

第4部 : 『魔方陣の最新研究』: 摂田 寛二

第4章 : 解説『魔方陣研究の諸技法』II

第8-2節 : 標準型四方陣と「オイラー一方陣」

0. この節の大半は元々前節の最後部に書いていたものと同じだが、それを改訂するにあたり、思い切って節を独立させることにした。

というのは、標準型四方陣に関する読者からの質問が結構多く、それも標準型を「四進法」で作れないか、「二進法」ではどう作るのか、と尋ねられる。その解答を、これまでのよう各節の「おまけ」として書いていたのでは、応対が少し不親切な気がする。そこで、要点をわかりやすくまとめて、この節で特記しておきたい。

1. 完全オイラー型の汎四方陣を四進法で構成することはできない

第4章第7節の一番最後に書いたことだが、四次の場合、行列のみならず汎対角線までが「オイラー型」のギリシャ・ラテン方陣を、四進法によって構成することはできない。

周囲に同じ数字が並ばないように工夫した「桂馬飛び法」を再掲する。

[四次の場合] T1/	T2/	T3/	T4/
0 3 2 1 0 3 2 1	1 3 1 3 1 3 1 3	0 3 2 1 0 3 2 1	1 3 1 3 1 3 1 3
-----.	-----.	-----.	-----.
2 1 0 3 2 1 0 3	0 2 0 2 0 2 0 2	2 1 0 3 2 1 0 3	0 2 0 2 0 2 0 2
---+---+	---+---+	---+---+	---+---+
0 3 2 1 0 3 2 1	3 1 3 1 3 1 3 1	0 3 2 1 0 3 2 1	3 1 3 1 3 1 3 1
---+---+	---+---+	---+---+	---+---+
2 1 0 3 2 1 0 3	2 0 2 0 2 0 2 0	2 1 0 3 2 1 0 3	2 0 2 0 2 0 2 0
---+---+	---+---+	---+---+	---+---+
0 3 2 1 0 3 2 1	1 3 1 3 1 3 1 3	0 3 2 1 0 3 2 1	1 3 1 3 1 3 1 3
-----.	-----.	-----.	-----.
2 1 0 3 2 1 0 3	0 2 0 2 0 2 0 2	2 1 0 3 2 1 0 3	0 2 0 2 0 2 0 2

汎対角線を「オイラー型」にして(0, 1, 2, 3)の構成にすると、行列のどちらか一方がオイラー型でなくなる。(0, 2, 0, 2)や(1, 3, 1, 3)などが、必ず出現してしまう。

これでは、定和の約束さえ守れない。つまり、ラテン方陣、およびギリシャ・ラテン方陣たる「完全オイラー型」の汎四方陣を、四進法で作ることはできない。

いくらオイラー学派の「悲願」といえども、この不可能を可能にする魔法は無い。

2. 標準型の四方陣を「オイラー一方陣」として四進法で構成することはできるか

標準型の場合、行列の定和に加えて、最低限2本の対角線(主対角線)の定和を追求する。それが、昔からの約束事である。そうでなくては、「魔方陣」を殊更に作る意味が無い。

そして、標準型四方陣には、標準解が全部で880個あることがわかっている。

その中には補数対称型四方陣48個と汎対角線型四方陣48個も含まれる。行列に加えて最低限主対角線2本の定和が成り立つものは何でも含まれるから、この96個は排除しない。

ここが、何とも微妙なところだ。構成不可能な汎対角線四方陣48個が必ず含まれてしまうために、標準型四方陣の全数を「オイラー一方陣」として四進法で構成することが難しくなる。その困難をあらかじめ想像することができる。

条件を緩めるしかあるまい。全汎対角線が必ずしも「オイラー型」でなくても可とし、主対角線のみ「オイラー型」の四方陣を作る。もちろん、行列は「オイラー型」とする。

しかし、半分「ノン・オイラー型」の汎四方陣という代物が、果たしてあり得るか?

出来るか出来ないか、実際に作って調べてみるしかない。実験あるのみ。

3. 標準型の四方陣を「オイラー一方陣」として四進法で構成してみる

4行4列と2本の対角線の定和を「オイラー型」で実現する。つまり、それぞれの内容を

(0, 1, 2, 3) (順不同) に限定して、先ず「ラテン方陣」を構成する。

汎対角線については、2本の主対角線以外はいかなる定義もしない。

そして、任意の2面を選んで組み合わせ、「ギリシャ・ラテン方陣」を合成する。

H/	L/	S#		0Hx4+0L+1=1S;	3Hx4+2L+1=15S;
0321	0231	1 15 12 6		2Hx4+3L+1=12S;	1Hx4+1L+1= 6S;
1230	3102	8 10 13 3		1Hx4+3L+1= 8S;	2Hx4+1L+1=10S;
3012	1320	14 4 7 9		3Hx4+0L+1=13S;	0Hx4+2L+1= 3S;
2103	2013	11 5 2 16		3Hx4+1L+1=14S;	0Hx4+3L+1= 4S;
			 :	mHx4+nL+1=pS ... cmp;

プログラムを次のように組んだ。

英語版のままで、真に申し訳ないが、内容に省略は一切無い。このままで、ラテン方陣も、構成解もフルに出力する。

```
/** 'Standard' Magic Squares of Order 4: Composing the 'Euler Squares' ***/
/** of Order 4 by the "New Euler's Method" with Binary Number System ***/
/** 'CES4Std2.c': Dictated by Kanji Setsuda on Oct.22,'04; Sep.15,'06; ***/
/** Aug.10,'10; and Mar.15, 2011; with Mac OSX 10.5.8 and Xcode 3.1.2 ***/
/**/
#include <stdio.h>
/**/
short lcnt, cnt, cnt3;
short LSM;
short nm[17], uflg[17];
short tlu[49][17];
short mtc[49][49];
short ta[145][19];
short d[7][19];
short lnsm[2][9], pdsm[2][10];
/**/
short bcf[11][4];
short u1, u2;
/**/
void sstp01(void), sstp02(void), sstp03(void), sstp04(void);
void sstp05(void), sstp06(void), sstp07(void), sstp08(void);
void sstp09(void), sstp10(void), sstp11(void), sstp12(void);
void sstp13(void), sstp14(void), sstp15(void), sstp16(void);
void slurecord(void);
void prlunit(void);
void cmbcmp(void);
void recordsol(void);
void sortsol(void), exc(short x);
void checksum(short x);
void pr2sol(short x);
void pr6sol(short x, short y, short z);
/**/
int main(){
short m,n;
printf("\n** 'Euler Squares' of Order 4: Composed by the\n");
printf(" 'New Euler's Method' with 4-th Increment Number System **\n");
for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0;}
for(m=0;m<11;m++){for(n=0;n<2;n++){bcf[m][n]=0;}}
lcnt=0;
sstp01(); // Make Latin Units
printf("\n [List of Latin Units with Decompositions by 4-th Increment System]\n");
prlunit(); // Print Latin Units
cnt=0; LSM=34;
cmbcmp(); // Combine and Compose
sortsol(); // Sort the Solutions
printf("\n ** 'Standard' Magic Squares of Order 4: Composing the **\n");
```

```

printf(" ** 'Euler Squares' of Order 4 by 'New Euler's Method' **\n");
printf(" ** with the 4-th Increment Number System **\n");
printf("\n [List of Standard Solutions(Sorted):\n");
printf(" Used Units//Sol_N#(:Self-complementary; P:Pan-diagonal)|Sum-Checks|]\n");
pr2sol(18);
pr6sol(19,36,1);
pr6sol(37,72,2);
pr6sol(73,cnt,4);
printf(" . . . . \n");
printf(" [Solution Counts = %d]\n",cnt);
printf(" [OK!]\n");
printf("** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on Mar.17, 2011 with MAC Xcode 3 **\n");
return 0;
}
/**/
/*
** Basic Forms and Basic Conditions for the Standard MS44 **
14 15 16 13 14 15 16 13 14 15           Model/St
      .---.---.---.          .---.---.---.
  2 3 4| 1| 2| 3| 4| 1 2 3    | 1|15|14| 4|
      |---+---+---|          |---+---+---|
  6 7 8| 5| 6| 7| 8| 5 6 7    |12| 6| 7| 9|
      |---+---+---|          |---+---+---|
10 11 12| 9|10|11|12| 9 10 11   | 8|10|11| 5|
      |---+---+---|          |---+---+---|
14 15 16|13|14|15|16|13 14 15   |13| 3| 2|16|
      '---'---'---'
  2 3 4 1 2 3 4 1 2 3
** Basic Conditions: **
n1+n2+n3+n4=C ...bc1; | n1+n5+n9+n13=C ...bc5;
n5+n6+n7+n8=C ...bc2; | n2+n6+n10+n14=C ...bc6;
n9+n10+n11+n12=C ...bc3; | n3+n7+n11+n15=C ...bc7;
n13+n14+n15+n16=C ...bc4; | n4+n8+n12+n16=C ...bc8;
n1+n6+n11+n16=C ...bc9;
n4+n7+n10+n13=C ...bc10;
** List-forming Inequality Conditions: **
n1<n16, n1<n4, n1<n13, and n2>n5;
*/
/**/
/** Program Modules making the Latin Units of 'Euler Squares' of */
/** Order 4 for the 'Standard' type of Magic Squares of Order 4 */
/** Dictated by Kanji Setsuda on Mar.11, '11 with Mac Xcode 3 */
*/
/* Level 1: */
/* Set n1 */
void sstp01(){
short a;
for(a=0;a<4;a++){
if((bcf[1][a]==0)&&(bcf[5][a]==0)&&(bcf[9][a]==0)){
bcf[1][a]=1; bcf[5][a]=1; bcf[9][a]=1;
nm[1]=a; sstp02();
bcf[9][a]=0; bcf[5][a]=0; bcf[1][a]=0;
}
}
}
/**/
/* Set n16 */
void sstp02(){
short a;
for(a=3;a>=0;a--){
if((bcf[4][a]==0)&&(bcf[8][a]==0)&&(bcf[9][a]==0)){
bcf[4][a]=1; bcf[8][a]=1; bcf[9][a]=1;
nm[16]=a; sstp03();
bcf[9][a]=0; bcf[8][a]=0; bcf[4][a]=0;
}
}
}

```

```

        }
    }
}

/**/
/* Set n2 */
void sstp03(){
short a;
for(a=3;a>=0;a--) {
    if((bcf[1][a]==0)&&(bcf[6][a]==0)){
        bcf[1][a]=1; bcf[6][a]=1;
        nm[2]=a; sstp04();
        bcf[6][a]=0; bcf[1][a]=0;
    }
}
}

/**/
/* Set n15 */
void sstp04(){
short a;
for(a=0;a<4;a++) {
    if((bcf[4][a]==0)&&(bcf[7][a]==0)){
        bcf[4][a]=1; bcf[7][a]=1;
        nm[15]=a; sstp05();
        bcf[7][a]=0; bcf[4][a]=0;
    }
}
}

/**/
/* Set n3 */
void sstp05(){
short a;
for(a=3;a>=0;a--) {
    if((bcf[1][a]==0)&&(bcf[7][a]==0)){
        bcf[1][a]=1; bcf[7][a]=1;
        nm[3]=a; sstp06();
        bcf[7][a]=0; bcf[1][a]=0;
    }
}
}

/**/
/* Set n14 */
void sstp06(){
short a;
for(a=0;a<4;a++) {
    if((bcf[4][a]==0)&&(bcf[6][a]==0)){
        bcf[4][a]=1; bcf[6][a]=1;
        nm[14]=a; sstp07();
        bcf[6][a]=0; bcf[4][a]=0;
    }
}
}

/**/
/* Set n4 */
void sstp07(){
short a;
for(a=0;a<4;a++) {
    if((bcf[1][a]==0)&&(bcf[8][a]==0)&&(bcf[10][a]==0)){
        bcf[1][a]=1; bcf[8][a]=1; bcf[10][a]=1;
        nm[4]=a; sstp08();
        bcf[10][a]=0; bcf[8][a]=0; bcf[1][a]=0;
    }
}
}

/**/

```

```

/* Set n13 */
void sstp08(){
    short a;
    for(a=3;a>=0;a--) {
        if((bcf[4][a]==0)&&(bcf[5][a]==0)&&(bcf[10][a]==0)){
            bcf[4][a]=1; bcf[5][a]=1; bcf[10][a]=1;
            nm[13]=a; sstp09();
            bcf[10][a]=0; bcf[5][a]=0; bcf[4][a]=0;
        }
    }
}
/**/
/* Level 2: */
/* Set n5 */
void sstp09(){
    short a;
    for(a=3;a>=0;a--) {
        if((bcf[2][a]==0)&&(bcf[5][a]==0)){
            bcf[2][a]=1; bcf[5][a]=1;
            nm[5]=a; sstp10();
            bcf[5][a]=0; bcf[2][a]=0;
        }
    }
}
/**/
/* Set n12 */
void sstp10(){
    short a;
    for(a=0;a<4;a++){
        if((bcf[3][a]==0)&&(bcf[8][a]==0)){
            bcf[3][a]=1; bcf[8][a]=1;
            nm[12]=a; sstp11();
            bcf[8][a]=0; bcf[3][a]=0;
        }
    }
}
/**/
/* Set n6 */
void sstp11(){
    short a;
    for(a=0;a<4;a++){
        if((bcf[2][a]==0)&&(bcf[6][a]==0)&&(bcf[9][a]==0)){
            bcf[2][a]=1; bcf[6][a]=1; bcf[9][a]=1;
            nm[6]=a; sstp12();
            bcf[9][a]=0; bcf[6][a]=0; bcf[2][a]=0;
        }
    }
}
/**/
/* Set n11 */
void sstp12(){
    short a;
    for(a=3;a>=0;a--) {
        if((bcf[3][a]==0)&&(bcf[7][a]==0)&&(bcf[9][a]==0)){
            bcf[3][a]=1; bcf[7][a]=1; bcf[9][a]=1;
            nm[11]=a; sstp13();
            bcf[9][a]=0; bcf[7][a]=0; bcf[3][a]=0;
        }
    }
}
/**/
/* Set n7 */
void sstp13(){
    short a;

