 | 6—3 | 12—13 | 4 | 5 | 14 | 11 | 15 | 10 | 8 | 1 |
| 15—6 | 4—9 | 15 | 6 | 4 | 9 | 1 | 12 | 7 | 14 | 15—10 | 1—8 | 15 | 10 | 1 | 8 | 4 | 5 | 11 | 14 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-----|---------|-----|-----|-----|----|----|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 217#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 241#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 10—15 | 8—1 | 10 | 15 | 8 | 1 | 10 | 15 | 1 | 8 | 11—14 | 8—1 | 11 | 14 | 8 | 1 | 11 | 14 | 1 | 8 |
| 3→6 | 13→12 | 5 | 4 | 11 | 14 | 5 | 4 | 14 | 11 | 2→7 | 13→12 | 5 | 4 | 10 | 15 | 5 | 4 | 15 | 10 |
| 5—4 | 11—14 | 3 | 6 | 13 | 12 | 16 | 9 | 7 | 2 | 5—4 | 10—15 | 2 | 7 | 13 | 12 | 16 | 9 | 6 | 3 |
| 16—9 | 2—7 | 16 | 9 | 2 | 7 | 3 | 6 | 12 | 13 | 16—9 | 3—6 | 16 | 9 | 3 | 6 | 2 | 7 | 12 | 13 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-----|---------|-----|-----|-----|----|----|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 265#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 289#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 12—13 | 7—2 | 12 | 13 | 7 | 2 | 12 | 13 | 2 | 7 | 13—12 | 8—1 | 13 | 12 | 8 | 1 | 13 | 12 | 1 | 8 |
| 1→8 | 14→11 | 6 | 3 | 9 | 16 | 6 | 3 | 16 | 9 | 2→7 | 11→14 | 3 | 6 | 10 | 15 | 3 | 6 | 15 | 10 |
| 6—3 | 9—16 | 1 | 8 | 14 | 11 | 15 | 10 | 5 | 4 | 3—6 | 10—15 | 2 | 7 | 11 | 14 | 16 | 9 | 4 | 5 |
| 15—10 | 4—5 | 15 | 10 | 4 | 5 | 1 | 8 | 11 | 14 | 16—9 | 5—4 | 16 | 9 | 5 | 4 | 2 | 7 | 14 | 11 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-----|---------|-----|-----|-----|----|----|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 313#/E1 | /E2 | /SC | /CC | 337#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | | | | | | | |
| 14—11 | 7—2 | 14 | 11 | 7 | 2 | 14 | 11 | 2 | 7 | 15—10 | 6—3 | 15 | 10 | 6 | 3 | 15 | 10 | 3 | 6 |
| 1→8 | 12→13 | 4 | 5 | 9 | 16 | 4 | 5 | 16 | 9 | 1→8 | 12→13 | 4 | 5 | 9 | 16 | 4 | 5 | 16 | 9 |
| 4—5 | 9—16 | 1 | 8 | 12 | 13 | 15 | 10 | 3 | 6 | 4—5 | 9—16 | 1 | 8 | 12 | 13 | 14 | 11 | 2 | 7 |
| 15—10 | 6—3 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1 | 8 | 13 | 12 | 14—11 | 7—2 | 14 | 11 | 7 | 2 | 1 | 8 | 13 | 12 |

| | | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 361#/E1 | /E2 | /SC | /CC | | | | | | |
| 16—9 | 5—4 | 16 | 9 | 5 | 4 | 16 | 9 | 4 | 5 |
| 2→7 | 11→14 | 3 | 6 | 10 | 15 | 3 | 6 | 15 | 10 |
| 3—6 | 10—15 | 2 | 7 | 11 | 14 | 13 | 12 | 1 | 8 |
| 13—12 | 8—1 | 13 | 12 | 8 | 1 | 2 | 7 | 14 | 11 |

[Count (n1=1/A11) = 24/384] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on
Nov. 30, 2015 with MacOSX EIC 10.11.1 & Xcode 7.1.1 **

次に日本語版を彩色して示そう。{2, 3, 5, 9}の4数を青く，{15, 14, 12, 8}の4数を黄色に染めてみた。基本図と違って，実際の解ではどのように配置されるだろうか。以下の抜粋リストを丁寧に観察してみしてほしい。

** 四次元超立体二方陣，補数対称四方陣，正方連結完全四方陣の原始解のリスト：
チェックサム・モニター付き|行と列|対称的補数|汎対角線1, 2|正方連結四数の定和| **

| | | | |
|-------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—15 | 14—4 | 1 15 14 4 34 34 17 17 34 24 | 1 15 4 14 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+10 | 11→5 | 12 6 7 9 34 34 17 17 40 34 | 12 6 9 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—6 | 7—9 | 8 10 11 5 34 34 17 17 34 44 | 13 3 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 13—3 | 2—16 | 13 3 2 16 34 34 17 17 28 34 | 8 10 5 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|-------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 3#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—15 | 12—6 | 1 15 12 6 34 34 17 17 34 28 | 1 15 6 12 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+10 | 13→3 | 14 4 7 9 34 34 17 17 36 34 | 14 4 9 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—4 | 7—9 | 8 10 13 3 34 34 17 17 34 40 | 11 5 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 11—5 | 2—16 | 11 5 2 16 34 34 17 17 32 34 | 8 10 3 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|-------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 5#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—15 | 8—10 | 1 15 8 10 34 34 17 17 34 28 | 1 15 10 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12→+6 | 13→3 | 14 4 11 5 34 34 17 17 36 34 | 14 4 5 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—4 | 11—5 | 12 6 13 3 34 34 17 17 34 40 | 7 9 16 2 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 7—9 | 2—16 | 7 9 2 16 34 34 17 17 32 34 | 12 6 3 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|-------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 7#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—14 | 15—4 | 1 14 15 4 34 34 17 17 34 22 | 1 14 4 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+11 | 10→5 | 12 7 6 9 34 34 17 17 38 34 | 12 7 9 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12—7 | 6—9 | 8 11 10 5 34 34 17 17 34 46 | 13 2 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 13—2 | 3—16 | 13 2 3 16 34 34 17 17 30 34 | 8 11 5 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|-------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 9#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—14 | 12—7 | 1 14 12 7 34 34 17 17 34 28 | 1 14 7 12 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+11 | 13→2 | 15 4 6 9 34 34 17 17 32 34 | 15 4 9 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15—4 | 6—9 | 8 11 13 2 34 34 17 17 34 40 | 10 5 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 10—5 | 3—16 | 10 5 3 16 34 34 17 17 36 34 | 8 11 2 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 11#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—14 | 8—11 | 1 14 8 11 34 34 17 17 34 28 | 1 14 11 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12→+7 | 13→2 | 15 4 10 5 34 34 17 17 32 34 | 15 4 5 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15—4 | 10—5 | 12 7 13 2 34 34 17 17 34 40 | 6 9 16 3 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 6—9 | 3—16 | 6 9 3 16 34 34 17 17 36 34 | 12 7 2 13 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 13#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—12 | 15—6 | 1 12 15 6 34 34 17 17 34 22 | 1 12 6 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+13 | 10→3 | 14 7 4 9 34 34 17 17 30 34 | 14 7 9 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—7 | 4—9 | 8 13 10 3 34 34 17 17 34 46 | 11 2 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 11—2 | 5—16 | 11 2 5 16 34 34 17 17 38 34 | 8 13 3 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 15#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—12 | 14—7 | 1 12 14 7 34 34 17 17 34 24 | 1 12 7 14 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 8→+13 | 11→2 | 15 6 4 9 34 34 17 17 28 34 | 15 6 9 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15—6 | 4—9 | 8 13 11 2 34 34 17 17 34 44 | 10 3 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 10—3 | 5—16 | 10 3 5 16 34 34 17 17 40 34 | 8 13 2 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 17#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—12 | 8—13 | 1 12 8 13 34 34 17 17 34 24 | 1 12 13 8 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14→+7 | 11→2 | 15 6 10 3 34 34 17 17 28 34 | 15 6 3 10 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15—6 | 10—3 | 14 7 11 2 34 34 17 17 34 44 | 4 9 16 5 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 4—9 | 5—16 | 4 9 5 16 34 34 17 17 40 34 | 14 7 2 11 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|-------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 19#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—8 | 15—10 | 1 8 15 10 34 34 17 17 34 14 | 1 8 10 15 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12→+13 | 6→3 | 14 11 4 5 34 34 17 17 22 34 | 14 11 5 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 14—11 | 4—5 | 12 13 6 3 34 34 17 17 34 54 | 7 2 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 7—2 | 9—16 | 7 2 9 16 34 34 17 17 46 34 | 12 13 3 6 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|--------|-------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 21#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1—8 | 14—11 | 1 8 14 11 34 34 17 17 34 16 | 1 8 11 14 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 12→+13 | 7→2 | 15 10 4 5 34 34 17 17 20 34 | 15 10 5 4 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 15—10 | 4—5 | 12 13 7 2 34 34 17 17 34 52 | 6 3 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 |
| 6—3 | 9—16 | 6 3 9 16 34 34 17 17 48 34 | 12 13 2 7 34 34 34 34 34 34 34 34 |