```

```

for(a=0;a<4;a++){
    if((bcf[2][a]==0)&&(bcf[7][a]==0)&&(bcf[10][a]==0)){
        bcf[2][a]=1; bcf[7][a]=1; bcf[10][a]=1;
        nm[7]=a; sstp14();
        bcf[10][a]=0; bcf[7][a]=0; bcf[2][a]=0;
    }
}
/**/
/* Set n10 */
void sstp14(){
short a;
for(a=3;a>=0;a--) {
    if((bcf[3][a]==0)&&(bcf[6][a]==0)&&(bcf[10][a]==0)){
        bcf[3][a]=1; bcf[6][a]=1; bcf[10][a]=1;
        nm[10]=a; sstp15();
        bcf[10][a]=0; bcf[6][a]=0; bcf[3][a]=0;
    }
}
/**/
/* Set n8 */
void sstp15(){
short a;
for(a=3;a>=0;a--) {
    if((bcf[2][a]==0)&&(bcf[8][a]==0)){
        bcf[2][a]=1; bcf[8][a]=1;
        nm[8]=a; sstp16();
        bcf[8][a]=0; bcf[2][a]=0;
    }
}
/**/
/* Set n9 */
void sstp16(){
short a;
for(a=0;a<4;a++) {
    if((bcf[3][a]==0)&&(bcf[5][a]==0)){
        bcf[3][a]=1; bcf[5][a]=1;
        nm[9]=a; slurecord();
        bcf[5][a]=0; bcf[3][a]=0;
    }
}
/**/
/* Save the Latin Units */
void slurecord(){
short n;
tlu[lcnt][0]=lcnt+1;
for(n=1;n<17;n++){tlu[lcnt][n]=nm[n];}
lcnt++;
}
/**/
/* Make Matching Table and Print the Latin Units */
void prlunit(){
short t,l,l4,m,n;
for(m=0;m<lcnt;m++){
    for(n=0;n<lcnt;n++){
        t=0;
        for(l=1;l<17;l++) {if(tlu[m][l]==tlu[n][l]){t++;}}
        mtc[m][n]=t;
    }
}
for(t=0;t<lcnt;t=t+8){

```

```

printf("%8d/%9d/%9d/%9d/%9d/%9d/%9d\n",t+1,t+2,t+3,t+4,t+5,t+6,t+7,t+8);
for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
    for(m=t;m<(t+8);m++){
        printf(" ");
        for(n=1;n<5;n++){printf("%2d",tlu[m][l4+n]);}
        if(m<(t+7)){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
}
printf(" [Count of Latin Units = %d]\n",lcnt);
}

/**/
/* Combine and Compose */
void cmbcmp(){
short lu,luh,md,n,d,fc;
lu=lcnt; luh=lu/4; md=8;
for(u1=0;u1<luh;u1++){
    for(u2=0;u2<lu;u2++){
        for(n=1;n<17;n++){uflg[n]=0;}
        for(n=1;n<17;n++){
            d=tlu[u1][n]*4+tlu[u2][n]+1;
            nm[n]=d; uflg[d]++;
        }
        fc=0;
        for(n=1;n<17;n++){if(uflg[n]==1){fc++;}else{break;}}
        if(fc==16){
            if((nm[1]<nm[16])&&(nm[1]<nm[4])&&(nm[1]<nm[13])&&(nm[2]>nm[5])){recordsol();}
        }
    }
}
}

/**/
/* Record the Solutions to the Table */
void recordsol(){
short n;
ta[cnt][0]=cnt+1;
for(n=1;n<17;n++){ta[cnt][n]=nm[n];}
ta[cnt][17]=u1; ta[cnt][18]=u2;
cnt++;
}

/**/
/* Solution Sorting for the Smart List */
void sortsol(){
short mx,m,f;
short d1,d2,d3,d4,d5,d6;
mx=cnt-1;
do{f=0;
    for(m=0;m<mx;m++){d1=ta[m][1]; d2=ta[m+1][1];
        if(d1>d2){exc(m); f=1;}
        else{
            d3=(ta[m][16]*17+ta[m][2])*17+ta[m][3];
            d4=(ta[m+1][16]*17+ta[m+1][2])*17+ta[m+1][3];
            if((d1==d2)&&(d3<d4)){exc(m); f=1;}
            else{
                d5=(ta[m][15]*17+ta[m][14])*17+ta[m][4];
                d6=(ta[m+1][15]*17+ta[m+1][14])*17+ta[m+1][4];
                if((d1==d2)&&(d3==d4)&&(d5>d6)){exc(m); f=1;}
            }
        }
    }
    mx--;
}while(f>0);
}

/**/
void exc(short x){

```

```

short n,d;
for(n=1;n<19;n++){d=ta[x][n]; ta[x][n]=ta[x+1][n]; ta[x+1][n]=d;}
}
/**/
/* Check every sums of rows and columns */
void chksm(short x){
short m,m4,n,s;
for(m=0;m<4;m++){m4=m*4; s=0;
for(n=1;n<5;n++){s=s+d[x][m4+n];}
lnsm[x][m]=s; s=0;
for(n=0;n<4;n++){s=s+d[x][n*4+m+1];}
lnsm[x][m+4]=s;
}
pdsm[x][0]=d[x][1]+d[x][6]+d[x][11]+d[x][16];
pdsm[x][1]=d[x][2]+d[x][7]+d[x][12]+d[x][13];
pdsm[x][2]=d[x][3]+d[x][8]+d[x][9]+d[x][14];
pdsm[x][3]=d[x][4]+d[x][5]+d[x][10]+d[x][15];
pdsm[x][4]=d[x][1]+d[x][8]+d[x][11]+d[x][14];
pdsm[x][5]=d[x][2]+d[x][5]+d[x][12]+d[x][15];
pdsm[x][6]=d[x][3]+d[x][6]+d[x][9]+d[x][16];
pdsm[x][7]=d[x][4]+d[x][7]+d[x][10]+d[x][13];
s=0;
for(n=0;n<8;n++){if(pdsm[x][n]==LSM){s++;}else{break;}}
pdsm[x][8]=s;
s=0;
for(n=1;n<17;n++){if(d[x][n]+d[x][17-n]==17){s++;}else{break;}}
pdsm[x][9]=s;
}
/**/
/* Print 2 Answers */
void pr2sol(short x){
short t,l,l4,m,n,s,v;
for(t=0;t<x;t=t+2){
for(s=0;s<2;s++){
for(n=1;n<22;n++){d[s][n]=ta[t+s][n];}
chksm(s);
printf("%5d/%4d/%12d",d[s][17]+1,d[s][18]+1,t+s+1);
if(pdsm[s][8]==8){printf("P|R|W|C|L|P1\\\\P2/");}
else if(pdsm[s][9]==16){printf("$|R|W|C|L|P1\\\\P2/");}
else{printf("#|R|W|C|L|P1\\\\P2/");}
if(s==0){printf(" ");}
}
printf("\n");
}
for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
for(s=0;s<2;s++){
printf(" ");
for(m=1;m<3;m++){
printf(" ");
for(n=1;n<5;n++){v=tlu[d[s][m+16]][l4+n];
printf("%d",v);}
}
printf(" ");
for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",d[s][l4+n]);}
printf(" %2d%2d%2d\\%2d/",lnsm[s][l],lnsm[s][l+4],pdsm[s][l],pdsm[s][l+4]);
if(s==0){printf(" ");}
}
printf("\n");
}
}
}
/**/
/* Print 6 Answers */
void pr6sol(short x, short y, short z){

```

```

short t,l,l4,n,s,sz,z6;
z6=z*6;
for(t=(x-1);t<y;t=t+z6){
    for(s=0;s<6;s++){sz=s*z;
        if(t+sz>y){break;}
        for(n=1;n<22;n++){d[s][n]=ta[t+sz][n];}
        chksum(s);
        printf("%3d/%2d/%4d", d[s][17]+1,d[s][18]+1,t+sz+1);
        if(pdsm[s][8]==8){printf("P");}
        else if(pdsm[s][9]==16){printf("$");}
        else{printf("#");}
        if(s<5){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
    /**
     for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
        for(s=0;s<6;s++){sz=s*z;
            if(t+sz>y){break;}
            for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",d[s][l4+n]);}
            if(s<5){printf(" ");}
        }
        printf("\n");
    }
    */
}
/**/

```

次のような実行結果が出た。ラテン方陣が全部で48個出来た。

行列と主対角線の内容をチェックして、いずれも $(0, 1, 2, 3)$ の構成になっていることを確かめてほしい。48個もあれば有望、という気になるではないか。

** 四進法を用いて「オイラー方陣」として標準型四方陣を構成する **

[四進法を用いて構成した「ラテン方陣」のリスト：単位面として利用する]

1/	2/	3/	4/	5/	6/	7/	8/
0 3 2 1	0 3 1 2	0 2 3 1	0 1 3 2	0 3 2 1	0 2 3 1	0 2 1 3	0 1 2 3
1 2 3 0	2 1 3 0	3 1 0 2	3 2 0 1	2 1 0 3	1 3 2 0	3 1 2 0	2 3 0 1
3 0 1 2	3 0 2 1	1 3 2 0	2 3 1 0	1 2 3 0	2 0 1 3	2 0 3 1	3 2 1 0
2 1 0 3	1 2 0 3	2 0 1 3	1 0 2 3	3 0 1 2	3 1 0 2	1 3 0 2	1 0 3 2
9/	10/	11/	12/	13/	14/	15/	16/
0 3 1 2	0 2 1 3	0 1 3 2	0 1 2 3	1 3 2 0	1 3 0 2	1 2 3 0	1 0 3 2
1 2 0 3	1 3 0 2	2 3 1 0	3 2 1 0	0 2 3 1	2 0 3 1	3 0 1 2	3 2 1 0
2 1 3 0	3 1 2 0	1 0 2 3	1 0 3 2	3 1 0 2	3 1 2 0	0 3 2 1	2 3 0 1
3 0 2 1	2 0 3 1	3 2 0 1	2 3 0 1	2 0 1 3	0 2 1 3	2 1 0 3	0 1 2 3
17/	18/	19/	20/	21/	22/	23/	24/
1 3 2 0	1 2 3 0	1 2 0 3	1 0 2 3	1 3 0 2	1 2 0 3	1 0 3 2	1 0 2 3
2 0 1 3	0 3 2 1	3 0 2 1	2 3 1 0	0 2 1 3	0 3 1 2	2 3 0 1	3 2 0 1
0 2 3 1	2 1 0 3	2 1 3 0	3 2 0 1	2 0 3 1	3 0 2 1	0 1 2 3	0 1 3 2
3 1 0 2	3 0 1 2	0 3 1 2	0 1 3 2	3 1 2 0	2 1 3 0	3 2 1 0	2 3 1 0
25/	26/	27/	28/	29/	30/	31/	32/
2 3 1 0	2 3 0 1	2 1 3 0	2 0 3 1	2 3 1 0	2 1 3 0	2 1 0 3	2 0 1 3
0 1 3 2	1 0 3 2	3 0 2 1	3 1 2 0	1 0 2 3	0 3 1 2	3 0 1 2	1 3 2 0
3 2 0 1	3 2 1 0	0 3 1 2	1 3 0 2	0 1 3 2	1 2 0 3	1 2 3 0	3 1 0 2
1 0 2 3	0 1 2 3	1 2 0 3	0 2 1 3	3 2 0 1	3 0 2 1	0 3 2 1	0 2 3 1
33/	34/	35/	36/	37/	38/	39/	40/
2 3 0 1	2 1 0 3	2 0 3 1	2 0 1 3	3 2 1 0	3 2 0 1	3 1 2 0	3 0 2 1
0 1 2 3	0 3 2 1	1 3 0 2	3 1 0 2	0 1 2 3	1 0 2 3	2 0 3 1	2 1 3 0
1 0 3 2	3 0 1 2	0 2 1 3	0 2 3 1	2 3 0 1	2 3 1 0	0 2 1 3	1 2 0 3
3 2 1 0	1 2 3 0	3 1 2 0	1 3 2 0	1 0 3 2	0 1 3 2	1 3 0 2	0 3 1 2

41/	42/	43/	44/	45/	46/	47/	48/
3 2 1 0	3 1 2 0	3 1 0 2	3 0 1 2	3 2 0 1	3 1 0 2	3 0 2 1	3 0 1 2
1 0 3 2	0 2 1 3	2 0 1 3	1 2 3 0	0 1 3 2	0 2 3 1	1 2 0 3	2 1 0 3
0 1 2 3	1 3 0 2	1 3 2 0	2 1 0 3	1 0 2 3	2 0 1 3	0 3 1 2	0 3 2 1
2 3 0 1	2 0 3 1	0 2 3 1	0 3 2 1	2 3 1 0	1 3 2 0	2 1 3 0	1 2 3 0

[Count of Latin Units = 48]

** 四進法を用いた「オイラー方陣」として標準型四方陣を構成した結果 **

[標準解のリスト : 使用単位面//解番号#(\$:補数対称型; P:汎対角線型)|和のチェック|/]