| | | | |
|---|---|-----------------------|-----------------------------|
| 23#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 1-8 12-13 14-11 7-2 15-10 6-3 4-5 9-16 | 1 8 12 13 3 4 34 17 17 34 16 1 8 13 12 34 34 34 34 34 34 34 34 15 10 6 3 34 34 17 17 20 34 15 10 3 6 34 34 34 34 34 34 34 34 14 11 7 2 34 34 17 17 34 52 4 5 16 9 34 34 34 34 34 34 34 34 4 5 9 16 34 34 17 17 48 34 14 11 2 7 34 34 34 34 34 34 34 34 | | |
| 25#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 2-16 13-3 7-9 12-6 11-5 8-10 14-4 1-15 | 2 16 13 3 34 34 17 17 34 28 2 16 3 13 34 34 34 34 34 34 34 34 11 5 8 10 34 34 17 17 44 34 11 5 10 8 34 34 34 34 34 34 34 34 7 9 12 6 34 34 17 17 34 40 14 4 15 1 34 34 34 34 34 34 34 34 14 4 1 15 34 34 17 17 24 34 7 9 6 12 34 34 34 34 34 34 34 34 | | |
| 49#/E1 | /E2 | /SC Rw CI Pairs P1 P2 | /CC Rw CI P1 P2 Composite 4 |
| 3-16 13-2 6-9 12-7 10-5 8-11 15-4 1-14 | 3 16 13 2 34 34 17 17 34 30 3 16 2 13 34 34 34 34 34 34 34 34 10 5 8 11 34 34 17 17 46 34 10 5 11 8 34 34 34 34 34 34 34 34 6 9 12 7 34 34 17 17 34 38 15 4 14 1 34 34 34 34 34 34 34 34 15 4 1 14 34 34 17 17 22 34 6 9 7 12 34 34 34 34 34 34 34 34 | | |

... ** 2015年11月30日 摂田 寛二 (せつだかんじ) 謹製 **

4. 補数対称型の解も正方連結完全四方陣の解も、両方とも想定通りに「正解」であった。それは、まさにチェック・サム・モニターが示している。

(0) 先ずは、四次元超立体二方陣の展開図(/E1, /E2)を観察してみよう。

{15, 14, 12, 8}の内の3数が1の「隣」の位置にあり、残りの1数は「隣」の立方体の1と同じ位置にある。同様に、{2, 3, 5, 9}の内の3数が16の隣の位置にあり、残りの1数は隣の立方体の16と同じ位置にある。4数どうしは、お互いに対称の位置にあり、対称な2数の和は、どれも17になっている。

(1) 次に補数対称型(/SC)の方を観察してみよう。

{15, 14, 12, 8}の4数が1の近辺にあり、{2, 3, 5, 9}の4数は16の近辺にある。その内の2つは隣に、もう2つは1つ置いて隣にあるが、1や16と同じ「二軸上」にあることには変わりがない。

そして、この4数どうしは点対称に配置されている。それは、15+2=17; 14+3=17; 12+5=17; 8+9=17; だからである。(1+16=17も点対称の位置にある。)

1が方陣の原点(左上のn1)を離れた場合でも、この特徴に変わりは無い。

(2) 正方連結完全四方陣(/CC)の場合も、{15, 14, 12, 8}の4数が1と同じ二軸上にあり、{2, 3, 5, 9}の4数も16と同じ二軸上にある。これが実は1や16の左右上下の「両隣」にあることが、方陣空間を拡張してみるとわかる。

起点の1と16とは、相互に「汎対称」の位置(汎対角線上を2つ進んだ位置)にある。

15+2=17; 14+3=17; 12+5=17; 8+9=17; のペアも、汎対称の位置にある。

この辺はわかり難いので、次のような拡張方陣空間(6x6)を用意した。4数のセットが、起点の1と16とを取り囲む形で「両隣」に来ていることが容易に理解できよう。

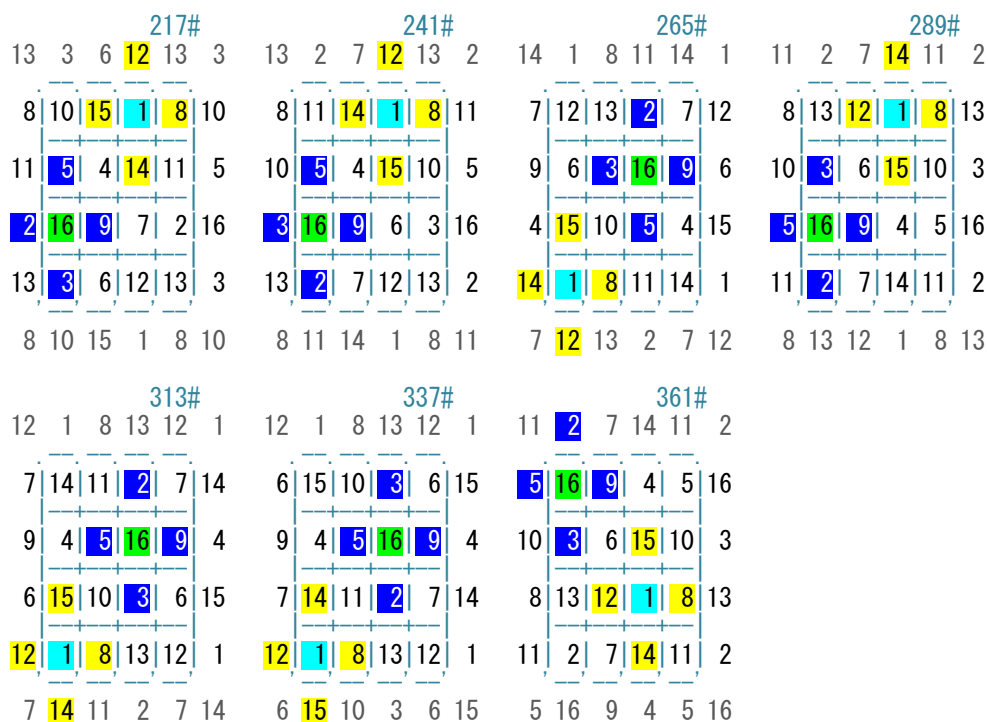
何故に左右上下の「両隣」にこだわるのかと言うと、その4つの場所のどれもが「起点とその隣の場所」を意味していて、端的に四次元を象徴しているからである。

** 基本図と正方連結完全四方陣の第1解 **

| | | |
|----|----------------|----------------|
| | 0# | 1# |
| 11 | 9 10 12 11 9 | 11 8 10 5 11 8 |
| 3 | 1 2 4 3 1 | 14 1 15 4 14 1 |
| 7 | 5 6 8 7 5 | 7 12 6 9 7 12 |
| 15 | 13 14 16 15 13 | 2 13 3 16 2 13 |
| 11 | 9 10 12 11 9 | 11 8 10 5 11 8 |
| 3 | 1 2 4 3 1 | 14 1 15 4 14 1 |