1/ 3/	1\$ RW CL P1\P2 /	2/ 3/	2\$ RW CL P1\P2 /
0321 0231	1 15 12 6 34 34 34\16/	0312 0231	1 15 8 10 34 34 34\24/
1230 3102	8 10 13 3 34 34 48\34/	2130 3102	12 6 13 3 34 34 40\34/
3012 1320	14 4 7 9 34 34 34\52/	3021 1320	14 4 11 5 34 34 34\44/
2103 2013	11 5 2 16 34 34 20\34/	1203 2013	7 9 2 16 34 34 28\34/
1/ 4/	3\$ RW CL P1\P2 /	2/ 4/	4\$ RW CL P1\P2 /
0321 0132	1 14 12 7 34 34 34\14/	0312 0132	1 14 8 11 34 34 34\22/
1230 3201	8 11 13 2 34 34 46\34/	2130 3201	12 7 13 2 34 34 38\34/
3012 2310	15 4 6 9 34 34 34\54/	3021 2310	15 4 10 5 34 34 34\46/
2103 1023	10 5 3 16 34 34 22\34/	1203 1023	6 9 3 16 34 34 30\34/
1/ 5/	5# RW CL P1\P2 /	2/ 5/	6# RW CL P1\P2 /
0321 0321	1 16 11 6 34 34 34\18/	0312 0321	1 16 7 10 34 34 34\26/
1230 2103	7 10 13 4 34 34 50\34/	2130 2103	11 6 13 4 34 34 42\34/
3012 1230	14 3 8 9 34 34 34\50/	3021 1230	14 3 12 5 34 34 34\42/
2103 3012	12 5 2 15 34 34 18\34/	1203 3012	8 9 2 15 34 34 26\34/
1/ 8/	7# RW CL P1\P2 /	2/ 8/	8# RW CL P1\P2 /
0321 0123	1 14 11 8 34 34 34\14/	0312 0123	1 14 7 12 34 34 34\22/
1230 2301	7 12 13 2 34 34 46\34/	2130 2301	11 8 13 2 34 34 38\34/
3012 3210	16 3 6 9 34 34 34\54/	3021 3210	16 3 10 5 34 34 34\46/
2103 1032	10 5 4 15 34 34 22\34/	1203 1032	6 9 4 15 34 34 30\34/
1/ 9/	9# RW CL P1\P2 /	2/ 9/	10# RW CL P1\P2 /
0321 0312	1 16 10 7 34 34 34\18/	0312 0312	1 16 6 11 34 34 34\26/
1230 1203	6 11 13 4 34 34 50\34/	2130 1203	10 7 13 4 34 34 42\34/
3012 2130	15 2 8 9 34 34 34\50/	3021 2130	15 2 12 5 34 34 34\42/
2103 3021	12 5 3 14 34 34 18\34/	1203 3021	8 9 3 14 34 34 26\34/
1/ 10/	11# RW CL P1\P2 /	2/ 10/	12# RW CL P1\P2 /
0321 0213	1 15 10 8 34 34 34\16/	0312 0213	1 15 6 12 34 34 34\24/
1230 1302	6 12 13 3 34 34 48\34/	2130 1302	10 8 13 3 34 34 40\34/
3012 3120	16 2 7 9 34 34 34\52/	3021 3120	16 2 11 5 34 34 34\44/
2103 2031	11 5 4 14 34 34 20\34/	1203 2031	7 9 4 14 34 34 28\34/
5/ 1/	13# RW CL P1\P2 /	5/ 2/	14# RW CL P1\P2 /
0321 0321	1 16 11 6 34 34 34\30/	0321 0312	1 16 10 7 34 34 34\32/
2103 1230	10 7 4 13 34 34 38\34/	2103 2130	11 6 4 13 34 34 36\34/
1230 3012	8 9 14 3 34 34 34\38/	1230 3021	8 9 15 2 34 34 34\36/
3012 2103	15 2 5 12 34 34 30\34/	3012 1203	14 3 5 12 34 34 32\34/
6/ 3/	15# RW CL P1\P2 /	6/ 4/	16# RW CL P1\P2 /
0231 0231	1 11 16 6 34 34 34\16/	0231 0132	1 10 16 7 34 34 34\14/
1320 3102	8 14 9 3 34 34 48\34/	1320 3201	8 15 9 2 34 34 46\34/
2013 1320	10 4 7 13 34 34 34\52/	2013 2310	11 4 6 13 34 34 34\54/
3102 2013	15 5 2 12 34 34 20\34/	3102 1023	14 5 3 12 34 34 22\34/
5/ 6/	17# RW CL P1\P2 /	5/ 7/	18P RW CL P1\P2 /
0321 0231	1 15 12 6 34 34 34\30/	0321 0213	1 15 10 8 34 34 34\34/
2103 1320	10 8 3 13 34 34 38\34/	2103 3120	12 6 3 13 34 34 34\34/
1230 2013	7 9 14 4 34 34 34\38/	1230 2031	7 9 16 2 34 34 34\34/
3012 3102	16 2 5 11 34 34 30\34/	3012 1302	14 4 5 11 34 34 34\34/

6/ 5/ 19#	6/ 8/ 20#	5/11/ 21#	5/12/ 22P	6/ 9/ 23#	6/10/ 24#
1 12 15 6	1 10 15 8	1 14 12 7	1 14 11 8	1 12 14 7	1 11 14 8
7 14 9 4	7 16 9 2	11 8 2 13	12 7 2 13	6 15 9 4	6 16 9 3
10 3 8 13	12 3 6 13	6 9 15 4	6 9 16 3	11 2 8 13	12 2 7 13
16 5 2 11	14 5 4 11	16 3 5 10	15 4 5 10	16 5 3 10	15 5 4 10
9/ 1/ 25#	9/ 2/ 26#	10/ 1/ 27#	10/ 2/ 28#	9/ 6/ 29#	9/ 7/ 30P
1 16 7 10	1 16 6 11	1 12 7 14	1 12 6 15	1 15 8 10	1 15 6 12
6 11 4 13	7 10 4 13	6 15 4 9	7 14 4 9	6 12 3 13	8 10 3 13
12 5 14 3	12 5 15 2	16 5 10 3	16 5 11 2	11 5 14 4	11 5 16 2
15 2 9 8	14 3 9 8	11 2 13 8	10 3 13 8	16 2 9 7	14 4 9 7
10/ 6/ 31#	10/ 7/ 32#	9/11/ 33#	9/12/ 34P	10/11/ 35#	10/12/ 36#
1 11 8 14	1 11 6 16	1 14 8 11	1 14 7 12	1 10 8 15	1 10 7 16
6 16 3 9	8 14 3 9	7 12 2 13	8 11 2 13	7 16 2 9	8 15 2 9
15 5 10 4	15 5 12 2	10 5 15 4	10 5 16 3	14 5 11 4	14 5 12 3
12 2 13 7	10 4 13 7	16 3 9 6	15 4 9 6	12 3 13 6	11 4 13 6
1/15/ 37#	1/16/ 39#	1/17/ 41\$	1/20/ 43\$	1/21/ 45#	1/22/ 47#
2 15 12 5	2 13 12 7	2 16 11 5	2 13 11 8	2 16 9 7	2 15 9 8
8 9 14 3	8 11 14 1	7 9 14 4	7 12 14 1	5 11 14 4	5 12 14 3
13 4 7 10	15 4 5 10	13 3 8 10	16 3 5 10	15 1 8 10	16 1 7 10
11 6 1 16	9 6 3 16	12 6 1 15	9 6 4 15	12 6 3 13	11 6 4 13
5/13/ 49#	6/15/ 51#	5/18/ 53#	6/17/ 55#	5/23/ 57P	6/21/ 59#
2 16 11 5	2 11 16 5	2 15 12 5	2 12 15 5	2 13 12 7	2 12 13 7
9 7 4 14	8 13 10 3	9 8 3 14	7 13 10 4	11 8 1 14	5 15 10 4
8 10 13 3	9 4 7 14	7 10 13 4	9 3 8 14	5 10 15 4	11 1 8 14
15 1 6 12	15 6 1 12	16 1 6 11	16 6 1 11	16 3 6 9	16 6 3 9
9/13/ 61#	10/13/ 63#	9/18/ 65#	10/18/ 67#	9/23/ 69P	10/23/ 71#
2 16 7 9	2 12 7 13	2 15 8 9	2 11 8 13	2 13 8 11	2 9 8 15
5 11 4 14	5 15 4 10	5 12 3 14	5 16 3 10	7 12 1 14	7 16 1 10
12 6 13 3	16 6 9 3	11 6 13 4	15 6 9 4	9 6 15 4	13 6 11 4
15 1 10 8	11 1 14 8	16 1 10 7	12 1 14 7	16 3 10 5	12 3 14 5
1/27/ 73#	1/29/ 77\$	1/33/ 81#	5/25/ 85#	5/30/ 89#	5/35/ 93P
3 14 12 5	3 16 10 5	3 16 9 6	3 16 10 5	3 14 12 5	3 13 12 6
8 9 15 2	6 9 15 4	5 10 15 4	9 6 4 15	9 8 2 15	10 8 1 15
13 4 6 11	13 2 8 11	14 1 8 11	8 11 13 2	6 11 13 4	5 11 14 4
10 7 1 16	12 7 1 14	12 7 2 13	14 1 7 12	16 1 7 10	16 2 7 9
9/25/ 97#	9/30/ 101#	9/35/ 105P	1/39/ 109#	1/41/ 113#	1/45/ 117\$
3 16 6 9	3 14 8 9	3 13 8 10	4 14 11 5	4 15 10 5	4 15 9 6
5 10 4 15	5 12 2 15	6 12 1 15	7 9 16 2	6 9 16 3	5 10 16 3
12 7 13 2	10 7 13 4	9 7 14 4	13 3 6 12	13 2 7 12	14 1 7 12
14 1 11 8	16 1 11 6	16 2 11 5	10 8 1 15	11 8 1 14	11 8 2 13
5/37/ 121P	5/42/ 125P	5/47/ 129#	9/37/ 133P	9/42/ 137P	9/47/ 141#
4 15 10 5	4 14 11 5	4 13 11 6	4 15 6 9	4 14 7 9	4 13 7 10
9 6 3 16	9 7 2 16	10 7 1 16	5 10 3 16	5 11 2 16	6 11 1 16
7 12 13 2	6 12 13 3	5 12 14 3	11 8 13 2	10 8 13 3	9 8 14 3
14 1 8 11	15 1 8 10	15 2 8 9	14 1 12 7	15 1 12 6	15 2 12 5
...

[解の総数 = 144] [OK!]

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on Mar.17, 2011 with Mac OSX & Xcode 3 **

解が出るには出たが、求める「オイラー型」の標準四方陣は 144 個しかなかった。

これをどう解釈すべきだろうか？

四進法で作る「オイラー一方陣」は、珍重すべき希少な解集合を作る、とでも言おうか。

しかし、これでは、標準解 880 個全数を説明し、その秘密を解き明かす強力な方法にはなり得ていない。オイラー学派の、ひいては我々の「悲願」が成就していない。

別途に面倒な「変換法」システムを種々考えてやらなければならない、と思われる。

試みに主対角線2本の定義を緩め、オイラー型でなくても可とし、ただ定和だけが成り立てばよしと仮定して調べてみた。行列のみの「オイラー方陣」は、192個しか作れなかった。

ここで、標準型四方陣を普通に作ってそれを四進法分解したリストを次に示そう。

ざっと見ても、四進法で作る「オイラー方陣」によって標準型四方陣の解 880 個を一義的に説明するのは、いかにも困難と感じられよう。まず不可能という印象を受ける。

** 参考資料：標準型四方陣を普通に作ってそれを四進法分解した結果 **

[1]	D4i: H/ L/	[2]	D4i: H/ L/	[3]	D4i: H/ L/
1 15 14 4 0330 0213	1 15 14 4 0330 0213	1 15 12 6 0321 0231			
12 6 7 9 2112 3120	8 10 11 5 1221 3120	14 4 7 9 3012 1320			
8 10 11 5 1221 3120	12 6 7 9 2112 3120	8 10 13 3 1230 3102			
13 3 2 16 3003 0213	13 3 2 16 3003 0213	11 5 2 16 2103 2013			
[4]	D4i: H/ L/	[5]	D4i: H/ L/	[6]	D4i: H/ L/
1 15 12 6 0321 0231	1 15 8 10 0312 0231	1 15 8 10 0312 0231			
8 10 13 3 1230 3102	14 4 11 5 3021 1320	12 6 13 3 2130 3102			
14 4 7 9 3012 1320	12 6 13 3 2130 3102	14 4 11 5 3021 1320			
11 5 2 16 2103 2013	7 9 2 16 1203 2013	7 9 2 16 1203 2013			
[7]	D4i: H/ L/	[8]	D4i: H/ L/	[9]	D4i: H/ L/
1 14 15 4 0330 0123	1 14 15 4 0330 0123	1 14 12 7 0321 0132			
12 7 6 9 2112 3210	8 11 10 5 1221 3210	8 11 13 2 1230 3201			
8 11 10 5 1221 3210	12 7 6 9 2112 3210	15 4 6 9 3012 2310			
13 2 3 16 3003 0123	13 2 3 16 3003 0123	10 5 3 16 2103 1023			
[10]	D4i: H/ L/	[11]	D4i: H/ L/	[12]	D4i: H/ L/
1 14 8 11 0312 0132	1 12 15 6 0231 0321	1 12 14 7 0231 0312			
12 7 13 2 2130 3201	8 13 10 3 1320 3012	8 13 11 2 1320 3021			
15 4 10 5 3021 2310	14 7 4 9 3102 1230	15 6 4 9 3102 2130			
6 9 3 16 1203 1023	11 2 5 16 2013 2103	10 3 5 16 2013 1203			
[13]	D4i: H/ L/	[29]	D4i: H/ L/	[45]	D4i: H/ L/
1 16 13 4 0330 0303	1 16 13 4 0330 0303	1 16 5 12 0312 0303			
11 6 7 10 2112 2121	12 9 8 5 2211 3030	15 6 11 2 3120 2121			
8 9 12 5 1221 3030	6 7 10 11 1122 1212	10 3 14 7 2031 1212			
14 3 2 15 3003 1212	15 2 3 14 3003 2121	8 9 4 13 1203 3030			
[71]	D4i: H/ L/	[83]	D4i: H/ L/	[111]	D4i: H/ L/
1 16 11 6 0321 0321	1 16 9 8 0321 0303	1 16 9 8 0321 0303			
10 7 4 13 2103 1230	15 10 7 2 3210 2121	14 11 6 3 3210 1212			
8 9 14 3 1230 3012	4 5 12 13 0123 3030	4 5 12 13 0123 3030			
15 2 5 12 3012 2103	14 3 6 11 3012 1212	15 2 7 10 3012 2121			
[129]	D4i: H/ L/	[145]	D4i: H/ L/	[157]	D4i: H/ L/
1 15 10 8 0321 0213	1 16 7 10 0312 0321	1 16 3 14 0303 0321			
14 11 4 5 3201 1230	6 11 4 13 1203 1230	13 11 6 4 3210 0213			
3 6 13 12 0132 2103	12 5 14 3 2130 3012	8 2 15 9 1032 3120			
16 2 7 9 3012 3120	15 2 9 8 3021 2103	12 5 10 7 2121 3012			
[173]	D4i: H/ L/	[189]	D4i: H/ L/	[197]	D4i: H/ L/
1 16 5 12 0312 0303	1 14 7 12 0312 0123	1 12 8 13 0213 0330			
10 13 4 7 2301 1032	11 13 2 8 2301 2013	11 14 2 7 2301 2112			
8 3 14 9 1032 3210	6 4 15 9 1032 1320	6 3 15 10 1032 1221			
15 2 11 6 3021 2121	16 3 10 5 3021 3210	16 5 9 4 3120 3003			
[209]	D4i: H/ L/	[225]	D4i: H/ L/	[237]	D4i: H/ L/
2 15 14 3 0330 1212	2 16 13 3 0330 1302	2 16 13 3 0330 1302			
12 5 8 9 2112 3030	11 5 8 10 2112 2031	12 7 6 9 2112 3210			
7 10 11 6 1221 2121	7 9 12 6 1221 2031	5 10 11 8 1221 0123			
13 4 1 16 3003 0303	14 4 1 15 3003 1302	15 1 4 14 3003 2031			

[253]	D4i: H/ L/	[269]	D4i: H/ L/	[291]	D4i: H/ L/
2 16 9 7 0321 1302	2 16 11 5 0321 1320	2 16 9 7 0321 1302			
5 11 14 4 1230 0213	14 7 4 9 3102 1230	3 13 12 6 0321 2031			
15 1 8 10 3012 2031	3 10 13 8 0231 2103	15 1 8 10 3012 2031			
12 6 3 13 2103 3120	15 1 6 12 3012 2013	14 4 5 11 3012 1302			
[303]	D4i: H/ L/	[319]	D4i: H/ L/	[337]	D4i: H/ L/
2 16 9 7 0321 1302	2 15 10 7 0321 1212	2 16 7 9 0312 1320			
5 14 11 4 1320 0123	13 12 5 4 3210 0303	14 11 4 5 3201 1230			
12 1 8 13 2013 3030	3 6 11 14 0123 2121	3 6 13 12 0132 2103			
15 3 6 10 3012 2211	16 1 8 9 3012 3030	15 1 10 8 3021 2013			
[353]	D4i: H/ L/	[365]	D4i: H/ L/	[373]	D4i: H/ L/
2 16 5 11 0312 1302	2 16 5 11 0312 1302	2 15 6 11 0312 1212			
3 13 8 10 0312 2031	9 14 7 4 2310 0123	9 14 3 8 2301 0123			
15 1 12 6 3021 2031	8 1 12 13 1023 3030	7 4 13 10 1032 2301			
14 4 9 7 3021 1302	15 3 10 6 3021 2211	16 1 12 5 3021 3030			
[389]	D4i: H/ L/	[397]	D4i: H/ L/	[409]	D4i: H/ L/
2 14 3 15 0303 1122	2 12 7 13 0213 1320	3 15 10 6 0321 2211			
11 12 5 6 2211 2301	5 15 4 10 1302 0231	14 2 7 11 3012 1122			
8 1 16 9 1032 3030	11 1 14 8 2031 2013	8 12 13 1 1230 3300			
13 7 10 4 3120 0213	16 6 9 3 3120 3102	9 5 4 16 2103 0033			
[575]	D4i: H/ L/	[753]	D4i: H/ L/	[817]	D4i: H/ L/
4 15 10 5 0321 3210	5 16 4 9 1302 0330	6 16 3 9 1302 1320			
14 1 8 11 3012 1032	11 2 14 7 2031 2112	11 1 14 8 2031 2013			
7 12 13 2 1230 2301	10 3 15 6 2031 1221	10 4 15 5 2031 1320			
9 6 3 16 2103 0123	8 13 1 12 1302 3003	7 13 2 12 1302 2013			
[865]	D4i: H/ L/				
7 16 2 9 1302 2310					
11 4 14 5 2031 2310					
6 1 15 12 1032 1023					
10 13 3 8 2301 1023
					[解の総数 = 880]

4. 二進法によって四次の「標準型魔方陣」880 個を作れるか？

四進法でだめなら、二進法ではどうか？ 二進法分解図と直接構成法によって、標準型四方陣を作ることができないだろうか。そう考えるのは、自然である。早速に作ろう。

単位面に与える初期条件は次の通り。最初は、主対角線定和を明示的に定義しよう。

[基本図と基本条件式 : C=2]

```

----- . n1+n2+n3+n4=C   ... rw1;
|n1|n2|n3|n4| n5+n6+n7+n8=C   ... rw2;
|---+---+---| n9+n10+n11+n12=C   ... rw3;
|n5|n6|n7|n8| n13+n14+n15+n16=C   ... rw4;
|---+---+---| n1+n5+n9+n13=C   ... cl1;
|n9|10|11|12| n2+n6+n10+n14=C   ... cl2;
|---+---+---| n3+n7+n11+n15=C   ... cl3;
|13|14|15|16| n4+n8+n12+n16=C   ... cl4;
'-----' n1+n6+n11+n16=C   ... pd1;
          n4+n7+n10+n13=C   ... pb4;

```

二進法で作るのだから、ラテン方陣の各面で定和の数字パターンを(0, 0, 1, 1) (順不同) とし、フラグを立てて監視する。

次にプログラム・リストを示す (英語版のままで、ごめん)。

```
/** 'Standard' Magic Squares of Order 4: Composing 'Complete Euler Squares' ***/
/** of Order 4 by the "New Euler's Method" with Binary Number System **/
```

```

/** 'CES44Std.c': Dictated by Kanji Setsuda on Oct.22,'04; Sep.15,'06; ***/
/** Aug.10,'10; and Mar.18, 2011; with MacOSX 10.5.8 and Xcode 3.1.2 ***/
/**/
#include <stdio.h>
/**/
short lcnt, cnt;
short LSM;
short nm[17], uflg[17];
short tlu[17][17];
short mtc[17][17];
short ta[530][21];
short d[7][21];
short lnsm[2][9], pdsm[2][10];
/**/
short bcf[11][2];
short u1, u2, u3, u4;
/**/
void sstp01(void), sstp02(void), sstp03(void), sstp04(void);
void sstp05(void), sstp06(void), sstp07(void), sstp08(void);
void sstp09(void), sstp10(void), sstp11(void), sstp12(void);
void sstp13(void), sstp14(void), sstp15(void), sstp16(void);
void slurecord(void);
void prlunit(void);
void cmbcmp(void);
void recordsol(void);
void sortsol(void), exc(short x);
void chksum(short x);
void pr2sol(short x);
void pr6sol(short x, short y, short z);
/**/
int main(){
short m,n;
printf("\n** Making 'Complete Euler Squares' of Order 4\n");
printf(" by the 'New Euler's Method' with Binary Number System **\n");
for(n=0;n<17;n++){nm[n]=0;}
for(m=0;m<11;m++){for(n=0;n<2;n++){bcf[m][n]=0;}}
lcnt=0;
sstp01(); // Make Latin Units
printf("\n [List of Latin Units with Decompositions by Binary System]\n");
prlunit(); // Print Latin Units
cnt=0; LSM=34;
cmbcmp(); // Combine and Compose
sortsol(); // Sort the Solutions
printf("\n ** 'Standard' Magic Squares of Order 4: Composing **\n");
printf(" ** the 'Complete Euler Squares' of Order 4 by the **\n");
printf(" ** 'New Euler's Method' with Binary Number System **\n");
printf("\n [List of Standard Solutions(Sorted):\n");
printf(" Used Units//Sol_N#(:Self-complementary; P:Pan-diagonal)|Sum-Checks|]\n");
pr2sol(24);
pr6sol(25,36,1);
pr6sol(38,60,2);
pr6sol(64,132,4);
pr6sol(133,271,8);
pr6sol(277,cnt,16);
printf(" . . . .\n");
printf(" [Solution Counts = %d]\n",cnt);
printf(" [OK!]\n");
printf("** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on Mar.18, 2011 with MAC Xcode 3 **\n");
return 0;
}
/**/
/** Program Modules for the Latin Units of 'Complete Euler Squares' ***/
/** of Order 4 for the 'Standard' type of Magic Squares of Order 4 ***/
/** Dictated by Kanji Setsuda on Mar.10, '11 with Mac OSX & Xcode 3 ***/

```

```

/**/
/* Level 1: */
/* Set n1 */
void sstp01(){
    short a;
    for(a=0;a<2;a++){
        if((bcf[1][a]<2)&&(bcf[5][a]<2)&&(bcf[9][a]<2)){
            bcf[1][a]++; bcf[5][a]++; bcf[9][a]++;
            nm[1]=a; sstp02();
            bcf[9][a]--; bcf[5][a]--; bcf[1][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n16 */
void sstp02(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[4][a]<2)&&(bcf[8][a]<2)&&(bcf[9][a]<2)){
            bcf[4][a]++; bcf[8][a]++; bcf[9][a]++;
            nm[16]=a; sstp03();
            bcf[9][a]--; bcf[8][a]--; bcf[4][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n2 */
void sstp03(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[1][a]<2)&&(bcf[6][a]<2)){
            bcf[1][a]++; bcf[6][a]++;
            nm[2]=a; sstp04();
            bcf[6][a]--; bcf[1][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n15 */
void sstp04(){
    short a;
    for(a=0;a<2;a++){
        if((bcf[4][a]<2)&&(bcf[7][a]<2)){
            bcf[4][a]++; bcf[7][a]++;
            nm[15]=a; sstp05();
            bcf[7][a]--; bcf[4][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n3 */
void sstp05(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[1][a]<2)&&(bcf[7][a]<2)){
            bcf[1][a]++; bcf[7][a]++;
            nm[3]=a; sstp06();
            bcf[7][a]--; bcf[1][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n14 */
void sstp06(){

```

```

short a;
for(a=0;a<2;a++){
    if((bcf[4][a]<2)&&(bcf[6][a]<2)){
        bcf[4][a]++; bcf[6][a]++;
        nm[14]=a; sstp07();
        bcf[6][a]--; bcf[4][a]--;
    }
}
/**/
/* Set n4 */
void sstp07(){
short a;
for(a=0;a<2;a++){
    if((bcf[1][a]<2)&&(bcf[8][a]<2)&&(bcf[10][a]<2)){
        bcf[1][a]++; bcf[8][a]++; bcf[10][a]++;
        nm[4]=a; sstp08();
        bcf[10][a]--; bcf[8][a]--; bcf[1][a]--;
    }
}
/**/
/* Set n13 */
void sstp08(){
short a;
for(a=1;a>=0;a--){
    if((bcf[4][a]<2)&&(bcf[5][a]<2)&&(bcf[10][a]<2)){
        bcf[4][a]++; bcf[5][a]++; bcf[10][a]++;
        nm[13]=a; sstp09();
        bcf[10][a]--; bcf[5][a]--; bcf[4][a]--;
    }
}
/**/
/* Level 2: */
/* Set n5 */
void sstp09(){
short a;
for(a=1;a>=0;a--){
    if((bcf[2][a]<2)&&(bcf[5][a]<2)){
        bcf[2][a]++; bcf[5][a]++;
        nm[5]=a; sstp10();
        bcf[5][a]--; bcf[2][a]--;
    }
}
/**/
/* Set n12 */
void sstp10(){
short a;
for(a=0;a<2;a++){
    if((bcf[3][a]<2)&&(bcf[8][a]<2)){
        bcf[3][a]++; bcf[8][a]++;
        nm[12]=a; sstp11();
        bcf[8][a]--; bcf[3][a]--;
    }
}
/**/
/* Set n6 */
void sstp11(){
short a;
for(a=0;a<2;a++){
    if((bcf[2][a]<2)&&(bcf[6][a]<2)&&(bcf[9][a]<2)){