** 正方連結完全四方陣の原始解のリスト (方陣拡張空間 6x6 にて) 抜粋 **

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1# | 3# | 5# | 7# |
| 11 8 10 5 11 8 14 1 15 4 14 1 7 12 6 9 7 12 2 13 3 16 2 13 11 8 10 5 11 8 14 1 15 4 14 1 | 13 8 10 3 13 8 12 1 15 6 12 1 7 14 4 9 7 14 2 11 5 16 2 11 13 8 10 3 13 8 12 1 15 6 12 1 | 13 12 6 3 13 12 8 1 15 10 8 1 11 14 4 5 11 14 2 7 9 16 2 7 13 12 6 3 13 12 8 1 15 10 8 1 | 10 8 11 5 10 8 15 1 14 4 15 1 6 12 7 9 6 12 3 13 2 16 3 13 10 8 11 5 10 8 15 1 14 4 15 1 |
| 9# | 11# | 13# | 15# |
| 13 8 11 2 13 8 12 1 14 7 12 1 6 15 4 9 6 15 3 10 5 16 3 10 13 8 11 2 13 8 12 1 14 7 12 1 | 13 12 7 2 13 12 8 1 14 11 8 1 10 15 4 5 10 15 3 6 9 16 3 6 13 12 7 2 13 12 8 1 14 11 8 1 | 10 8 13 3 10 8 15 1 12 6 15 1 4 14 7 9 4 14 5 11 2 16 5 11 10 8 13 3 10 8 15 1 12 6 15 1 | 11 8 13 2 11 8 14 1 12 7 14 1 4 15 6 9 4 15 5 10 3 16 5 10 11 8 13 2 11 8 14 1 12 7 14 1 |
| 17# | 19# | 21# | 23# |
| 11 14 7 2 11 14 8 1 12 13 8 1 10 15 6 3 10 15 5 4 9 16 5 4 11 14 7 2 11 14 8 1 12 13 8 1 | 6 12 13 3 6 12 15 1 8 10 15 1 4 14 11 5 4 14 9 7 2 16 9 7 6 12 13 3 6 12 15 1 8 10 15 1 | 7 12 13 2 7 12 14 1 8 11 14 1 4 15 10 5 4 15 9 6 3 16 9 6 7 12 13 2 7 12 14 1 8 11 14 1 | 7 14 11 2 7 14 12 1 8 13 12 1 6 15 10 3 6 15 9 4 5 16 9 4 7 14 11 2 7 14 12 1 8 13 12 1 |
| 25# | 49# | 73# | 97# |
| 12 7 9 6 12 7 13 2 16 3 13 2 8 11 5 10 8 11 1 14 4 15 1 14 12 7 9 6 12 7 13 2 16 3 13 2 | 12 6 9 7 12 6 13 3 16 2 13 3 8 10 5 11 8 10 1 15 4 14 1 15 12 6 9 7 12 6 13 3 16 2 13 3 | 11 5 10 8 11 5 14 4 15 1 14 4 7 9 6 12 7 9 2 16 3 13 2 16 11 5 10 8 11 5 14 4 15 1 14 4 | 14 4 9 7 14 4 11 5 16 2 11 5 8 10 3 13 8 10 1 15 6 12 1 15 14 4 9 7 14 4 11 5 16 2 11 5 |
| 121# | 145# | 169# | 193# |
| 13 3 10 8 13 3 12 6 15 1 12 6 7 9 4 14 7 9 2 16 5 11 2 16 13 3 10 8 13 3 12 6 15 1 12 6 | 13 2 11 8 13 2 12 7 14 1 12 7 6 9 4 15 6 9 3 16 5 10 3 16 13 2 11 8 13 2 12 7 14 1 12 7 | 14 1 12 7 14 1 11 8 13 2 11 8 5 10 3 16 5 10 4 15 6 9 4 15 14 1 12 7 14 1 11 8 13 2 11 8 | 14 4 5 11 14 4 7 9 16 2 7 9 12 6 3 13 12 6 1 15 10 8 1 15 14 4 5 11 14 4 7 9 16 2 7 9 |



[Count(n1=1/A11)] = 24/384] OK!