```

```

        bcf[2][a]++; bcf[6][a]++; bcf[9][a]++;
        nm[6]=a; sstp12();
        bcf[9][a]--; bcf[6][a]--; bcf[2][a]--;
    }
}
/**/
/* Set n11 */
void sstp12(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[3][a]<2)&&(bcf[7][a]<2)&&(bcf[9][a]<2)){
            bcf[3][a]++; bcf[7][a]++; bcf[9][a]++;
            nm[11]=a; sstp13();
            bcf[9][a]--; bcf[7][a]--; bcf[3][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n7 */
void sstp13(){
    short a;
    for(a=0;a<2;a++){
        if((bcf[2][a]<2)&&(bcf[7][a]<2)&&(bcf[10][a]<2)){
            bcf[2][a]++; bcf[7][a]++; bcf[10][a]++;
            nm[7]=a; sstp14();
            bcf[10][a]--; bcf[7][a]--; bcf[2][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n10 */
void sstp14(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[3][a]<2)&&(bcf[6][a]<2)&&(bcf[10][a]<2)){
            bcf[3][a]++; bcf[6][a]++; bcf[10][a]++;
            nm[10]=a; sstp15();
            bcf[10][a]--; bcf[6][a]--; bcf[3][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n8 */
void sstp15(){
    short a;
    for(a=1;a>=0;a--){
        if((bcf[2][a]<2)&&(bcf[8][a]<2)){
            bcf[2][a]++; bcf[8][a]++;
            nm[8]=a; sstp16();
            bcf[8][a]--; bcf[2][a]--;
        }
    }
}
/**/
/* Set n9 */
void sstp16(){
    short a;
    for(a=0;a<2;a++){
        if((bcf[3][a]<2)&&(bcf[5][a]<2)){
            bcf[3][a]++; bcf[5][a]++;
            nm[9]=a; slurecord();
            bcf[5][a]--; bcf[3][a]--;
        }
    }
}

```

```

        }
    }
/**/
/* Record the Answers */
void slurecord(){
    short n;
    tlu[lcnt][0]=lcnt+1;
    for(n=1;n<17;n++){tlu[lcnt][n]=nm[n];}
    lcnt++;
}
/**/
/* Make Matching Table and Print the Latin Units */
void prlunit(){
    short t,l,l4,m,n;
    for(m=0;m<lcnt;m++){
        for(n=0;n<lcnt;n++){
            t=0;
            for(l=1;l<17;l++){if(tlu[m][l]==tlu[n][l]){t++;}}
            mtc[m][n]=t;
        }
    }
    for(t=0;t<lcnt;t=t+8){
        printf("%8d/%9d/%9d/%9d/%9d/%9d/%9d\n",t+1,t+2,t+3,t+4,t+5,t+6,t+7,t+8);
        for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
            for(m=t;m<(t+8);m++){
                printf(" ");
                for(n=1;n<5;n++){printf("%2d",tlu[m][l4+n]);}
                if(m<(t+7)){printf(" ");}
            }
            printf("\n");
        }
        printf(" [Count of Latin Units = %d]\n",lcnt);
        printf("\n[Reference Table for the Best Combination]\n");
        printf(" *|");
        for(n=0;n<lcnt;n++){printf("%3d",n+1);}
        printf("\n");
        printf(" --+");
        for(m=0;m<lcnt;m++){printf(" ---");}
        printf("\n");
        for(m=0;m<lcnt;m++){
            printf("%3d|",m+1);
            for(n=0;n<lcnt;n++){t=mtc[m][n];
                if(t>=0){printf("%3d",t);}else{printf(" -");}
            }
            printf("\n");
        }
    }
}
/**/
/* Combine and Compose */
void cmbcmp(){
    short lu,luh,md,n,d,fc;
    lu=lcnt; luh=lu/2; md=8;
    for(u1=0;u1<luh;u1++){
        for(u2=0;u2<lu;u2++){
            if(mtc[u2][u1]==md){
                for(u3=0;u3<lu;u3++){
                    if((mtc[u3][u1]==md)&&(mtc[u3][u2]==md)){
                        for(u4=0;u4<lu;u4++){
                            if((mtc[u4][u1]==md)&&(mtc[u4][u2]==md)&&(mtc[u4][u3]==md)){
                                for(n=1;n<17;n++){uflg[n]=0;}
                                for(n=1;n<17;n++){
                                    d=tlu[u1][n]*8+tlu[u2][n]*4+tlu[u3][n]*2+tlu[u4][n]+1;
                                    nm[n]=d; uflg[d]++;
                                }
                            }
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        fc=0;
        for(n=1;n<17;n++){if(uflg[n]==1){fc++;}else{break;}}
        if(fc==16){
            if((nm[1]<nm[16])&&(nm[1]<nm[4])&&(nm[1]<nm[13])&&(nm[2]>nm[5])){
                recordsol();
            }
        }
    }
}
/**/
/* Record the Answers to the Table */
void recordsol(){
    short n;
    ta[cnt][0]=cnt+1;
    for(n=1;n<17;n++){ta[cnt][n]=nm[n];}
    ta[cnt][17]=u1; ta[cnt][18]=u2;
    ta[cnt][19]=u3; ta[cnt][20]=u4;
    cnt++;
}
/**/
/* Solution Sorting for the Smart List */
void sortsol(){
    short mx,m,f;
    short d1,d2,d3,d4,d5,d6;
    mx=cnt-1;
    do{f=0;
        for(m=0;m<mx;m++){d1=ta[m][1]; d2=ta[m+1][1];
            if(d1>d2){exc(m); f=1;}
            else{
                d3=(ta[m][16]*17+ta[m][2])*17+ta[m][3];
                d4=(ta[m+1][16]*17+ta[m+1][2])*17+ta[m+1][3];
                if((d1==d2)&&(d3<d4)){exc(m); f=1;}
                else{
                    d5=(ta[m][15]*17+ta[m][14])*17+ta[m][4];
                    d6=(ta[m+1][15]*17+ta[m+1][14])*17+ta[m+1][4];
                    if((d1==d2)&&(d3==d4)&&(d5>d6)){exc(m); f=1;}
                }
            }
        }
        mx--;
    }while(f>0);
}
/**/
void exc(short x){
    short n,d;
    for(n=1;n<21;n++){d=ta[x][n]; ta[x][n]=ta[x+1][n]; ta[x+1][n]=d;}
}
/**/
/* Check every sums of rows and columns */
void chksum(short x){
    short m,m4,n,s;
    for(m=0;m<4;m++){m4=m*4; s=0;
        for(n=1;n<5;n++){s=s+d[x][m4+n];}
        lnsm[x][m]=s; s=0;
        for(n=0;n<4;n++){s=s+d[x][n*4+m+1];}
        lnsm[x][m+4]=s;
    }
    pdsm[x][0]=d[x][1]+d[x][6]+d[x][11]+d[x][16];
    pdsm[x][1]=d[x][2]+d[x][7]+d[x][12]+d[x][13];
    pdsm[x][2]=d[x][3]+d[x][8]+d[x][9]+d[x][14];
    pdsm[x][3]=d[x][4]+d[x][5]+d[x][10]+d[x][15];
    pdsm[x][4]=d[x][1]+d[x][8]+d[x][11]+d[x][14];
    pdsm[x][5]=d[x][2]+d[x][5]+d[x][12]+d[x][15];
    pdsm[x][6]=d[x][3]+d[x][6]+d[x][9]+d[x][16];
    pdsm[x][7]=d[x][4]+d[x][7]+d[x][10]+d[x][13];
}

```

```

s=0;
for(n=0;n<8;n++){if(pdsm[x][n]==LSM){s++;}else{break;}}
pdsm[x][8]=s;
s=0;
for(n=1;n<17;n++){if(d[x][n]+d[x][17-n]==17){s++;}else{break;}}
pdsm[x][9]=s;
}
/**/
/* Print 2 Answers */
void pr2sol(short x){
short t,l,14,m,n,s,v;
for(t=0;t<x;t=t+2){
    for(s=0;s<2;s++){
        for(n=1;n<22;n++){d[s][n]=ta[t+s][n];}
        checksum(s);
        printf("%4d/%4d/%4d/%4d/%12d",d[s][17]+1,d[s][18]+1,d[s][19]+1,d[s][20]+1,t+s+1);
        if(pdsm[s][8]==8){printf("P|RW|CLIP1\\P2/");}
        else if(pdsm[s][9]==16){printf("$|RW|CLIP1\\P2/");}
        else{printf("#|RW|CLIP1\\P2/");}
        if(s==0){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
}
/**/
for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
    for(s=0;s<2;s++){
        for(m=1;m<5;m++){
            printf(" ");
            for(n=1;n<5;n++){v=tlu[d[s][m+16]][l4+n];
                printf("%d",v);}
            }
            printf(" ");
            for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",d[s][l4+n]);}
            printf(" %2d%2d%2d\\%2d/",lnsm[s][l],lnsm[s][l+4],pdsm[s][l],pdsm[s][l+4]);
            if(s==0){printf(" ");}
        }
        printf("\n");
    }
}
/**/
/* Print 6 Answers */
void pr6sol(short x, short y, short z){
short t,l,14,n,s,sz,z6;
z6=z*6;
for(t=(x-1);t<y;t=t+z6){
    for(s=0;s<6;s++){sz=s*z;
        if(t+sz>y){break;}
        for(n=1;n<22;n++){d[s][n]=ta[t+sz][n];}
        checksum(s);
        if(y<133){printf("%2d/%d/%d/%d/",d[s][17]+1,d[s][18]+1,d[s][19]+1,d[s][20]+1);
            printf("%3d",t+sz+1);}
        else{printf("%12d",t+sz+1);}
        if(pdsm[s][8]==8){printf("P");}
        else if(pdsm[s][9]==16){printf("$");}
        else{printf("#");}
        if(s<5){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
}
/**/
for(l=0;l<4;l++){l4=l*4;
    for(s=0;s<6;s++){
        if(t+sz>y){break;}
        printf(" ");
        for(n=1;n<5;n++){printf("%3d",d[s][l4+n]);}
    }
}

```

```

        if(s<5){printf(" ");}
    }
    printf("\n");
}
}

/**/

```

実行結果を示す。

** 二進法による「新オイラー法」で「オイラー型」の標準四方陣を作る **

[二進法分解図の単位面となる「ラテン方陣」のリスト]

1/	2/	3/	4/	5/	6/	7/	8/
0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1
1 0 0 1	0 1 1 0	1 0 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0	0 1 0 1	1 1 0 0	0 1 0 1
0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	1 0 1 0	0 0 1 1	1 0 1 0
1 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	1 0 1 0	1 0 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0
9/	10/	11/	12/	13/	14/	15/	16/
1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 0 1
1 0 1 0	0 0 1 1	1 0 1 0	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 1	0 1 1 0
0 1 0 1	1 1 0 0	0 1 0 1	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0	1 0 0 1
0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 0 1	1 1 0 0	1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0

[ラテン方陣の総数 = 16]

[最良の組合せを得るための参照リスト : 8になる組合せを選ぶ]

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	0	
2	8	16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	0	8	
3	8	8	16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	0	8	8	
4	8	8	8	16	8	8	8	8	8	8	8	0	8	8	8	
5	8	8	8	8	16	12	12	8	8	4	4	0	8	8	8	
6	8	8	8	8	12	16	8	12	4	8	0	4	8	8	8	
7	8	8	8	8	12	8	16	12	4	0	8	4	8	8	8	
8	8	8	8	8	12	12	16	0	4	4	8	8	8	8	8	
9	8	8	8	8	8	4	4	0	16	12	12	8	8	8	8	
10	8	8	8	8	4	8	0	4	12	16	8	12	8	8	8	
11	8	8	8	8	4	0	8	4	12	8	16	12	8	8	8	
12	8	8	8	8	0	4	4	8	8	12	12	16	8	8	8	
13	8	8	8	0	8	8	8	8	8	8	8	16	8	8	8	
14	8	8	0	8	8	8	8	8	8	8	8	8	16	8	8	
15	8	0	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	16	8	
16	0	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	16	

** 二進法により「オイラー方陣」として構成した標準型四方陣のリスト **

[標準解のリスト 1 : 使用単位面//解番号#(\$:補数補数対称型; P:汎対角線型)|和のチェック|/]

1/	2/	3/	4/	1\$ RW CL P1\ P2/	2/	1/	3/	4/	2\$ RW CL P1\ P2/
0110	0110	0101	0011	1 15 14 4 34 34 34\24/	0110	0110	0101	0011	1 15 14 4 34 34 34\16/
1001	0110	1010	1100	12 6 7 9 34 34 40\34/	0110	1001	1010	1100	8 10 11 5 34 34 48\34/
0110	1001	1010	1100	8 10 11 5 34 34 34\44/	1001	0110	1010	1100	12 6 7 9 34 34 34\52/
1001	1001	0101	0011	13 3 2 16 34 34 28\34/	1001	1001	0101	0011	13 3 2 16 34 34 20\34/
1/	3/	2/	4/	3\$ RW CL P1\ P2/	2/	3/	1/	4/	4\$ RW CL P1\ P2/
0110	0101	0110	0011	1 15 12 6 34 34 34\28/	0110	0101	0110	0011	1 15 12 6 34 34 34\16/
1001	1010	0110	1100	14 4 7 9 34 34 36\34/	0110	1010	1001	1100	8 10 13 3 34 34 48\34/
0110	1010	1001	1100	8 10 13 3 34 34 34\40/	1001	1010	0110	1100	14 4 7 9 34 34 34\52/
1001	0101	1001	0011	11 5 2 16 34 34 32\34/	1001	0101	1001	0011	11 5 2 16 34 34 20\34/
3/	1/	2/	4/	5\$ RW CL P1\ P2/	3/	2/	1/	4/	6\$ RW CL P1\ P2/
0101	0110	0110	0011	1 15 8 10 34 34 34\28/	0101	0110	0110	0011	1 15 8 10 34 34 34\24/
1010	1001	0110	1100	14 4 11 5 34 34 36\34/	1010	0110	1001	1100	12 6 13 3 34 34 40\34/
1010	0110	1001	1100	12 6 13 3 34 34 34\40/	1010	1001	0110	1100	14 4 11 5 34 34 34\44/
0101	1001	1001	0011	7 9 2 16 34 34 32\34/	0101	1001	1001	0011	7 9 2 16 34 34 28\34/

1/	2/	4/	3/	7\$ RW CL P1\P2/	2/	1/	4/	3/	8\$ RW CL P1\P2/
0110	0110	0011	0101	1 14 15 4 34 34 34\22/	0110	0110	0011	0101	1 14 15 4 34 34 34\14/
1001	0110	1100	1010	12 7 6 9 34 34 38\34/	0110	1001	1100	1010	8 11 10 5 34 34 46\34/
0110	1001	1100	1010	8 11 10 5 34 34 34\46/	1001	0110	1100	1010	12 7 6 9 34 34 34\54/
1001	1001	0011	0101	13 2 3 16 34 34 30\34/	1001	1001	0011	0101	13 2 3 16 34 34 22\34/
2/	3/	4/	1/	9\$ RW CL P1\P2/	3/	2/	4/	1/	10\$ RW CL P1\P2/
0110	0101	0011	0110	1 14 12 7 34 34 34\14/	0101	0110	0011	0110	1 14 8 11 34 34 34\22/
0110	1010	1100	1001	8 11 13 2 34 34 46\34/	1010	0110	1100	1001	12 7 13 2 34 34 38\34/
1001	1010	1100	0110	15 4 6 9 34 34 34\54/	1010	1001	1100	0110	15 4 10 5 34 34 34\46/
1001	0101	0011	1001	10 5 3 16 34 34 22\34/	0101	1001	0011	1001	6 9 3 16 34 34 30\34/
2/	4/	1/	3/	11\$ RW CL P1\P2/	2/	4/	3/	1/	12\$ RW CL P1\P2/
0110	0011	0110	0101	1 12 15 6 34 34 34\10/	0110	0011	0101	0110	1 12 14 7 34 34 34\10/
0110	1100	1001	1010	8 13 10 3 34 34 42\34/	0110	1100	1010	1001	8 13 11 2 34 34 42\34/
1001	1100	0110	1010	14 7 4 9 34 34 34\58/	1001	1100	1010	0110	15 6 4 9 34 34 34\58/
1001	0011	1001	0101	11 2 5 16 34 34 26\34/	1001	0011	0101	1001	10 3 5 16 34 34 26\34/
1/	2/	3/	6/	13# RW CL P1\P2/	2/	1/	3/	6/	14# RW CL P1\P2/
0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\26/	0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\18/
1001	0110	1010	0101	11 6 7 10 34 34 42\34/	0110	1001	1010	0101	7 10 11 6 34 34 50\34/
0110	1001	1010	1010	8 9 12 5 34 34 34\42/	1001	0110	1010	1010	12 5 8 9 34 34 34\50/
1001	1001	0101	1010	14 3 2 15 34 34 26\34/	1001	1001	0101	1010	14 3 2 15 34 34 18\34/
1/	3/	2/	6/	15# RW CL P1\P2/	2/	3/	1/	6/	16# RW CL P1\P2/
0110	0101	0110	0101	1 16 11 6 34 34 34\30/	0110	0101	0110	0101	1 16 11 6 34 34 34\18/
1001	1010	0110	0101	13 4 7 10 34 34 38\34/	0110	1010	1001	0101	7 10 13 4 34 34 50\34/
0110	1010	1001	1010	8 9 14 3 34 34 34\38/	1001	1010	0110	1010	14 3 8 9 34 34 34\50/
1001	0101	1001	1010	12 5 2 15 34 34 30\34/	1001	0101	1001	1010	12 5 2 15 34 34 18\34/
3/	1/	2/	6/	17# RW CL P1\P2/	3/	2/	1/	6/	18# RW CL P1\P2/
0101	0110	0110	0101	1 16 7 10 34 34 34\30/	0101	0110	0110	0101	1 16 7 10 34 34 34\26/
1010	1001	0110	0101	13 4 11 6 34 34 38\34/	1010	0110	1001	0101	11 6 13 4 34 34 42\34/
1010	0110	1001	1010	12 5 14 3 34 34 34\38/	1010	1001	0110	1010	14 3 12 5 34 34 34\42/
0101	1001	1001	1010	8 9 2 15 34 34 30\34/	0101	1001	1001	1010	8 9 2 15 34 34 26\34/
2/	3/	4/	6/	19# RW CL P1\P2/	3/	2/	4/	6/	20# RW CL P1\P2/
0110	0101	0011	0101	1 14 11 8 34 34 34\14/	0101	0110	0011	0101	1 14 7 12 34 34 34\22/
0110	1010	1100	0101	7 12 13 2 34 34 46\34/	1010	0110	1100	0101	11 8 13 2 34 34 38\34/
1001	1010	1100	1010	16 3 6 9 34 34 34\54/	1010	1001	1100	1010	16 3 10 5 34 34 34\46/
1001	0101	0011	1010	10 5 4 15 34 34 22\34/	0101	1001	0011	1010	6 9 4 15 34 34 30\34/
1/	2/	4/	7/	21# RW CL P1\P2/	2/	1/	4/	7/	22# RW CL P1\P2/
0110	0110	0011	0011	1 13 16 4 34 34 34\22/	0110	0110	0011	0011	1 13 16 4 34 34 34\14/
1001	0110	1100	1100	12 8 5 9 34 34 38\34/	0110	1001	1100	1100	8 12 9 5 34 34 46\34/
0110	1001	1100	0011	7 11 10 6 34 34 34\46/	1001	0110	1100	0011	11 7 6 10 34 34 34\54/
1001	1001	0011	1100	14 2 3 15 34 34 30\34/	1001	1001	0011	1100	14 2 3 15 34 34 22\34/
2/	4/	3/	6/	23# RW CL P1\P2/	2/	4/	1/	7/	24# RW CL P1\P2/
0110	0011	0101	0101	1 12 13 8 34 34 34\10/	0110	0011	0110	0011	1 11 16 6 34 34 34\10/
0110	1100	1010	0101	7 14 11 2 34 34 42\34/	0110	1100	1001	1100	8 14 9 3 34 34 42\34/
1001	1100	1010	1010	16 5 4 9 34 34 34\58/	1001	1100	0110	0011	13 7 4 10 34 34 34\58/
1001	0011	0101	1010	10 3 6 15 34 34 26\34/	1001	0011	1001	1100	12 2 5 15 34 34 26\34/
1/2/6/3/ 25#	2/1/6/3/ 26#	1/3/6/2/ 27#	2/3/6/1/ 28#	3/1/6/2/ 29#	3/2/6/1/ 30#				
1 16 13 4	1 16 13 4	1 16 10 7	1 16 10 7	1 16 6 11	1 16 6 11				
10 7 6 11	6 11 10 7	13 4 6 11	6 11 13 4	13 4 10 7	10 7 13 4				
8 9 12 5	12 5 8 9	8 9 15 2	15 2 8 9	12 5 15 2	15 2 12 5				
15 2 3 14	15 2 3 14	12 5 3 14	12 5 3 14	8 9 3 14	8 9 3 14				
2/3/6/4/ 31#	3/2/6/4/ 32#	1/2/7/4/ 33#	2/1/7/4/ 34#	2/4/6/3/ 35#	2/4/7/1/ 36#				
1 15 10 8	1 15 6 12	1 13 16 4	1 13 16 4	1 12 13 8	1 10 16 7				
6 12 13 3	10 8 13 3	12 8 5 9	8 12 9 5	6 15 10 3	8 15 9 2				
16 2 7 9	16 2 11 5	6 10 11 7	10 6 7 11	16 5 4 9	13 6 4 11				
11 5 4 14	7 9 4 14	15 3 2 14	15 3 2 14	11 2 7 14	12 3 5 14				
1/2/6/7/ 38#	2/1/6/7/ 40#	3/1/6/7/ 42P	1/2/8/5/ 44#	2/1/8/5/ 46#	2/4/7/6/ 48#				
1 15 14 4	1 15 14 4	1 15 6 12	1 14 15 4	1 14 15 4	1 10 15 8				
10 8 5 11	6 12 9 7	14 4 9 7	10 8 5 11	6 12 9 7	7 16 9 2				
7 9 12 6	11 5 8 10	11 5 16 2	7 9 12 6	11 5 8 10	14 5 4 11				
16 2 3 13	16 2 3 13	8 10 3 13	16 3 2 13	16 3 2 13	12 3 6 13				

2/6/1/3/ 50#	2/6/3/1/ 52#	3/6/2/1/ 54#	3/6/2/4/ 56#	3/6/4/2/ 58#	2/7/4/1/ 60#
1 16 11 6	1 16 10 7	1 16 4 13	1 15 4 14	1 14 4 15	1 10 16 7
4 13 10 7	4 13 11 6	10 7 11 6	10 8 11 5	11 8 10 5	8 15 9 2
14 3 8 9	15 2 8 9	15 2 14 3	16 2 13 3	16 3 13 2	11 4 6 13
15 2 5 12	14 3 5 12	8 9 5 12	7 9 6 12	6 9 7 12	14 5 3 12
2/6/1/7/ 64#	3/6/4/7/ 68#	2/7/4/6/ 72#	2/6/7/1/ 76#	3/6/7/4/ 80#	2/7/6/4/ 84#
1 15 12 6	1 13 4 16	1 10 15 8	1 14 12 7	1 13 4 16	1 11 14 8
4 14 9 7	12 8 9 5	7 16 9 2	4 15 9 6	12 8 9 5	6 16 9 3
13 3 8 10	15 3 14 2	12 3 6 13	13 2 8 11	14 2 15 3	12 2 7 13
16 2 5 11	6 10 7 11	14 5 4 11	16 3 5 10	7 11 6 10	15 5 4 10
6/2/3/1/ 88#	6/3/2/4/ 92#	6/4/3/2/ 96#	6/2/1/7/100#	6/3/4/7/104#	8/2/1/5/108#
1 16 6 11	1 15 4 14	1 12 6 15	1 15 8 10	1 13 4 16	1 8 15 10
4 13 7 10	6 12 7 9	7 14 4 9	4 14 5 11	8 12 5 9	4 14 5 11
15 2 12 5	16 2 13 3	16 5 11 2	13 3 12 6	15 3 14 2	13 3 12 6
14 3 9 8	11 5 10 8	10 3 13 8	16 2 9 7	10 6 11 7	16 9 2 7
6/2/7/1/112#	6/3/7/4/116#	8/2/5/1/120#	6/7/2/1/124#	6/7/3/4/128#	8/5/2/1/132#
1 14 8 11	1 13 4 16	1 8 14 11	1 12 8 13	1 11 6 16	1 8 12 13
4 15 5 10	8 12 5 9	4 15 5 10	6 15 3 10	8 14 3 9	6 15 3 10
13 2 12 7	14 2 15 3	13 2 12 7	11 2 14 7	12 2 15 5	11 2 14 7
16 3 9 6	11 7 10 6	16 9 3 6	16 5 9 4	13 7 10 4	16 9 5 4
133#	141#	149\$	157#	165#	173#
2 15 14 3	2 13 12 7	2 16 7 9	2 16 13 3	2 13 16 3	2 15 9 8
12 5 8 9	8 11 14 1	13 3 12 6	12 7 6 9	8 11 10 5	14 3 5 12
7 10 11 6	15 4 5 10	11 5 14 4	5 10 11 8	9 6 7 12	7 10 16 1
13 4 1 16	9 6 3 16	8 10 1 15	15 1 4 14	15 4 1 14	11 6 4 13
181#	189#	197#	205#	213#	221P
2 16 11 5	2 11 16 5	2 15 9 8	2 14 11 7	2 12 13 7	2 16 5 11
14 7 4 9	9 7 4 14	12 5 3 14	3 15 10 6	5 15 10 4	7 9 4 14
3 10 13 8	8 10 13 3	7 10 16 1	13 1 8 12	11 1 8 14	12 6 15 1
15 1 6 12	15 6 1 12	13 4 6 11	16 4 5 9	16 6 3 9	13 3 10 8
229#	237#	245#	253#	261#	269#
2 16 5 11	2 13 8 11	2 13 7 12	2 12 7 13	2 9 8 15	3 13 12 6
3 13 8 10	3 16 5 10	9 16 6 3	5 15 4 10	7 16 1 10	8 10 15 1
15 1 12 6	15 4 9 6	8 1 11 14	11 1 14 8	11 4 13 6	14 4 5 11
14 4 9 7	14 1 12 7	15 4 10 5	16 6 9 3	14 5 12 3	9 7 2 16
277\$	293#	309#	325#	341#	357#
3 16 10 5	3 16 10 5	3 14 9 8	3 12 13 6	3 16 5 10	3 13 6 12
13 2 8 11	15 6 4 9	12 5 2 15	5 14 11 4	2 13 8 11	9 16 7 2
6 9 15 4	2 11 13 8	6 11 16 1	10 1 8 15	14 1 12 7	8 1 10 15
12 7 1 14	14 1 7 12	13 4 7 10	16 7 2 9	15 4 9 6	14 4 11 5
373#	389\$	405#	421#	437#	453#
4 13 11 6	4 14 9 7	4 16 9 5	4 13 11 6	4 11 6 13	4 15 6 9
7 10 16 1	5 11 16 2	1 13 12 8	10 7 1 16	5 14 3 12	1 14 7 12
14 3 5 12	15 1 6 12	14 2 7 11	5 12 14 3	15 8 9 2	13 2 11 8
9 8 2 15	10 8 3 13	15 3 6 10	15 2 8 9	10 1 16 7	16 3 10 5
469#	485#	501\$	517#		
5 16 3 10	5 16 4 9	6 15 3 10	6 16 3 9		
9 4 15 6	15 10 6 3	12 1 13 8	1 11 8 14		
12 1 14 7	2 7 11 14	9 4 16 5	15 5 10 4		
8 13 2 11	12 1 13 8	7 14 2 11	12 2 13 7	.	.