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on
Nov. 30, 2015 with MacOSX EIC 10.11.1 & Xcode 7.1.1 **

5. 元々は基本図の中で「場所」を示すだけだった $\{2, 3, 5, 9\}$ の4数が、解の中では具体的な「データ」として活躍している。各々が $\{15, 14, 12, 8\}$ の補数だからだ。

そのために基本図と実際の解の間で、配置がそっくり入れ替わっている。

かくして $\{1, 15, 14, 12, 8\}$ の並び方が決まれば、 $\{16, 2, 3, 5, 9\}$ の位置も自ずと決まり、残りの6数の内容も一義的に決まる。他の並び方が無いのだ。

何故か。正方連結完全四方陣には厳しい正方連結四数の定和条件があるから。

では、 1 の周囲の $\{15, 14, 12, 8\}$ の並び方は、全部で何通りあるか。

これは、4個から4個を取る順列で考えて、 ${}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

解のリストで見ても、 $n1=1$ の時の原始解の総数は、事実24個しかない。

しかるに、 1 が $\{15, 14, 12, 8\}$ を連れて行ける場所は、原点 $n1$ 以外に15カ所。方陣全体で16カ所。ゆえに原始解の総数は、 $24 \times 16 = 384$ と計算することができる。

この辺の推理は、すでに第3部第2章第5節でも論じているが、今回はそれを別角度から追試・解明・保証したわけだ。

正方連結完全四方陣で起きたことは、補数対称四方陣でも起きる。少し形を変えて…。

$\{1, 15, 14, 12, 8\}$ の並び方が決まれば、 $\{16, 2, 3, 5, 9\}$ の位置も自ずと決まり、そして残りの6数の内容も一義的に決まる。補数定和と行列定和の条件があるからだ。

6. これらの全ての源泉は、大元の四次元超立体二方陣にあると考えられる。

対称四方陣と似た形で展開図を描いているので、同じ論理を使って推理ができる。

ただし、ここで働いている条件式は、対称的補数の定和、各二方陣6面の「頂点連結四数の定和」、それに「直列四数の定和」だ。

$\{1, 15, 14, 12, 8\}$ の並び方が決まれば、それらによって $\{16, 2, 3, 5, 9\}$ の配置も自ずと決まり、そして残りの6数の内容も一義的に決まる。

7. 以上を逆の順序で言えば、この構造的連関が四次元超立体二方陣で成り立つがゆえに、補数対称四方陣でも成り立ち、また正方連結完全四方陣でも成り立つ。

ユニット{1, 15, 14, 12, 8} の並び方が決まれば, ユニット{16, 2, 3, 5, 9} の位置も自ずと決まり, そして残りの6数の内容も一義的に決まる。全ての場合で …。

8. かくして, ユニット{1, 15, 14, 12, 8} とユニット{16, 2, 3, 5, 9} の配置の重要性がより明快になった。

それが3種類の魔方陣: 四次元超立体二方陣, 補数対称四方陣, 正方連結完全四方陣; の内的構造を決定しているばかりでなく, 相互の内的連関までも明示している。

起点1あるいは16の周囲にある4数たちが起点の隣にあることが, 特に重要だ。

それが端的に四次元を象徴している。そして, 四次元超立体二方陣の一族形成を意味している, と考えられる。

今までの議論を補強し保証する結論になったことを, 率直に喜ぶたい。

(初稿: in 2001; 再計算改訂稿: in 2005, 2009, 2013, and on Mar. 3, 2015, Nov. 30, 2015;

計算・作表・執筆: by 摂田 寛二(Kanji Setsuda) with MacOSX EIC 10.11.1 and Xcode 7.1.1:)

E-Mail Address:<jag12001@nifty.com>