[解の総数 = 528] [OK!]

** Calculated and Listed by Kanji Setsuda on Mar.18, 2011 with Mac OSX & Xcode 3 **

528 個とは、正直驚きだった。880 個中の 528 個である。それが、行列は言うに及ばず主対角線まで「オイラー型」であった。標準解集合の「中核」を成すものと思われる。

そうであれば、構造解析の対象に二進法分解図を加える意味も重みを増す。新たな刺激が生まれたわけで、「一番普通の四方陣」の基礎的研究が一層進むものと期待される。

5. 主対角線の定義を外すとどうなるか？

主対角線2本 ($n_1+n_6+n_{11}+n_{16}$, $n_4+n_7+n_{10}+n_{13}$) についてオイラー型とする定義を外すとどうなるか？ ノン・オイラー型になつても可，結果的に定和になればよしとして，無定義のままラテン方陣を作つてみてはどうか。そして解を合成した後で，あらためて定和が成り立つものだけを選別するという作戦を取ることにしよう。

プログラムを組んで，単位面を作つたら，何とラテン方陣が90個も出来た。

[二進法分解図の単位面となる「ラテン方陣」のリスト]

1/	2/	3/	4/	5/	6/	7/	8/	9/
0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 0 1
1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 1 0
0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 0 1	0 1 1 0
1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	1 0 0 1
10/	11/	12/	13/	14/	15/	16/	17/	18/
0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
0 1 1 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0	0 1 1 0	1 0 1 0
1 0 1 0	1 0 1 0	1 1 0 0	1 0 0 1	1 1 0 0	1 0 1 0	0 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0
1 0 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	1 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 1
19/	20/	21/	22/	23/	24/	25/	26/	27/
0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0
1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 0 1	0 0 1 1	1 0 1 0	0 0 1 1	1 0 0 1	0 1 0 1	1 0 0 1
1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	1 0 0 1	0 0 1 1	1 0 1 0	0 1 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1
0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 1 0	0 1 1 0
28/	29/	30/	31/	32/	33/	34/	35/	36/
0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1
1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 0 1
0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 0 1	0 1 1 0
1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	1 1 0 0
37/	38/	39/	40/	41/	42/	43/	44/	45/
0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0	1 1 0 0	0 1 0 1	1 0 0 1	1 1 0 0
0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1	0 1 0 1	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 0 1
1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0
46/	47/	48/	49/	50/	51/	52/	53/	54/
1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0
0 0 1 1	0 1 1 0	1 0 1 0	0 0 1 1	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1
0 1 1 0	0 0 1 1	0 0 1 1	1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0
1 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
55/	56/	57/	58/	59/	60/	61/	62/	63/
1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0
0 1 1 0	0 1 0 1	0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0
1 0 0 1	0 1 1 0	0 1 0 1	0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1
0 0 1 1	1 0 0 1	1 0 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1
64/	65/	66/	67/	68/	69/	70/	71/	72/
1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 0 1	1 1 0 0	1 1 0 0
0 1 1 0	1 0 1 0	0 1 1 0	1 1 0 0	0 1 0 1	1 1 0 0	0 1 1 0	0 0 1 1	0 0 1 1
0 1 1 0	0 1 1 0	1 0 1 0	0 1 0 1	1 1 0 0	0 1 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1
1 0 0 1	0 1 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0
73/	74/	75/	76/	77/	78/	79/	80/	81/
1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 1 0	1 0 1 0
0 1 0 1	1 0 0 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 1 1 0	0 1 0 1	1 0 0 1
0 0 1 1	0 0 1 1	1 0 0 1	0 1 0 1	0 0 1 1	0 1 1 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 0 1
1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 0	0 1 1 0
82/	83/	84/	85/	86/	87/	88/	89/	90/
1 0 1 0	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 1
0 1 0 1	0 1 0 1	0 1 1 0	1 0 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0
1 0 0 1	0 1 1 0	0 1 0 1	0 1 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	1 1 0 0	1 0 1 0	1 0 0 1
0 1 1 0	1 0 1 0	1 0 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0

[ラテン方陣の総数 = 90]

これらの単位面 90 個から適当に 4 個ずつを選んで組み合わせ、解を計算・合成する。その結果から、主対角線定和が成り立つものだけを選別したものが次表である。

** 二進法により「オイラー方陣」として構成した標準型四方陣のリスト **

[標準解のリスト 2 : 使用単位面//解番号#(\$:補数補数対称型; P:汎対角線型)|和のチェック|/]

1/ 6/ 11/ 20/	1\$ RW CL P1\P2/	6/ 1/ 11/ 20/	2\$ RW CL P1\P2/
0110 0110 0101 0011	1 15 14 4 34 34 34\24/	0110 0110 0101 0011	1 15 14 4 34 34 34\16/
1001 0110 1010 1100	12 6 7 9 34 34 40\34/	0110 1001 1010 1100	8 10 11 5 34 34 48\34/
0110 1001 1010 1100	8 10 11 5 34 34 34\44/	1001 0110 1010 1100	12 6 7 9 34 34 34\52/
1001 1001 0101 0011	13 3 2 16 34 34 28\34/	1001 1001 0101 0011	13 3 2 16 34 34 20\34/
1/ 11/ 6/ 20/	3\$ RW CL P1\P2/	6/ 11/ 1/ 20/	4\$ RW CL P1\P2/
0110 0101 0110 0011	1 15 12 6 34 34 34\28/	0110 0101 0110 0011	1 15 12 6 34 34 34\16/
1001 1010 0110 1100	14 4 7 9 34 34 36\34/	0110 1010 1001 1100	8 10 13 3 34 34 48\34/
0110 1010 1001 1100	8 10 13 3 34 34 34\40/	1001 1010 0110 1100	14 4 7 9 34 34 34\52/
1001 0101 1001 0011	11 5 2 16 34 34 32\34/	1001 0101 1001 0011	11 5 2 16 34 34 20\34/
11/ 1/ 6/ 20/	5\$ RW CL P1\P2/	11/ 6/ 1/ 20/	6\$ RW CL P1\P2/
0101 0110 0110 0011	1 15 8 10 34 34 34\28/	0101 0110 0110 0011	1 15 8 10 34 34 34\24/
1010 1001 0110 1100	14 4 11 5 34 34 36\34/	1010 0110 1001 1100	12 6 13 3 34 34 40\34/
1010 0110 1001 1100	12 6 13 3 34 34 34\40/	1010 1001 0110 1100	14 4 11 5 34 34 34\44/
0101 1001 1001 0011	7 9 2 16 34 34 32\34/	0101 1001 1001 0011	7 9 2 16 34 34 28\34/
1/ 6/ 20/ 11/	7\$ RW CL P1\P2/	6/ 1/ 20/ 11/	8\$ RW CL P1\P2/
0110 0110 0011 0101	1 14 15 4 34 34 34\22/	0110 0110 0011 0101	1 14 15 4 34 34 34\14/
1001 0110 1100 1010	12 7 6 9 34 34 38\34/	0110 1001 1100 1010	8 11 10 5 34 34 46\34/
0110 1001 1100 1010	8 11 10 5 34 34 34\46/	1001 0110 1100 1010	12 7 6 9 34 34 34\54/
1001 0011 0101	13 2 3 16 34 34 30\34/	1001 1001 0011 0101	13 2 3 16 34 34 22\34/
6/ 11/ 20/ 1/	9\$ RW CL P1\P2/	11/ 6/ 20/ 1/	10\$ RW CL P1\P2/
0110 0101 0011 0110	1 14 12 7 34 34 34\14/	0101 0110 0011 0110	1 14 8 11 34 34 34\22/
0110 1010 1100 1001	8 11 13 2 34 34 46\34/	1010 0110 1100 1001	12 7 13 2 34 34 38\34/
1001 1010 1100 0110	15 4 6 9 34 34 34\54/	1010 1001 1100 0110	15 4 10 5 34 34 34\46/
1001 0101 0011 1001	10 5 3 16 34 34 22\34/	0101 1001 0011 1001	6 9 3 16 34 34 30\34/
6/ 20/ 1/ 11/	11\$ RW CL P1\P2/	6/ 20/ 11/ 1/	12\$ RW CL P1\P2/
0110 0011 0110 0101	1 12 15 6 34 34 34\10/	0110 0011 0101 0110	1 12 14 7 34 34 34\10/
0110 1100 1001 1010	8 13 10 3 34 34 42\34/	0110 1100 1010 1001	8 13 11 2 34 34 42\34/
1001 1100 0110 1010	14 7 4 9 34 34 34\58/	1001 1100 1010 0110	15 6 4 9 34 34 34\58/
1001 0011 1001 0101	11 2 5 16 34 34 26\34/	1001 0011 0101 1001	10 3 5 16 34 34 26\34/
1/ 6/ 11/ 32/	13# RW CL P1\P2/	6/ 1/ 11/ 32/	14# RW CL P1\P2/
0110 0110 0101 0101	1 16 13 4 34 34 34\26/	0110 0110 0101 0101	1 16 13 4 34 34 34\18/
1001 0110 1010 0101	11 6 7 10 34 34 42\34/	0110 1001 1010 0101	7 10 11 6 34 34 50\34/
0110 1001 1010 1010	8 9 12 5 34 34 34\42/	1001 0110 1010 1010	12 5 8 9 34 34 34\50/
1001 1001 0101 1010	14 3 2 15 34 34 26\34/	1001 1001 0101 1010	14 3 2 15 34 34 18\34/
1/ 11/ 6/ 32/	15# RW CL P1\P2/	6/ 11/ 1/ 32/	16# RW CL P1\P2/
0110 0101 0110 0101	1 16 11 6 34 34 34\30/	0110 0101 0110 0101	1 16 11 6 34 34 34\18/
1001 1010 0110 0101	13 4 7 10 34 34 38\34/	0110 1010 0101 0101	7 10 13 4 34 34 50\34/
0110 1010 1001 1010	8 9 14 3 34 34 34\38/	1001 1010 0110 1010	14 3 8 9 34 34 34\50/
1001 0101 1001 1010	12 5 2 15 34 34 30\34/	1001 0101 1001 1010	12 5 2 15 34 34 18\34/
11/ 1/ 6/ 32/	17# RW CL P1\P2/	11/ 3/ 4/ 29/	18# RW CL P1\P2/
0101 0110 0110 0101	1 16 7 10 34 34 34\30/	0101 0110 0110 0101	1 16 7 10 34 34 34\26/
1010 1001 0110 0101	13 4 11 6 34 34 38\34/	1010 1100 0011 1010	14 5 12 3 34 34 42\38/
1010 0110 1001 1010	12 5 14 3 34 34 34\38/	1010 0011 1100 0101	11 4 13 6 34 34 30\38/
0101 1001 1001 1010	8 9 2 15 34 34 30\34/	0101 1001 1001 1010	8 9 2 15 34 34 30\34/
11/ 5/ 2/ 31/	19# RW CL P1\P2/	11/ 6/ 1/ 32/	20# RW CL P1\P2/
0101 0110 0110 0101	1 16 7 10 34 34 34\29/	0101 0110 0110 0101	1 16 7 10 34 34 34\26/
1010 0101 1010 0011	11 5 12 6 34 34 39\32/	1010 0110 1001 0101	11 6 13 4 34 34 42\34/
1010 1010 0101 1100	14 4 13 3 34 34 36\41/	1010 1001 0110 1010	14 3 12 5 34 34 34\42/
0101 1001 1001 1010	8 9 2 15 34 34 27\34/	0101 1001 1001 1010	8 9 2 15 34 34 26\34/
6/ 11/ 20/ 32/	21# RW CL P1\P2/	6/ 15/ 18/ 31/	22# RW CL P1\P2/
0110 0101 0011 0101	1 14 11 8 34 34 34\14/	0110 0101 0011 0101	1 14 11 8 34 34 34\11/
0110 1010 1100 0101	7 12 13 2 34 34 46\34/	0110 1100 1010 0011	7 13 12 2 34 34 45\36/
1001 1010 1100 1010	16 3 6 9 34 34 34\54/	1001 1010 1100 1100	16 4 5 9 34 34 32\55/
1001 0101 0011 1010	10 5 4 15 34 34 22\34/	1001 0011 0101 1010	10 3 6 15 34 34 25\34/

11/	6/	20/	32/	23# RW CL P1\P2/	1/	6/	20/	38/	24# RW CL P1\P2/
0101	0110	0011	0101	1 14 7 12 34 34 34\22/	0110	0110	0011	0011	1 13 16 4 34 34 34\22/
1010	0110	1100	0101	11 8 13 2 34 34 38\34/	1001	0110	1100	1100	12 8 5 9 34 34 38\34/
1010	1001	1100	1010	16 3 10 5 34 34 34\46/	0110	1001	1100	0011	7 11 10 6 34 34 34\46/
0101	1001	0011	1010	6 9 4 15 34 34 30\34/	1001	1001	0011	1100	14 2 3 15 34 34 30\34/
6/	1/	20/	38/	25# RW CL P1\P2/	6/	20/	11/	32/	26# RW CL P1\P2/
0110	0110	0011	0011	1 13 16 4 34 34 34\14/	0110	0011	0101	0101	1 12 13 8 34 34 34\10/
0110	1001	1100	1100	8 12 9 5 34 34 46\34/	0110	1100	1010	0101	7 14 11 2 34 34 42\34/
1001	0110	1100	0011	11 7 6 10 34 34 34\54/	1001	1100	1010	1010	16 5 4 9 34 34 34\58/
1001	1001	0011	1100	14 2 3 15 34 34 22\34/	1001	0011	0101	1010	10 3 6 15 34 34 26\34/
6/	20/	1/	38/	27# RW CL P1\P2/	6/	19/	14/	39/	28# RW CL P1\P2/
0110	0011	0110	0011	1 11 16 6 34 34 34\10/	0110	0011	0101	0011	1 11 14 8 34 34 34\14/
0110	1100	1001	1100	8 14 9 3 34 34 42\34/	0110	1100	1010	0011	7 13 12 2 34 34 42\30/
1001	1100	0110	0011	13 7 4 10 34 34 34\58/	1001	1010	1100	1100	16 4 5 9 34 34 38\58/
1001	0011	1001	1100	12 2 5 15 34 34 26\34/	1001	0101	0011	1100	10 6 3 15 34 34 22\34/
1/	6/	32/	11/	29# RW CL P1\P2/	3/	4/	29/	11/	30# RW CL P1\P2/
0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\26/	0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\18/
1001	0110	0101	1010	10 7 6 11 34 34 42\34/	1100	0011	1010	1010	12 9 8 5 34 34 50\42/
0110	1001	1010	1010	8 9 12 5 34 34 34\42/	0011	1100	0101	1010	6 7 10 11 34 34 26\42/
1001	1001	1010	0101	15 2 3 14 34 34 26\34/	1001	1001	1010	0101	15 2 3 14 34 34 26\34/
5/	2/	31/	11/	31# RW CL P1\P2/	6/	1/	32/	11/	32# RW CL P1\P2/
0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\24/	0110	0110	0101	0101	1 16 13 4 34 34 34\18/
0101	1010	0011	1010	6 9 8 11 34 34 44\30/	0110	1001	0101	1010	6 11 10 7 34 34 50\34/
1010	0101	1100	1010	12 7 10 5 34 34 38\48/	1001	0110	1010	1010	12 5 8 9 34 34 34\50/
1001	1001	1010	0101	15 2 3 14 34 34 20\34/	1001	1001	1010	0101	15 2 3 14 34 34 18\34/
1/	11/	32/	6/	33# RW CL P1\P2/	6/	11/	32/	1/	34# RW CL P1\P2/
0110	0101	0101	0110	1 16 10 7 34 34 34\32/	0110	0101	0101	0110	1 16 10 7 34 34 34\18/
1001	1010	0101	0110	13 4 6 11 34 34 36\34/	0110	1010	0101	1001	6 11 13 4 34 34 50\34/
0110	1010	1010	1001	8 9 15 2 34 34 34\36/	1001	1010	1010	0110	15 2 8 9 34 34 34\50/
1001	0101	1010	1001	12 5 3 14 34 34 32\34/	1001	0101	1010	1001	12 5 3 14 34 34 18\34/
11/	1/	32/	6/	35# RW CL P1\P2/	11/	6/	32/	1/	36# RW CL P1\P2/
0101	0110	0101	0110	1 16 6 11 34 34 34\32/	0101	0110	0101	0110	1 16 6 11 34 34 34\26/
1010	1001	0101	0110	13 4 10 7 34 34 36\34/	1010	0110	0101	1001	10 7 13 4 34 34 42\34/
1010	0110	1010	1001	12 5 15 2 34 34 34\36/	1010	1001	1010	0110	15 2 12 5 34 34 34\42/
0101	1001	1010	1001	8 9 3 14 34 34 32\34/	0101	1001	1010	1001	8 9 3 14 34 34 26\34/
37#		38#		39#		40#		41#	
1 15 10 8	1 15 6 12	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4	1 13 16 4
6 12 13 3	10 8 13 3	12 8 5 9	12 8 5 9	12 10 7 5	6 10 7 5	6 10 7 5	7 11 8 12	9 11 8 12	9 11 8 12
16 2 7 9	16 2 11 5	6 10 11 7	6 8 9 11	6 8 9 11	12 8 9 5	12 8 9 5	10 6 7 11	10 6 7 11	10 6 7 11
11 5 4 14	7 9 4 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14	15 3 2 14
43#		44#		45#		46#		47#	
1 12 13 8	1 10 16 7	1 16 9 8	1 16 9 8	1 16 5 12	1 16 5 12	1 16 5 12	1 15 14 4	1 15 14 4	1 15 14 4
6 15 10 3	8 15 9 2	14 5 4 11	14 5 4 11	15 6 11 2	10 6 11 7	10 6 11 7	11 8 5 10	11 8 5 10	11 8 5 10
16 5 4 9	13 6 4 11	7 10 15 2	7 10 15 2	10 3 14 7	15 3 14 2	15 3 14 2	6 9 12 7	6 9 12 7	6 9 12 7
11 2 7 14	12 3 5 14	12 3 6 13	8 9 4 13	8 9 4 13	8 9 4 13	8 9 4 13	16 2 3 13	16 2 3 13	16 2 3 13
50#		54#		58P		62#		66#	
1 15 14 4	1 15 14 4	1 15 6 12	1 14 15 4	1 14 15 4	1 14 15 4	1 14 15 4	1 9 16 8	1 9 16 8	1 9 16 8
12 9 6 7	7 12 9 6	14 4 9 7	10 11 8 5	6 12 9 7	7 15 10 2	7 15 10 2	7 15 10 2	7 15 10 2	7 15 10 2
5 8 11 10	10 5 8 11	11 5 16 2	7 6 9 12	11 5 8 10	14 4 5 11	14 4 5 11	14 4 5 11	14 4 5 11	14 4 5 11
16 2 3 13	16 2 3 13	8 10 3 13	16 3 2 13	16 3 2 13	12 6 3 13	12 6 3 13	12 6 3 13	12 6 3 13	12 6 3 13
74#		78#		82#		86#		90#	
1 16 10 7	1 15 4 14	1 10 16 7	1 16 3 14	1 15 12 6	1 15 12 6	1 15 12 6	1 15 12 6	1 15 12 6	1 15 12 6
4 13 11 6	10 8 11 5	8 15 9 2	12 7 10 5	10 13 8 3	4 14 9 7	4 14 9 7	4 14 9 7	4 14 9 7	4 14 9 7
15 2 8 9	16 2 13 3	11 4 6 13	13 2 15 4	7 4 9 14	13 3 8 10	13 3 8 10	13 3 8 10	13 3 8 10	13 3 8 10
14 3 5 12	7 9 6 12	14 5 3 12	8 9 6 11	16 2 5 11	16 2 5 11	16 2 5 11	16 2 5 11	16 2 5 11	16 2 5 11
103#		112#		121#		130#		139#	
1 12 15 6	1 16 9 8	1 13 12 8	1 15 10 8	1 12 13 8	1 16 6 11	1 16 6 11	1 16 6 11	1 16 6 11	1 16 6 11
10 13 8 3	4 11 6 13	2 14 7 11	12 13 6 3	11 14 7 2	4 13 7 10	4 13 7 10	4 13 7 10	4 13 7 10	4 13 7 10
7 4 9 14	14 5 12 3	16 4 9 5	5 4 11 14	6 3 10 15	15 2 12 5	15 2 12 5	15 2 12 5	15 2 12 5	15 2 12 5
16 5 2 11	15 2 7 10	15 3 6 10	16 2 7 9	16 5 4 9	14 3 9 8	14 3 9 8	14 3 9 8	14 3 9 8	14 3 9 8

157#			166#			175#			184#			193#			202P				
1	16	3	14	1	13	8	12	1	14	8	11	1	10	8	15	1	12	6	15
13	11	6	4	4	16	5	9	13	12	2	7	7	16	2	9	7	13	4	10
8	2	15	9	15	3	10	6	4	5	15	10	14	5	11	4	14	2	15	3
12	5	10	7	14	2	11	7	16	3	9	6	12	3	13	6	12	8	9	5
209#			225\$			241P			257#			273P			289#				
2	15	14	3	2	16	13	3	2	16	9	7	2	15	14	3	2	16	9	7
12	5	8	9	11	5	8	10	13	3	6	12	5	10	7	12	11	5	4	14
7	10	11	6	7	9	12	6	8	10	15	1	11	8	9	6	8	10	15	1
13	4	1	16	14	4	1	15	11	5	4	14	16	1	4	13	13	3	6	12
305#			321#			337#			353#			369#			385#				
2	16	1	15	2	15	1	16	2	16	7	9	2	16	5	11	2	13	4	15
14	9	8	3	11	10	8	5	14	11	4	5	3	13	8	10	7	10	5	12
11	4	13	6	14	3	13	4	3	6	13	12	15	1	12	6	14	3	16	1
7	5	12	10	7	6	12	9	15	1	10	8	14	4	9	7	11	8	9	6
401#			417P			433#			449#			465#			481#				
2	11	7	14	3	16	9	6	3	16	9	6	3	15	10	6	3	13	12	6
9	16	4	5	13	2	7	12	5	10	15	4	2	14	11	7	10	4	5	15
8	1	13	12	8	11	14	1	14	1	8	11	16	4	5	9	7	9	16	2
15	6	10	3	10	5	4	15	12	7	2	13	13	1	8	12	14	8	1	11
497P			513#			529#			545#			561P			577#				
3	13	2	16	3	15	6	10	3	15	6	10	3	14	2	15	3	13	2	16
10	8	11	5	2	14	7	11	5	16	9	4	8	9	5	12	6	12	7	9
15	1	14	4	16	4	9	5	12	1	8	13	13	4	16	1	15	1	14	4
6	12	7	9	13	1	12	8	14	2	11	7	10	7	11	6	10	8	11	5
593#			609#			625#			641#			657#			673#				
4	16	9	5	4	16	9	5	4	16	9	5	4	16	9	5	4	11	13	6
13	1	8	12	6	10	15	3	1	13	12	8	1	13	12	8	6	13	12	3
6	10	15	3	11	1	8	14	15	3	6	10	14	2	7	11	9	2	7	16
11	7	2	14	13	7	2	12	14	2	7	11	15	3	6	10	15	8	2	9
689#			705#			721#			737#			753\$			769#				
4	14	3	13	4	15	5	10	4	16	1	13	4	7	10	13	5	16	4	9
5	7	10	12	6	9	3	16	5	9	8	12	5	16	1	12	11	2	14	7
16	2	15	1	11	8	14	1	14	2	15	3	14	9	8	3	10	3	15	6
9	11	6	8	13	2	12	7	11	7	10	6	11	2	15	6	8	13	1	12
785#			801#			817#			833#			849#			865#				
5	16	3	10	5	16	2	11	6	16	3	9	6	15	1	12	6	7	12	9
13	8	11	2	13	8	10	3	11	1	14	8	10	3	13	8	3	16	13	2
4	1	14	15	4	1	15	14	10	4	15	5	11	2	16	5	14	1	4	15
12	9	6	7	12	9	7	6	7	13	2	12	7	14	4	9	11	10	5	8

[解の総数 = 880/37608]

* 通常の方法で作った標準解と付き合させて消失・重複をチェックしたモニタ一結果 *

?? : 0

やり方としてはすごく回りくどい方法だが、それでもこの方法によってあの「一番普通の」標準型四方陣 880 個の全てが、行列だけでも「オイラー型」であることが、確認された。

これには驚かされた。オイラー先生が、「オイラー方陣」の対角線を定義しなかった理由の1つには、この事実に敬意を表したためもあったのか、と思わされたことだった。

上の解の総数に示された $880/37608$ 個というのは、主対角線を無定義のまま作った「準魔方陣」の内、行列が二進法で見てオイラー型になっている四方陣の解の総数である。それ故にその 37608 個は、主対角線の定和が必ずしも実現していない。我々は、その中から主対角線が定和になっている 880 個を厳しく選別している。

なお、通常の方法で行列のみ定和を定義した「準魔方陣」を作ると、68688 個の四方陣が得られる。行列まで実際に定和の「標準型四方陣」は、その中に 880 個しかない。

かくして、二進法による「新オイラー法」の威力には、なかなかのものがあることがおわかりになったと思う。単位面の設計次第で、ほとんど全てのものが作れるのである。必ずしも最初から汎対角線にこだわらなくても良いこともわかった。

これは、何を意味するのだろう？ 小生は、「オイラー方陣」が魔方陣にとって普遍的な構造である、ということを示していると思っている。

二進法が非常に強力である理由の1つは、小生が考えるに

もし、 $n_1+n_2+n_3+n_4=2$ ならば、 $\{n_1, n_2, n_3, n_4\}=\{0, 0, 1, 1\}$ というふうに、一義的に決まる点にある。何しろ、数字が $\{0, 1\}$ の2種類しか無いのだから。

もし $n_5 + n_{12} = 1$ ならば、 $\{n_5, n_{12}\} = \{0, 1\}$ と一義的に決まる。

だから、「オイラー方陣」になりやすいのだ、と思う。

他の基數では、なかなかこうは行かない。例えば、三進法では、

もし、 $n_1+n_2+n_3=3$ ならば、 $\{n_1, n_3, n_3\}=\{0, 1, 2\}$ とは一義的に決まらない。 $\{n_1, n_2, n_3\}=\{1, 1, 1\}$ もあるからだ。五進法でも、

もし $n_1+n_2+n_3+n_4+n_5=10$ ならば、 $\{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5\}=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ とは一義的に決まらない。 $\{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5\}=\{2, 2, 2, 2, 2\}$ もあるからだ。

$n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 \{ = \{0, 0, 2, 4, 4\}, \{0, 2, 2, 2, 4\}$ もあるからだ。

高次になればなるほど、オイラー方陣は作り難くなる傾向がある。「ノン・オイラー方陣」も増えてくる。それゆえに反比例的に「オイラー方陣」の稀少価値が高まる。

(初稿: on October 13, 2003; 改訂稿: on April 7, 2006; 最新改訂稿:
on March 18, 2011 with MacOSX & Xcode3.1; by 摂田 寛二(Kanji Setsuda))

E-mail Address:<jag12001@nifty.com>